ACD4271
UL FMT S RT a BL s T/C DT 07/18/88 R/DT 02/03/89 CC STAT mm E/L 1
035/1: : |a (RLIN)MIUG24935-S
035/2: : |a (CaOTULAS)160242852
040: : |a WMaUCS |c WMaUCS |d MUL |d MiU
245:00: |a Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen.
260: : |a Leipzig, |b B. G. Teubner, |c 1900-13.
300/1: : |a 21 v. |b ill., plates, ports. |c 24 cm.
362/1:0 : |a 10.-30. Heft.
515/1: : |a Vol. 16, pt. 2 never published?
580/2: : |a Vol. 10 published as a supplement to Zeitschrift für Mathematik und Physik.
650/1: 0: |a Mathematics |x Periodicals
650/2: 0: |a Mathematics |x History.
730/1:0 : |a Zeitschrift für Mathematik und Physik.
772/1:1 : |t Zeitschrift fur Mathematik und Physik
780/1:00: |t Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik |g 1.-9. Heft, 1877-99
998/1: : |c sc3 2/3/89

ABHANDLUNGEN
ZUR GESCHICHTE DER MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN
MIT EINSCHLUSS IHRER ANWENDUNGEN. X. HEFT.
ZUGLEICH SUPPLEMENT ZUM 45. JAHRGANG DER ZEITSCHRIFT FÜR
MATHEMATIK UND PHYSIK. HRSG. VON R. MEHMKE UND M. CANTOR.

DIE MATHEMATIKER UND ASTRONOMEN DER ARABER UND IHRE WERKE.

VON

Dr. HEINRICH SUTER,
PROFESSOR AM GYMNASIUM IN ZÜRICH.



LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1900.

Vom vorliegenden Hefte ab erscheinen die Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik unter dem erweiterten Titel: Abhandlungen zur Geschichte der Mathematischen Wissenschaften mit Einschlufs ihrer Anwendungen.

B. G. Teubner.

Vorwort.

Für das Studium der Geschichte jeder Wissenschaft bildet die Kenntnis des Lebens und der Werke der Gelehrten, die sich mit derselben beschäftigt haben, die notwendige Grundlage, ohne welche ein fruchtbares Studium der historischen Entwickelung dieser Wissenschaft unmöglich ist. Was nun speziell die Geschichte der Mathematik und Astronomie bei den Arabern anbetrifft, so wird man gestehen müssen, daſs für diese eine solche Grundlage bis jetzt noch sehr lückenhaft war; wohl sind eine Reihe wichtiger Werke arabischer Gelehrter auf diesem Gebiete zu unserer Kenntnis gekommen, wohl haben wir durch Arbeiten von Männern, wie Sédillot, Woepcke, Hankel, M. Cantor, Steinschneider u. a., ein Bild von dem Zustand dieser Wissenschaften bei diesem Volke erhalten, das manchem als deutlich genug erscheinen könnte; allein bei näherer Prüfung der Sache müssen wir uns gestehen, daſs doch noch vieles in dieser Richtung unklar ist und weiterer und gründlicherer Untersuchung bedarf, daſs Leben, Schriften, ja sogar Namen von arabischen Gelehrten von Bedeutung bisher nicht ganz sicher gestellt waren. Wenn ich es nun unternommen habe, mit dieser bio- und bibliographischen Arbeit, denn etwas anderes soll sie nicht sein, diese Lücke, soweit es in meinen Kräften steht, auszufüllen, die Gelehrten auf die noch in den Bibliotheken vergrabenen Arbeiten der Araber aufmerksam zu machen, und die mit der arabischen Sprache Vertrauten zu deren Studium, bezw. Veröffentlichung einzuladen, so möchte ich dabei zugleich die Bitte aussprechen, daſs diejenigen Gelehrten, welche die Schwierigkeiten einer solchen Arbeit und die Mühe, die sie dem Verfasser bereitet, zu würdigen verstehen, mich schonend beurteilen mögen, wenn sie hier und da einen Fehler oder einen Mangel in den Angaben entdecken werden.

Man verzeihe mir, wenn ich an dieser Stelle darauf aufmerksam mache, daſs das Erscheinen der „Geschichte der arabischen Litteratur“ von C. Brockelmann (bis jetzt ist der 1. Bd., Weimar, 1897—98, erschienen) keineswegs etwa mein Buch entbehrlich macht; man vergleiche die Kapitel über Mathematik und Astronomie in jenem Werke mit meiner Arbeit und man

wird meine Bemerkung gerechtfertigt finden. Allerdings hat sich Brockelmann die Aufgabe gestellt, nur diejenigen Autoren aufzunehmen, von denen noch Werke in den Bibliotheken vorhanden sind, aber auch in dieser Beschränkung ist er, wie man leicht sehen wird, noch sehr lückenhaft. Für die Abfassung einer Litteraturgeschichte irgend eines Wissenszweiges ist meiner Ansicht nach eine gehörige Kenntnis dieser Wissenschaft und ihrer Geschichte ebenso notwendig, als die Kenntnis der betreffenden Sprache; wo ist aber der Gelehrte, der heutzutage alle Wissenschaften und ihre Geschichte, die humanistischen wie die realistischen, auch nur einigermaſsen zu beherrschen vermöchte?

Manchem Leser meines Buches mag es vielleicht scheinen, ich sei in der Aufnahme von Gelehrten mathematisch-astronomischer Richtung zu weit gegangen; allein ich dachte mir, eine angenäherte Vollständigkeit (denn ganz kann sie ja nicht sein) in dieser Richtung dürfte nichts schaden, und es könnte dabei auch für die arabische Litteratur- und Kulturgeschichte im allgemeinen hier und da vielleicht ein nützlicher Brocken abfallen. So richtet sich das Buch also nicht bloſs an solche, welche sich mit dem Studium der arabischen Mathematik, Astronomie und Astrologie befassen, sondern es mag auch denjenigen, die überhaupt auf irgend einem Gebiete der Geschichte des geistigen Lebens bei den Arabern arbeiten, bisweilen von Nutzen sein, wie ich selbst gerne anerkenne, aus dem Wüstenfeldschen Buche „die Geschichtschreiber der Araber und ihre Werke", das mir wesentlich als Vorbild gedient hat, manche Belehrung gezogen zu haben.

Was den Umfang meiner Arbeit anbetrifft, so beginne ich selbstverständlich mit dem ältesten in den Quellen genannten Gelehrten mathematisch-astronomischer Richtung, es ist dies Ibrâhîm el-Fazârî, und schlieſse mit einem Mathematiker aus dem Ende des 16. Jahrhunderts, mit Behâ ed-dîn el-ʿÂmilî, gest. 1622; was nach diesem auf dem Gebiete der Mathematik und Astronomie bei den Arabern geleistet worden ist, hält man allgemein nicht mehr der Beachtung wert. Im ganzen habe ich über 500 Gelehrte aufgenommen, bei der Mehrzahl derselben aber wird der Leser vergeblich nach genauern, ihm genügend Aufschluss gebenden Notizen über ihr Leben suchen, da die Artikel über Gelehrte mathematischer Richtung in den biographischen Werken der Araber meistens sehr knapp gehalten sind, indem die Verfasser solcher Werke mit wenigen Ausnahmen den mathematischen Wissenschaften ferner gestanden sind und sich deshalb für die Vertreter derselben weniger interessiert haben mögen. Was dann die Biographien derjenigen Gelehrten anbetrifft, für welche die Quellen reichlicheres Material geliefert haben, so sind dieselben zum gröſseren Teile nicht in dem vollen Umfange von mir gegeben worden, wie sie die Quellen enthalten,

nur das für uns Wesentliche und Wichtige ist aufgenommen, alles Nebensächliche weggelassen worden. Bei der Aufzählung der Schriften eines Gelehrten wurden nur die mathematischen, astronomisch-astrologischen und naturphilosophischen berücksichtigt; was die handschriftlichen und gedruckten lateinischen Übersetzungen arabischer Werke anbetrifft, so bitte ich meine Unvollständigkeit nach dieser Richtung entschuldigen zu wollen, das Material wäre durch Aufnahme aller dieser zu grofs geworden, ich verweise hierfür auf die bezüglichen Schriften von Wenrich, Wüstenfeld und Steinschneider.

Was die Wiedergabe der arabischen Büchertitel anbetrifft, so habe ich die Transskription derselben nicht konsequent durchgeführt, besonders von solchen Werken, die nicht mehr vorhanden sind, habe ich die Titel nur in deutscher Übersetzung gegeben: die Herren Orientalisten werden mich vielleicht darob tadeln, sie mögen aber nicht vergessen, dafs ich in erster Linie für Mathematiker und Historiker der Mathematik schreibe, denen die arabische Sprache fremd ist. Mit gröfserem Rechte mag man mich der Inkonsequenz in der Transskription der arabischen Eigennamen und Büchertitel zeihen; was die Konsonanten anbetrifft, so weiche ich allerdings von der in Deutschland jetzt üblichen Transskriptionsart nur darin ab, dafs ich خ durch das deutsche ch wiedergebe, dessen alemannische Aussprache derjenigen des arabischen Buchstabens am nächsten kommt; in Bezug auf die kurzen Vokale aber konnte ich mich nicht entschliefsen, wie es viele Orientalisten thun, nur a, u und i zu gebrauchen, die ersten beiden liefs ich auch, der neuarabischen Aussprache folgend, vor und nach gewissen Konsonanten in e und o übergehen; dem entsprechend kommt neben ai auch ei vor. Die der arabischen Sprache nicht kundigen Leser verweise ich, was Aussprache und Betonung anbetrifft, auf das, was ich im Vorwort meiner Übersetzung des Mathematiker-Verzeichnisses im Fihrist (Abhandlgn. zur Gesch. d. Mathem. Heft VI. Suppl. zum 37. Jahrg. der Zeitschrift f. Math. und Phys. p. 4 und 5) bemerkt habe, hier füge ich nur noch folgendes hinzu: man spreche ğ = dsch, š = sch, č (das nur einige Male in persischen Wörtern vorkommt) = tsch. Den Artikel schreibe ich stets „el“, auch vor n und r und vor d-, t- und s-Lauten, wo das l in der Aussprache dem folgenden Konsonanten zu assimilieren ist. Den oft wiederkehrenden Namen Muḥammed kürze ich zu „Muh.,“ ibn oder ben (= Sohn), wenn es zwischen zwei Namen steht, zu „b.“ ab.

Kilchberg bei Zürich, im Januar 1900.

Hch. Suter.

Verzeichnis der Quellen.

Abulfar. = Historia orientalis, auctore Gregorio Abul-Pharajio, arabice edita et latine verta ab Ed. Pocockio. Oxon. 1672. — Neuere Ausgabe von Ṣâliḥânî, Beirût 1890. Meine Zitate beziehen sich auf die ältere Ausgabe.

Abulfid. = Abulfedae annales muslemici, arab. et lat. opera et studiis J. J. Reiskii etc. edid. J. G. Chr. Adler. Tomi V, Hafniae 1789—94.

Abulmah. = Abûl-Maḥâsin Jûsuf b. Taġrî Bardî annales (*el-nuǧûm el-zâhire* = die glänzenden Sterne, über die Herrscher von Alt- und Neu-Kairo) edid. F. G. J. Juynboll. Leiden 1851—61.

B. = Bibliotheca arabico-hispana, Tom. I—VIII. Matriti 1883—92. Alle acht Bände sind biographische Lexica über westarabische Gelehrte. Bd. I und II enthalten: *el-ṣile* (das Geschenk) von Ibn Baškuwâl (Chalaf b. ʿAbdelmelik b. Mesʿûd b. Mûsâ el-Anṣârî aus Cordova, geb. 494 (1101), gest. 578 (1183) (nach andern 490—577). — Bd. III: *biǧjet el-multamis fî târîch riǧâl ahl el-andalus* (der Wunsch des nach der Geschichte der spanischen (gelehrten) Männer Verlangenden) von Aḥmed b. Jaḥjâ b. Aḥmed b. ʿOmaira el-Ḍabbî (Velez-Murcia, gest. nach 595 [1199]). — Bd. IV: *el-moʿǧam* (das alphabetische Verzeichnis) der Schüler des Abû ʿAlî el-Ṣadafî, eines berühmten Traditionisten und Rechtsgelehrten aus Saragossa (ca. 444—514, 1052—1120), verfaſst von Abû ʿAbdallâh Muh. b. ʿAbdallâh b. Abî Bekr el-Qoḍâʿî, bekannt unter dem Namen Ibn el-Abbâr (Valencia 595 (1198/99) — Tunis 658 (1259/60). — Bd. V und VI: *el-takmile li-kitâb el-ṣile* (die Ergänzung zum Buche *el-ṣile* des Ibn Baškuwâl) von dem eben genannten Ibn el-Abbâr. — Bd. VII und VIII: *kitâb târîch ʿulemâ el-andalus* (Geschichte oder Chronik der Gelehrten Spaniens) von Abû Welîd ʿAbdallâh b. Muh. b. Jûsuf, bekannt unter dem Namen Ibn el-Faraḍî (351 (962) — Cordova 404 (1012/13)).

C. = Casiri, Bibliotheca arabico-hispana escurialensis, T. I und II, Matriti 1760—70.

Fihr. = *Kitâb el-Fihrist* (Buch des Verzeichnisses), von Abû'l-Faraǧ Muh b. Isḥâq, bekannt unter dem Namen Ibn Abî Jaʿqûb el-Nadîm, herausgegeben von G. Flügel, J. Roediger und A. Müller, 2 Bde., Leipzig 1871—72. Hinter den Seitenzahlen des Fihr. folgen jeweilen diejenigen meiner Übersetzung des 2. Teils des 7. Abschnittes (s. oben), bezeichnet mit „Übers."

H. = v. Hammer-Purgstall, Litteraturgeschichte der Araber, 7 Bde., Wien 1850—56.

H. Ch. = Lexicon bibliograph. et encycl. a Haji Khalfa (Ḥâǧî Chalfa oder Chalîfa, gest. 1068 (1657/58)) compositum. Edid. et lat. vert. G. Flügel, Lips. 1835—58.

Ibn Abi U. = *ʿUjûn el-anbâ fî tabaqât el-atibbâ* (Quellen der Nachrichten über die Klassen der Ärzte) von Ibn Abî Usaibiʿa (gest. 668 (1269/70)), herausgegeben von A. Müller, 2 Bde., Kairo 1884.

Ibn Ch. = *Wafajât el-aʿjân* etc. (Tod der Vornehmen) von Ibn Challikân (gest. 681 (1282/83)), Ausgabe von Bulak, 2 Bde., 1299 (1882). — Übers. = Ibn Khallikan's biographical dictionary, transl. from the arabic by Mac Guckin de Slane, 4 vol., Paris-London 1843—71.

Ibn el-Q. = *Târîch el-hokamâ* (Chronik der Gelehrten) von Ibn el-Qiftî (gest. 646 (1248/49)), zitiert nach den Auszügen bei C. (Casiri) und A. Müller (2. Bd. des Fihrist: Anmerkungen) und nach dem Münchener Ms. 440.

Ibn Qutl. = Ibn Qutlûbugas Klassen der Hanefiten, von G. Flügel, in den Abhandlgn. d. D. M. G. für die Kunde des Morgenlandes, 2. Bd., Nr. 3.

Ibn Š. = Die Akademien der Araber und ihre Lehrer. Nach Auszügen aus Ibn Šohbas Klassen der Schafeïten bearbeitet von F. Wüstenfeld, Göttingen 1837.

Kut. = *Fawât el-wafajât* (Suppl. zu Ibn Challikâns *wafajât el-aʿjân*), von Muh. b. Šâkir b. Ahmed el-Kutubî (auch el-Kutbî), gest. 764 (1362/63), 2 Bde., Bulak 1283 (1866/67).

Maq. = *Nafh el-tîb min ġosn el-andalus el-ratîb* (der Duft des Besten (oder der Wohlgeruch) von dem zarten Zweige Andalusien) von Ahmed b. Muh. el-Maqqarî (Tlemsen, Algier, ca. 1000 — Kairo 1041 (1632)); 1. Ausgabe von Dozy, Dugat, Krehl und Wright, in 2 Bdn., Leiden 1855—61, unter dem Titel: Analectes sur l'histoire et la littérature des Arabes d'Espagne; 2. Ausgabe in 4 Bdn., Kairo 1884. Die erste Ausgabe wird mit Maq. L., die zweite mit Maq. K. zitiert. Aus diesem Werke wurden besonders das 5. und 7. Kapitel benützt; das erstere enthält die Biographien derjenigen spanischen Gelehrten, die nach dem Orient gereist sind, um dort ihre Studien zu vervollständigen, das letztere handelt über Sitten, Gebräuche, wissenschaftliche Thätigkeit und Litteratur der spanischen Araber.

S. = *Hosn el-mohâdara fî achbâr misr we'l-qâhira* (die Vortrefflichkeit der Unterhaltung über die Geschichten von Alt- und Neu-Kairo) von ʿAbderrahmân b. Abî Bekr b. Muh. el-Sujûtî (Siut 849 (1445) — Kairo 911 (1505)); 2 Bde., Kairo 1882.

Tašk. = *el-šaqâʾiq el-noʿmânîje* (die Anemonenblüten), über die Gelehrten des osmanischen Reiches, von Tâšköprizâdeh (gest. 968 (1560/61)), am Rande der Bulaker Ausgabe des Ibn Challikân v. J. 1882 gedruckt.

W. A. = F. Wüstenfeld, Geschichte der arabischen Ärzte und Naturforscher, Göttingen 1840.

W. G. = F. Wüstenfeld, die Geschichtschreiber der Araber und ihre Werke: 1. und 2. Abteilung in den Abhandlungen d. kgl. Gesellschaft d. Wissenschaften zu Göttingen, 28. Bd. 1881; 3. Abteilung ebenda 29. Bd. 1882; auch in einem Sep.-Abdr. erschienen, Göttingen, 1882. Von diesem Werke sind jeweilen nicht die Seitenzahlen, sondern die Artikelnummern zitiert.

Ferner wurden benützt: Ibn ʿAdârî, Histoire de l'Afrique et de l'Espagne, publ. par R. Dozy, Leiden 1848—51, 2 Vol. — R. Dozy, Recherches sur l'histoire et la littérature de l'Espagne pendant le moyen âge, 2. édit. 2 tomes, Leiden 1860. — R. Dozy, Geschichte der Mauren in Spanien bis zur Eroberung Andalusiens durch die Almorawiden, übersetzt von W. W. v. Baudissin, 2 Bde., Leipzig 1874. — Maçoudi (= Masʿûdî), les prairies d'or. Texte arabe et trad. par

C. Barbier de Meynard et Pavet de Courteille. T. 1—9. Paris 1861—77. — El-Bîrûnî, the chronology of ancient nations, transl. and edit. by E. Sachau, London 1879. — El-Ja'qûbî, *kitâb el-buldân* (das Buch der Städte oder Länder), edid. A. W. Th. Juynboll, Leiden 1861. — El-Anbârî ('Abderraḥmân b. Muh., gest. 577 (1181)): *nuzhet el-alibbâ* (das Vergnügen der mit Verstand oder Herz Begabten), über die Klassen der Philologen, Kairo 1294 (1877). — Aug. Müller, der Islam im Morgen- und Abendlande (4. Teil, II. Hauptabt. der Allgemeinen Geschichte in Einzeldarstellungen von W. Oncken), 2 Bde., Berlin 1885—87. — P. de Gayangos, the history of the Mohammedan dynasties of Spain, 2 Bde., London 1840. Dieses Werk ist eine freie Bearbeitung des Maqqarî'schen Buches (s. oben). — M. Amari, Bibliotheca arabo-sicula, Lips. 1857. — M. Amari, Storia dei musulmani di Sicilia, 3 Bde., Firenze 1854—72. — Ibn Chaldûn, Prolegomena zu seinem Geschichtswerke, 1. Ausg. von Quatremère im 16., 17. und 18. Bd., übersetzt von Mac Guckin de Slane im 19., 20. und 21. Bd. der Notices et extraits des manuscrits de la biblioth. impériale; 2. Ausgabe in Beirût in 1 Bd., 2. Aufl. 1886. — Jâqût, geographisches Wörterbuch, herausg. v. F. Wüstenfeld, 6 Bde., Leipzig 1866—73. — Edrîsî, Description de l'Afrique et de l'Espagne, texte arabe avec trad. par R. Dozy et M. J. de Goeje, Leiden 1866. — F. Wüstenfeld, die Übersetzungen arabischer Werke in das Lateinische seit dem XI. Jahrh., Göttingen 1877. u. a.

Die den jeweilen zitierten Manuskripten beigefügten Orte und Nummern beziehen sich auf folgende Kataloge:

Berlin: Ahlwardt, W., Verzeichnis der arabischen Handschriften der königl. Bibliothek zu Berlin, V. Bd. 1893. Wenn hinter „Berlin" ein P. steht, so bezieht sich dieses auf: Pertsch, W., Verzeichnis der persischen Handschriften der königl. Bibliothek zu Berlin, 1888.

Wien: Flügel, G., die arab., pers. und türkischen Handschriften der k. k. Hofbibliothek zu Wien, 3 Bde. 1865—67.

München: Aumer, J., die arabischen Handschriften der königl. Hof- und Staatsbibliothek in München, 1866. Steht hinter „München" ein P., so bezieht sich dieses auf: Aumer, J., die persischen Handschriften der königl. Hof- und Staatsbibliothek in München, 1866.

Gotha: Pertsch, W., die arabischen Handschriften der herzogl. Bibliothek zu Gotha, 4 Bde. 1877—83.

Leipzig: Catalogus libror. manuscr. qui in bibl. senat. civ. Lips. asserv., edid. A. G. R. Neumann, H. O. Fleischer et F. Delitzsch. Grimae 1838.

Leipzig (Ref.): Katalog der *Refâ'îje* (Abteilg. d. Universitätsbibliothek) von H. L. Fleischer, in der Z. D. M. G. 8. Bd. p. 573—84.

Strafsburg: Landauer, S., Katalog der hebr., arab., pers. und türkischen Handschriften der kaiserl. Univ.- und Landesbibliothek zu Strafsburg, 1881.

Paris: Catalogue des manuscr. arabes de la biblioth. nationale, par M. le baron de Slane, Paris 1883—95.

Leiden: Catalogus cod. orient. bibl. acad. Lugd.-Batav. auctore R. Dozy, P. de Jong et M. J. de Goeje, vol. I—VI., Leiden 1851—77.

Oxford: Catalogus cod. mss. orient. bibl. Bodleyanae a Joh. Uri conf. P. I. Oxon. 1787. — P. II. conf. A. Nicoll, absolvit et catal. Urian. aliquatenus emend. E. B. Pusey, Oxon. 1835.

Cambridge: Catalogue of the Oriental Mss. in the library of King's College, by Ed. H. Palmer, im Journal of the R. Asiat. Soc. of Gr. Britain and Ireland, New Ser. Vol. III. p. 105—31.

Brit. Mus.: Catalogus cod. mss. orient. qui in Museo Brit. asserv. P. II. cod. arab. amplect., London 1846—71. Steht hinter „Brit. Mus." ein P., so bezeichnet dieses: Rieu, Catalogue of the Persian mss. in the Brit. Museum, 3 Vol., London 1879—83.

Ind. Off.: Catalogue of the arabic mss. in the library of the India Office, by O. Loth., London 1877.

Escurial: Casiri, Bibliotheca arabico-hispana escurial. T. I und II. Matriti 1760—70. (Derenbourg, les manusc. arab. de l'Escurial, Vol. I. [einzig erschienen] Paris 1884, enthält die mathematischen und astronomischen Mss. leider nicht.)

Mailand: Catalogo dei cod. arabi, pers. e turchi, della bibl. Ambrosiana, von Hammer-Purgstall, in Bibliot. italiana T. XCIV, Milano 1839.

Florenz: Catalogus mss. orient. bibl. Medic.-Laurent. et Palat., recens. et digessit S. E. Assemanus, Flor. 1742.

Vatican: Catalogus cod. arab. pers. turc. biblioth. Vaticanae, in Scriptor. veter. nova collectio e vatic. cod. edita ab Angelo Maio, Tom. IV. Romae 1831.

St. Petersb.: Catalogue des mss. et xylographes orient. de la biblioth. imp. de St. Pétersbourg, 1852.

Algier: Catalogue générale des mss. des bibl. publ. de France. Départements. T. XVIII. Alger, édit. par E. Fagnan, 1893.

Kairo: Katalog der arab. Handschr. der vicekgl. Bibl. zu Kairo, von K. Vollers und andern. V. Bd. Kairo 1308 (1890) (arab.). Hier zitiere ich nicht die Nummer des Mss., sondern die Seitenzahl des Bandes, und nacher diejenige meiner Übersetzung eines Teils des math.-astron. Abschnittes des Katalogs (in Zeitschr. f. Math. und Phys., hist.-litter. Abtlg. Jahrg. 38, 1893).

Konstant.: Katalog der arab., pers. und türkischen Werke (gedr. Bücher und Mss.) der Bibliothek der Moschee Aja Sofia in Konstantinopel, 1304 (1887) (türk.).

DIE MATHEMATIKER UND ASTRONOMEN DER ARABER UND IHRE WERKE.

1. Ibrâhîm b. Ḥabîb b. Soleimân b. Samora b. Ǧundab, Abû Isḥâq el-Fazârî, war der erste Muslim, welcher Astrolabien verfertigte; er konstruierte nämlich ein *musaṭṭaḥ* (ebenes, planisphärisches) und ein *mubaṭṭaḥ* (?). Er schrieb: Eine *Qaṣîde* (Gedicht) über die Astrologie. Über das Meſsinstrument für den wahren Mittag (*zawâl*).[a]) Das Buch der Tafeln nach den Jahren der Araber. Über den Gebrauch der Armillarsphäre. Über den Gebrauch des planisphärischen Astrolabiums. Er starb c. 160 (777). (Fihr. 273, Übers. 27; Ibn el-Q., Münchener Ms. 440, fol. 24[a]; Flügel, grammat. Schulen der Araber, 207.)[1]

2. El-Nûbacht (oder Naubacht), der Perser, der Astrolog des Chalifen el-Manṣûr (136—158), ist der Stammvater einer Reihe von Gelehrten und Staatsmännern. Er leitete mit Mâšâllâh zusammen die Vermessungen bei der Grundlegung der Stadt Bagdad (145), deren Bau dann unter Leitung und Aufsicht von Châlid b. Barmek weitergeführt wurde. Er starb c. 160 (777).[b]) (Abulfar. 224, Übers. 145; Jaʿqûbî, 9.)

3. Ǧâbir b. Ḥaijân el Ṣûfî, Abû ʿAbdallâh, aus Kûfa gebürtig, oder dort lebend, der gröſste Alchymist der Araber, ein Schüler von Ǧaʿfar el-Ṣâdiq (gest. 148), oder nach Andern von Châlid b. Jezîd, was aber ziemlich unwahrscheinlich ist. Es ist dies der Geber[2] des Mittelalters; ich führe ihn hier nur an, weil er nach Muh. b. Saʿîd el-Saraqosṭî (s. Art. 234) der Verfasser eines Buches „über den Gebrauch des Astrolabiums“ sein soll, das er selbst in Kairo gesehen habe, und das c. 1000 Probleme (Fragen) enthielt, denen nichts zu jener Zeit gleichkam.[c]) Der Fihrist führt eine groſse Reihe von Werken von ihm an, von denen aber wohl viele ihm fälschlich zugeschrieben werden, so einen Kommentar zum Euklides, einen solchen zum Almagest etc. Was seine Lebenszeit anbetrifft, so führt H. Ch. (V. 34, 79 etc.) an, er sei 160 (777) gestorben, Brockelmann, Gesch. d. arab. Litteratur, I. 241, setzt seine Blütezeit in dieses Jahr; übrigens

[a]) d. h. der Zeitpunkt, wo die Sonne niederzusteigen beginnt, es könnte auch mit „Sonnenuntergang“ übersetzt werden.

[b]) H. Ch. V. 35 nennt ihn als Verfasser eines *kitâb el-aḥkâm* (Buch der astrologischen Urteile).

[c]) Vielleicht ist es das vom Fihr. angeführte „Buch der Fragen“.

ist zu dieser Frage zu bemerken, dafs der Fihrist selbst Quellen anführt, die ihn als eine sagenhafte Persönlichkeit bezeichnen, es heifst daselbst (p. 355): „Eine Anzahl von Männern der Wissenschaft behaupten, dafs Ǧâbir nirgends woher stammte, und in Wirklichkeit nicht existiert hat.“ Seine alchymistischen und magischen Schriften sind viel verbreitet und teilweise auch herausgegeben, ich trete hierauf nicht ein. (Fihr. 354; C. I. 424 n. Ibn el-Q.)

4. Ja'qûb b. Ṭâriq gehörte zu den berühmten Astronomen und Astrologen und wird von den bedeutendsten Vertretern dieser Wissenschaften zitiert. Wann er gelebt hat, ist nicht mit Sicherheit zu entscheiden, doch ist es nach Stellen, die Reinaud in seinem Mémoire sur l'Inde (Paris 1849, p. 312—14) aus dem *Târîch el-hind* des el-Bîrûnî (Paris, 2280, früher Suppl. arabe 934) veröffentlicht hat, sehr wahrscheinlich, dafs Ja'qûb b. Ṭâriq um das Jahr 150 an den Hof des Chalifen el-Manṣûr mit dem indischen Gelehrten Kankah (od. Mankah?), der den *Siddhânta* mitgebracht hat, gekommen ist. Seine Abhandlung über die Sphäre soll er im J. 161 geschrieben haben, er mag also so gegen 180 (796) gestorben sein. Wahrscheinlich war er ein Perser.[a]) Er schrieb: Über die Teilung des Kardaǧa.[b]) Über das, was sich vom halben Tagebogen in die Höhe erhebt. Das Buch der Tafeln, dem Sindhind (*Siddhânta*) entnommen, von Grad zu Grad, in zwei Teilen: der erste handelt über die Wissenschaft der Sphärik[c]), der andere über die Wissenschaft der Zeitperioden (Chronologie). (Fihr. 278, Übers. 33; C. I. 425 u. 26 n. Ibn al. Q.; Reinaud, l. c. nach el-Bîrûnî.)

5. Abû Jaḥjâ el-Baṭrîq lebte zur Zeit el-Manṣûrs, der ihn mit der Übersetzung einer Reihe von älteren Werken beauftragte. Seine Übersetzungen sollen gut sein, aber doch nicht an diejenigen Ḥoneins hinanreichen; er übersetzte besonders Werke von Hippokrates und Galenus, auch für 'Omar b. el-Farruchân (s. d. Art.) das Quadripartitum des Ptolemäus ins Arabische. Er wird so zwischen 180—190 gestorben sein. (Fihr. 273, Übers. 27; Ibn Abi U. I. 205.)

6. Muh. b. Ibrâhîm b. Ḥabîb, Abû 'Abdallâh el-Fazârî, der Sohn von Nr. 1, ein bedeutender, vielseitiger Gelehrter, besonders in der Astronomie hervorragend. Er wurde von el-Manṣûr beauftragt, die Über-

---

[a]) C. I. 425 macht ihn zu einem Spanier, was er auch mit andern Persönlichkeiten, so z. B. mit 'Alî b. 'Îsa el-Asṭorlâbî versucht hat.

[b]) Es ist dies Wort wahrscheinlich korrumpiert aus dem indischen kramaǧja = gerader Sinus, d. h. der Sinus (od. der Bogen) von 225'. Vergl. auch Fihr. Übers. 66.

[c]) Dies ist jedenfalls das von el-Bîrûnî genannte Buch über die Sphäre, das bei C. als ein eigenes Werk hingestellt wird, wie auch dasjenige über die Chronologie.

setzung des von dem indischen Gelehrten Kankah (?) gebrachten astronomischen Werkes *„Siddhânta“* zu besorgen. Auf diese Übersetzung gründete dann Muh. b. Mûsâ el-Chowârezmî seine astronomischen Tafeln.[a]) Der Fihr. reiht ihn unter die Grammatiker ein und führt an, dafs er eine sehr korrekte Schrift besessen habe. El-Ṣafadî (n. Flügel) und H. Ch. IV. 549 schreiben ihm die *Qaṣîde* über die Astrologie zu, die der Fihr. (p. 273) dem Vater zuteilt. Flügel irrt sich jedenfalls, wenn er seinen Tod in die erste Hälfte des 3. Jahrh. d. H. setzt, ich möchte ihn etwa in die Jahre 180—190 (796—806) legen.[b]) (Fihr. 79; C. I. 428—29 n. Ibn el-Q.; Flügel, gramm. Schulen d. Araber, 207; Reinaud, Mém. sur l'Inde, 313.)

7. El-Faḍl b. Nûbacht, Abû Sahl, der Sohn von Nr. 2, ebenfalls Astrolog und zwar hauptsächlich im Dienste des Chalifen Hârûn el-Rašîd, von dem er auch zum Oberaufseher der Bibliothek ernannt wurde. Er gehörte auch zu den Übersetzern aus dem Persischen ins Arabische. Er schrieb: Das Buch *el-nahmaṭân* (?)[c]), über die Geburten. Über den astrologischen Fâl. Das Buch über die Geburten: einzig in seiner Art (oder auch „selten“). Über den Umlauf der Geburtsjahre. Das Buch der Einleitung. Über die Vergleichung und die Allegorie (?). Das Buch der Zitate aus den Sentenzen der Astrologen über die Prophezeiungen, Fragen, Geburten und and. Er wird ums Jahr 200 (815) gestorben sein. (Fihr. 274, Übers. 28; Abulfar. 224, Übers. 145; C. I. 421 n. Ibn el-Q.)

8. Mâ-šâ'-allâh (d. h. „was Gott will“), zusammengezogen Mâšâllâh[d]) b. Aṯarî,[e]) ein Jude, dessen eigentlicher Name Manasse[f]) war, lebte unter el-Manṣûr bis auf die Tage el-Mâmûns. Er war einer der ersten Astrologen seiner Zeit und überhaupt der Araber, und wurde auch bei der Gründung von Bagdad (145) von el-Manṣûr mit el-Nûbacht (s. Art. 2) zusammen zum Leiter der Vermessungen und der Fundamentierungen ernannt. Er wird gegen das Jahr 200 (815) gestorben sein. Es werden ihm folgende Werke zugeschrieben: Das grofse Buch über die Geburten in 14 Abschnitten. Das

---

[a]) Und wohl auch Ja'qûb b. Ṭâriq die seinigen und ebenso Aḥmed b. 'Abdallâh, genannt Ḥabaš, seine ersten Tafeln.

[b]) Es ist nicht zu verkennen, dafs hier Verwechslungen zwischen Vater und Sohn stattgefunden haben können, und dafs vielleicht dem Vater Ibrâhîm die Besorgung der Übersetzung des indischen Werkes übertragen wurde, zumal dasselbe nach el-Bîrûnî schon 154 übersetzt worden sein soll; aber el-Bîrûnî und Ibn el-Q. haben ausdrücklich „Muh. el-Fazârî“.

[c]) Sollte wohl heifsen *„nimûdâr“*, das pers. Wort für Horoskop.

[d]) Dies ist der Messalah od. Messahala od. Messahalach etc. des Mittelalters.

[e]) Ja'qûbî hat „Sârîje“, das Berliner Ms. Lbg. 68, welches die Astrologie seines Schülers Abû 'Alî el-Chaijâṭ enthält, hat „Marzûq el-Baṣrî“.

[f]) Von den Arabern gewöhnlich durch „Mîšâ“ wiedergegeben.

Buch der 21 (Abschnitte?) über die Konjunktionen, Religionen und Sekten.[a]) Über die Projektion der Strahlen (ein astrol. Begriff, vergl. meine Übers. aus dem Fihr. p. 46, Anmerkg. 14). Das Buch der Bedeutungen (die significationes der Astrologie). Über die Konstruktion und den Gebrauch der Astrolabien. Über die Armillarsphären. Über Regen und Winde. Über die beiden Lose (das günstige und ungünstige). Das Buch, bekannt unter dem Namen „das siebenundzwanzigste“.[b]) Über die Buchstaben (d. h. ihre magischen Eigenschaften). Über die Herrschaft. Über die Reisen.[c]) Über die Preise. Über die Geburten. Über den Umlauf der Geburtsjahre. Über die Dynastien und die Völker (oder Religionen). Über das Urteilen nach den Konjunktionen und Oppositionen. Über die Kranken (?). Über die Sternbilder und das Urteilen nach ihnen.[d]) (Fihr. 273, Übers. 27; C. I. 434—35 n. Ibn el-Q.; Abulfar. 248, Übers. 161; el-Jaʿqûbî, 9.)

Von diesen Schriften ist arabisch einzig noch vorhanden, soviel uns bekannt: Auszüge aus dem Buche der Preise (asʿâr), in Oxford (II. 285,6⁰); davon existiert ebenfalls in Oxford (Catal. v. Coxe, II. Aul. Mar. Magd. Nr. 2,11⁰) eine latein. Übersetzung: *Messahalae libellus de mercibus.* — Einige seiner Werke wurden von Joh. Hispalensis (de Luna, oder auch Hispanus) ins Lateinische übersetzt, so „über die Konjunktionen“, „über die Bedeutungen“, „über die Konstruktion und den Gebrauch der Astrolabien“ (Paris, Cod. 7298, 8⁰); letzteres wurde gedruckt zu Basel 1583 (de compos. astrolab. Messahalath et tractat. utilit. astrolab. in Margar. philos. a F. Greg. Reisch dialogismis primum tradita, deinde ab Oront. Finaeo locupl.). In Bern (Cat. cod. Bern. edid. Hagen, Nr. 483, 5⁰) ist vorhanden: Epistula Messehalahu in pluviis et ventis, a magistro Drogone (?) transl. de arab. in latin. — Von oben nicht angeführten Titeln findet man noch folgende in Übersetzungen: Epistola de rebus eclipsis lunae et solis; de receptione planetarum sive de interrogationibus; de revolutione annorum mundi; alle diese wurden im Druck herausgegeben, z. B. in Venedig, 1493. In einigen lat. Mss. sind mehrere seiner Werke vereinigt und unter einen Titel gebracht, hiebei sind sehr wahrscheinlich auch Verwechslungen vorgekommen, indem Schriften anderer Astrologen, wie z. B. des Abû Maʿšar und Sahl b. Bišr, dem Mâšâllâh zugeschrieben wurden und umgekehrt. Da es sich nur um rein astrologische Schriften handelt, trete ich auf weitere Untersuchungen hierüber nicht ein.

---

[a]) Bei C. ist „über die Religionen und Sekten“ ein eigenes Werk.

[b]) Ist vielleicht das 1504 und 1549 gedruckte Buch: de scientia motus orbis, welches in der zweiten Ausgabe 27 Kapitel enthält (s. Bibl. math. 5 (1891) p. 66 u. 72).

[c]) d. h. wahrscheinlich: über die astrologische Auswahl der Reisetage.

[d]) Die letzten 10 Werke stehen nicht bei C.

9. ʿAlî b. el-Aʿrâbî, Abû'l-Ḥasan, el-Šeibânî[3], aus Kûfa gebürtig, war ein trefflicher Mann und hervorragend in der Astrologie. Er schrieb: Das Buch der Fragen und der Tagewählerei. (Fihr. 278, Übers. 34.)

10. ʿAbdallâh b. ʿObeid el-Asnî war der Astrolog Hârûn el-Rašîds und schrieb für diesen das astrologische Werk: *Fâl*[a]) *Hârûn el-Rašîd,* im Brit. Mus. (1004), in Konstantinopel (2685).[b]) Starb ca. 200 (815/16).

11. El-Faḍl b. Sahl el-Sarachsî,[c]) Abû'l-ʿAbbâs, war einflufsreicher Wezir des Chalifen el-Mâmûn und einer der ersten Astrologen seiner Zeit, dessen Prophezeiungen aufserordentlichen Erfolg hatten. Er wurde im Monat Šaʿbân 202 (818) zu Sarachs im Bade ermordet, nach den Einen im Alter von 48, nach den Andern von 60 Jahren. (Ibn Ch. I. 413, Übers. II. 472.)

12. Jaḥjâ b. Zijâd b. ʿAbdallâh, Abû Zakarîjâ, bekannt unter dem Namen el-Farrâ, geb. in Kûfa, ein Freigelassener der Benî Minqar, war einer der gelehrtesten Grammatiker der Schule von Kûfa, Lehrer der Söhne el-Mâmûns in Grammatik und Syntax. Ich erwähne ihn hier nur, weil alle Quellen ihm grofse Kenntnisse in der Astronomie zuschreiben. Er starb i. J. 207 (822/23) auf der Reise nach Mekka. (Fihr. 66; Ibn Ch. II. 228, Übers. IV. 63; Abulfid. II. 142; Flügel, gramm. Schulen d. Araber, 129.)

13. ʿOmar b. el-Farruchân,[d]) Abû Ḥafṣ, el-Ṭabarî, war einer der bedeutendsten Übersetzer aus dem Persischen ins Arabische und einer der ersten Kenner der Astronomie und Astrologie. Er war eng befreundet mit Jaḥjâ b. Châlid, dem Barmekiden, ebenso mit dem Wezir el-Mâmûns, Faḍl b. Sahl (s. Art. 11). Er wird auch unter den Baumeistern und Ingenieuren Bagdads mit el-Fazârî zusammen genannt von el-Jaʿqûbî (p. 13). Er verfafste aufser den Übersetzungen aus dem Persischen eine Reihe von Schriften, darunter solche im Auftrage und zum Gebrauche el-Mâmûns. Der Fihr. und Ibn el-Q. erwähnen nur folgende Werke, von denen keines mehr vorhanden zu sein scheint: Das Buch der Vorzüge (schönen Eigenschaften). Über die Übereinstimmung und die Uneinigkeit der Philosophen in Bezug auf die Bahnen der Planeten. Er ist auch der Kommentator des Quadripartitum des Ptolemäus, welches für ihn Abû Jaḥjâ el Baṭrîq (s. Art. 5) aus dem Griechischen übersetzt hatte; ebenso kommentierte er den Pentateuch (ein astrol. Werk) des Dorotheus Sidonius. Er starb um das Jahr 200.

---

[a]) Dieses Wort bedeutet allgemein „Weissagung", „Prophezeiung".

[b]) Hier heifst er „el-Ansi" statt „el-Asnî".

[c]) Sarachs ist eine Stadt in Chorâsân, an der heutigen persischen Grenze gegen Merw hin gelegen.

[d]) Der Fihr. hat im Titel „ʿOmar b. el-Farruchân", im Artikel selbst „Abû Hafṣ ʿOmar b. Ḥafṣ".

(Fihr. 268 und 273, Übers. 21 und 27 und Anmerkg. 85; C. I. 362 n. Ibn el-Q.)

Von ihm oder wenigstens als ihm zugeschrieben existieren noch: Das Buch der (astrol.) Fragen: in Paris (2600, 1⁰), wo der Verfasser ʿOmar b. Farǧân el-Ṭîrân heifst, in Berlin (5878 u. 79), in Kairo (316, Übers. 171), dasselbe umfafst 138 oder 137 (Paris) Kapitel; im Escurial (917) befindet sich: Prinzipien der Astrologie (*Kitâb el-uṣûl bi'l-nuǧûm*), welches Werk mir nach der Beschreibung Casiris identisch mit dem vorigen zu sein scheint, obgleich es 150 Kapitel enthalten soll. Übrigens gehört sehr wahrscheinlich dieses Buch der Fragen dem Sohne unsers Autors, Muh. b. ʿOmar b. el-Farruchân, an (s. d. Art.), welchem der Fihr. ausdrücklich ein solches Werk zuschreibt.[4]

14. Jaḥjâ b. Abî Manṣûr, Abû ʿAlî, war der Astrolog el-Mâmûns, nachdem er vorher im Dienste seines Wezirs el-Faḍl b. Sahl (s. Art. 11), der ebenfalls Astrolog war, gestanden hatte, und sein Schüler in dieser Kunst gewesen war. Er war der Abstammung nach ein Perser und trat erst zum Islam über, als er im Dienste el-Mâmûns stand. Er nahm auch teil an den astronomischen Beobachtungen in Bagdad (i. J. 214) beim Thor Šamâsîje. Er starb, als er el-Mâmûn auf einer Expedition nach Tarsus begleitete, i. d. J. 215—217 (830—32), und wurde in Ḥaleb begraben. Ibn Ch. berichtet, dafs zu seiner Zeit noch sein Grabmal mit seinem Namen daselbst zu sehen war. — Er schrieb: Das Buch der (durch die Beobachtung) erprobten Tafeln, in zwei Ausgaben. Über die Bestimmung der Höhe des Sechstels einer Stunde für die Breite von Bagdad. Ein Buch, welches seine Beobachtungen und Berichte über eine Menge anderer Beobachtungen enthält. (Fihr. 143 und 275, Übers. 29; Ibn Ch. II. 194, Übers. III. 605; Abulfar. 248, Übers. 161; C. I. 425 n. Ibn el-Q.; Ibn Jûnis, i. d. Notices et extraits, VII. 56.)

Von diesen Schriften sind nach C. I. 364 die Tafeln noch vorhanden im Escurial (922), doch könnte es möglich sein, dafs dieselben, da sie „die Mâmûnischen" betitelt sind, von Ḥabaš el-Merwazî (vergl. Art. 22) herrühren würden. Was übrigens diese Tafeln anbetrifft, die den einzelnen Beobachtern el-Mâmûns unter verschiedenen Titeln zugeschrieben werden, wie „die erprobten", „die damascenischen", „die mâmûnischen", so ist es wahrscheinlich, dafs dieselben von allen oder mehreren zusammen gemeinsam ausgeführt worden und sogar identisch sind, wenigstens läfst sich dies mit gröfster Wahrscheinlichkeit von den „erprobten" und den „mâmûnischen" sagen und zwar aus folgenden Gründen: Dem Ḥabaš el-Merwazî schreibt der Fihr. „damascenische" und „mâmûnische" Tafeln zu, Ibn. el-Q. und Abulfar. erstens „Tafeln nach Art des Sindhind", zweitens „erprobte" und drittens „die kleinen

Tafeln“, betitelt „el-šâhî“; el-Bîrûnî (the chronology of ancient nations, p. 180) spricht nur von einem Canon probatus (= erprobte Tafel) des Ḥabaš, und Ibn Jûnis (Ḥakem. Tafeln, Not. et extr. VII p. 56 ff.) spricht stets von den Verfassern der „erprobten“ Tafeln (d. h. den Astronomen el-Mâmûns). Es ist also nach meiner Ansicht sehr wahrscheinlich, daſs in dem Ms. 922 des Escurial diese „erprobten“ Tafeln der Beobachter el-Mâmûns noch erhalten sind.

15. El-Ḥasan b. Muh.[a]) el-Ṭûsî el-Temîmî, bekannt unter dem Namen el-Abaḥḥ, lebte unter Hârûn el-Rašîd und el-Mâmûn und war ein bedeutender Astrolog, Zeitgenosse von ʿOmar b. el-Farruchân el-Ṭabarî (s. Art. 13). Ibn Abî U. erzählt von zwei medizinisch-astrologischen Konsultationen dieser beiden Gelehrten bei einer der Frauen Hârûns und bei der Mutter des Barmekiden Ǧaʿfar b. Jaḥjâ. Er schrieb: Über die Tagewählerei, für el-Mâmûn. Über den Regen. Über die Geburten. (Fihr. 275, Übers. 30; Ibn Abi U. I. 120 und 131.)

16. El-Ḥaǧǧâǧ b. Jûsuf b. Maṭar, ein Übersetzer zur Zeit Hârûn el-Rašîds und el-Mâmûns, also ca. 170—220 (786—835); über sein Leben habe ich nur noch die Angabe Jaʿqûbîs (p. 13) zu zitieren, daſs er bei dem Bau von Bagdad beteiligt gewesen sei; dies wird sich aber kaum auf die Grundsteinlegung beziehen, die 145 stattgefunden hat. Er übersetzte die Elemente des Euklides zweimal ins Arabische, zuerst für Hârûn und nachher für el-Mâmûn; diese Übersetzung, allerdings nur die sechs ersten Bücher, befindet sich in Leiden (965).[b]) Ferner übersetzte er den Almagest des Ptolemäus, ebenfalls in Leiden vorhanden (1044)[5], und das Buch über den Spiegel von Aristoteles (?).[c]) Ibn Abî U. berichtet, daſs Ṯâbit b. Qorra seine Übersetzung des Euklides verbessert habe, was wohl eine Verwechslung mit derjenigen des Isḥâq b. Ḥonein ist. (Fihr. 252, 265, 268, Übers. 9, 16, 20; Ibn Abi U. I. 204.)

17. Jaḥjâ b. Ǧâlib,[d]) Abû ʿAlî el-Chaijâṭ (der Schneider), ein Schüler von Mâšâllâh, gehörte zu den vorzüglichsten Astrologen. Er schrieb: Das Buch der Einleitung (in die Astrologie). Das Buch der Fragen, in Berlin (5876). Über die Bedeutungen (significationes). Über die Zeitperioden (?). Über die Geburten, in Oxford (I. 371, 3⁰) und Kairo (314). Über

---

a) Der Fihr. hat „b. Ibrâhîm“.

b) Wird jetzt von Besthorn und Heiberg arabisch mit latein. Übersetzung herausgegeben in Kopenhagen; erschienen sind bis jetzt Fasc. I—III.

c) Es ist noch nicht festgestellt, was dies für eine Schrift und von wem sie verfaſst sei; vielleicht ist sie identisch mit der dem Euklides zugeschriebenen Katoptrik.

d) Der Fihr. bemerkt, er werde auch genannt Ismâʿîl b. Muh.

den Umlauf der Geburtsjahre. Das Buch der Blumenlese (wörtlich „des Zerstreuten"), für Jaḥjâ b. Châlid verfaſst. Das Buch der goldenen Rute. Über den Umlauf der Jahre der Welt. Das Buch der Anekdoten (treffenden oder auch vieldeutigen Antworten). Er wird ca. 220 (835) gestorben sein. (Fihr. 276, Übers. 31.)

In Kairo (291, Übers. 170) befindet sich noch: *Fawâ'id falakîje* (astrologische Nützlichkeiten) aus einer Abhandlung des Abû ʿAlî el-Chaijâṭ entnommen; aus welcher, ist nicht zu entscheiden. — Das Buch über die Geburten wurde ins Lateinische übersetzt von Plato von Tivoli (1136) und etwas später (1153) von Joh. Hispalensis.[a]) Mss. dieser Übersetzungen befinden sich in Oxford, Florenz, Wien, Paris und Erfurt (amplon. Sammlung).[b]) Die Übersetzung des Joh. Hispalensis (nicht, wie Wüstenfeld angiebt, des Plato von Tivoli) wurde im Druck herausgegeben von Schoner in Nürnberg 1546 und 1549, unter dem Titel: Albohali Arabis astrologi antiquissimi ac clarissimi de iudicijs nativitatum liber unus, antehac non editus etc.

18. Aḥmed b. Muh. el-Nehâwendî, der Rechner, schrieb: Das Buch an Muh. b. Mûsâ (vergl. folg. Art.) über den Vorteil oder das Erreichen (arab. *neil*)? Eine Einleitung in die Astrologie.[c]) Über die Vermehrung und die Verminderung. Astronomische Tafeln, genannt „die umfassenden" (*muštamil*). Seine Beobachtungen machte er in Ǧundîsâbûr zur Zeit Jaḥjâ b. Châlid b. Barmeks (gest. 187). Er wird ca. 220—230 (835—845) gestorben sein. (Fihr. 282, Übers. 38; Ibn Jûnis in d. Not. et ext. VII. 156.)

19. Muh. b. Mûsâ el-Chowârezmî (oder Chwârezmî), Abû ʿAbdallâh, gebürtig aus Chowârezm,[d]) arbeitete auf der Chalifenbibliothek unter el-Mâmûn und gehörte zu den Astronomen, die in el-Mâmûns Diensten standen. Vor und nach der Zeit, da die Beobachtungen unter el-Mâmûn gemacht wurden, pflegten die Leute sich auf seine zwei Tafeln zu verlassen, die unter dem Namen Sindhind[e]) bekannt sind. Er verfaſste: Das Buch der astronomischen Tafeln, in zwei Ausgaben. Über die indische Rechnungsweise. Über die Vermehrung und die Verminderung. Das Buch der Algebra.[f]) Über die Sonnenuhr. Über den Gebrauch des Astrolabiums. Über

---

[a]) Vergl. Wüstenfeld, die Übersetzungen arabischer Werke in das Lat. etc. p. 41 und 42, und Steinschneider, Biblioth. math. 4 (1890), p. 69 und 70.

[b]) Vergl. Wüstenfeld (l. c.) und Steinschneider (l. c.).

[c]) H. Ch. V 473 hat: Einleitung in die Astronomie (hei'a).

[d]) Die Gegend des heutigen Chiwa und dieses selbst.

[e]) Ist das indische Siddhânta = das letzte Ziel, das vollendete System.

[f]) Vergl. über die drei letzten Werke, die der Fihr. dem Sind b. ʿAlî zuschreibt, was ich in meiner Übers. aus dem Fihr. p. 62, Anm. 166 gesagt habe.

die Konstruktion des Astrolabiums. Das Buch der Chronik.[a]) Sein Todesjahr wird ebenfalls zwischen 220 und 230 fallen. (Fihr. 274, Übers. 29; Abulfar. 248, Übers. 161; Masʿûdî, I. 11.)[5a]

Von diesen Werken ist nur noch arabisch vorhanden die Algebra (eigentl. „Abriſs oder Kompendium der Algebra") in Oxford (I. 918, 1⁰), herausgeg. von Fr. Rosen: The Algebra of Moh. b. Musa, London 1831. Das Kap. über die Ausmessung wurde auch in französ. Übers. veröffentlicht von Arist. Marre: Le messâhat de Moh. b. Mousa el Khârezmi etc. in den Nouvelles Annales de Math. T. V. 1846 und in etwas veränderter Form zum zweiten mal in Rom 1866. In lateinischer Übersetzung ist vorhanden: 1. Über die indische Rechnungsweise: Algoritmi de numero Indorum (Cambridge, Cod. I. i. 6. 5), übersetzt von Gerard von Cremona oder Athelard von Bath, herausgeg. von Bald. Boncompagni (Trattati d'aritmetica, pubbl. da B. B., Roma 1857, Nr. 1). 2. Die Algebra (Paris, 7377 A. 2⁰ und 9335), übersetzt von Gerard von Cremona, veröffentlicht von G. Libri, histoire des sciences math. etc. T. I. p. 253 ff. Eine von dieser etwas verschiedene Übersetzung durch Robertus Retinensis befindet sich in Wien (Cod. Palat. Vindob. 4470) und vielleicht auch in Dresden (C. 80) (vergl. Bibl. math. 1899, p. 90). 3. Vielleicht sind auch die von Athelard von Bath übersetzten astronomischen Tafeln (*Zîǧ Ǧaʿfar*) in Oxford (Catal. Mss. Angl. T. I. P. I. Nr. 4137) und Paris (Bibl. Mazar. Nr. 1256) diejenigen des Muh. b. Mûsâ, vielleicht aber auch von Abû Maʿšar Ǧaʿfar b. Muh. el-Balchî.[b])

20. Châlid b. ʿAbdelmelik el-Merwarrûḏî,[c]) einer der astronomischen Beobachter unter el-Mâmûn, wird unter denjenigen Astronomen genannt, die bei der Sonnenbeobachtung[d]) in Damaskus im J. 217 (832) mitgewirkt haben; als die übrigen werden genannt: Sind b. ʿAlî, ʿAlî b. ʿÎsâ und andere. Wahrscheinlich war er auch schon bei der im J. 214 (829) in Bagdad gemachten Beobachtung[e]) anwesend, als deren Teilnehmer genannt werden: Jaḥjâ b. Abî Manṣûr, el-ʿAbbâs b. Saʿîd el-Ǧauharî, Sind b. ʿAlî

---

[a]) Daſs wirklich dieses Werk von Muh. b. Mûsâ ist, bezeugt uns el-Masʿûdî in seinen „goldenen Wiesen", wo er Bd. 1, p. 11 die Historiker und Chronisten anführt, die er benutzt habe, und unter diesen befindet sich auch Muh. b. Mûsâ el-Chowârezmî.

[b]) Vergl. Wüstenfeld, die Übers. arab. Werke in das Latein. etc. Göttingen, 1877, p. 21 f.

[c]) d. h. von Merw al-Rûḏ, einer Stadt in Chorâsân, zu unterscheiden von Merw al-Šâhǧân, ebenfalls in Chorâsân, dem heutigen Merw, wovon das Relat. „el-Merwazî" lautet.

[d]) Bestimmung der Schiefe der Ekliptik, des Apogeums etc., vergl. hierfür Ibn Jûnis in den Not. et extr. VII. p. 56.

[e]) Vergl. Ibn Jûnis, ibid.

und andere. Über sein Leben ist sonst weiter nichts bekannt. (C. I. 435 n. Ibn el-Q.; Masʿûdî I. 182; Notices et extr. VII. 56; el-Bîrûnî, Chronol. of anc. nations, 147; H. Ch. III. 466.)

21. El-ʿAbbâs b. Saʿîd el-Ǧauharî, gehörte zu den astronomischen Beobachtern unter el-Mâmûn, doch widmete er sich hauptsächlich der Geometrie. Er war bei den Beobachtungen anwesend, die 214 in Bagdad und 217 in Damaskus gemacht wurden (vergl. Art. 14 und 20), und auf Grund deren die „erprobten" oder „Mâmûnischen" Tafeln zusammengestellt worden sind.[a]) Er schrieb: Einen Kommentar zu den Elementen des Euklides. Das Buch der Sätze, die er zum ersten Buch des Euklides hinzugefügt hat. (Fihr. 272, Übers. 25; C. I. 403 n. Ibn el-Q.; Not. et extr. VII. 56 und 166.)

22. Aḥmed b. ʿAbdallâh, bekannter unter dem Namen Ḥabaš el-ḥâsib (der Rechner), el-Merwazî, d. h. gebürtig aus Merw, wohnte in Bagdad und war Astronom zur Zeit el-Mâmûns und el-Moʿtaṣims. Er war berühmt in der Berechnung des Laufes der Gestirne; man hat von ihm drei verschiedene astronomische Tafeln: die ersten waren verfaſst nach Art des Sindhind, er wich aber, sowohl was die Gesamtheit der Ausführung als auch die Berücksichtigung der Theon'schen Theorie von der Trepidation der Fixsterne anbetrifft, von el-Fazârî und el-Chowârezmî ab, und verbesserte so ihre Angaben über die Längen der Gestirne; er schrieb diese Tafeln im Anfang seiner Wirksamkeit, als er noch ganz auf dem Boden des Sindhind stand. Die zweiten Tafeln heissen die „erprobten", sie sind das berühmteste Werk, das er verfaſst hat, und auf sorgfältige eigene Beobachtungen gegründet. Die dritten Tafeln sind die kleineren, bekannt unter dem Namen Tafeln des Šâh. So berichtet Ibn el-Qifṭî und nach ihm Abûlfaraǧ; merkwürdigerweise nennt Ibn el-Q., nachdem er von diesen drei Tafeln gesprochen hat, unter den nach dem Fihrist aufgezählten Werken el-Merwazîs nur zwei Tafeln und zwar unter andern Titeln, nämlich die damascenischen und die mâmûnischen; Reinaud (Mém. sur l'Inde p. 319) nennt die Tafeln des Šâh die persischen und Ibn Jûnis (Not. et extr. VII. p. 58, 160 etc.) spricht von arabischen Tafeln[b]) des Aḥmed b. ʿAbdallâh. In Berlin (5750) sind astronomische Tafeln von el-Ḥabaš vorhanden, in 168 Blättern; welche es seien, können wir nicht entscheiden, eine Vergleichung dieses Ms. mit dem Ms. 922 des Escurial (vergl. Art. 14) wäre für die Klärung dieser Tafel-

[a]) Die Tafeln, die ihm speziell von Ibn el-Q. und H. Ch. III. 466 zugeschrieben werden, sind jedenfalls die von allen Astronomen el-Mâmûns gemeinsam verfaſsten, sog. „erprobten" (vergl. Art. 14).

[b]) Es ergiebt sich hieraus mit groſser Wahrscheinlichkeit, daſs die „erprobten", die „mâmûnischen" und die „arabischen" Tafeln eine und dieselben sind und gemeinsam von den Astronomen el-Mâmûns ausgearbeitet wurden.

frage von grofsem Interesse.[5b] — Es werden ihm noch folgende Werke zugeschrieben: Über die Entfernungen und die Körper (Himmelskörper?). Über die Konstruktion des Astrolabiums. Über die Sonnenuhren und die Gnomone. Über die drei sich berührenden Kreise und die Art und Weise der Verbindungen (unter ihnen). Über die Konstruktion der horizontalen, senkrechten, geneigten und schiefen (gedrehten) Flächen.[a]) Nach dem Fihrist soll el-Merwazî über 100 Jahre alt geworden sein, sein Tod mag also etwa in die Jahre 250—260 (864—874) zu setzen sein; seine Beobachtungen machte er in den Jahren 210—220 (825—835).[b]) (Fihr. 275, Übers. 29; Abulfar. 247, Übers. 161; Ibn el-Q. n. Wiener Ms. 1121; Not. et extr. VII. 58, 160 etc.; el-Bîrûnî 178, 180.)

23. ʿAlî b. ʿÎsâ el-Aṣṭorlâbî, ein astronomischer Beobachter und berühmter Verfertiger astronomischer Instrumente, woher er auch den Namen el-Aṣṭorlâbî erhielt. In dieser Kunst war er nach dem Fihrist Schüler von Ibn Chalaf el-Merwarrûḏî. Er nahm teil an den Beobachtungen zu Bagdad und Damaskus in den J. 214 und 217 mit Jaḥjâ b. Abî Manṣûr, Sind b. ʿAlî, el-ʿAbbâs el-Ǧauharî, Châlid b. ʿAbdelmelik etc. zusammen. Auch soll er bei der Gradmessung beteiligt gewesen sein, die auf Befehl Mâmûns in der Ebene Singâr zwischen Euphrat und Tigris ausgeführt worden sein soll.[6] ʿAlî b. ʿÎsâ schrieb eine Abhandlung über das Astrolabium, die noch arabisch vorhanden ist in Oxford (I. 967, 11⁰), in Leiden (1159) und wahrscheinlich auch im Escurial (972, 3⁰), obgleich Casiri den Verfasser ʿAlî b. ʿÎsâ el-Išbîlî (d. h. der Sevillaner) nennt. (Fihr. 284, Übers. 41; C. I. 400; Not. et extr. VII. 54, 56 und 66.)

24. Sind b. ʿAlî, Abû'l-Ṭaijib, war zuerst Jude und trat dann unter el-Mâmûn zum Islam über. Er gehörte zu den astronomischen Beobachtern unter diesem Chalifen, und war sogar das Haupt derselben (n. d. Fihr.). Ihm wird der Bau der Kanîsa zugeschrieben, die in der Nähe des Thores Šamâsîje in Bagdad stand.[c]) Er schrieb: Astronomische

---

[a]) Es handelt sich hier wahrscheinlich um Sonnenuhren, vergl. Anmerkg. 172 in meiner Übers. aus dem Fihrist.

[b]) Diesen und die beiden folgenden Autoren (23 und 24) habe ich hier behandelt, um sie den übrigen Astronomen el-Mâmûns anzureihen, obgleich sie chronologisch vielleicht eine etwas spätere Stelle einnehmen sollten.

[c]) Sehr wahrscheinlich war diese Kanîsa das Gebäude für die astronomischen Beobachtungen und nicht eine Synagoge, wie Steinschneider (Bibl. math. 1894, p. 104) meint, denn alle Autoren, die über diese Beobachtungen in Bagdad berichten, nennen als Ort derselben das Quartier Šamâsîje beim Thore gleichen Namens.

Tafeln, in zwei Ausgaben.[a]) Über die Apotomeen und die Medialen.[b]) Über die Schneidenden (Sekanten?). In den ḥakemitischen Tafeln (Not. extr. VII, 67) findet sich noch folgende Stelle über Sind b. ʿAlî: Ibn Jûnis erzählt, wie Sind b. ʿAlî an irgend einem Orte bemerke, er habe die Armillarsphäre gesehen, mit welcher Jaḥjâ b. Abî Manṣûr beobachtet hatte, und die nach seinem Tode verkauft worden sei, auf dem Marktplatz der Papierhändler (Bücherabschreiber) in Bagdad; dieselbe habe eine Gradeinteilung von 10 zu 10 Minuten gehabt. Über Sind b. ʿAlîs Teilnahme an der Gradmessung s. den vorigen Art. Sind b. ʿAlî scheint ziemlich alt geworden zu sein, da er noch mit Aḥmed b. Mûsâ im wissenschaftlichen Verkehr gestanden ist (vergl. den Art. 43), er wird also wohl nach 250 (864) gestorben sein. (Fihr. 266 und 275, Übers. 17 und 29; C. I. 439 n. Ibn el-Q.; Not. et extr. VII. 56, 66 und 94.)

25. Sahl el-Ṭabarî, auch genannt Rabban[c]) el Ṭabarî (d. i. der Rabbiner aus Ṭabaristân), war nach Ibn el-Q. ein jüdischer Arzt und Astrolog, hervorragend auch in den mathematischen Disziplinen und auch als Übersetzer. Sein Sohn Abû'l-Ḥasan ʿAlî b. Sahl war ebenfalls ein berühmter Arzt und Lehrer des Abû Bekr el-Râzî (Rhases) nach Ibn el-Q. (p. 268) und Ibn Abî U. I. 309, der später aus Ṭabaristân nach ʿIrâq übersiedelte und in Sarr-man-ra'â wohnte. Sahl war einer der ersten in den Wissenschaften der Juden. Es wird ihm auch eine Almagestübersetzung zugeschrieben. Der Astrolog Abû Maʿšar soll nämlich nach dem Ort der Strahlenwerfung[d]) gefragt worden sein, da habe er geantwortet, dafs bei den Übersetzern des Almagestes aus dem Griechischen über den Ort der Strahlenwerfung nichts gefunden werde, sondern nur in der Übersetzung des Rabban el-Ṭabarî; weder Ṯâbit noch Ḥonein (sollte heifsen: Isḥâq b. Ḥonein), noch el-Kindî, auch keiner von den Söhnen Nûbachts hätten die Stelle des Ptolemäus gekannt (kann auch heifsen: verstanden, erklärt). Da Rabbans Sohn Lehrer des Abû Bekr el-Râzî war und dieser 320 im hohen Alter gestorben ist, so können wir annehmen, dafs er etwa 260 der Schüler ʿAlî b. Sahls gewesen sei, der schon ca. 220 unter Moʿtaṣim zum

---

[a]) Vergl. was ich über diese astron. Tafeln gesagt habe in den Art. 14, 21, 22 und Noten zu denselben.

[b]) Sehr wahrscheinlich der Kommentar des 10. Buches des Euklides (oder ein Teil desselben), den ihm der Fihr. zuschreibt.

[c]) Diese Lesart zieht A. Müller vor, andere, wie z. B. Ibn el-Q. (p. 268) haben „Zein". Steinschneider (Z. D. M. G. 50. p. 203 und Bibl. math. 1894, 42) vermutet, Sahl el-Ṭabarî könnte identisch sein mit Sahl b. Bišr (vergl. folg. Art.), welcher Meinung ich nach Ibn el-Q. und dem Fihrist nicht beistimmen kann.

[d]) Vergl. meine Übers. aus dem Fihr. p. 46, Anmerkg. 14.

Islam übergetreten ist; sein Vater Sahl (od. Rabban) wird also etwa in die Jahre 170—230 (786—845) zu setzen sein. (C. I. 436 n. Ibn el-Q.; Ibn Ch. Übers. III. 314; Ibn Abi U. I. 308.)

Von folgenden 17 in den Art. 26—42 behandelten Gelehrten ist die Lebenszeit und daher auch die chronologische Reihenfolge nicht genau festzustellen, doch ergiebt sich mit mehr oder weniger Sicherheit, dafs ihre Todesjahre etwa in den Zeitraum von 230—250 (845—864) fallen.

26. Sahl b. Bišr b. Ḥabîb b. Hânî (oder auch Hâjâ), Abû ʿOṯmân, der Jude, stand im Dienste (wahrscheinlich als Astrolog) des Ṭâhir b. el-Ḥosein el-Aʿwar, des Statthalters von Chorâsân, gest. 207 (822/23), und nachher des el-Ḥasan b. Sahl, des Wezirs el-Mâmûns, gest. 235 oder 236 (850/51). Er war ein scharfsinniger und vortrefflicher Mann und ein ausgezeichneter Astrolog. Er schrieb: Die Schlüssel der Urteile, oder das kleine Fragenbuch. Über die beiden Lose. Das grofse Buch der Geburten. Über den Umlauf der Jahre der Welt. Das kleine Buch der Einleitung. Das grofse Buch der Einleitung. Das Buch der Astronomie und der Rechenkunst. Über den Umlauf der Geburtsjahre. Das kleine Buch der Geburten. Das grofse Fragenbuch. Über die Tagewählerei. Über die Jahreszeiten (auch Zeitperioden). Über den Schlüssel.[a]) Über Regen und Winde. Über die Bedeutungen. Über den Regenten der Geburtsstunde und denjenigen der Lebenszeit. Über die Erwägungen(?). Über die Verfinsterungen. Das Buch der Synthesis. Das Buch, genannt „das zehnte“, in 13 Abschnitte geteilt, das das Wesentliche aus seinen Schriften in sich vereinigt; er verfafste es in Chorâsân und die Rumäer (Oströmer) sollen es sehr geschätzt haben. Ein Buch über Algebra, ebenfalls von den Rumäern gelobt. (Fihr. 274, Übers. 28 und 62; C. I. 439 n. Ibn el-Q.)

Von seinen Schriften sind noch arabisch vorhanden: Über die Jahreszeiten, in Kairo (309 und 312, Übers. 170). Über die Urteile aus den Gestirnen (de astrologia judiciaria), im Escurial (914) und wahrscheinlich auch in Kairo (268, Übers. 168), ist schwer mit einem der oben genannten zu identifizieren. Das Buch über die Fragen und die Urteile (Weissagungen), in 14 Kapiteln, in Oxford (941, 3⁰), wahrscheinlich das erste der oben genannten Werke. Über die Urteile nach den Umläufen der Jahre und andere, in Berlin (5883), ebenfalls nicht zu identifizieren. Über die Urteile (*fî'l-aḥkâm*), in Leipzig (Refâʿîje Nr. 116), soll nach Steinschneider (Bibl. math. 8, 1894, p. 41) mit dem lat. Introductorium[b]) übereinstimmen, das 1493 in Venedig hinter dem Quadripartitum des Ptolemäus gedruckt

[a]) Hier fehlt wohl eine nähere Bestimmung.

[b]) Ob dies die kleine oder grofse Einleitung sei, können wir nicht entscheiden.

worden ist. Ebenfalls in Venedig (1493) wurden noch gedruckt: de interrogationibus, de electionibus, de temporum significationibus in judiciis; dieselben Abhandlungen auch in Basel 1533.

27. El Ḥasan b. Sahl b. Nûbacht, wahrscheinlich ein Neffe von Nr. 7, Astrolog von el-Wâṯiq und vielleicht auch noch von el-Mutawakkil, ebenfalls Übersetzer aus dem Persischen ins Arabische wie sein Onkel. Er schrieb: Über den helischen Untergang der Mondstationen (*fî'l-anwâ'*). Dieser Autor wird etwa verwechselt mit el-Ḥasan b. Sahl el-Sarachsî, dem Wezir el-Mâmûns, dem Bruder von el-Faḍl b. Sahl (s. Art. 11). (Fihr. 244 und 275, Übers. 30; Abulfar. 258, Übers. 168.)

28. ʿAbdallâh b. Sahl b. Nûbacht, wahrscheinlich ein Bruder des vorigen, Astrolog unter und nach el-Mâmûn, wird nur von Abulfar. (248, Übers. 161) erwähnt.

29. Jaḥjâ b. el-Baṭrîq, Abû Zakarîjâ, der Sohn von Nr. 5, gehörte zu den Genossen el Ḥasan b. Sahls (gest. 235 oder 236). Er verstand das Arabische nicht recht, auch das Altgriechische nicht, er war nämlich Latiner (Laṭînî, sic!), d. h. er verstand die Sprache der Rumäer von damals und ihre Schrift (d. h. doch wohl das Neugriechische jener Zeit), die zusammenhängend (?) ist, nicht getrennt wie das Altgriechische. Er übersetzte unter anderem das Buch des Aristoteles über den Himmel und die Welt ins Arabische, welche Übersetzung dann von Ḥonein verbessert wurde. (Fihr. 250, Übers. 8; Ibn Abi U. I. 205.)

30. Muh. b. ʿAbdallâh b. ʿOmar b. el-Bâzjâr, ein Schüler von Aḥmed b. ʿAbdallâh el-Ḥabaš und ein vorzüglicher Astrolog. Er schrieb: Über die Atmosphäre, in 19 Abschnitten (nach andern Cod. nur 7). Das Buch der Tafeln. Über die Konjunktionen und den Umlauf der Jahre der Welt.[a]) Über die Geburten und den Umlauf der Geburtsjahre. Abû Maʿšar widmete sein Buch über die Konjunktionen dem Ibn el-Bâzjâr. (Fihr. 276, Übers. 30; C. I. 432 n. Ibn el-Q.)

31. Ibn Hibintâ (oder Hinbitâ n. H. Ch. V. 654), ein christlicher Astrolog in Bagdad, schrieb i. J. 214 (829) ein astrologisches (?) Werk, betitelt: *el-mogni* (das ersetzende, entbehrlich machende) über die Gestirne;[b]) der zweite Teil davon befindet sich in München (852).

32. Ibrâhîm b. el-Ṣalt war einer der mittelmäſsigen Übersetzer. Er übersetzte das erste Buch der Physik des Aristoteles ins Arabische, ebenso das Quadripartitum des Ptolemäus, welche Übersetzung von Honein

---

[a]) Dieses Buch wird von el-Bîrûnî (Chronol. of anc. nat. p. 25) zitiert.

[b]) H. Ch. hat: *el-mogni fî iršâd el-qâṣid* (das ersetzende für die rechte Leitung des Strebenden).

verbessert wurde; er schrieb auch einen Kommentar zum Quadripartitum. (Fihr. 250 und 268. Übers. 8 und 20; Ibn Abi U. I. 205.)

33. Ibn Râhiweih el-Argânî (oder Arragânî)[a]) kommentierte das 10. Buch des Euklides nach Fihr. 266, Übers. 17. — Steinschneider[b]) hält diesen Autor identisch mit Isḥâq b. Ibrâhîm b. Machlad el-Merwazî, genannt Ibn Râhiweih, einem bedeutenden Rechtsgelehrten und Traditionisten, gest. 238 (852/53) in Nîšapûr;[c]) Flügel hält nach dem Index zum Fihrist beide nicht für identisch; die Frage ist nicht zu entscheiden.[d])

34. Muh. b. ʿOmar b. el-Farruchân, Abû Bekr, el-Ṭabarî, der Sohn von Nr. 13, war einer der vortrefflichsten Astronomen und Astrologen. Er schrieb: Über den Gnomon (der Sonnenuhren). Über die Geburten. Über den Gebrauch des Astrolabiums. Das Buch der Fragen. Das Buch der Einleitung. Über die Tagewählerei. Das kleine Buch der Fragen. Über den Umlauf der Geburtsjahre. Über die directiones (*tasjîrât*).[e]) Über die Neigungen (*mijâlât?*).[f]) Über den Umlauf der Jahre der Welt. Das Buch der directiones bei den Geburten.[g]) (Fihr. 273, Übers. 27; C. I. 431 n. Ibn el-Q.)

Von diesen Schriften ist noch vorhanden: Das Buch der Fragen, das aber in den Mss. seinem Vater zugeschrieben wird (vergl. Art. 13). In lateinischer Übersetzung von Joh. Hispalensis ist noch das Buch über die Geburten (de nativitatibus) vorhanden in Wien (3124, 8⁰) und in der Amplonianischen Sammlung in Erfurt (Qu. 330, 11⁰ und 365, 18⁰).[h]) Gedruckt ist: Omar Tiberiadis de nativitatibus et interrogationibus. Venet. 1503.

35. ʿAbdelḥamîd b. Wâsiʿ b. Turk, Abû'l-Faḍl (auch Abû Muh.) el-Chuttalî,[i]) der Rechner, schrieb verschiedene Werke über die Rechenkunst, die berühmt und verbreitet waren, so: Das Ganze der Rechenkunst in 6 Büchern. Das Buch der Seltenheiten in der Rechenkunst und der

---

[a]) d. h. von Arragân (oder Argân), einer Stadt in Chûzistân, dem Gebiete zwischen Basra und Fâris, gebürtig.

[b]) Z. D. M. G. 50. p. 167; hier ist das Zitat: Hammer IV. 168 zu verbessern in: IV. 152.

[c]) Vergl. Ibn Ch. Übers. I. 180 und Masʿûdî VII. 288.

[d]) Ibn el-Q. (Münchener Ms. 440, fol. 151[a]) hat einen Abû Saʿîd el- Argânî, Arzt unter den Bujiden, gest. im Ǵumâdâ I. 384 (994) in Bagdad.

[e]) Vergl. meine Übers. aus dem Fihr. p. 61, Anmerkg. 148.

[f]) Vergl. hierüber ebenfalls meine Übers. aus dem Fihr. ibid. A. 149.

[g]) Fehlt bei C. I. 431.

[h]) Nach Steinschneider, Biblioth. math. 1891, p. 67.

[i]) So liest Flügel in seiner Ausgabe des Fihrist; C. hat el-Ǵebelî, es könnte auch heifsen el-Ǵîlî, alle drei Lesarten sind unsicher.

besondern Eigenschaften der Zahlen.[a]) (Fihr. 281, Übers. 37; C. I. 405 n. Ibn el-Q.)

36. Muh. b. el-Ǧahm, der Barmekide, lebte unter den Chalifen el-Mâmûn und el-Moʿtaṣim, war noch Zeitgenosse von Abû Maʿšar, der nach dem Fihrist in wissenschaftlichen Fragen der Autorität Ibn el-Ǧahms zu folgen pflegte. Er war ein charaktervoller, zuverlässiger und gelehrter Mann, bedeutender Logiker und Astrolog, auch Historiker.[b]) Ibn Ch. erzählt von ihm, dafs einst der Chalife el-Moʿtaṣim gegen ihn erzürnt gewesen sei und ihn zum Tode verurteilt habe, da sei er durch die Dazwischenkunft seines Freundes Aḥmed b. Abî Duwâd gerettet worden, der des Chalifen Eigennutz anzuregen wufste, indem er aus den Gesetzesvorschriften nachwies, dafs der Chalife sein Vermögen nicht einziehen dürfe, wenn er ihn ohne gerichtlichen Nachweis seiner Schuld töten lasse. (Vergl. auch Weil, Gesch. d. Chalifen, II. 333.) Er schrieb für el-Mâmûn ein vortreffliches Buch über Tagewählerei. (Fihr. 275 und 277, Übers. 30 und 33; C. I. 430 n. Ibn el-Q.; Ibn Ch. I. 23, Übers. I. 63; el-Bîrûnî, 108.)

37. Ibn Isḥâq b. Kusûf, wahrscheinlich ein Astronom zur Zeit der Beobachtungen unter el-Mâmûn oder etwas später, wird nur von Ibn Jûnis (Not. et extr. VII. 58) zitiert.

38. ʿÎsâ b. Jûnis, der Sekretär und Rechner, gehört zu der Zahl der verdienstvollen Männer ʿIrâqs, die die Erwerbung der alten Werke der griechischen Wissenschaften begünstigten. (Ibn Abi U. I. 206.)

39. Aḥmed[c]) b. Muh. b. Keṯîr el-Fargânî, aus Fargân in Transoxanien gebürtig, einer der Astronomen el-Mâmûns und seiner Nachfolger,[d]) schrieb: Das Buch der Elemente der Astronomie, Auszug aus dem Almagest (auch unter dem Titel: Das Buch über das gesamte astronomische Wissen und die himmlischen Bewegungen). Über die Konstruktion der Sonnenuhren. (Fihr. 279, Übers. 34; C. I. 409 und 432 n. Ibn el-Q.; Abulfar. 248, Übers. 161; Abûlmaḥ. I 742.)

Von seinen Werken ist das erstgenannte noch vorhanden in Oxford

---

[a]) Statt dieses Werkes hat der Fihr.: das Buch über den Geschäftsverkehr; es ist möglich oder wahrscheinlich, dafs diese Angabe unrichtig ist, zumal dasselbe Werk unmittelbar nachher auch seinem Enkel (s. Art. 75) zugeschrieben wird.

[b]) Er schrieb nach el-Bîrûnî (Chronol. of anc. nat. p. 108) „Das Buch der Lebensbeschreibungen der Könige". Wüstenfeld hat ihn in seinem Werke „Die Geschichtsschreiber der Araber etc." vergessen.

[c]) Abulfar. hat „Aḥmed b. Muh.", der Fihr. nur „Muh." Ibn el-Q. macht zwei Personen aus der einen, was höchst wahrscheinlich unrichtig ist, ihm folgt auch Flügel: Dissertat. de arab. scriptor. graecor. interpret., 1841, p. 29 und 34.

[d]) Abûlmaḥ. I. 742 schreibt, er sei von el-Mutawakkil (232—247) zur Beaufsichtigung des Baues eines Nilmessers im J. 247 (?) nach Fosṭâṭ geschickt worden.

(I. 879, 1°), in Paris (2504, 3°) und in Kairo (310, Übers. 170). Herausgegeben wurde dasselbe lateinisch von Melanchthon aus dem Nachlasse Regiomontans, Nürnberg 1537, und von Jakob Christmann, Frankfurt 1590, arabisch und lateinisch von Golius, Amsterdam 1669. Mss. der ältern lateinischen Übersetzungen von Joh. Hispalensis und Gerard von Cremona existieren in beträchtlicher Zahl (vergl. Wüstenfeld, die Übersetzungen arabischer Werke in das Lateinische etc. p. 26 und 63). — Aufser den oben genannten Werken werden ihm noch zugeschrieben: Über die Konstruktion des Astrolabiums, in Berlin (5790—93)[a]) und Paris (2546, 5°). Über die Berechnung (?) der sieben Klimata, unvollständig, vielleicht nur ein Teil aus seinen Elementen der Astronomie, in Kairo (311, Übers. 170).

40. Benî el-Ṣabbâḥ (die Söhne el-Ṣabbâḥs), Muh., Ibrâhîm und el-Ḥasan, waren alle drei geschickte Astronomen, besonders auf dem Gebiete der beobachtenden Astronomie und Astrologie bewandert. Sie schrieben: Das Buch der Beweise zu den Operationen mit dem Astrolabium, es wurde teilweise verfafst von Muh., vollendet von Ibrâhîm. Über das Verfahren zur Bestimmung des Mittags mittelst einer einzigen geometrischen Messung, von Muh. begonnen, von el-Ḥasan vollendet. Über die Konstruktion der Sonnenuhren, von Muh.

Dem el-Ḥasan b. el-Ṣabbâḥ, dem dritten der genannten Söhne, widmet der Fihrist noch einen selbständigen Artikel, in welchem er bemerkt, dafs er sich neben der Astronomie auch mit Geometrie beschäftigt habe und ihm noch folgende Werke zuschreibt: Das Buch der Lehrsätze und der Ausmessungen. Über die Kugel. Über den Gebrauch der Armillarsphäre. — Ibn el-Q. (C. I. 413 und Münchener Ms. fol. 67[a]) kennt noch einen el-Ḥasan b. Miṣbâḥ und schreibt ihm astronomische Tafeln zu, in denen er die mittlern Örter der Gestirne feststellte nach den Systemen des Ptolemäus und des Sindhind, und die Schiefe der Ekliptik nach den Beobachtungen seiner Zeit.[7] (Fihr. 276, Übers. 31; C. I. 413 n. Ibn el-Q.)

41. Ḥârit̲, der Astrolog, war eng befreundet mit el-Ḥasan b. Sahl[b]) und ein vorzüglicher Gelehrter, den auch Abû Maʿšar als Autorität anführt. Er schrieb: Das Buch der Tafeln. (Fihr. 278, Übers. 34.)[8]

42. Chorzâd[c]) b. Dâršâd, der Rechner, ein Schüler (wörtlich „Diener") des Juden Sahl b. Bišr (s. Art. 26), sehr wahrscheinlich ein

---

[a]) Das Ms. 5793 ist von den drei ersten etwas verschieden, obgleich es ungefähr denselben Titel trägt; mit welchem von diesen das Pariser Ms. identisch ist, kann ich nicht angeben.

[b]) Es ist dies der Wezir el-Mâmûns, el-Ḥasan b. Sahl el-Sarachsî, der 235 oder 236 gestorben ist (vergl. Ibn Ch. I. 141, Übers. I. 408).

[c]) Oder „Chorrazâd".

Perser, schrieb: Über die Geburten. Über die Tagewählerei. (Fihr. 276, Übers. 30.)

43. Benî[a]) Mûsâ (die Söhne Mûsâs), Muh., Ahmed und el-Hasan. Über den Vater Mûsâ b. Šâkir berichtet Ibn el-Q. (Wiener Handschrift Nr. 1161 n. Flügels Kat.) Widersprechendes, wenn Flügel richtig gelesen hat: p. 364 heisst es, er sei sehr bewandert in Geometrie und Astronomie gewesen, so dafs er sogar zu den berühmteren Astronomen el-Mâmûns gezählt habe; p. 510 liest man, dafs Mûsâ kein Mann der Wissenschaft und Bildung, sondern in seiner Jugend sogar ein Räuber gewesen sei, der die Wege Chorâsâns unsicher gemacht habe; später soll er dann allerdings ein geordneteres Leben geführt haben, so dafs er sogar ein Genosse (Freund) el-Mâmûns wurde, der dann auch für die Erziehung seiner Söhne besorgt war. Die Söhne Mûsâs widmeten sich mit grofsem Eifer den Wissenschaften, sie verwandten den gröfsten Teil ihres Vermögens auf die Erwerbung griechischer Werke und deren Übersetzung ins Arabische, sie reisten selbst oder sandten andere Gelehrte in die oströmischen Länder, um philosophische, mathematische, astronomische und medizinische Werke anzukaufen. Zu den mit den Söhnen Mûsâs in engster Beziehung stehenden Übersetzern gehörten Honein b. Ishâq und Tâbit b. Qorra, welch letzterer durch Muh. (oder Ahmed?) b. Mûsâ in den Kreis der Freunde des nachmaligen Chalifen el-Mo'tadid eingeführt wurde (s. Art. 66). Der bedeutendste der drei Brüder scheint Muh. gewesen zu sein, mit dem Beinamen Abû Ǧa'far; er war bewandert in den Elementen des Euklides und im Almagest und in allen andern Werken über Mathematik und Astronomie, auch in der Logik. Ahmed soll sich besonders in der Mechanik ausgezeichnet haben und der Fihrist nennt ihn auch als Verfasser des Buches über die Mechanik, das Ibn el-Q. allen drei Brüdern gemeinsam zuschreibt; dieses Buch soll nach Ibn el-Q. Leistungen auf dem Gebiete der Mathematik aufweisen, wie sie selbst bei Heron nicht gefunden würden. Hasan, der dritte der Brüder, zeichnete sich besonders in der Geometrie aus, wofür er eine wunderbare Anlage gehabt haben soll; als er nur die 6 ersten Bücher der Elemente studiert hatte, behauptete er, jeden Satz selbständig beweisen zu wollen, den man ihm aus den übrigen Büchern vorlegen würde. Was die Gradmessung anbetrifft, die den Söhnen Mûsâs von Ibn Ch. und Abulfid., wohl aus einer Verwechslung mit Muh. b. Mûsâ el-Chowârezmî entspringend, beigelegt wird, vergleiche man, was ich im Art. 23 und Anmerkung 6 gesagt habe. Muh. b. Mûsâ starb im Rabî' I. 259 (Jan. 873). Den Söhnen Mûsâs werden folgende Werke zugeschrieben: Das Buch über die Wage (Farastûn oder

---

[a]) Altarabisch „Banû“.

Qarasṭûn, vergl. auch Art. 66). Das Buch über die Mechanik, von Aḥmed b. Mûsâ· Über die länglich-runde Figur (d. h. die Ellipse),[a] von Ḥasan b. Mûsâ. Über die Bewegung der ersten Sphäre,[b] von Muh. Das Buch der Kegelschnitte.[c] Das Buch der drei (?), von Muh. Über die geometrische Figur, deren Eigenschaften Galenus[d] erklärt hat, von Muh. Über den Teil (vielleicht auch: über die Wurzel), von Muh. Das Buch, in welchem durch Vernunftgründe (?) und auf geometrischem Wege dargethan wird, dafs aufserhalb der Fixsternsphäre keine neunte Sphäre existiert, von Aḥmed. Über die Priorität (oder den Anfang) der Welt, von Muh. Über die Frage, welche Aḥmed dem Sind b. ʿAlî vorlegte. Ein Buch über das Wesen der Rede (Rhetorik), von Muh. Über die Fragen, um welche es sich ebenfalls zwischen Sind und Aḥmed handelte. Das Buch über die Ausmessung der Kugel, die Dreiteilung des Winkels und die Auffindung zweier mittlerer Proportionalen zwischen zwei gegebenen Gröfsen. (Fihr. 271, Übers. 24; C. I. 418 n. Ibn el-Q.; Abulfar. 280, Übers. 183; Ibn Ch. II. 79, Übers. III. 315; Abulfid. II. 241.)

Von ihren Schriften sind noch vorhanden: Die Mechanik, im Vatican (317, 1⁰). Die 7 Bücher der Kegelschnitte des Apollonius in der Übersetzung des Hilâl b. Abî Hilâl el-Ḥimṣî und des Ṯâbit b. Qorra und der Recension des Aḥmed b. Mûsâ, in Oxford (I. 943). Das 5., 6. und 7. Buch der Kegelschnitte in der Übersetzung des Ṯâbit b. Qorra und der Recension des Aḥmed b. Mûsâ, in Oxford (I. 885) und Leiden (979). Das Buch über die Ausmessung der Kugel, etc. in Oxford (I. 960), in Berlin (5938), in Paris (2467, 3⁰), Bruchstücke daraus in Ind. off. (1043, 2⁰ und 3⁰); es trägt in diesen Mss. den Titel: Über die Ausmessung der ebenen und sphärischen Figuren von den Söhnen Mûsâs, Muh., el-Ḥasan und Aḥmed. Die Übersetzung dieser Schrift ins Lateinische durch Gerard von Cremona wurde von M. Curtze nach dem Basler Ms. F. II. 33 unter dem Titel Liber trium fratrum etc. in den Nova acta d. K. Leop.-Carol. Deutschen Akad. d. Naturfor. Bd. XLIX. Nr. 2, Halle 1885, veröffentlicht. Die Bibl. palat.-medic. zu Florenz enthält ein Ms. (271), in welchem sich befindet: Liber de sphaera in plano describenda, von Abû Ǧaʿfar Muh. b. Mûsâ.

44. Honein b. Isḥâq el-ʿIbâdî,[e] Abû Zeid, wurde geboren in

---

[a]) Vergl. Woepcke, im Journal asiat. V. Sér. T. V. 1855, p. 223.

[b]) Der Text hat wohl unrichtig: über die erste Bewegung der Sphäre.

[c]) Es ist dies wahrscheinlich eine Umarbeitung und Neuausgabe der Kegelschnitte des Apollonius.

[d]) Soll wahrscheinlich heifsen „Menelaus" und die geometrische Figur wäre dann die Transversalenfigur, vergl. meine Übers. aus dem Fihr. p. 24 und 57.

[e]) ʿIbâd ist der Name eines christlichen Stammes der Araber, der in der Gegend von Ḥîra seine Wohnsitze hatte.

Ḥîra i. J. 194 (809/10), wo sein Vater Apotheker war, und starb zu Bagdad im Ṣafar d. J. 260[a]) (Dez. 873). Er war einer der bedeutendsten Ärzte seiner Zeit, aber ebenso berühmt als Übersetzer griechischer Werke ins Syrische und Arabische, denn er war in allen drei Sprachen bewandert. Er durchzog fremde Gegenden, besonders die oströmischen Länder, um daselbst wissenschaftliche Werke zu sammeln, die meisten derselben waren für die Söhne Mûsâs bestimmt (vergl. Art. 43). Diese unterstützten die Übersetzer griechischer Werke, unter anderen den Ḥonein b. Isḥâq, seinen Neffen Ḥobeiš b. el-Ḥasan (n. Abulfar. „b. el-Aʿsam") und den Ṯâbit b. Qorra, jeden mit ungefähr 500 Dinaren im Monat. Ibn Abi U. sagt p. 188: „Was sein Sohn Isḥâq b. Ḥonein anbetrifft, so war er ebenfalls berühmt in der Arzneikunst und man hat viele Werke von ihm; er übersetzte auch eine grofse Zahl griechischer Werke ins Arabische, und zwar wandte er sein Hauptinteresse den philosophischen Werken, wie z. B. den Aristotelischen Schriften, zu, während sein Vater Ḥonein die medizinischen Werke bevorzugte, besonders die des Galenus, so dafs kaum etwas von Galenus existiert, das nicht von ihm übersetzt oder verbessert worden wäre." Dieses verbunden mit dem Umstand, dafs nur Ibn Ch. und einige noch vorhandene Mss. den Ḥonein als Übersetzer der Elemente des Euklides und des Almagestes nennen, die älteste Quelle, der Fihrist, aber die letzten beiden Übersetzungen ausdrücklich dem Sohne Isḥâq zuschreibt, führt uns zu der Annahme, dafs der Fihrist hierin Recht habe. Hierauf gestützt können wir demnach für Ḥonein blofs vindizieren die Übersetzungen des Quadripartitum des Ptolemäus,[b]) und eines verloren gegangenen Buches (oder einer Pseudoschrift) des Ptolemäus über die Kometen; es wäre auch möglich, dafs das letztere eine selbständige Abhandlung des Ḥonein wäre, sie wird allerdings vom Fihrist[c]) dem Ptolemäus zugeschrieben, dagegen im Katal. von Kairo (314, Übers. 171) dem Ḥonein (hier heifst es statt *ḏawâ'ib* — *zawâ'id,* daher habe ich übersetzt: über die Gestirne, die einer Zunahme fähig sind); Auszüge daraus befinden sich in Oxford (II. 285, 3°). Dann hat der Escurial (916) noch eine Übersetzung eines astrologischen Werkes von Apollonius (von Tyane?), betitelt „der Einflufs der himmlischen Erscheinungen auf die zusammengesetzten (d. h. irdischen) Dinge", durch Ḥonein. Der Fihrist (p. 250, Übers. 8) erwähnt, Ḥonein habe eine Übersetzung der Aristotelischen Schrift „über den Himmel und die Welt" von Ibn el-Baṭrîq (s. Art. 29) verbessert. Ḥonein diente lange Zeit dem Chalifen el-Mutawakkil als Leibarzt, wurde

---

a) So nach Ibn Ch., dem Fihr. und Abulfid., nach Ibn Abi U. 264.

b) Nach dem Fihr. verbesserte er blofs die Übersetzung des Ibrâhîm b. el-Ṣalt.

c) p. 268, Übers. 20, wo ich *ḏawât el-ḏawâ'ib* unrichtig mit „Personen des Adels (der Würde)" übersetzt habe.

dann aber von einem andern christlichen Arzte el-Ṭaifûrî bei den christlichen Vorgesetzten (Katholikus und Bischof) aus Neid der Gotteslästerung angeklagt, daraufhin exkommuniziert, und soll dann aus Kummer hierüber oder auch an Gift bald gestorben sein.

Aufser seinen Übersetzungen werden ihm noch folgende Schriften (die medizinischen übergehe ich selbstverständlich) zugeschrieben: Über Ebbe und Flut.[a]) Über die Wirkungen der Sonne und des Mondes. Eine zusammenfassende Darstellung des Buches (von Aristoteles) über den Himmel und die Welt. Über die Meteore. Sammlung der Kommentare der alten Gelehrten zu dem Aristotelischen Werke über den Himmel und die Welt. Über den Regenbogen. (Fihr. 294, Übers. 43 und 76; C. I. 286—288 n. Ibn el-Q.; Ibn Ch. I. 167, Übers. I. 478; Ibn Abi U. I. 184; Abulfar. 263, Übers. 171.)

45. Jaʿqûb b. Isḥâq b. el-Ṣabbâḥ el-Kindî, Abû Jûsuf, „der Philosoph der Araber" genannt, der Vortrefflichste seiner Zeit in der Kenntnis der alten Wissenschaften insgesamt. Er stand in hohem Ansehen bei el-Moʿtaṣim und seinen Nachfolgern, besonders bei el-Mutawakkil und verfafste viele Werke über die verschiedensten Wissenszweige, so über die einzelnen Disziplinen der Philosophie und Mathematik, über Astronomie, Medizin und Musik. Er war aus Baṣra gebürtig und von edler Herkunft, sein Grofsvater war Gouverneur des Gebietes der Benî Hâšim, sein Vater solcher von Kûfa; von Baṣra siedelte er dann nach Bagdad über, wo er nun eifrig den Wissenschaften oblag. Ibn Abi U. nennt ihn, wohl nach dem Zeugnis Abû Maʿšars, auch als Übersetzer aus dem Griechischen, doch steht die Wahrheit dieser Behauptung nicht aufser allem Zweifel. Der gleiche Autor berichtet auch einiges über unfreundliche Beziehungen, die zwischen den Söhnen Mûsâs und el-Kindî bestanden haben sollen, wobei es sogar soweit kam, dafs erstere dem el-Kindî sämtliche Bücher wegnahmen und in einem besondern Gebäude einschlossen; durch Vermittlung Sind b. ʿAlîs, der selbst kein Freund el-Kindîs, aber ein gerechter Mann war, erhielt später el-Kindî seine Bücher wieder zurück. El-Kindîs Geburts- oder Todesjahr wird nirgends angegeben, doch läfst sich aus verschiedenen Angaben mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit der Schlufs ziehen, dafs er ca. 260 (873/74) gestorben ist.

Für seine vielen Schriften (ca. 270) verweise ich auf die Arbeit Flügels: Al-Kindî, genannt „der Philosoph der Araber",[b]) und auf meine Übersetzung

---

[a]) Nur diese Schrift wird auch vom Fihr. erwähnt, die übrigen finden sich blofs bei Ibn Abi U.

[b]) Abhandlungen für die Kunde des Morgenlandes, 1. Bd. Nr. 2.

aus dem Fihrist. Da ich aber daselbst die astrologischen Schriften weggelassen habe, so trage ich dieselben hier noch nach, zusammen mit den Zusätzen aus Ibn Abi U., die ich auch in meiner Übersetzung aus dem Fihrist nicht berücksichtigt habe.

Astrologische Schriften: Über das Vorangehen der Erkenntnis durch Beweise in den himmlischen Dingen vor den Fragen (Aufgaben).[a]) Einleitung in die Astrologie in Form von Fragen (Aufgaben). Erste, zweite und dritte Abhandlung über die Astrologie mit (verschiedenen) Einteilungen (?). Über die Vorbedeutungen der beiden Unglückssterne (Saturn und Mars), wenn sie im Zeichen des Krebses stehen. Über das Mafs des Nutzens der Tagewählerei. Über das Mafs des Nutzens der Weissagung aus den Gestirnen, und wie der Mann sein mufs, der mit Recht ein Astrolog genannt wird. Kurzgefafste Abhandlung über die Planetenbezirke der Horoskope.[b]) Über den Umlauf (Wechsel) der Geburtsjahre. Über die Beweiskraft der Finsternisse in Bezug auf (bevorstehende) Ereignisse.

Unter den astronomischen Schriften stehen bei Ibn Abi U. noch folgende: Brief an seinen Schüler Zarnab (?) über die Geheimnisse der Gestirne und die Belehrung über die Anfänge ihrer Einflüsse. Über die Ursache der Höfe um Sonne, Mond und Sterne. Abhandlung über die Gestirne. — Unter den geometrischen finden sich daselbst noch folgende: Probleme (Fragen) über die Ausmessung der Flüsse u. a.[c]) Über die zeitlichen Verhältnisse. Über die Zahl. Über die Brennspiegel. — Unter den Schriften über die Himmelssphären kommen noch folgende hinzu: Über die Zusammensetzung der Sphären. Über die aus der Höhe herabfallenden Körper und die raschere Bewegung des einen vor dem andern. Über den Gebrauch des Instrumentes, welches „das allgemeine“ (umfassende, *ǧâmiʿa*) genannt wird. Abhandlung über die Art und Weise der Rückläufigkeit der Planeten.[d]) — Nach den meteorologischen Schriften und vor denjenigen über die Entfernungen stehen bei Ibn Abi U. noch folgende: Über die Meteorologie (wahrscheinlich eine Bearbeitung oder ein Kommentar der Aristotelischen Schrift). Abhandlung an seinen Sohn Aḥmed gerichtet, über die Verschiedenheit der bewohnten

---

[a]) Flügel (l. c. p. 29) übersetzt diese ziemlich klare Stelle jedenfalls unrichtig mit: „Über die Vorkenntnisse vermittelst der einzelnen Himmelskörper auf die Lehrsätze einen Schlufs zu ziehen (d. h. diese kennen zu lernen und zu beweisen).“

[b]) Flügel (l. c. p. 29) übersetzt: über die positiven Bestimmungen der Hor.

[c]) Flügel (l. c. p. 26) mufs hier eine andere Lesart vor sich gehabt haben, die aber Müller in seiner Ausgabe des Ibn Abi U. nicht anführt, er übersetzt: Lehrsätze über die Kürze und Länge der Tage und anderer Zeitteile.

[d]) Flügel (l. c. p. 28) übersetzt: „über die Art und Weise der hin- und herirrenden Planeten“; der Text hat *ruǧûʿ*, was einfach „das Zurückkehren“ heifst.

Orte der Erde; es ist dies ein Kommentar des Buches des Theodosius „über die bewohnten Orte der Erde“. Über den Gebrauch des Azimutes (wahrscheinlich des Azimutalquadranten). — Nach den Schriften über die Entfernungen findet sich noch bei Ibn Abi U.: Abhandlung an Aḥmed b. Muh. el-Chorâsânî gerichtet, über Metaphysik und die Erklärung dessen, was am äufsersten Ende der Welt sich befinde. — Als letzte Schrift führt Ibn Abi U. noch an: Abhandlung über die Himmelssphäre und die Gestirne, worin die Ekliptik nicht in 12 Teile geteilt wird, über ihre Benennung als Glück- und Unglückbringende, ihre Häuser, ihre Erhöhungen und ihre Termini (Bezirke) mit geometrischen Beweisen.[a]) (Fihr. 255, Übers. 10; C. I. 353 n. Ibn el-Q.; Ibn Abi U. I. 206; Abulfar. 273, Übers. 179.)

Von seinen vielen Schriften sind leider nur einige unbedeutende noch vorhanden, und diese sind teilweise nicht sicher mit solchen in den Quellen angeführten zu identifizieren: Im Escurial (913, 2^0) „über den Umlauf der Jahre“, wahrscheinlich die unter den astrologischen Schriften stehende Abhandlung „über den Umlauf der Geburtsjahre“. Ibid. (913, 3^0) „über Planetenkonjunktionen“; es ist dies sehr wahrscheinlich seine oben genannte Schrift „über die Vorbedeutungen der beiden Unglückssterne (Saturn und Mars)“ etc., die sich auch im Brit. Mus. (426, 18^0) befindet, unter dem Titel: „Abhandlung über das Reich der Araber und seine Dauer (eigentlich Gröfse, Länge)“, und von O. Loth in „Morgenländische Forschungen“ (Festschrift zu Ehren H. L. Fleischers) Leipzig, 1875, Nr. 7 veröffentlicht worden ist. Ibid. (913, 4^0) „über das Weissagen aus den Finsternissen“, wahrscheinlich die oben genannte Abhandlung „über die Beweiskraft der Finsternisse in Bezug auf (bevorstehende) Ereignisse“. In Leiden (1049): de ratione qua ope instrumenti *ḏât el-šoʿbatain* (das mit den zwei Ästen?) dicti distantiae praecipue stellarum mensurantur, wahrscheinlich die 6. oder 7. der in meiner Übersetzung aus dem Fihr. p. 14 unter den Schriften über die Entfernungen aufgeführten Abhandlungen. Ibid. (1050) „über Tagewählerei“, wahrscheinlich die oben genannte Schrift „über das Mafs des Nutzens der Tagewählerei“. In Kairo (338, Übers. 172): *el-dawârad hamzağ* (?), ein Titel, aus dem nichts zu machen ist, den aber auch das Wiener Ms. des Fihrist (vergl. Fihrist, I. Bd., Lesarten, p. 21) unter den arithmetischen Schriften am Schlusse enthält. Im Katalog von Kairo ist bemerkt, dafs diese Schrift über den Fâl mit Rücksicht auf die Zahl und die Rechnung nach den Gestirnen und die Weissagung aus dem Vogelflug handle, es ist also sehr wahrscheinlich die siebente der arithmetischen Schriften: „über die Weissagung aus dem Vogelflug und das Fâlstechen mit Rücksicht

[a]) Diese Abhandlung fehlt in der Arbeit Flügels.

auf die Zahl". In Paris (2467, 2^0): Auszug aus der Verbesserung der Optik (des Euklides). Ibid. (2544, 9^0): Erklärung einer Stelle des Almagestes über die Armillarsphäre, die von den Übersetzern schlecht wiedergegeben worden ist, es ist dies vielleicht die letzte der Schriften über die Kugel. In Oxford (I. 877, 12^0): Über Ebbe und Flut. Ibid. (I. 877, 13^0): Über die Ursache der blauen Farbe, welche an der Oberfläche des Himmels gesehen wird.

Ins Lateinische übersetzt wurden von den genannten Schriften: De aspectibus (wahrscheinlich die verbesserte Optik des Euklides) von Gerard von Cremona, handschriftlich vorhanden u. a. O. in Basel (F. II. 33). De judiciis astrorum von Robertus Anglicus, handschriftlich u. a. O. in Oxford (Cat. Mss. Angl. T. I. P. I. Nr. 1692). De effectu proiectuque radiorum, oder auch nur de radiis (über die Projektion der Strahlen, ein astrol. Begriff, vergl. meine Übers. aus dem Fihr. p. 46 und 47), von unbekanntem Übersetzer, handschriftlich in Oxford (l. c. Nr. 1692 und 1784). Liber electionum in Oxford (l. c. Nr. 1648) und ebenda: liber de criticis diebus. De pluviis imbribus et ventis ac aeris mutatione, auch nur betitelt: de impressionibus aeris, ebenfalls von unbekanntem Übersetzer, handschriftlich in Oxford (l. c. T. II. P. I. Nr. 6784), gedruckt Venetiis 1507.

46. Muh. b. Châlid b. ʿAbdelmelik el-Merwarrûḏî, der Sohn von Nr. 20, wird ebenfalls wie sein Vater als astronomischer Beobachter gerühmt. Die unten zitierte Quelle bemerkt, dafs sein Vater als Astronom unter el-Mâmûn in Damaskus auf dem Berge Qâsjûn[a]) beobachtet habe. (C. I. 430 n. Ibn el-Q.)

47. Muh. b. ʿÎsâ, Abû ʿAbdallâh el-Mâhânî,[b]) aus Bagdad, war sehr gelehrt in Arithmetik, Geometrie und Astronomie. In der letzteren Wissenschaft zeichnete er sich hauptsächlich als Beobachter aus, Ibn Jûnis[c]) führt von ihm eine Reihe von Beobachtungen von Mond- und Sonnenfinsternissen und von Planetenkonjunktionen an, aus den Jahren 239—252 (853—866). Sein Tod wird etwa in die Jahre 260—270 (874—884) zu setzen sein. Er schrieb: Über das Verhältnis. Einen Kommentar zum 5. Buche des Euklides.[d]) Über die 26 Sätze des ersten Buches des Euklides, welche ohne reductio ad absurdum bewiesen werden. Einen Kommentar

---

[a]) Ein Berg nördlich von Damaskus, heute noch so genannt, der Text bei Casiri hat Qâsûn.

[b]) d. h. aus Mâhân, einer Stadt in Kirmân (Persien) stammend.

[c]) In den ḥakemitischen Tafeln (Not. et extr. VII. p. 102—112).

[d]) Nach dem Pariser Ms. 2467, 16^0 wahrscheinlich identisch mit der Abhandlung über das Verhältnis, oder diese ist ein Teil jenes Kommentars.

zum 10. Buche des Euklides.[a]) Eine Abhandlung über die Throne (?)[b]) der Gestirne. (Fihr. 266 u. 271, Übers. 16 u. 25; C. I. 431 n. Ibn el-Q.; Not. et extr. VII. 58, 102—112, 164.)

Von diesen Schriften sind noch arabisch vorhanden: Über das Verhältnis (*fî'l-nisbe*), in Paris (2467, 16⁰) und in Berlin (6009). Ein Teil des Kommentars zum 10. Buche des Euklides, in Paris (2457, 39⁰), (vergl. auch Woepcke in Mém. prés. par div. sav. à l'acad. des sciences, T. XIV. p. 669). — Nach dem Leidener Katalog (p. 50, praef. ad ms. 991) soll el-Mâhânî auch einen Kommentar zum 2. Buche des Archimedes über die Kugel und den Cylinder geschrieben haben, wozu später Abû Sahl el-Kûhî oder Abû'l-Ǧûd b. el-Leiṯ einen Zusatz verfaſst habe (vergl. Woepcke, L'algèbre d'Omar Alkhayyâmî, p. 96—103). Ebenso soll er (nach der praefat. ad. ms. 988 derselben Bibliothek) die Sphaerica des Menelaus in der Übersetzung des Ḥonein b. Isḥâq (Isḥâq b. Honein) verbessert, d. h. besser redigiert haben.

48. Abû Saʿîd el-Ḍarîr (der Blinde), el-Ǧorǧânî, nach Flügel (grammat. Schulen d. Araber p. 147) ein Schüler des i. J. 231 (845/46) gestorbenen Ibn el-Aʿrâbî, schrieb: Geometrische Aufgaben, in Kairo (203, Übers. 22), und das Buch über die Auffindung der Mittagslinie, aus dem Buche „Analemma" entnommen, samt dem Beweise dazu, in Kairo (204, Übers. 23).

49. Hilâl b. Abî Hilâl el-Ḥimṣî (d. h. aus Emessa in Syrien gebürtig) war genau in der Übersetzung, es fehlte ihm aber die Schönheit und Geläufigkeit des sprachlichen Ausdruckes. Er soll unter der Leitung (oder im Auftrage) Aḥmed b. Mûsâ b. Šâkirs die vier ersten Bücher der Kegelschnitte des Apollonius ins Arabische übersetzt haben.[c]) Er wird ums Jahr 270 (883/84) gestorben sein. (Fihr. 267, Übers. 18; Ibn Abi U. I. 204.)

50. El-Ḥosein b. Muh., Abû ʿAlî, el-Adamî schrieb: Über *el-ḥarâfât* (?) und die Fäden (am Astrolabium?)[d]) und die Verfertigung der Uhren. (Fihr. 280, Übers. 36.)

51. Ibn Ḥabaš, Abû Ǧaʿfar, der Sohn von Aḥmed b. ʿAbdallah genannt Ḥabaš (Art. 22), war sehr gelehrt in der Astronomie und geschickt

---

[a]) Steht weder im Fihr. noch bei Ibn el-Q.

[b]) Ich vermute, daſs statt *ʿuruš* ein anderes Wort mit der Bedeutung von „Verfinsterung", z. B. *kusûf,* ursprünglich im Text gestanden hat, leider giebt Ibn Jûnis den Titel des Werkes von el-Mâhânî, aus dem er seine Beobachtungen entnommen hat, nicht an.

[c]) Über noch vorhandene Exemplare der arab. Übers. der Kegelschnitte s. unter Ṯâbit b. Qorra.

[d]) Vergl. Dorn, drei astronom. Instrumente, p. 77.

in der Verfertigung von astronomischen Instrumenten. Vielleicht ist er identisch mit dem im Fihr. 285, Übers. 41 genannten Instrumentenkünstler ʿAlî b. Aḥmed dem Geometer. Er schrieb: ein Buch über das Planisphaerium. (Fihr. 275, Übers. 30; C. I. 408 n. Ibn el-Q.) Ein Ms. des Buches über das Planisphaerium befindet sich in Paris (2457, 30⁰).[a])

52. Muh. b. Aḥmed b. Jûsuf el-Samarqandî, ein Astronom, der in Samarqand in den Jahren 251—252 (865—866) Beobachtungen machte und Tafeln verfafste. Ich finde ihn nur von Ibn Jûnis in den hakemitischen Tafeln (Not. et extr. VII. 152 u. 166) zitiert.

53. Ǧaʿfar b. Muh. b. ʿOmar el-Balchî, Abû Maʿšar, aus Balch in Chorâsân gebürtig, der berühmteste Astrolog der Araber, im Abendlande unter dem Namen Albumasar bekannt. Er wohnte beim Thore Chorâsân im westlichen (?) Teil von Bagdad und gehörte anfänglich zu den Traditionisten. Er hafste den el-Kindî und stachelte die Leute gegen ihn auf und schmähte ihn wegen seiner Philosophie; da schickte el-Kindî heimlich solche Leute hinter ihn, welche ihm das Studium der Arithmetik und Geometrie angenehm zu machen wufsten; infolge dessen wandte er sich diesen Gebieten zu, beendete aber seine Studien hierin nicht, sondern ging zur Astrologie über. Jetzt hörten die Bosheiten gegen el-Kindî auf, denn er gehörte nun zu derselben Gelehrtenklasse. Es wird erzählt, dafs er mit dem Studium der Astrologie erst nach seinem 47. Lebensjahre begonnen habe. Über den Charakter und die Begabung Abû Maʿšars bringt der Fihr. widersprechende Angaben; er sagt im Art. „Abû Maʿšar" zuerst, dafs derselbe von scharfer, treffender Urteilskraft gewesen sei, und am Schlusse heifst es: Abû Maʿšar pflegte (in wissenschaftlichen Dingen) der Autorität der Barmekiden ʿAbdallâh b. Jaḥjâ und Muh. b. el-Ǧahm zu folgen und doch übertraf er sie im Wissen. Und an einer andern Stelle berichtet er nach Ibn el-Muktafî, dafs Abû Maʿšar in seinen Werken sich vielfach als Plagiator erweise, besonders an Sind b. ʿAlîs Schriften. Abû Maʿšar starb, über 100 Jahre alt, in Wâsiṭ, am 28. Ramaḍân 272 (April 886). (Fihr. 277, Übers. 31; C. I. 351 n. Ibn el-Q.; Ibn Ch. I. 112, Übers. I. 325; Abulfar. 273, Übers. 178; el-Bîrûnî 29, 94, 95, 187.)

Was das Verzeichnis seiner Werke anbetrifft, so verweise ich auf den Fihr. und meine Übers. (p. 31—33). Von diesen Werken sind noch arabisch vorhanden: Das Buch der Geburten (wahrscheinlich das kleine), in Berlin (5881 u. 82), in Wien (1419), in Florenz (Bibl. Medic.-Laur. Nr. 10),[b]) in

---

[a]) Hier fehlt im Namen des Verf. „Abû Ǧaʿfar Aḥmed b. ʿAbdallâh" hinter Ǧaʿfar ein „b.".

[b]) Wird hier vom Verf. des Kat. irrtümlicherweise dem Ǧaʿfar el-Sâdiq zugeschrieben.

Kairo (346, Übers. 173). In Paris befinden sich eine Reihe von Werken unter dem Titel „Traité des nativités“ (2583—87, 2718, 2⁰), die teilweise nicht mit einander übereinstimmen und alle dem Abû Maʿšar zugeschrieben werden. Das grofse Buch der Einleitung, in Oxford (II. 272 und 294), Escurial (912), Leiden (1051), Paris (2588), hier unter dem Titel: *aḥkâm taḥwîl sinî el-mawâlîd* (Urteile nach dem Umlauf der Geburtsjahre).[a]) Ein Kompendium dieses Werkes ist im Brit. Mus. (415, 4^0), ein Auszug daraus in Paris (2696, 2^0). *Fî'l-nimûdârât* (über die Horoskope oder Nativitäten), im Brit. Mus. (426, 17^0). Das Buch der Konjunktionen, in Oxford (II. 284, 1^0), in Paris (2580, 3^0). Über den Umlauf der Geburtsjahre, in Oxford (I. 878).[b]) Über die Tagewählerei, im Brit. Mus. (415, 5^0? u. 12^0). Das Buch der Tafeln *el-hazârât* (die Tausende), wahrscheinlich in Paris (2581). An verschiedenen Orten befindet sich auch noch ein Werk von Abû Maʿšar mit dem Titel: „Über die Geheimnisse der Gestirne“, so im Escurial (913, 6^0 u. 933, 1^0) und in Kairo (331 u. 369). — El-Bîrûnî (p. 187) führt ein Buch von Abû Maʿšar an: „Über die Häuser der Gottesverehrung“, wahrscheinlich sein „Buch der Tausende“ oder ein Teil desselben. (Vergl. meine Übers. aus dem Fihr. p. 65, Anmerkg. 187.)

Von diesen Schriften wurden ins Lateinische übersetzt: Das grofse Buch der Einleitung: Introductorium majus oder Liber introductorius major in magisterio scientiae astrorum, von Joh. Hispalensis (Handschriften in Paris, Oxford, München etc.). Gedruckt zu Augsburg 1489 unter dem Titel: Introductorium in astronomiam Albumasaris abalachii octo continens libros partiales; ebenso zu Venedig 1489 u. 1506. — Das Buch der Konjunktionen: Liber conjunctionum siderum, von Joh. Hispalensis (Handschriften in Oxford, Paris etc.). Gedruckt zu Augsburg 1489 unter dem Titel: Albumasar de magnis conjunctionibus et annorum revolutionibus ac eorum profectionibus, octo continens tractatus; ebenso zu Venedig 1489 u. 1515; in dieser Ausgabe scheinen vereinigt zu sein „das Buch der Konjunktionen“, und „das Buch über den Umlauf der Geburtsjahre“. — Das kleine Buch der Einleitung: Isagoge minor, von Athelard von Bath, handschriftlich in Oxford (Cat. Mss. Angl. T. I. P. I. Nr. 1669). — Es existiert ferner eine lateinische Übersetzung, ebenfalls von Joh. Hispalensis, unter dem Titel: Albumasaris flores astrologiae, oder flores de judiciis astrorum, welches Werk Wüstenfeld[c]) als

---

[a]) Die Werke erscheinen sehr oft unter verschiedenen Titeln, so dafs man meistens nur aus dem Anfang und dem Schlufs mit einiger Sicherheit schliefsen kann, welches Werk gemeint sei.

[b]) Vielleicht ist dies auch das grofse Buch der Einleitung wie das Pariser Ms. 2588.

[c]) Die Übers. arab. Werke ins Lat. etc. p. 30.

einen Auszug aus dem Buch der Konjunktionen betrachtet; ich halte es für „das Buch der Tagewählerei“,[a]) denn der Cat. Mss. Angl. T. I. P. I enthält unter Nr. 1649 ein Oxforder Ms. betitelt: Flores Albumazaris de electionibus. Handschriften desselben befinden sich ferner in Paris, München etc. Gedruckt zu Augsburg 1488, ebenso zu Venedig 1488 u. 1495 unter dem Titel: Albumasar flores astrologie.

54. Muh. b. Jaḥjâ[b]) b. Akṯam, des Richters,[c]) zeichnete sich vor allem in der Rechenkunst aus und schrieb: Über Zahlenprobleme. Ich halte diesen Autor für den Sohn des bedeutenden Juristen und Richters Jaḥjâ b. Akṯam, Abû Muh., des Qâḍî von Baṣra unter el-Mâmûn, gest. im Ḏû'l-Ḥiǧǧe 242 (857).[d]) (Fihr. 282, Übers. 38; C. I. 433 n. Ibn el-Q.)

55. ʿAbdallâh b. ʿAlî, Abû ʿAlî, el-Dandânî (oder el-Randânî?) der Christ, schrieb: Das Buch der Sterndeutungskunst. El-Bîrûnî zitiert in seiner Chronol. of anc. nations p. 245 einen ʿAbdallâh b. ʿAlî, Mathematiker (was hier wohl „Astrolog“ bedeuten wird), aus Bochârâ, der etwas nach el-Kindî gelebt hat, dieser mag mit dem unsrigen identisch sein.[e]) (Fihr. 280, Übers. 36.)

56. Muh. b. Isḥâq b. Ibrâhîm, Abû'l-ʿAnbas, el-Ṣaimarî, ursprünglich aus Kûfa stammend, war Qâḍî von Ṣaimara[f]) und daneben Litterat, Dichter und Astrolog. Er war Vertrauter (Zechgenosse) des Chalifen Mutawakkil und noch von Moʿtamid. Nach dem Kat. von Kairo (228, Übers. 164) wurde er im Ramaḍân 213 (Ende 828) geboren und starb nach Abulmaḥ. i. J. 275 (888/89). Er schrieb: Das Buch der Widerlegung der Astrologen. Das Buch der Geometrie des Verstandes (oder des Herzens), wahrscheinlich ein satirisches Werk. Das Buch der Urteile nach den Gestirnen.[g]) Das Buch der Einleitung in die Astrologie. Das Buch der Geburten.[h]) Es wer-

---

[a]) Dieses Buch habe ich in meiner Übers. aus dem Fihr. p. 32 aus Versehen weggelassen; vor dem Werk „Über die Tagewählerei nach den Mondstationen“ soll stehen: „Über die Tagewählerei“.

[b]) Jaḥjâ fehlt bei C.; hier wird zum Namen (in Klammern) hinzugefügt „Hispalensis“, was nicht im arabischen Texte steht.

[c]) Ich betrachte „el-qâḍî“ als Apposition zu „Akṯam“.

[d]) Vergl. auch Art. „Abû'l-Wefâ“, wo ich die Vermutung ausgesprochen habe, Abû'l-Wefâ könnte der Kommentator der Zahlenprobleme (Algebra) des Muh. b. Jaḥjâ sein.

[e]) Vor dem Namen ʿAbdallâh steht im Fihr. noch das Wort „qadîm“, was wohl sagen will, dafs dieser Autor zu den älteren Astrologen gehöre.

[f]) So und nicht Ṣamîra, wie der Fihr. p. 151 hat, mufs es heifsen; Ṣaimara ist nach Jâqût (III. 443) ein Flecken im Gebiete von Baṣra.

[g]) Steht im Fihr. nur p. 152, nicht aber 278, wo er speziell als Astrolog figuriert.

[h]) Steht umgekehrt p. 278, nicht aber p. 152.

den ihm auch alchymistische Werke zugeschrieben. (Fihr. 151, 173, 277, 278, 358, Übers. 33; C. I. 409 n. Ibn el-Q.; Abulmaḥ. II. 80.)

Vielleicht ist von diesen Werken noch arabisch vorhanden „das Buch der Urteile nach den Gestirnen", in Berlin (5711), wo der Titel fehlt. Im Kat. von Kairo (228, Übers. 164) wird ihm zugeschrieben: Der Anfang der Anfangsgründe (Elemente); es ist dies nach dem Fihr. (277, Übers. 32) ein Werk von Abû Maʿšar, das Abû'l-ʿAnbas für sich in Anspruch nahm.

57. ʿAbdallâh b. Muslim, Abû Muh., el-Dînawarî, bekannt unter dem Namen Ibn Qoteiba, einer der ältesten Historiker der Araber, geb. i. J. 213 (828/29) in Bagdad oder Kûfa, war eine zeitlang Qâḍî von Dînawar, setzte sich dann in Bagdad fest und lehrte dort Grammatik und Traditionen. Er starb daselbst 276 (889/90), nach Andern 270 oder 271. Er beschäftigte sich auch mit astrologischen Studien und schrieb: *Kitâb fîʿilm el-falak* (Das Buch über die Wissenschaft der Sphäre), in Oxford (I. 1000); *kitâb el-anwâ'* (Das Buch über die helischen Untergänge der Mondstationen), in Oxford (I. 1033). (Ibn Ch. I. 251, Übers. II. 22; el-Anbârî, 272; W. G. 73.)

58. Jaʿqûb b. ʿAlî el-Qaṣrânî (unrichtig: el-Qaisarânî), Abû Jûsuf el-Qaršî, stand in grofser Gunst bei den Beherrschern und Emiren des Landes Chorâsân wegen seiner astrologischen Kenntnisse. Er schrieb: Das Buch der Fragen über die Wissenschaft der Urteile aus den Gestirnen,[a]) in Oxford (I. 996), in Berlin (5877), in Kairo (235 u. 316, Übers. 171). (Fihr. 284, Übers. 41; C. I. 419 n. Ibn el-Q.)[9]

59. Muh. b. ʿAbdallâh b. Samʿân, ein Schüler (Diener) des Abû Maʿšar, schrieb: Einleitung in die Astrologie. (Fihr. 279, Übers. 34.)

60. Aḥmed b. Dâ'ûd, Abû Ḥanîfa, el-Dînawarî, berühmter Sprachgelehrter und Historiker, aber auch sehr bewandert in Philosophie, Mathematik, Astronomie und Botanik. Er wohnte meistens zu Dînawar und starb i. J. 282 (895). Er schrieb: Über die helischen Untergänge der Mondstationen.[b]) Über die Qible. Das Buch der Algebra. Über den *ḥisâb el-waṣâjâ* (die Testamentsrechnung). Über den *ḥisâb el-daur* (besonderer Zweig der Testamentsrechnung).[c]) Das Buch *el-tacht*,[d]) über die indische Rechnungsweise. Das Buch der algebraischen Seltenheiten (Kuriositäten).

---

[a]) Auch unter dem Titel „Einleitung in die Wissenschaft der Urteile aus den Gestirnen", so in Berlin (Kat. V. p. 278).

[b]) Wird von el-Bîrûnî (Chronol. of anc. nat. p. 335 u. 351) zitiert.

[c]) Vergl. meine Übers. aus dem Fihr. p. 71, Anmerkg. 236.

[d]) Alle Quellen haben nach dem Fihr. *„el-bacht"*, doch mufs es heifsen *„el-tacht"*, vergl. meine Übers. aus dem Fihr. p. 37, 40, 41, 70.

Das Buch der astronomischen Beobachtungen.[a]) Astronomische Tafeln.[b]) (Fihr. 78; Ibn Qutl. 95; el-Anbârî, 305; Abulfid. II. 277; Bibl. arab.-hisp. T. X. 376; el-Bîrûnî, Chronol. 335 und 351; Flügel, gramm. Schulen, 190; W. G. 79.)

Von den mathematischen und astronomischen Werken sind, soviel mir bekannt, keine mehr vorhanden; was die Schriften über die Erbteilung oder Testamentsrechnung anbetrifit, so kann ich hierüber nichts Bestimmtes sagen, da ich die Kataloge in Bezug auf Jurisprudenz nicht näher untersucht habe.

61. Muh. b. ʿAbdelbarr el-Kilâ'î aus Ǧaijân (Jaen), war ein Schüler von Jaḥjâ b. Jaḥjâ[10] und ʿAbdelmelik b. Ḥabîb[11] und ein vortrefflicher Mann, scharfblickend im Erbrecht und in der Rechenkunst. Er starb zur Regierungszeit des Emirs ʿAbdallâh (888—912) im Jahre 283 (896) über 80 Jahre alt, wie Châlid[12] erwähnt (B. VII. 315).

62. el-Ḥasan b. el-Chaṣîb, Abû Bekr (?),[c]) war sehr geschickt in der Kunst der Astrologie und schrieb: Das Buch, betitelt *Kâr-i miḥtar*,[d]) in 4 Abschnitten. Einleitung in die Astronomie. Über den Umlauf der Jahre der Welt. Über die Geburten. Über den Umlauf der Geburtsjahre.[e]) Casiri hat noch ein Werk „Liber florilegium“, das der Fihrist aber dem folgenden Autor, Abû ʿAlî el-Chaijâṭ zuschreibt. Ich bin der Ansicht, dafs dieser el-Ḥasan b. el-Chaṣîb der Verfasser des im Jahre 1218 oder 1228 zu Padua von einem gewissen Kanonikus Salio (oder Salomon?) übersetzten und zu Venedig 1492 gedruckten „liber de nativitatibus“ sei, das folgendermafsen beginnt: Dixit Albubather (= Abû Bekr) magni Alchasili[f]) Alcharsi[g]) filius, auctor astronomiae perspicuus etc. Es ist möglich, dafs das im Ms. 935 des Escurial enthaltene Werk „über die Geburten“ dasjenige des

---

[a]) Nur von H. Ch. III. 470 erwähnt, die Beobachtungen sollen i. J. 235 in Ispahan gemacht worden sein.

[b]) H. Ch. III. 558.

[c]) Diesen Beinamen hat der Fihr. nicht, ebensowenig C., ich habe ihn hinzugefügt, weil ich ihn identisch halte mit Abû Bekr el-Chaṣîbî.

[d]) Es ist dies persisch und bedeutet: das gröfsere Werk; wahrscheinlich ist dies das von H. Ch. II. 571 unter dem Titel *„el ǧâmiʿ el-kebîr fî aḥkâm el-nuǧûm“* (corpus magnum de astrologia judiciaria) einem Chaṣîbî zugeschriebene Werk.

[e]) In meiner Übers. aus dem Fihrist p. 31 habe ich irrtümlicherweise die 4 lezten Werke als die 4 Abschnitte des ersten angesehen.

[f]) Eine Münchner Handschrift dieses Werkes hat richtig „Alchasibi“.

[g]) Ich vermute, dafs dieses heifsen sollte „Alfarsî“ = der Perser; in der That nennt Ibn el-Q. nach C. den Ḥasan b. el-Chaṣîb einen Perser, auch der persische Titel des erstgenannten Werkes spricht dafür. Für diese Ansicht spricht noch mehr der Titel des Ms. der amplonianischen Sammlung (Steinschneider in d. Bibl. math. 1891, p. 44), wo statt „Alcharsi“ steht „Alqûsi“, was leicht aus „Alfarsi“ entstanden sein kann.

el-Ḥasan b. el-Chaṣîb ist, der Verfasser wird genannt Ibn ʿAzrâ el-Chaṣîbî; vielleicht hat ein Abschreiber Ibn ʿAzrâ (oder ʿAzrî) vor el-Chaṣîbî gesetzt, indem er das Werk als ein solches von Abraham ben Esra ansah.[a]) Das Ms. 973 des Escurial enthält ein Werk, betitelt: *el-moqniʿ fî'l-mawâlîd* (das Überzeugende über die Geburten) von Ibn el-Chaṣîb el-Kûfî, das vielleicht ebenfalls von unserm el-Ḥasan b. el-Chaṣîb herrühren könnte. (Fihr. 276, Übers. 31; C. I. 413 n. Ibn el-Q.)

63. Aḥmed b. Muh. b. Merwân, Abû'l-ʿAbbâs, el-Sarachsî, bekannter unter dem Namen Aḥmed b. eṭ-Ṯaijib, nach Abstammung ein Perser, Schüler el-Kindîs (nach Ibn Abi U. auch sein Verwandter); sehr bewandert in den alten Wissenschaften, von gewählter Sprache und schönem Stil. Er war anfänglich Lehrer des nachmaligen Chalifen el-Moʿtaḍid, nachher sein Genosse und Vertrauter. Nach Ibn Abi U. war das Wissen bei ihm vorherrschend, nicht das Genie. Sein intimes Verhältnis zu el-Moʿtaḍid war auch die Ursache seines Todes: der Chalife vertraute ihm nämlich ein Geheimnis an, das den Wezir el-Qâsim b. ʿObeidallâh und einen Lieblingssklaven el-Moʿtaḍids, Namens Bedr, betraf; Aḥmed schwatzte es aus, el-Moʿtaḍid, darüber erbost, gab ihn der Rache der beiden preis, die ihn mit Zustimmung des Chalifen ums Leben brachten i. J. 286 (899). Er schrieb: Das groſse Buch der Nester (?)[b]) und der Rechenkunst. Das kleine Buch des Nestes (?)[b]) der Künste und des Rechnens. Einleitung in die Astrologie. Das groſse Buch über die Musik, in zwei Teilen, es giebt keines, das ihm an Vortrefflichkeit gleichkommt. Das kleine Buch über die Musik. Das Buch der Arithmetik: über die Zahlen und über die Algebra.[c]) Einleitung in die Musik. Über die Alt-Weiberkälte.[d]) Über den *Fâl.* Über das Wesen des Nebels. (Fihr. 261, Übers. 21; C. I. 407 n. Ibn el-Q.; Ibn Abi U. I. 214; Abulfar. 282, Übers. 185.)

64. Ibn Abî Qorra, Abû ʿAlî, der Astrolog des Fürsten von Baṣra, el-ʿAlawî;[e]) er war aber nicht glücklich in seinen Prophezeiungen. Er schrieb: Über die Ursache der Verfinsterung von Sonne und Mond, für

---

[a]) Dieser Ansicht neigt sich, wie es scheint, auch Steinschneider zu; vergl. seine Arbeit über Abraham b. Esra in Abhandlungen z. Gesch. d. Math. 3. Heft, p. 74.

[b]) Wahrscheinlich ein durch Abschreiber verdorbenes Wort, bei C. steht ġašš (oder ġišš) statt ʿašš, was „Betrug" bedeutet, aber wieder keinen Sinn giebt.

[c]) H. Ch. macht daraus zwei Werke: über die Zahlen (V. 38) und über die Algebra (V. 67).

[d]) Vergl. hierüber meine Übersetzung aus dem Fihr. p. 47, Anmerkg. 29, und el-Bîrûnî, Chronol. p. 245.

[e]) Es ist dies wahrscheinlich der angebliche ʿAlide ʿAlî b. Muh. b. ʿAbderraḥmân, der Häuptling der Zenǧ, die Baṣra von 257—270 mit Unterbrechung inne hatten; er ist auch bei C. „el-châriǧ" d. h. „der Rebell" genannt.

el-Muwaffaq, den Bruder des Chalifen el-Moʿtamid, gest. 278 (891), verfafst. (Fihr. 278, Übers. 34; C. I. 409 n. Ibn el-Q.)

65. Hârûn b. ʿAlî b. Jaḥjâ b. Abî Manṣûr, der Enkel von Nr. 14, ebenfalls bedeutender Astrolog und Verfertiger astronomischer Instrumente, daneben in der Litteratur und Dichtkunst bewandert. Er starb in Bagdad i. J. 288 (901).[a]) Er verfafste astronomische Tafeln, die lange Zeit sehr geschätzt und gebraucht wurden. (Fihr. 144; C. I. 424 n. Ibn el-Q.; Ibn Ch. II. 194, Übers. III. 604.)

66. T̠âbit b. Qorra b. Merwân,[b]) Abû'l-Ḥasan, el-Ḥarrânî (d. h. aus Ḥarrân in Mesopotamien gebürtig), gehörte zu der bekannten Sekte der Ṣabier,[c]) war erst Wechsler in seiner Vaterstadt, begab sich dann nach Bagdad, um die Wissenschaften der Alten zu studieren. Später ging er wieder nach Ḥarrân zurück, hatte dort mit seinen Glaubensgenossen Streit und wurde schliefslich aus der Sekte ausgeschlossen. Er liefs sich dann dauernd in Bagdad nieder, wo ihn Muh. b. Mûsâ b. S̀âkir, der nach seiner Rückkehr von einer Reise in die griechischen Länder auf seine Gelehrsamkeit und Sprachkenntnis aufmerksam geworden war, in sein Haus aufnahm und auch in den Gelehrtenkreis des Chalifen el-Moʿtaḍid[d]) einführte. Er war ein bedeutender Arzt, aber sein Hauptgebiet waren die philosophischen und mathematischen Wissenschaften, in denen er einen hohen Rang in der arabischen Litteraturgeschichte einnimmt. Er verstand das Griechische, Syrische und Arabische, machte Übersetzungen aus beiden erstern Sprachen in die letztere und verbesserte von andern gemachte Übersetzungen, wie z. B. die Übersetzung der Elemente des Euklides durch Isḥâq b. Ḥonein. Seine selbständigen Werke sind zahlreich; über seine astronomischen Beobachtungen und Arbeiten, besonders über die Sonne, läfst sich im besonderen noch Ibn Abi U. aus, er sagt: „Er stellte seine schönen Beobachtungen, die er über die Sonne in Bagdad gemacht hatte, in einem Buche zusammen, in welchem er seine Methode (der Rechnung) nach dem Sonnenjahre, seine Beobachtungen der Kulmination der Sonne, die Gröfse ihres Jahres und ihre Gleichung auseinandersetzte.“ T̠âbit wurde geboren i. J. 211[e]) (826) und starb in Ṣafar 288 (901).

---

[a]) C. hat unrichtig „376 im Alter von 74 Jahren“.

[b]) Ibn Ch. hat „Hârûn“ oder als andere Lesart „Zahrûn“.

[c]) deren Glauben ein Sterndienst war, mit dem alten chaldäischen Sonnendienst verwandt.

[d]) El-Moʿtaḍid war damals noch nicht de jure Chalife (sondern el-Moʿtamid), wohl aber de facto, das rechtmäfsige Chalifat bekleidete er nur während der 9 letzten Lebensjahre T̠âbits und starb kaum ein Jahr nach diesem.

[e]) Ibn Ch. und Ibn el-Q. haben 221, Ibn Abi U. setzt den Monat Ṣafar des Todesjahres zum Geburtsjahr.

Er schrieb: Über die (Zeit-) Rechnung nach den Neumonden. Über das Sonnenjahr. Über die Auflösung der geometrischen Aufgaben. Über die befreundeten Zahlen. Über die Transversalenfigur. Über den dem Sokrates zugeschriebenen Beweis.[a] Über die Aufhebung der Bewegung im Tierkreis.[b] Einleitung in den Almagest. Das Buch der Auslegung (Kommentar) des Almagestes. Das grofse Buch der Erklärung des Almagestes, das unvollendet blieb.[c] Über den Gebrauch der Himmelskugel. Über den Schnitt des Cylinders. Über die Sätze und Fragen, die entstehen, wenn zwei Gerade von einer dritten geschnitten werden. Eine zweite Abhandlung hierüber. Über das rechtwinklige Dreieck. Über die Bewegung der Himmelssphäre. Über die Zusammensetzung der Sphären, ihre Natur, ihre Zahl, die Zahl ihrer Bewegungen, über die Gestirne an denselben und die Art ihrer Bahnen und die Richtung ihrer Bewegungen. Über die Einteilung der Erde. Ein Buch über die Astronomie. Über die Prämissen (Axiome, Postulate etc.) des Euklides. Über die Lehrsätze des Euklides. Über die Sätze des Almagestes.[d] Über die Konstruktion des Körpers von 14 Flächen in eine gegebene Kugel. Seine Antwort über den Grund der Abweichungen der Tafeln des Ptolemäus von den „Erprobten". Über die Beschwerlichkeit der astronomischen Rechnung. Über den unerläfslichen Weg zur Auffindung des Gesuchten in den geometrischen Wahrheiten. Einleitung in das Buch des Euklides, ein vortreffliches Werk. Kommentar zur Physik des Aristoteles, unvollendet. Über die Erscheinungen bei den Mondfinsternissen und ihre Bedeutungen. Über die Ursachen der Sonnen- und Mondfinsternisse, unvollendet. Über die Ausmessung der ebenen Figuren und der übrigen Flächen und der Körper. Über das Wesen der Gestirne und ihre Einflüsse. Über die Sonnenuhren. Erklärung der Art und Weise, wie nach Ptolemäus' Angabe seine Vorgänger die mittlere Umlaufszeit des Mondes bestimmt haben. Auszug aus den zwei Büchern der Arithmetik des Nikomachus. Sätze aus der Mechanik. Auszug aus dem 1. Buche des Quadripartitum des Ptolemäus. Das Buch über die Parabel. Über die Ausmessung der parabolischen Körper. Über die Konstruktion der Schattenlinien des Gnomons der Sonnenuhr. Abhandlung über die Geometrie, gerichtet an Ismâ'îl

---

[a]) Es handelt sich hier um das bekannte Kapitel des Menon über die Beziehung der Fläche eines Quadrates zu derjenigen des Quadrates über der Diagonale.

[b]) Dieser Titel ist verdorben; nach dem Pariser Ms. 2457, 13° handelt es sich hier um die bekannte Theorie von der Trepidation der Fixsterne.

[c]) Statt dieser drei zuletzt genannten Werke hat C. nur: Drei Bücher zur Erklärung des Almagestes, das gröfste und beste blieb unvollendet.

[d]) Wahrscheinlich identisch mit einem der drei schon genannten Werke über den Almagest.

b. Bulbul. Über das was Theon übersehen hat bei der Berechnung der Sonnen- und Mondfinsternisse. Über die Berechnung der Sonnen- und Mondfinsternisse. Über die helischen Untergänge der Mondstationen. Über das zusammengesetzte Verhältnis.[a]) Über die magischen Zahlen (Zahlenquadrate). Über den Gebrauch der „erprobten" Tafeln und Darstellung dessen, was er an Ḥabaš in diesen seinen Tafeln auszusetzen hatte. Über die Ausmessung des Schnittes der Linien (?). Verschiedene Schriften über die astronomischen Beobachtungen, arabisch und syrisch. Über die Verifikation algebraischer Aufgaben durch geometrische Beweise. Verbesserung (Rezension) des 1. Buches des Apollonius über das bestimmte Verhältnis (de sectione oder ratione determinata), eine sehr gute Rezension mit Kommentar dazu; das 2. Buch behandelte er nicht, es war unverständlich (zu schwierig). Ein Kompendium der Astrologie. Ein Kompendium der Geometrie. Antworten auf eine Anzahl Fragen von Sind b. ʿAlî.

Von seinen Übersetzungen und Verbesserungen solcher führe ich hier nur die folgenden an und verweise im übrigen auf Wenrich, Steinschneider und meine Übersetzung aus dem Fihrist: Ṯâbit übersetzte, wie die Quellen berichten, die Kreisrechnung des Archimedes, seine Lemmata und seine (angebliche) Schrift über die Siebenteilung des Kreises; einen Teil des Kommentars des Eutokius zum 2. Buche des Archimedes über Kugel und Cylinder, wo es sich um das Problem von der Verdoppelung des Würfels handelt; das 5., 6. und 7. Buch der Kegelschnitte des Apollonius; vielleicht auch die Abhandlung des Apollonius über den Verhältnisschnitt (de sectione rationis); die Geographie des Ptolemäus. Er verbesserte die Übersetzung der Elemente des Euklides durch Isḥâq b. Ḥonein, der Data des Euklides durch denselben, der Abhandlung des Euklides „über die Teilung der ebenen Figuren" durch einen Anonymus; die Übersetzung des Werkes von Archimedes „über Kugel und Cylinder" mit dem Kommentar des Eutokius, wahrscheinlich durch Isḥâq b. Ḥonein, etc. (Fihr. 272, Übers. 25; C. I. 386 n. Ibn el-Q.; Ibn Abi U. I. 215; Ibn Ch. I. 100, Übers. I. 288; Abulfar. 281, Übers. 184.)

Von seinen Schriften und Übersetzungen (die Verbesserungen lasse ich weg) sind noch vorhanden: Über die Rechnung nach den Neumonden, Brit. Mus. (426, 13°). Über das Sonnenjahr, Ind. Off. (734, 1°). Über die Verzögerung und Beschleunigung der Bewegung im Tierkreis, Paris (2457, 13°). Über die befreundeten Zahlen, Paris (2457, 38°). Über die (Ausmessung der) Parabel, Paris (2457, 25°), Kairo (200, Übers. 20). Über die Aus-

---

[a]) Wahrscheinlich identisch mit der vorher genannten Schrift über die Transversalenfigur.

messung der parabolischen Körper, Paris (2457, 24°). Über den unerläßlichen Weg zur Auffindung des Gesuchten in den geometrischen Wahrheiten, Kairo (200, Übers. 20). Über den dem Sokrates zugeschriebenen Beweis, Kairo (200, Übers. 20). Über die Sätze und Fragen, die entstehen, wenn zwei Gerade von einer dritten geschnitten werden (oder über den Beweis des berühmten Postulates des Euklides), Paris (2457, 32°), Kairo (201, Übers. 20). Über den Schnitt des Cylinders, Kairo (202, Übers. 22). Über das rechtwinklige Dreieck, Escurial (955, 8° ?). Über die Transversalenfigur, Escurial (967, 2°), Kairo (201, Übers. 20), Paris (2457, 15°, 2467, 11° und 13°), in allen drei Mss. nur Bruchstücke davon, Algier (1446, 4°), Berlin (5940), nur ein kurzer Auszug daraus. Über die Art und Weise der Auflösung der geometrischen Aufgaben, Paris (2457, 43°). Die Data[a]) in der Rezension des Naṣîr ed-dîn, Paris (2467, 4°), Berlin (5939), Florenz (Palat. 271 und 286), Kairo (202, Übers. 21). Das Buch über die Wage *(Farasṭûn* oder *Qarasṭûn)*, Berlin (6023), Ind. off. (767, 7°).[b]) Seine Übersetzung des 5.—7. Buches der Kegelschnitte des Apollonius, Oxford (I. 943), Leiden (979), Florenz (Palat. 275); diejenige der Lemmata des Archimedes, Oxford (I. 875, 895, 939, 960), Leiden (982), Florenz (Palat. 271 und 286), Kairo (202, Übers. 21); diejenige der Siebenteilung des Kreises von Archimedes, Kairo (203, Übers. 22); diejenige eines Teils des Kommentars des Eutokius zum 2. Buche des Archimedes über Kugel und Cylinder, Paris (2457, 44°); sein Auszug aus der Arithmetik des Nikomachus, Brit. Mus. (426, 15°).[c]) Endlich werden ihm noch zugeschrieben: Über die Trisektion des Winkels, Paris (2457, 45°), de horometria, Escurial (955, 7°); ob dies eine der oben genannten Schriften sei, können wir nicht entscheiden. — Ins Lateinische übersetzt wurde die Schrift über die Transversalenfigur von Gerard von Cremona: Liber thebit de figura alchata (auch de figura sector), in Paris (7377 B) und in Erfurt (Ampl. Sammlung. Qu. 349, 16°); ferner die Schrift über die Wage, ebenfalls von Gerard: Liber carastonis sive tractatus de statera, authore Thebit ben Corath, in Paris (7377, B, 7434, 6°); die Abhandlung über die Vorwärts- und Rückwärtsbewegung im Tierkreis, von demselben: Liber thebit de motu accessionis et recessionis, in Paris (9335), in Oxford (Cat. Mss. Angl. T. I. P. I. 6567); wahrscheinlich seine Einleitung in

---

[a]) Dieses Buch findet sich nicht im Verzeichnis seiner Schriften; es ist wahrscheinlich eine Bearbeitung (Kompendium) des Euklidischen Werkes gleichen Namens.

[b]) Ein Buch gleichen Titels schreibt der Fihr. den Söhnen Mûsâs zu (s. d. Art.); es ist möglich, daſs sich der Verf. des Fihr. hier geirrt hat.

[c]) Im Kat. des Brit. Mus. heiſst es: Übersetzung der Einleitung in die Arithmetik von Nikomachus.

den Almagest, von demselben, unter dem Titel: De expositione nominum (oder vocabulorum) almagesti, oder auch: de iis quae indigent expositione, antequam legatur almagestum, in Paris (7195, 7215 etc.), in Oxford (Cat. Mss. Angl. T. I. P. I. 2083 und 2458, 14⁰) etc. Ferner wurde von Joh. Hispalensis eine angebliche Schrift des Ṯâbit übersetzt unter dem Titel: de imaginibus (astronomicis), eine astrologische Abhandlung, in Paris (7282, 4⁰), in Oxford (Cat. Mss. Angl. T. I. P. I. 2456, 9⁰) etc. Welche der genannten Abhandlungen des T. dies sei, oder welcher sie entnommen sei, können wir nicht entscheiden.

67. Muh. b. Arqam el-Sabâ'î aus Cordova, gehörte zu den Kennern der Sprachwissenschaft und der Rechenkunst; er unterrichtete el-Qâsim, Aṣbaġ und ʿOṯmân, die Söhne des Emirs Muh. b. ʿAbderraḥmân (852—886), wie el-Râzî[13] und andere berichten. (B. V. 92.)

68. ʿAbdallâh b. Masrûr el-Naṣrânî (der Christ), war Schüler und Freund von Abû Maʿšar und bedeutender Nachfolger von ihm in der Astrologie. Er schrieb: Über den Ort der Strahlenwerfung (Projektion der Strahlen). Über den Umlauf der Jahre der Welt und das Weissagen nach ihnen. Über den Umlauf der Geburtsjahre. (Fihr. 277, Übers. 33; C. I. 403 nach Ibn el-Q.)

In Oxford (I. 442) befindet sich von ihm eine Astrologie (arabisch in hebräischer Schrift); welches der oben genannten Werke dies sei, kann ich nicht entscheiden.

69. ʿOmar b. Muh. b. Châlid b. ʿAbdelmelik, der Sohn von Nr. 46 und der Enkel von Nr. 20, ebenfalls Astronom wie diese beiden, gab nach seines Grofsvaters und Sind b. ʿAlîs und anderer System und Berechnung verfafste astronomische Tafeln heraus, die er „abgekürzte Tafeln" nannte. Ferner schrieb er: Das Buch der Gleichung der Planeten.[a]) Über die Konstruktion des Planisphäriums (eigentlich des Astrolabiums, genannt *el-musaṭṭaḥ*). (Fihr. 276, Übers. 31; C. I. 435 n. Ibn el-Q.)

70. ʿAlî b. Dâ'ûd,[b]) ein Jude aus ʿIrâq gebürtig, lebte in Bagdad, war ein vortrefflicher Mann und hervorragender Astrolog. Er schrieb: Über den Regen. (Fihr. 278, Übers. 33; C. I. 408 n. Ibn el-Q.)

71. Ibn Sîmaweih, der Jude, der Astrolog, war sehr erfahren in dieser Kunst. Er schrieb: Einleitung in die Astrologie. Über den Regen. (Fihr. 278, Übers. 33; C. I. 417 n. Ibn el-Q.)

72. ʿAbdelḥamîd b. ʿAbdelʿazîz el-Qâḍî, Abû'l-Ḥâzim, stammte aus Baṣra, studierte die Rechtswissenschaft bei el-Bakîr (?) el-ʿOmmî. Er

---

[a]) Der Text hat einfach „Sterne".

[b]) C. hat n. Ibn el-Q. „Abû Dâ'ûd", ich halte beide für identisch.

verwaltete nach einander das Richteramt in Syrien, in Kûfa und in Karch bei Bagdad. Er starb i. J. 292 (905). Er war sehr gelehrt in der Rechenkunst, Algebra, Ausmessungslehre und in der Erbteilung, über welch letztere Disziplin er ein Werk geschrieben hat. (Ibn Qutl. 24.)

73. Muslim b. Aḥmed el-Leiṯî, Abû ʿObeida, bekannt unter dem Namen Ṣâḥib el-qible (Meister oder Bewahrer der Qible), aus Cordova. Er reiste nach dem Osten i. J. 259 und kam daselbst mit einer grofsen Zahl von Traditions- und Rechtsgelehrten zusammen. Er hörte in Mekka den Muh. b. Idrîs el-Warrâq el-Ḥomeidî, ʿAlî b. ʿAbdelʿazîz, Abû Jaḥjâ b. Abî Masarra etc., in Kairo den el-Muzenî,[a]) el-Rabîʿ b. Soleimân el-Mu'eḏḏin etc. Es sagt Aḥmed b. ʿAbdelbarr[14]: „Abû ʿObeida war einer der wahrhaftigsten Männer seiner Zeit; ich habe gehört, wie ʿAbdallâh b. Muh. b. Ḥonein von ihm sagte, dafs es für ihn leichter gewesen wäre, vom Himmel auf die Erde zu fallen, als zu lügen.“ Er war gelehrt in Rechenkunst und Astronomie und leidenschaftlich besorgt um die Innehaltung der Gebetsrichtung, weshalb er auch den Namen Ṣâḥib el-qible erhalten hatte. Zu seinen Schülern gehörten ʿOṯmân b. ʿAbderraḥmân, Qâsim b. Aṣbaġ,[15] ʿAbdallâh b. Jûnis und viele andere. Gegen das Ende seines Lebens wurde er blind; er starb i. J. 295 (907/08) nach Aḥmed.[16] (B. VII. 413 und III. 456; die letztere Quelle hat als Todesjahr 304.)

74. Isḥâq b. Ḥonein b. Isḥâq el-ʿIbâdî, Abû Jaʿqûb, der Sohn von Nr. 44, war einer der hervorragendsten Mediziner seiner Zeit. Als Kenner verschiedener Sprachen und als Übersetzer erreichte er seinen Vater an Ruhm. Er übersetzte besonders die philosophischen Werke der Griechen, in erster Linie des Aristoteles, ebenso mathematische und astronomische ins Arabische. Er stand in grofser Gunst bei den Chalifen el-Mutawakkil, el-Moʿtamid und el-Moʿtaḍid, besonders aber bei dem Wezir des letztern, Qâsim b. ʿObeidallâh. Er starb im Rabîʿ II. 298 (Ende 910) in Bagdad. — Von Übersetzungen werden ihm zugeschrieben: Die Elemente des Euklides, verbessert von Ṯâbit b. Qorra, in Oxford (I. 919 und 958);[b]) der Almagest des Ptolemäus, ebenfalls verbessert von Ṯâbit, in Paris (2482 und 83), unvollständig. Sehr wahrscheinlich sind auch von ihm und nicht von seinem Vater, wie teilweise in den Mss. angegeben ist, übersetzt: Die Sphärica des Menelaus, in Leiden (988), Florenz (Palat. 271 und 286); die Data des Euklides, in Oxford (I. 875, 895, 960), Berlin (5929), Ind. Off. (743, 1^{0}), Florenz (Palat. 271 und 286), Kairo (200, Übers. 19), an letztern beiden

---

[a]) Oder auch Muzeinî, vom Stamme Muzeina, ein grofser ägyptischer Rechtsgelehrter und Traditionist, gest. 264 (878). (Ibn Ch. I. 71, Übers. I. 200.)

[b]) Das 14. u. 15. Buch sind übersetzt von Qosṭâ b. Lûqâ.

Orten in der Rezension des Naṣîr ed-dîn; die Optik des Euklides, in Oxford (I. 875), Leiden (976 und 977), Florenz (Palat. 271 und 286); die zwei Bücher über die Kugel und den Cylinder von Archimedes, in Oxford (I. 875 und 895, mit dem Kommentar des Eutokius), Ind. Off. (743, 6°), Florenz (Palat. 271 und 286, in der Rezension des Naṣîr ed-dîn); über die bewegte Sphäre von Autolykus, verbessert von Ṯâbit, in Oxford (I. 908); über die Aufgänge der Gestirne von Hypsikles, in Paris (2457, 36°), verbessert von Ṯâbit; vielleicht sind auch von ihm übersetzt die Phänomena des Euklides, in Oxford (I. 875 und 895) und Leiden (1040). — Nach Ibn Abi U. hat Isḥâq b. Ḥonein einen Auszug (Kompendium) aus dem Buche (den Elementen) des Euklides verfasst. (Fihr. 285 und 298, Übers. 16 und 20; Ibn Ch. I. 66, Übers. I. 187; Ibn Abi U. I. 200; Abulfar. 266, Übers. 173.)

75. El-Faḍl b. Muh. b. ʿAbdelḥamîd b. Wâsiʿ el-Chuttalî, Abû Barza, der Enkel von Nr. 35, ebenfalls geschickter Rechner und gelehrter Arithmetiker. Er lebte in Bagdad und starb daselbst nach Ibn el-Q. am 27. Ṣafar d. J. 298 (Nov. 910). Er schrieb: Das Buch über den Geschäftsverkehr. Das Buch über die Ausmessung (der Figuren). (Fihr. 281, Übers. 37; C. I. 408 und 421 n. Ibn el-Q.)

76. Ḥâmid b. ʿAlî, Abû'l-Rabîʿ, el-Wâsiṭî (d. h. von Wâsiṭ gebürtig, einer der geschicktesten Verfertiger von astronomischen Instrumenten. Ibn Jûnis sagt (Not. et extr. VII. 54): „Die Gelehrten ersten Ranges und die grofsen Künstler sind selten . . . solche waren: Ptolemäus in der Methode des Beweisens, Galenus in der Medizin, ʿAlî b. ʿIsâ und Ḥâmid b. ʿAlî el-Wâsiṭî in der Kunst der Herstellung von Astrolabien.“ Der Fihrist nennt ihn einen Schüler von ʿAlî b. Aḥmed, dem Geometer, es ist dies wahrscheinlich der Sohn von Aḥmed b. ʿAbdallâh el-Ḥabaš, der sich in der Verfertigung astronomischer Instrumente ausgezeichnet hat (vergl. Art. 51). (Fihr. 285, Übers. 42.)

77. Qosṭâ b. Lûqâ el-Baʿalbekî, war ein Christ aus Baʿalbek gebürtig. Er war ein geschickter Arzt, Philosoph, Astronom, Mathematiker und Übersetzer, Kenner der griechischen, syrischen und arabischen Sprache, und zeichnete sich besonders in der letztern durch einen vortrefflichen Stil aus. Er machte Reisen nach den griechischen Ländern und brachte von da eine grofse Zahl wissenschaftlicher Werke nach Syrien zurück. Als Arzt und Übersetzer lebte er nachher in Bagdad und später in Armenien, wohin ihn der Fürst Sanḥârîb kommen liefs (nach ʿObeidallâh b. Ǧabrîl); es befand sich dort auch Abû'l-Ġiṭrîf el-Baṭrîq, ein gelehrter und vortrefflicher Mann, für diesen verfafste Qosṭâ eine Reihe von ausgezeichneten Werken. Er starb dort, wahrscheinlich im Anfang der Regierungszeit el-Moqtadirs

(295—320), also ca. 300 (912/13); es wurde ihm ein herrliches Grabmal gesetzt und dasselbe verehrt wie dasjenige von Königen und geistlichen Würdenträgern. Er schrieb: Einleitung in die Geometrie, in Form von Fragen und Antworten, für Abû'l-Ḥasan ʿAlî b. Jaḥjâ.[a]) Über den Beweis zur Regel der beiden Fehler. Über den Satz (?) von der Kugel und dem Cylinder. Über die Astronomie und die Zusammensetzung der Sphären. Über die Rechnung *el-talâqî*[b]) auf dem Wege der Algebra. Übersetzung des Buches des Diophantus über die Algebra.[c]) Über den Gebrauch des Himmelsglobus. Über den Gebrauch des Instrumentes, auf welches die *ǧawâmiʿ* gezeichnet werden und mit welchem die *natâ'iǧ* erhalten werden.[d]) Über die Brennspiegel. Über die Gewichte und Maſse. Über den Wind und seine Ursachen. Über die Wage. Über die schwierigen Stellen des Euklidischen Buches. Einleitung in die Astrologie. Abhandlung über die Auflösung von Zahlenaufgaben aus dem dritten Buche des Euklides. (Fihr. 295, Übers. 43; C. I. 419 n. Ibn el-Q.; Ibn Abi U. I. 244; Abulfar. 274, Übers. 179.)

Von seinen Schriften sind noch vorhanden: Über den Gebrauch des Himmelsglobus, in Berlin (5836), Brit. Mus. (407ª, 10⁰ u. 415, 7⁰), Oxford (II. 297), Konstant. (2635), das Ms. Leiden (1053) betitelt: *Kitâb el-ʿamal bi'l-aṣṭorlâb el-kurî* (das Buch über den Gebrauch des sphärischen Astrolabiums) scheint nicht dasselbe Werk zu sein, rührt vielleicht auch nicht von Qosṭâ her. Über die Astronomie und die Zusammensetzung der Sphären in Oxford (I. 879, 2⁰). Über den Beweis zur Regel der beiden Fehler, in Ind. off. (1043, 12⁰). — Von seinen Übersetzungen finden sich noch vor: Theodosius, über die bewohnten Orte, in Berlin (5649 u. 50), Ind. Off. (744, 2⁰), Florenz (Palat. 271 u. 286), Kairo (199, Übers. 19). Theodosius, die Sphärik, in Berlin (5933), in Florenz (Palat. 271 und 286). Theodosius, über die Tage und Nächte, ibid. und in Berlin (5648). Autolykus, über die Aufgänge und Untergänge, in Leiden (1042), Florenz (Palat. 271 und 286), Oxford (I. 875 u. 895). Hypsikles, über die Aufgänge der Gestirne, in Oxford (I. 875 u. 895), Leiden (1043), Berlin (5652), Ind. Off. (743, 5⁰), Kairo (202, Übers. 21). Aristarchus, über die Gröſse und Entfernung von Sonne und Mond, in Ind. Off. (744, 4⁰), Florenz (Palat. 271 und 286),

---

[a]) Es ist dies der Gesellschafter des Chalifen el-Mutawakkil, der Sohn des Astronomen Jaḥjâ b. Abî Manṣûr, gest. 275 (888/89).

[b]) *el-talâqî* heiſst wörtlich „das Zusammentreffen", was seine eigentliche Bedeutung hier ist, habe ich nicht ausfindig machen können.

[c]) Der Fihr. hat hier: Ein Kommentar zu dreieinhalb Büchern des Diophantischen Werkes über arithmetische Aufgaben.

[d]) Ist eine magische Schrift: ǧawâmiʿ und natâ'iǧ sind gewisse Sandfiguren (vergl. Sprenger, a dictionary of the technical terms, etc. 1862).

Berlin (5651); fast alle diese genannten Abhandlungen sind aber nicht in der ursprünglichen Form, sondern in der Rezension des Naṣîr ed-dîn vorhanden. Heron, über das Heben der Lasten, in Leiden (983), Kairo (199, Übers. 19), herausgegeben und übersetzt von Carra de Vaux (Journ. asiat. Sér. 9, Vol. I. p. 386—472, Vol. II. p. 152—269, 420—514). — Ins Lateinische übersetzt wurde seine Abhandlung über den Gebrauch des Himmelsglobus: de sphera solida, von Stephanus Arnaldi, in Oxford (Coxe, P. III. 340, 3⁰).

78. Aḥmed b. Jûsuf b. Ibrâhîm, Abû Ǧaʿfar,[a]) el-Miṣrî (der Ägypter), der Geometer. Sein Vater Jûsuf b. Ibrâhîm b. el-Dâja, von Ibn Abi U. zweimal (I. 130 u. II. 34) „der Rechner" genannt, lebte zuerst in Bagdad, dann (v. 225 an) in Damaskus und später in Ägypten. Dieser wird viel zitiert von Ibn Abi U., wahrscheinlich als Verfasser einer Geschichte der Ärzte.[17] Aḥmed b. Jûsuf war Geheimschreiber der Ṭûlûniden, der Beherrscher Ägyptens von 254—292 (868—905). — Es werden ihm zugeschrieben: 1. Das Buch über das Verhältnis und die Proportion.[b]) 2. Ein Kommentar zum Centiloquium des Ptolemäus. 3. Über ähnliehe Bögen. 4. Über die Ṣafîḥa (Scheibe des Astrolabiums) für alle Breiten. Alle vier sind noch arabisch vorhanden: Nr. 1 in Algier (1446, 2⁰) und in Kairo (198, Übers. 18). Nr. 2 in Berlin (5874) und in St. Petersburg (Institut des langues orientales, Katal. v. Rosen, 1877, Nr. 191, 4⁰).[c]) Nr. 3 in Oxford (I. 941, nach Pusey, Catal. P. II. p. 602). Nr. 4 in Oxford (Ibid.) und vielleicht auch in Leiden (1158). Es ist möglich, dafs er auch der Verfasser der „Geschichte der Astronomen" ist, welche von H. Ch. I. 191 dem Ibn el-Dâja zugeschrieben wird, oder dann sein Vater; diese Frage ist heute noch nicht zu entscheiden. Die von H. Ch. I. 199 einem Aḥmed b. Jûsuf beigelegte Schrift „über Tagewählerei" ist wahrscheinlich von dem Westaraber Aḥmed b. Jûsuf b. el-Kemâd (s. Art. 487). Als Todesjahr des Aḥmed b. Jûsuf giebt H. Ch. III. 639 das Jahr 334 (945/46) an, was kaum richtig sein kann; er ist wohl früher, ca. 300 (912/13) gestorben. (Fihr. 268, Übers. 20; C. I. 372 n. Ibn el-Q.; Ibn Abi U. I. 119, 190, 207.)

Ins Lateinische übersetzt wurden die ersten drei Abhandlungen: Nr. 1 unter dem Titel: Liber Hameti de proportione et proportionalitate, von Gerard von Cremona (Mss. in Paris, 7377 B, 7⁰ u. 9335; in Wien 5277,

---

[a]) Das Ms. von Kairo (198) hat „Abû Ḥafṣ".

[b]) Diese Schrift handelt über das 5. Buch des Euklides und über die Transversalenfigur (vergl. M. Cantor in Bibl. math. 1888, p. 7—10, und M. Curtze, Anaritii in decem libros priores elementorum Euclidis commentarii, Lips. 1899, p. XXVII).

[c]) Nach Steinschneider, Bibl. math. 1888, p. 113.

13⁰ u. 5292;[a]) in Oxford, Black, Ashmole 357, 4⁰ etc.). Nr. 2 unter dem Titel: Liber de arcubus similibus, ebenfalls von Gerard (Mss. in Oxford, Catal. Mss. Angl. et Hibern. T. I. P. I. 3623, 15⁰; in Paris 9335 und 11247 etc.).[b]) Nr. 3, Kommentar zum Centiloquium, von Plato von Tivoli[c]) (Mss. in Paris, 7480, 7198, 5⁰, 7282, 2⁰ etc., in Oxford, Coxe, P. II. Colleg. Corp. Chr. 101, 2⁰ etc.). In diesen Mss. wird der Kommentar fälschlich dem Haly heben Rodan (= ʿAlî b. Riḍwân) beigelegt. Das Centiloquium mit diesem Kommentar ist auch gedruckt worden in Venedig 1493 und 1519, in ersterer Ausgabe (die mir allein zu Gebote steht) hinter dem Quadripartitum des Ptolemäus mit dem Anfang: Incipit liber centum verborum ptholemei cum commento haly.

79. Ibn Abî Râfiʿ, Abû'l-Ḥasan, ein vorzüglicher Gelehrter, schrieb: Über die Verschiedenheit des Aufgangs (der Gestirne). (Fihr. 279, Übers. 34.)

80. Isḥâq b. Ibrâhîm b. Zeid (and. Jezîd), bekannt unter dem Namen Abû'l-Ḥosein b. Karnîb, ein bedeutender Naturphilosoph und Mathematiker, lebte in Bagdad und schrieb: Wie man mit Hilfe der bestimmten Höhe (der Sonne) erkennen kann, wie viel Stunden des Tages vorüber sind. (Fihr. 273, Übers. 26.)

81. Šoǧâʿ b. Aslam b. Muh. b. Šoǧâʿ, Abû Kâmil, der Rechner, aus Ägypten, war ein sehr gelehrter Mathematiker und schrieb: Das Buch des Glückes (wahrscheinlich eine astrologische Schrift). Das Buch des Schlüssels zum Glücke (ebenso). Das Buch des Ausgepreſsten (ʿaṣîr?). Über den Vogelflug. Über die Algebra. Über die Vermehrung und die Verminderung. Über die beiden Fehler.[d]) Das Buch der Ausmessungslehre und der Geometrie. Das Buch des Genügenden (?). (Fihr. 281, Übers. 37.)

In Leiden (1003) existiert von ihm ein Buch über unbestimmte Aufgaben, betitelt: *Tarâ'if* (Auserlesenes, Seltenes) aus der Rechenkunst, leider ist diese Schrift unvollständig. Nach H. Ch. V. 68 u. 168 hat Abû Kâmil auch ein Buch über die Erbteilungen, mit Hilfe der Algebra gelöst, geschrieben. (Vergl. auch meine Übers. aus dem Fihr. p. 69 u. 70, Anmerkg. 229.) Seine Algebra wurde kommentiert von el-Iṣṭachrî (s. Art. 103) und ʿAlî b. Aḥmed el-ʿImrânî (s. Art. 119).

---

[a]) Die letzten beiden Zahlen zitiere ich nach Steinschneider (Bibl. math. 1888, p. 112).

[b]) Sehr wahrscheinlich ist die von M. Curtze in den Mitteilungen des Copernikus-Vereins zu Thorn, VI. Heft, 1887 veröffentlichte Abhandlung: Liber de similibus arcubus diese lateinische Übersetzung der Schrift des Aḥmed b. Jûsuf.

[c]) So nach Steinschneider (Bibl. math. 1888, p. 113), Wüstenfeld, Die Übers. arab. Werke ins Lat. etc. p. 28 schreibt sie Joh. Hispalensis zu.

[d]) Ist wohl identisch mit demjenigen „Über die Vermehrung und die Verminderung"; vergl. meine Übers. aus dem Fihr. p. 70, Anmerkg. 230.

82. Muh. b. el-Ḥosein b. Ḥamîd, bekannt unter dem Namen Ibn el-Adamî,[a]) ein sehr gelehrter Astronom und Astrolog, der Sohn von Nr. 50. Er verfaſste Tafeln, deren Vollendung er aber nicht erlebte; nach seinem Tode wurden sie von seinem Schüler el-Qâsim b. Muh. b. Hišâm el-Madânî (Reinaud : Madaynî)[b]) el-ʿAlawî i. J. 308 (920/21) herausgegeben, unter dem Titel: *Naẓm el-ʿiqd* (die Anordnung des Perlenhalsbandes). Diese Tafeln enthalten die Elemente der Astronomie, die Gleichungen der Planeten und die Berechnung der Bewegung der Gestirne nach der Methode des Sindhind; man findet darin auch eine Darstellung der Theorie der Trepidation der Fixsterne. Sie werden auch rühmend genannt von dem Toledaner Ṣâʿid el-Qâḍî (s. Art. 244). (C. I. 430 n. Ibn el-Q.; Not. et extr. VII. 126 u. 128.)

83. Ibrâhîm b. Jûnis, bekannt unter dem Namen Ibn el-Ḥassâb (Sohn des Rechners), Freigelassener des Mûsâ b. Naṣîr (oder Noṣair); er hatte auch den Beinamen „Ḥâriṯ der Rechenkunst“.[18] Er gehörte zum Gerichtshof von Kairowân und auch zu den Richtern der Stadt Rakâda.[c]) Er starb i. J. 308 (920/21). (Ibn ʿAḏârî, Histoire de l'Afrique et de l'Espagne et fragments de la chronique d'Arîb, publ. par R. Dozy, Leyde 1848—51 I. 189.)

84. Salhab b. ʿAbdessalâm el-Faraḍî (d. h. der Erbteiler) Abû'l-ʿAbbâs, aus Cordova, war sehr gelehrt im Erbrecht und scharfsinnig in der Arithmetik und ein vortrefflicher Mensch. Er starb i. J. 310 (922/23), wie dem Verfasser dieses Artikels (Ibn el-Faraḍî, s. Vorwort) von Ismâʿîl b. Isḥâq[19] mitgeteilt worden ist. (B. VII. 164.)

85. Jaḥjâ b. Jaḥjâ, Abû Bekr, bekannt unter dem Namen Ibn el-Samîna, aus Cordova, war sehr gelehrt und bewandert in der Litteratur, Rechtswissenschaft und Tradition, daneben auch ein scharfsinniger Metaphysiker und Erklärer von Poesien, und zeichnete sich auch in der Rechenkunst, Astronomie und Medizin aus. Er reiste nach dem Osten und neigte sich hier den Lehren der Moʿtaziliten[d]) zu; er kehrte dann wieder nach Spanien zurück und las hier über die Möglichkeit,[e]) worüber er bei Chalîl b. ʿAbdelmelik gehört hatte. Er starb i. J. 315 (927) nach Soleimân b. Eijûb.[20] (B. VIII. 53; Maq. K. II. 232; Ibn Abi U. II. 39.)

---

[a]) Reinaud (Mém. sur l'Inde, p. 320) hat „el-Odmy“ und hält ihn identisch mit dem im Fihr. genannten Ḥosein b. Muh. el-Adamî (Art. 50); warum führt aber dann der Fihr. seine Tafeln nicht an?

[b]) Ibn el-Q. (Ms. 440 von München, fol. 107[a]) hat auch el-Madâ'inî und statt Hišâm — Hâtim.

[c]) Rakâda war ein Flecken bei Kairowân.

[d]) B. VIII. 53 hat „Mutakallimîn“, was jedenfalls unrichtig ist.

[e]) Istiṭâʿa (= δύναμις) im Gegensatz zu faʿl (= ἐντελέχεια = Wirklichkeit).

86. Jaḥjâ b. ʿAǵlân aus Saragossa, war ausgezeichnet als Gelehrter und als tugendhafter Mensch. Er zeichnete sich besonders in der Erbteilung und Rechenkunst aus und verfaſste hierüber ein Buch, das viel benutzt wurde. Es erwähnt dies Ibn el-Ḥâriṯ,[a]) der auch anführt, daſs er gröſsere Reisen gemacht habe. (B. VIII. 49.)

87. Jaḥjâ b. Muh. b. Asâma aus Saragossa war gelehrt und scharfblickend in der Erbteilung und Arithmetik nach Châlid. (B. VIII. 52.)

88. El-Faḍl b. Ḥâtim el-Nairîzî,[b]) Abû'l-ʿAbbâs, ein bedeutender Geometer und Astronom, auf dessen Autorität man sich gerne bezog, namentlich in der beobachtenden Astronomie. Er schrieb: Einen Kommentar zu den Elementen des Euklides. Kommentar zum Quadripartitum des Ptolemäus. Das groſse Buch der Tafeln. Das kleine Buch der Tafeln. Über die Gebetsrichtung (qible). Über die atmosphärischen Erscheinungen, für el-Moʿtaḍid verfaſst. Das Buch der Beweise[c]) und der Herstellung von Instrumenten, mit welchen die Entfernungen von Gegenständen bestimmt werden können. Kommentar zum Almagest des Ptolemäus.[d]) Er starb ca. 310 (922/23). (Fihr. 279, Übers. 35; C. I. 421 n. Ibn el-Q.; el-Bîrûnî, p. 139.)

Von diesen Schriften sind arabisch vorhanden: Über die Gebetsrichtung, in Paris (2457, 17⁰). Der Kommentar zu den Elementen des Euklides, in Leiden (965), aber nur 1.—6. Buch, wird gegenwärtig mit lat. Übersetzung herausgegeben von Besthorn und Heiberg in Kopenhagen, erschienen sind bis jetzt Fasc. I—III. Eine lateinische Übersetzung dieses Kommentars durch Gerard von Cremona befindet sich, und zwar die 10 ersten Bücher umfassend, in Krakau (569), dieselbe wurde nach letzterem Codex herausgegeben von M. Curtze (Anaritii in decem libros priores elementorum Euclidis commentarii. Suppl. ad Euclidis opera omnia, edid. Heiberg et Menge; Lips. 1899). Wahrscheinlich ein Auszug aus diesem Kommentar des el-Nairîzî ist die in Paris (2467, 7⁰) und in Berlin (5927) sich befindende Abhandlung „Über das berühmte (5.) Postulat" betreffend die parallelen Linien. Im Escurial befindet sich (956, 6⁰) eine Abhandlung „über den Gebrauch des sphärischen Astrolabiums" (wahrscheinlich des Himmelsglobus), die dem Faḍl b. Ḥâtim el-Nairîzi zugeschrieben wird.

89. Muh. b. Ǧâbir b. Sinân, Abû ʿAbdallâh, el-Battânî[e]) (auch

---

[a]) Vergl. Anmerkg. 19.

[b]) d. h. aus Nairîz, einer Stadt im Gebiete von Šîrâz, gebürtig.

[c]) Dieses Wort fehlt bei C.

[d]) Dieses Werk fehlt im Fihr., steht aber bei C.; es wird auch von H. Ch. V. 386 erwähnt und von el-Bîrûnî (Chronol. of anc. nat. p. 139) zitiert.

[e]) Battân oder auch Bittân ist ein Flecken im Gebiet von Ḥarrân.

el-Raqqî), stammte aus Ḥarrân und war von Haus aus Ṣâbier.[a]) Es ist dies der berühmte Astronom, der im Abendland unter dem Namen Albategnius bekannt war. Er wohnte anfänglich in Raqqa und machte auch dort seine ersten Beobachtungen, deren Anfang ins Jahr 264 (877/78) fällt, nach Ǧaʿfar b. el-Muktafî, und die sich bis zum Jahre 306 (918/19) erstreckten. Wegen der Unterdrückungen, die ihm und den Söhnen el-Zeijâts in Raqqa zu teil wurden,[b]) zog er mit diesen nach Bagdad. Im Jahre 317 (929) wollte er wieder nach Raqqa zurückkehren, starb aber auf dem Heimweg auf der Feste Ḥaḍr.[c]) Er schrieb: Das Buch der Ṣâbischen[d]) Tafeln, in zwei Ausgaben, von denen die zweite vorzüglicher war als die erste; er gab in denselben die Örter der Fixsterne für das Jahr 299 (911/12)[20a] an. Über die Kenntnis der Aufgänge der Häuser nach den vier Quadranten der Sphäre. Abhandlung über die Verifizierung der Wirkungen der Konjunktionen, die er für Abû'l-Ḥasan b. el-Farât verfaſste. Einen Kommentar zum Quadripartitum des Ptolemäus. (Fihr. 279, Übers. 35; C. I. 343 n. Ibn el-Q.; Ibn Ch. II. 80, Übers. III. 317; Abulfar. 291, Übers. 191; Abulfid. II. 358; Bîrûnî 177 und 358.)

Von diesen Werken sind noch arabisch vorhanden: Die Tafeln, im Escurial (903), mit deren Herausgabe gegenwärtig C. A. Nallino in Neapel beschäftigt ist.[e]) Das genannte Ms. umfaſst 229 Blätter, von denen etwa die Hälfte den Tafeln zufällt. Der Kommentar zum Quadripartitum des Ptolemäus, im Escurial (966, 2⁰) und in Berlin (5875).

Der Text (oder die astronomische Einleitung) zu den Tafeln wurde ins Lateinische übersetzt von Plato von Tivoli, die Tafeln selbst sollen von Robertus Retinensis übersetzt worden sein nach einem Auszug, den Maslama b. Aḥmed el-Maǧrîṭî (s. d. Art.) aus denselben gemacht hatte. Die erstere Übersetzung ist noch vorhanden zu Paris und Oxford; sie wurde gedruckt zu Nürnberg 1537 mit den Zusätzen des Regiomontanus hinter den Rudi-

---

[a]) Ibn Ch. hält es für zweifelhaft, ob er sich zum Islam bekannt habe; doch, sagt er, spreche sein Name dafür.

[b]) Dies könnte dafür sprechen, daſs er noch des Ṣâbismus verdächtig war.

[c]) Der Fihr. hat unrichtig „Ǧaṣṣ"; el-Ḥaḍr ist ein Städtchen in der Nähe von Tikrît zwischen Euphrat und Tigris.

[d]) Dieses Attribut giebt ihnen der Fihr. nicht, wohl aber Ibn Ch. u. Abulfid.

[e]) Die geographischen Tafeln dieses Werkes hat Nallino bereits mit reichhaltigem Kommentar veröffentlicht im Cosmos di Guido Cora, Vol. XII (1894—96), Fasc. VI; auch selbständig erschienen, Turin 1898; vom Gesamtwerke ist bereits der 3. Teil, den arabischen Text enthaltend, erschienen, in Mailand, 1899, unter dem Titel: Al-Battânî sive Albatenii opus astronomicum, ad fidem cod. Escurial. arabice editum, lat. versum, adnotation. instructum a C. A. Nallino. P. III. Textum arabic. continens.

menta astronomica des Alfraganus, später nochmals einzeln zu Bologna 1645, unter dem Titel: Mahometis Albatenii de scientia stellarum liber, cum aliquot additionibus Joannis Regiomontani, ex biblioth. Vaticana transcriptus. Auf einem ersten Titelblatt steht: Albategnius de numeris stellarum et motibus. — In lateinischer Übersetzung existieren noch unter dem Namen des el-Battânî folgende Abhandlungen: Centiloquium Bethen (= el-Battânî); de horis planetarum; de ortu triplicitatum. Es sind dies wahrscheinlich nur einzelne Teile seines Buches „über die Kenntnis der Aufgänge der Häuser" (vergl. auch meine Übers. aus dem Fihr. p. 67—68, Anmerkg. 211).

90. ʿOmar b. ʿAbdelchâliq aus Algeziras (Spanien), war sehr scharfsinnig in der Erbteilung und Rechenkunst; er machte die Wallfahrt nach Mekka und gehörte nachher zum Gerichtshof seiner Vaterstadt; er war Besorger des Gebetes daselbst. Er starb ums Jahr 320 (932) nach Châlid. (B. VII. 265.)

91. Bekr b. Châṭib el-Marâdî el-Makfûf, Abû Muh., der Grammatiker, aus Cordova, war sehr gelehrt in der Sprachwissenschaft, Poetik und Rechenkunst. Er schrieb ein Werk über Grammatik, das sehr verbreitet war; es erwähnt ihn auch Muh. b. el-Ḥasan.[21] (B. VII. 85.)

92. Ḥobâb b. ʿIbâda el-Faraḍî, Abû Gâlib, aus Cordova, war ein vortrefflicher Mann, gelehrt in der Erbteilung und Rechenkunst; über die erstere Disziplin verfasste er mehrere Werke. Der Vater des Autors dieser Biographien (d. h. der Vater von Ibn el-Faraḍî), sowie eine Menge seiner Zeitgenossen waren seine Schüler. (B. VII. 93.)

93. Muh. b. Zakarîjâ el-Râzî, Abû Bekr, der grofse Arzt der Araber, bei den Abendländern Rhases oder Rhazis genannt, beherrschte neben der Medizin auch die übrigen Wissenschaften der Alten, besonders Philosophie, Mathematik und Astronomie. Er wurde geboren zu Raj in Chorâsân, und brachte dort die ersten 30 Jahre seines Lebens ohne bestimmte wissenschaftliche Thätigkeit zu; er begab sich dann nach Bagdad und lag hier eifrig medizinischen und philosophischen Studien ob. Im Art. 25 ist gesagt worden, dafs der Sohn Rabban el-Ṭabarîs der Lehrer des Râzî in der Medizin gewesen sei, in der Philosophie war es besonders el-Balchî.[22] Nach Beendigung seiner Studien kehrte er nach Raj zurück und wurde dort Direktor des Hospitals, später stand er in gleicher Eigenschaft dem Krankenhaus in Bagdad vor, das nachher nach seinem Restaurator das ʿAḍudeddaula'sche genannt wurde. Er war sehr hochherzig und wohlthätig gegen die Armen; gegen das Ende seines Lebens wurde er blind, nach Ibn el-Q. wegen des häufigen Genusses ägyptischer Bohnen, nach Ibn Ch. infolge eines Peitschenschlages, den er von dem Emir von Chorâsân Abû Ṣâliḥ el-Manṣûr b. Ishâq b. Ahmed erhalten hatte. Charak-

teristisch ist die Antwort, die er auf die Aufforderung hin, er möchte sich doch operieren lassen, er komme vielleicht wieder zum Sehen, gab: „Ich habe genug von der Welt gesehen.“ Er starb i. J. 320 (932).[a])

Für seine Schriften verweise ich auf meine Übersetzung aus dem Fihr. p. 43, ich gebe hier nur diejenigen, die nicht im Fihr., dagegen bei Ibn Abi U. sich finden, oder deren Titel hier etwas anders lauten: Über die äufsere Erscheinung (Form) der Welt; er bewies darin, dafs die Erde kugelförmig sei, dafs sie in der Mitte der Himmelssphäre liege und dafs diese (nicht die Erde, wie W. Ä. p. 45 übersetzt) sich um zwei Achsen drehe, und dafs die Sonne gröfser, der Mond kleiner sei als die Erde. Über die Ursache, weshalb der Herbst schlecht ausfällt und der Frühling gut, trotzdem die Sonne in beiden Jahreszeiten in derselben Stellung sich befindet. Über die Art und Weise der Gesichtserscheinungen (des Sehens); er zeigt darin, dafs das Sehen nicht durch Strahlen entsteht, die vom Auge ausgehen, und widerlegt darin auch gewisse Sätze aus der Optik des Euklides. Über die Unmöglichkeit, dafs die Welt anders sein kann, als wie sie unsern Augen erscheint. Über die sieben Planeten in der Philosophie.[b]) Über die Diagonale des Quadrates, dafs dieselbe mit der Seite inkommensurabel sei, nicht auf geometrischem Wege bewiesen. (Fihr. 299, Übers. 43; C. I. 262 n. Ibn el-Q.; Ibn Ch. II. 78, Übers. III. 311; Abulfar. 291, Übers. 191; Ibn Abi U. I. 309; Abulfid. II. 347.)

94. El-Ḥasan b. ʿObeidallâh b. Soleimân b. Wahb, Abû Muh., der Sohn des Wezirs des Chalifen el-Moʿtaḍid, ʿObeidallâh b. Soleimân b. Wahb, der i. J. 288 (901) gestorben ist. Er war ein bedeutender Geometer und schrieb: Einen Kommentar zu den schwierigen Partien des Euklidischen Werkes. Das Buch über das Verhältnis.[23] (Fihr. 273, Übers. 26; C. I. 413 n. Ibn el-Q.)[c])

95. Muh. b. ʿÎsâ b. Abî ʿAbbâd (oder ʿObbâd), Abû'l Ḥasan,[d]) geschickt in der Verfertigung astronomischer Instrumente, schrieb: Über den Gebrauch des Astrolabiums mit den zwei Ringen[e]) und andere. (Fihr. 279, Übers. 34; C. I. 432 n. Ibn el-Q.)

96. Abû Jaḥjâ el-Merwazî (auch Mâwardî) wird vom Fihrist

---

[a]) Nach Ibn Ch. 311 (923/24), ich halte die obige Angabe für die richtige.

[b]) Vielleicht könnte hier „ḥikme“ auch mit „Astrologie“ zu übersetzen sein.

[c]) In Paris (2457, 43°) befindet sich eine Abhandlung von Ṯâbit b. Qorra „über die Art und Weise der Auflösung der geometrischen Aufgaben“, gerichtet an Ibn Wahb, es ist dies sehr wahrscheinlich der Vater unsers Geometers, der oben genannte Wezir.

[d]) Der Fihr. fügt hinzu: „nur unter diesem Namen bekannt“.

[e]) So übersetzt Dorn (Drei astronom. Instrum. p. 85) ḏât el-šoʿbatain, was wörtlich „das mit den zwei Ästen“ heifst.

unterschieden von dem syrischen Arzt und Philosophen gleichen Namens in Bagdad, dem Lehrer des Abû Bišr Mattâ b. Jûnis, dem Kommentator der Analytica posteriora des Aristoteles, war ebenfalls Arzt und geschickt in Geometrie, Zeitgenosse des Abû ʿAlâ b. Karnîb (s. d. folg. Art.) und mit diesem Lehrer des Abû ʿAmr el-Moġâzilî, des Oheims des Abû'l-Wefâ. Er wird so zwischen 320 und 330 (932—942) gestorben sein.[a]) (Fihr. 263, Übers. 15 und 48.)

97. Abû'l-ʿAlâ b. Karnîb, Sohn von Nr. 80, sehr bewandert in der Mathematik, besonders Geometrie, war Zeitgenosse des eben genannten Gelehrten Abû Jaḥjâ el-Merwazî. (Fihr. 263, 273 und 283, Übers. 15, 26 und 48.)

98. Saʿîd b. Jaʿqûb el-Dimišqî, Abû ʿOṯmân, war einer der berühmtern Ärzte von Bagdad, auch Übersetzer medizinischer und anderer Werke ins Arabische. Er war ein intimer Freund von ʿAlî b. ʿÎsâ, dem Wezir el-Moqtadirs (295—320). Es sagt Ṯâbit b. Sinân der Arzt: „Abû'l-Ḥasan ʿAlî b. ʿÎsâ der Wezir gründete (oder nahm in Besitz) i. J. 302 (914/15) das Hospital im Quartier el-Ḥarbîje[b]) in Bagdad und verwandte viel von seinem eigenen Vermögen darauf und setzte über dasselbe als Direktor den Abû ʿOṯmân el-Dimišqî, zugleich unterstellte er seiner Oberleitung auch die Hospitäler in Mekka und Medina." Abû ʿOṯmân übersetzte einige Bücher der Elemente des Euklides ins Arabische, worunter auch das 10., und den Kommentar des Pappus[24] zu diesem 10. Buche, letztere Übersetzung befindet sich in Paris (2457, 5⁰ und 6⁰).[c]) (Fihr. 265 und 298, Übers. 16; Ibn Abi U. I. 205 und 234.)

99. ʿAbdallâh[d]) b. Amâǧûr, Abû'l-Qâsim, el-Turkî[25] und sein Sohn Abû'l-Ḥasan ʿAlî b. Amâǧûr, zusammen oft die Benî Amâǧûr genannt, gehörten zu den vorzüglichsten astronomischen Beobachtern der Araber; sie beobachteten von 272—321 (885—933), Ibn Jûnis führt eine Reihe ihrer Beobachtungen an. Sie wurden darin noch von einem Freigelassenen des Abû'l-Ḥasan ʿAlî, mit Namen Mufliḥ unterstützt, der auch eigene Tafeln verfaſst haben soll. Es sind also wahrscheinlich die verschiedenen Tafeln, die der Fihr. alle dem Vater ʿAbdallâh zuschreibt, auf die drei Personen, Vater, Sohn und Freigelassenen zu verteilen. Der

---

[a]) Es wäre immerhin möglich, daſs diese beiden Abû Jaḥjâ identisch wären; welchem von beiden die von C. (I. 350) erwähnte Schrift des Escurial (Nr. 911, 2⁰) „de apotelesmatibus" (d. arab. Titel fehlt) angehört, kann ich nicht entscheiden.

[b]) Fihr. II. (Anmerkungen) p. 144 hat ḥadîṯat ḥarš in Ġûṭa bei Damaskus.

[c]) Vergl. Woepcke, Mém. prés. par div. sav. à l'acad. des sc. T. XIV. p. 674.

[d]) In den Not. et extr. VII. p. 140 u. a. O. wird er ʿAlî und sein Sohn Abû'l-Ḥasan ʿAlî genannt.

Fihr. schreibt dem Vater folgende Werke zu: Das Buch des Fragens (Prüfens) (?). Das Buch, genannt der Reiseproviant. Das Buch der Tafeln, bekannt unter dem Namen „die Reinen, oder Fehlerfreien“ *(el-châliṣ)*. Die Tafeln, genannt „die Gegürteten“ *(el-muzannar)*. Die Tafeln, genannt „die Wundervollen“ *(el-bedîʿ)*. Die Tafeln des Sindhind. Die Tafeln der Durchgänge.[a]) Ibn el-Q. hat noch: Tafeln des Mars nach persischer Zeitrechnung. Im Pariser Ms. 2486, das die Tafeln des Abû'l-Qâsim b. Maḥfûẓ (s. Art. 490) enthält, kommt als letzter Abschnitt vor: *Zîǧ el-ṭailisân* (Tafeln des Ṭailisân, d. h. des Überwurfes, Mantels) von Abû'l-Qâsim ʿAlî b. Mâǧûr (so wird auch geschrieben statt Amâǧûr). (Fihr. 280, Übers. 35; C. I. 403 n. Ibn el-Q.; Not. et extr. VII. 120—178.)

100. Muh. b. Aṣbaġ b. Lebîb, Abû ʿAbdallâh, aus Estiǧa (Ecija), hörte hier bei ʿOmar b. Jûsuf b. ʿOmrûs und in Cordova bei Muh. b. ʿOmar b. Lubâba und anderen. Er reiste nach dem Osten und hörte in Mekka bei Abû Ǧaʿfar el-ʿAqîlî und Abû Saʿîd b. el-Aʿrâbî und anderen, kehrte dann nach Spanien zurück und lebte zurückgezogen von den Menschen. Er war sehr gelehrt, besonders in der Erbteilung, Rechenkunst, Grammatik, Erklärung der Dichter, und neigte zu den Mystikern hin. Nach Ibn el-Ḥâriṯ starb er im J. 327 (938/39) oder 328. (B. VII. 346.)

101. ʿOmar b. Muh. b. Jûsuf, Abû'l-Ḥosein, ein vielseitig gebildeter Rechtsgelehrter in Bagdad, dessen Kenntnisse sich auch über Arithmetik und Erbteilung erstreckten. Er starb i. J. 328 (939/40). (Flügel, grammat. Schulen d. Araber, p. 202.)

102. Mattâ b. Jûnis,[b]) Abû Bišr, ein Grieche, bedeutender Arzt und Philosoph zu Bagdad, Übersetzer aus dem Griechischen und Syrischen ins Arabische, Schüler des Abû Jaḥjâ el-Merwazî (s. Art. 96) und Lehrer des el-Fârâbî (s. Art. 116). Er übersetzte unter anderem den Kommentar des Themistius zum Buche des Aristoteles „über den Himmel“, verbessert von Abû Zakarîjâ Jaḥjâ b. ʿAdî. Er war Christ und wurde erzogen in der Schule Mar Mârî (St. Maris) in Dair Qunnâ (Kloster Qunnâ) in Syrien. Er starb in Bagdad am 11. Ramaḍân 328 (940).[c]) (Fihr. 263, Übers. 15; Ibn Ch. II. 76 u. 77, Übers. III. 307 u. 310; Ibn Abi U. I. 235; Abulfar. 304 und 316; Übers. 200 und 208; Abulfid. II. 417.)

---

[a]) Die letzten drei Tafeln hat C. nicht, sie stehen aber in dem Pariser Ms. 2112 des Ibn el-Q. (bezw. el-Zûzenî), das Sédillot zu seinen Anmerkungen zu den „Prolégomènes des tables astronom. d'Oloug-Beg“ (Paris, 1846—53) benutzt hat. Bei den letzten Tafeln können unter „Durchgänge“ *(mamarrât)* die Vorübergänge eines Gestirns vor einem andern verstanden sein.

[b]) Ibn Abi U. hat „Jûnân“ (d. h. Ionier, Grieche).

[c]) Abulfid. hat als Todesjahr 329.

103. El-Iṣṭachrî,[a]) der Rechner, schrieb: Das Buch über das gesamte Rechnen. Einen Kommentar zur Algebra des Abû Kâmil (s. Art. 81). Flügel, Fihr. II. 133, vermutet, dieser Rechner könnte identisch sein mit dem 244 (858) geborenen und 328 (939/40) gestorbenen Richter Abû Saʿîd el-Ḥasan b. Aḥmed b. Jezîd el-Iṣṭachrî, der als Marktaufseher (Moḥtasib: Aufseher über Gewichte und Maſse) in Bagdad fungierte. (Fihr. 282, Übers. 38; Ibn Ch. I. 129, Übers. I. 374.)

104. Fatḥ b. Naǧîje,[b]) ein astronomischer Instrumentenkünstler, nach dem Fihr. (wo der Name Fatḥ fehlt) Schüler von Ḥâmid b. ʿAlî (s. Art. 76), nach Ibn el-Q. wohnhaft in Bagdad und zubenannt el-Aṣṭorlâbî. Er wird ums Jahr 330 (941/42) gestorben sein.[c]) (Fihr. 285, Übers. 42; C. I. 422 n. Ibn el-Q.)

105. ʿAbdallâh b. Abî'l-Ḥasan b. Abî Râfiʿ, Abû Muh., Sohn von Nr. 79, schrieb eine Abhandlung *(risâle)* über die Geometrie. (Fihr. 279, Übers. 34.)

106. Mûsâ b. Jâsîn, Abû ʿImrân, der Freigelassene des Ṣâliḥ b. Idrîs el-Ḥamîrî,[26] des Herrn von Nekûr,[d]) bekannt unter dem Mamen Ibn Muweij (?), ging nach Spanien und widmete sich hauptsächlich der Rechenkunst und der Erbteilung und verfaſste über beide Gebiete gute Bücher, welche sehr geschätzt waren, wie el-Râzî erwähnt. (B. V. 378.)

107. Muh. b. Ismâʿîl el-Naḥwî (der Grammatiker) Abû ʿAbdallâh, bekannt unter dem Namen el-Ḥakîm (der Weise), aus Cordova, war ein Schüler von Muh. b. ʿAbdessalâm el-Chošenî und anderen, war bewandert in Grammatik und Rechenkunst und von scharfem Verstand. Er lebte in Geistesfrische bis zum 80. Lebensjahre, er unterrichtete auch den Emir el-Ḥakem el-Mustanṣir billâh; er starb am 10. Ḏû'l-Ḥiǧǧe 331 (943). Diese Angaben sind teilweise aus Châlid entnommen. (B. VII. 348.)

108. Sinân b. Ṯâbit b. Qorra, Abû Saʿîd, Sohn von Nr. 66, folgte seinem Vater in der Kenntnis der Wissenschaften und in der Tüchtigkeit als Arzt; er war auch sehr bewandert in der Astronomie. Der Chalife el-Qâhir billâh wollte ihn zum Islam bekehren; um diesen Versuchungen zu entgehen, floh er nach Chorâsân, trat dann aber doch schlieſslich zum Islam über und kehrte nach Bagdad zurück, woselbst er im Ḏû'l-Qaʿda

---

[a]) Der Fihr. kennt keinen andern Namen, er bedeutet: aus Iṣṭachar, einer Stadt in Persien, stammend.

[b]) C. hat „Naǧiba"; es ist aber jedenfalls dieselbe Persönlichkeit, wie im Fihr. gemeint.

[c]) C. hat als Todesjahr 450, das Münchener Ms. des Ibn el-Q. 405, was beides nicht richtig sein kann, wenn er ein Schüler Ḥâmid b. ʿAlîs war.

[d]) Eine Stadt im Rîf von Marokko, fünf Meilen vom Meere.

331 (943) gestorben ist. Er diente nacheinander den drei Chalifen el-Moqtadir, el-Qâhir und el-Râḍî als Leibarzt. Er schrieb: 1. Über die Mondstationen.[a]) 2. Über den Stern Kanopus. 3. Über die Gestirne. 4. Über die Einteilung der Wochentage nach den sieben Planeten, an Abû Isḥâq Ibrâhîm b. Hilâl (s. Art. 164) und noch einen andern Gelehrten gerichtet. 5. Verbesserung des Buches des[b]) .... über die Elemente der Geometrie, worin er Verschiedenes zu dem Original hinzufügte. 6. Abhandlung an ʿAḍud ed-daula über die geradlinigen Figuren im Kreise, worüber er verschiedene Probleme löste. 7. Verbesserung eines Kommentars des Abû Sahl el-Kûhî zu seinen sämtlichen Schriften, auf den Wunsch Abû Sahls verfaſst. 8. Verbesserung zu einigem, was Jûsuf el-Qass aus dem Syrischen ins Arabische übersetzt hatte aus dem Buche des Archimedes über die Dreiecke.[c]) (Fihr. 272 und 303, Übers. 26; C. I. 437 n. Ibn el-Q.; Ibn Abi U. I. 220; Abulfar. 299, Übers. 197; Abulfid. II. 425.)

109. Aḥmed b. Naṣr aus Cordova gehörte zu den berühmtesten Gelehrten in der Rechenkunst und Geometrie; es erwähnt ihn Abû Muh. ʿAlî b. Aḥmed,[27] und sagt, daſs er ein Buch über die Ausmessungslehre[d]) verfaſst habe, das an Bedeutung von keinem übertroffen wurde. Er starb nach C. II. 135 im Raǧeb d. J. 332 (944).[28] (B. III. 195; Maq. K. II. 134; Maq. L. II. 119.)

110. ʿAbdallâh b. Muh. el-Moǵîlî, Abû Muh., aus Cordova, war ein gelehrter Mann, besonders in der Rechenkunst bewandert. Er starb i. J. 334 (945/46) nach Ibn el-Ḥâriṯ. (B. VII. 188.)

111. Ḥassân (oder Ḥossân) b. ʿAbdallâh b. Ḥassân, ʿAbû Alî, aus Ecija, war ein ausgezeichneter Rechtsgelehrter, Traditionist und Metaphysiker, ebenfalls bewandert in Sprachwissenschaft und Poetik, scharfsinnig in Arithmetik und Erbteilung. Ibn el-Ḥâriṯ lobt ihn sehr und bemerkt, daſs in Ecija vor und nach ihm kein ihm gleichkommender zu finden war.

---

a) Im Fihr. und bei C. steht *el-istiwâ'* (= Gleichheit), da aber el-Bîrûnî (Chronol. of anc. nat. p. 232) erwähnt, daſs Sinân b. Ṯâbit ein Buch über die Mondstationen (anwâ') verfaſst habe und Stellen daraus zitiert, so glaube ich, daſs an Stelle von *istiwâ'* zu lesen sei *anwâ'*.

b) Bei Ibn Abi U. ist hier im Text eine Lücke, C. hat Aqâṭon, Steinscheider vermutet „Euklides", was natürlich das nächstliegende ist.

c) Vergl. hierüber meine Übers. aus dem Fihr. p. 18 und 50 und Steinschneider in Z. D. M. G. 50 p. 175—177. — Was die Abhandlungen 4, 6 und 7 anbetrifft, so können diese nicht von Sinân b. Ṯâbit herrühren, da die Personen, an die sie gerichtet sind, 40—50 Jahre nach Sinân gestorben sind.

d) Maq. L. II. 119 fügt zu *misâḥa* (Ausmessung) hinzu: *maǧhûle* = unbekannte, (bis dahin) noch nicht gefundene.

Er war ein Schüler von ʿObeidallâh b. Jaḥjâ, Abû ʿObeida, dem Bewahrer der Qible (s. Art. 73) und anderen. Einer seiner Schüler war der eben genannte Ibn el-Ḥâriṯ, nach welchem Ḥassân im Ḏû'l-Ḥiǧǧe 334 (946) gestorben ist im Alter von 56 Jahren. (B. VII. 100.)

112. El-Ḥasan b. Aḥmed b. Jaʿqûb, Abû Muh.,[a]) el-Hamdânî, auch bekannt unter dem Namen Ibn el-Ḥâ'ik (Sohn des Webers), bebeutender Grammatiker, Historiker, Dichter und Astronom, aus Jemen gebürtig und auch daselbst, nämlich im Gefängnis zu Ṣanʿâ, i. J. 334 gestorben. Er schrieb: Die Krone, ein Werk über die Genealogie der Himjariten und die Chronologie ihrer Könige; in diesem 10 Bände umfassenden Werke kommen auch Kapitel über die Berechnung der Konjunktionen und ihrer Epochen, über Naturphilosophie (Physik) und die Grundlagen der Astrologie, über die Ansichten der Alten von der Ewigkeit und den Perioden der Welt, etc. vor. Das Buch der Geheimnisse der Wissenschaft (Philosophie): es enthält die Kenntnisse über die Wissenschaft der Sphären und die Bewegungen der Gestirne und die Erklärung der Lehren der Astrologie (wahrscheinlich ein Teil des vorhergehenden Werkes). Astronomische Tafeln, die man in Jemen hauptsächlich benutzte. (C. I. 413 n. Ibn el-Q.; Flügel, grammat. Schulen d. Arab. p. 220.)

113. Ibrâhîm b. Sinân b. Ṯâbit b. Qorra, Abû Isḥâq, Sohn von Nr. 108 und Enkel von Ṯâbit b. Qorra, wie sein Vater und Groſsvater geschickter Arzt und vollkommener Kenner der philosophischen und mathematischen Wissenschaften, so daſs zu seiner Zeit keiner gefunden wurde, der ihn an Gelehrsamkeit und Scharfsinn übertroffen hätte. Er wurde geboren i. J. 296 (908/09) und starb schon im Muḥarrem 335 (946), erst 38 Jahre alt, an einem Leberleiden. Er schrieb: Einen Kommentar zum ersten Buche der Kegelschnitte, der aber nicht vollständig ist. Über die Zwecke des Almagestes.[b]) Über die Sonnenuhren (wörtlich Schatteninstrumente). Über die Konstruktion und die Anwendung der Sonnenuhren. Über den Schatten und besonders über die Einrichtung der Sonnenuhr, bei der der Schatten nicht länger und nicht kürzer wird als es erforderlich ist für die Auffindung der Mittagslinie, etc. Dreizehn geometrische Abhandlungen über sich berührende Kreise und Gerade, die durch (gegebene) Punkte gehen und anderes. Eine Abhandlung über 41 schwierige geometrische Probleme über Kreis und Gerade, über Dreiecke und sich berührende

---

[a]) C. hat „Abû Aḥmed“.

[b]) Ist jedenfalls diejenige Arbeit, von der Ibn el-Q. (vergl. meine Übersetzung aus dem Fihr. p. 59—60) den Inhalt etwas ausführlicher, aber unverständlich angiebt, und wo es sich um die Methode handelt, die Ptolemäus zur Erklärung der Ungleichheiten der drei obern Planeten angewandt hat.

Kreise, etc. Über die Konstruktion der drei Kegelschnitte.[a]) Über die Methoden der Analysis und Synthesis und die Lösung geometrischer Aufgaben nach denselben. Nach el-Bîrûnî (Chronol. of anc. nat. p. 322) schrieb Ibrâhîm b. Sinân auch ein Buch „über die Bewegungen der Sonne“. (Fihr. 272 und A. 128, Übers. 26 und 59; Ibn el-Q. n. der Wiener Handschrift 1161, p. 67; Ibn Abi U. I. 226.)

Von seinen Schriften sind noch vorhanden: Über die Konstruktion der drei Kegelschnitte, im Brit. Mus. (975, 3⁰). Abhandlung über die Methoden der Analysis und Synthesis, in Paris (2457, 1⁰), in Kairo (200, Übers. 19). Ferner befindet sich noch eine Schrift von ihm, betitelt „über die Ausmessung der Parabel“, in Paris (2457, 26⁰), im Ind. Off. (767, 6⁰), in Kairo (200 u. 205, Übers. 20 u. 23), wahrscheinlich ebenfalls ein Teil seines Kommentars zum ersten Buche der Kegelschnitte.

114. Muh. b. ʿAbdallâh b. ʿArûs, Abû ʿAbdallâh, aus Mauzûr[b]), war ein feiner Sprachkenner und gewandt in der Poetik und Rechenkunst; er starb im Anfang des Jahres 338 (949) nach el-Zobeidî. (B. V. 99.)

115. Saʿîd b. Aḥmed el-Faraḍî, Abû ʿOṯmân, bekannt unter dem Namen ʿAinî el-Šât, aus Cordova, war sehr bewandert in der Rechenkunst und ein höchst rechtschaffener Mann. Er starb am 1. Šauwâl 338 (950) nach el-Râzî. (B. VII. 144.)

116. Muh. b. Muh. b. Ṭarchân b. Auzlag[c]), Abû Naṣr, el-Fârâbî, d. h. aus Fârâb gebürtig, einer Stadt in Turkestân, nördlich von Šâš (Taschkend) gelegen, die im 12. Jahrh. Oṭrâr hieſs, wahrscheinlich das heutige Aris. Er war türkischer Nationalität und verbrachte seine Jugendzeit in Fârâb, wo sein Vater ein höherer Militär war, begab sich dann nach Bagdad zur Vervollkommnung seiner Kenntnisse im Arabischen und lag hier hauptsächlich philosophischen Studien ob, sein Lehrer hierin war unter andern Abû Bišr Mattâ b. Jûnis (s. Art. 102), es war dies zur Zeit des Chalifen el-Moqtadir (295—320). Als zweiter Lehrer in Philosophie wird genannt Jûḥannâ b. Ḥailân[d]), wie Mattâ b. Jûnis ein Christ, den er nach den einen (Ibn Abi U. und Ibn el-Q.) in Bagdad, nach den andern (Ibn Ch. und Abulfid.) in Ḥarrân gehört haben soll. Später siedelte el-Fârâbî nach Syrien über, wo er weiter wissenschaftlichen Studien oblag, und Tage und Nächte mit Lesen und Schreiben zubrachte. Nach und nach

---

[a]) Ist wohl identisch mit dem Kommentar zum ersten Buche der Kegelschnitte, oder dann ein Teil desselben.

[b]) Der Text hat unrichtig Maurûr, Mauzûr war ein Flecken in der Nähe von Carmona (zwischen Cordova und Sevilla).

[c]) So Ibn Ch., Ibn Abi U. hat Auzlaġ vor Ṭarchân.

[d]) Ibn Ch. hat „Chailân“, Ibn el-Q. bei C. „Ǧiblâd“, Abulfid. „Abû Ḥajâ“.

wurde seine Tüchtigkeit erkannt, seine Stellung und sein Ansehen bedeutender, seine Schriften berühmt, seine Schüler vermehrten sich, so dafs ihn der Emir Seif ed-daula ʿAlî b. ʿAbdallâh b. Ḥamdân durch Ehrenbezeugungen auszeichnete. Er wurde mit der Zeit ein vollendeter Philosoph, einer der ausgezeichnetsten Imâme, hervorragend in den mathematischen Wissenschaften, von scharfem Verstand, von rechtschaffenem, tugendhaftem Lebenswandel. Er war auch sehr bewandert in der Medizin, übte sie aber nicht praktisch aus, auch ein grofser Kenner der Musik, über die er verschiedene Werke verfafst hat. Er ist als der erste zu betrachten, der die griechische Philosophie den arabischen Gelehrten zum eigentlichen Verständnis gebracht hat, wie Ibn Sînâ selbst bezeugt hat.[a]) Im Jahre 338 begab sich el-Fârâbî nach Ägypten und starb nach seiner Rückkehr nach Damaskus daselbst im Raǧeb 339 (Ende 950 oder Anfang 951) im Alter von ungefähr 80 Jahren. — Er schrieb: Kommentare zu den Aristotelischen Schriften: über den Himmel, die Physik und die Meteorologie, alle drei in Form von Notizen (Glossen). Einen Kommentar zum Almagest des Ptolemäus. Kommentar zu den Schwierigkeiten der Einleitungen[b]) des 1. u. 5. Buches des Euklides. Über die höhern (himmlischen) Einflüsse. Notizen (Glossen) über die Gestirne. Abhandlung darüber, dafs die Bewegung der Himmelssphäre ewig sei. Einleitung in die hypothetische (nur in der Vorstellung existierende)[c]) Geometrie, als Auszug. Über das Teilbare (den Teil) und das Unteilbare. Abhandlung über das, was sicher oder unsicher ist von den astrologischen Urteilen.[d]) Über das, was dem Studium der Philosophie vorhergehen mufs. Encyklopädie oder Einteilung und Anordnung der Wissenschaften. Dann verschiedene Abhandlungen über Geomantie und Alchymie, die ich hier übergehe. (Fihr. 263; C. I. 189 n. Ibn el-Q.; Ibn Ch. II. 76, Übers. III. 307; Ibn Abi U. II. 134; Abulfar. 316, Übers. 208; Abulfid. II. 457.)

Von diesen Schriften sind noch arabisch vorhanden: Die Abhandlung über das, was sicher oder unsicher ist in den astrologischen Urteilen, im Brit. Mus. (425, 6⁰). Die Encyklopädie im Escurial (643, 3⁰). Über das, was dem Studium der Philosophie vorangehen mufs, in Leiden (1435 u. 36)

---

[a]) Über seine philosophischen Ansichten und Schriften speziell vergl. Steinschneiders Al-Farabi etc. in den Mém. de l'acad. imp. de St.-Pétersbourg, VII. Sér. T. XIII. Nr. 4.

[b]) Hier mag wohl *„moṣâdarât"* in einem allgemeinern Sinne zu nehmen sein als in demjenigen von „Postulaten", also „Definitionen, Axiome, Postulate".

[c]) Steinschneider übersetzt „reine"; es ist möglich, dafs unter *„handase wahmîje"* diese Geometrie im Gegensatz zur praktischen (Ausmessungslehre) gemeint ist, doch habe ich diesen Begriff nirgends sonst gefunden.

[d]) Bei Ibn Abi U. weicht der Titel etwas von diesem ab, doch ist das gleiche Werk gemeint.

herausgeg. mit andern Abhandlungen el-Fârâbîs von Schmoelders, Bonn 1836 und auch von Dieterici, Leiden 1890. — In lateinischer Übersetzung von Gerard von Cremona existiert die Encyklopädie in Oxford und Paris, doch nicht vollständig; ein Auszug daraus wurde herausgegeben von Camerarius, Paris 1638, unter dem Titel: Alpharabii vetustissimi Aristotelis interpretis opera omnia, quae latina lingua conscripta reperiri potuerunt.

In der Bodl. zu Oxford (940, 6⁰) befindet sich ein Brief über astronomische Tafeln und Strahlenprojektion an Abû'l-Rîḥân, der einem Abû Naṣr zugeschrieben wird; Steinschneider (l. c. p. 74) hat diesen Brief unter die Schriften el-Fârâbîs eingereiht, mufs aber natürlich seine Echtheit bezweifeln, da el-Fârâbî 100 Jahre vor Abû'l-Rîḥân gelebt hat; dieser Abû Naṣr ist aber eben nicht el-Fârâbî, sondern Manṣûr b. ʿAlî b. ʿIrâq, Abû Naṣr (s. d. Art.), der Lehrer el-Bîrûnîs nach seinem eigenen Zeugnis (vergl. Chronol. of anc. nat. p. 167).

117. Soleimân b. ʿOqba[a]), Abû Dâ'ûd, ein Zeitgenosse (vielleicht etwas älterer) von Abû Ǧaʿfar el-Châzin. Er schrieb: Einen Kommentar zur 2. Hälfte des 10. Buches des Euklides, welcher (oder wenigstens ein Teil desselben) in Leiden (974) unter dem Titel: Über die Binomialen (wörtlich: die zwei Namen Besitzenden) und die Apotomeen (die Abgeschnittenen, Abgetrennten), welche sich im 10. Buche (im Ms. unrichtig: in den zehn Büchern) des Euklides befinden. (Cat. Cod. Or. Lugd. Bat. III. 41 u. 42.)

118. ʿAlî b. Muh. b. Dâ'ûd[b]), Abû'l-Qâsim, el-Tenûchî, wurde geboren in Antiochia im Ḏû'l-Ḥiǧǧe 278 (892). Er zeichnete sich besonders als Jurist aus, hatte dabei aber auch eine grofse Kenntnis der Litteratur, neigte zu den Lehren der Moʿtaziliten hin und war sehr bewandert in Erbteilung, Geometrie und Astrologie. Er war längere Zeit Qâḍî von Baṣra und von Ahwâz und begab sich dann an den Hof Seif ed-daulas b. Ḥamdân. Er starb in Baṣra im Rabîʿ I. 342 (953). (Ibn Ch. I. 353, Übers. II. 305; Ibn Qutl. 33.)

119. ʿAlî b. Aḥmed el-ʿImrânî, gebürtig aus Moṣul und wohnhaft daselbst, war ein bedeutender Kenner der Rechenkunst und Geometrie und ein grofser Büchersammler. Es kamen zu ihm Leute aus den entferntesten Gegenden, um seine Vorlesungen zu hören. Er starb i. J. 344 (955/56).

---

[a]) Der Katalog von Leiden (l. c.) hat ʿOṣma; H. Ch. I. 382 dagegen ʿOqba, was ich hier vorziehe; ich halte diesen Geometer nicht identisch mit dem Astrologen Abû Dâ'ûd oder ʿAlî b. Dâ'ûd (s. Art. 70), was Steinschneider (Z. D. M. G. 24 p. 386) zu vermuten scheint.

[b]) Es wäre nicht unmöglich, dafs dieser ʿAlî b. Muh. b. Dâ'ûd identisch wäre mit ʿAlî b. Dâ'ûd (vergl. Art. 70), obgleich der letztere als Jude bezeichnet wird; beide werden nämlich als bewandert in der Astrologie genannt.

Er schrieb: Einen Kommentar zur Algebra des Abû Kâmil Šoğâʿ b. Aslam (s. Art. 81). Über die Tagewählerei. Eine Anzahl von Büchern über die Astrologie und was damit zusammenhängt.[a]) Er war der Lehrer des Astrologen ʿAbdelʿazîz b. ʿOṯmân el-Qabîṣî (s. Art. 132). (Fihr. 283, Übers. 39; C. I. 410 n. Ibn el-Q.)

Von diesen Werken ist nur noch die Tagewählerei lateinisch (de electionibus) vorhanden in der amplonianischen Sammlung zu Erfurt (Fol. 394, 4⁰ und Oct. 83, 2⁰)[b]); die Übersetzung ist von Abraham Judaeus (Savasorda) in Barcelona 1134 gemacht.

120. Jûsuf el-Herawî (d. h. aus Herat) oder auch el-Harûnî (n. and. Lesarten), schrieb: Über astrologische Betrügerei (Heuchelei) in ca. 300 Blättern.[29] (Fihr. 280, Übers. 35; C. I. 426 n. Ibn el-Q.)

121. Muhâb b. Idrîs el-ʿAdawî (?) el-Faraḍî, Abû Mûṣâ, ursprünglich aus ʿAdawa (?), wohnhaft in Ecija, hörte in Cordova den Qâsim b. Aṣbag und andere. Er war gelehrt in der Erbteilung und Rechenkunst und unterrichtete in diesen beiden Disziplinen; Ibn el-Ḥâriṯ lobt ihn sehr. Er starb in Ecija i. J. 352 (963). (B. VIII. 27.)

122. Muh. b. Aḥmed b. Ḥibbân (oder Ḥabbân), Abû Ḥâtim, el-Bustî el-Tẹmîmî, gebürtig aus Bust in Siğistân, war ein bedeutender Rechtsgelehrter und Historiker, daneben auch sehr bewandert in Astronomie, Medizin und andern Wissenschaften. Er machte grofse Reisen, auf denen er seine Bildung vervollkommnete. Er bekleidete nach der Rückkehr die Stelle eines Qâḍî von Samarqand, später von Nasâ und Nîsâpûr. Er starb im Šauwâl 354 (965) in Bust. (Ibn Ch. I. 507 und II. 96, Übers. III. 66 und 364; W. G. 130.)

123. Aḥmed b. el-Ḥosein, el-Ahwâzî, el-Kâtib[c]) schrieb einen Kommentar zum 10. Buche des Euklides, in Leiden (970), Berlin (5923) und Paris (2467, 18⁰) noch vorhanden, aber an allen drei Orten nur in einem Auszug von ca. 10 Seiten; ebenso heifst an allen drei Orten der Verfasser nur el-Ahwâzî; de Jong und de Goeje und Ahlwardt (nach ihnen) identifizieren ihn nach Flügels Index zu H. Ch. mit ʿAbdallâh b. Hilâl el-Ahwâzî, dem um 165 d. H. lebenden Übersetzer von Kalîla we dimna aus dem Persischen ins Arabische. Ich bezweifle eine so frühe Kommentierung des 10. Buches des Euklides und halte diesen Ahwâzî deshalb für identisch mit dem Sohne des im Fihr. (p. 263, Übers. 15) unter den Naturphilosophen genannten Abû Aḥmed el-Ḥosein b. Karnîb el-Kâtib, dem Enkel

---

a) Von diesen drei Werken kennt der Fihr. nur das erste.

b) Nach Steinschneider, Bibl. math. 1891, p. 43.

c) Woher Wenrich (de auctor. graec. vers. etc. p. 187) die Kunje Abû'l-Ḥosein hat, weifs ich nicht.

von Nr. 80 und Neffen von Nr. 97. Sehr wahrscheinlich ist auch der bei el-Bîrûnî (Chronol. of anc. nat. p. 284 und 288) als Verfasser eines Buches über die Wissenschaften der Griechen genannte Ahmed b. el-Hosein el-Ahwâzî mit unserm Autor identisch.

124. Abû Ǧaʿfar el-Châzin (d. h. der Schatzmeister oder Bibliothekar), einer der ersten Mathematiker und Astronomen seiner Zeit und ebenfalls ausgezeichneter Beobachter. Er war aus Chorâsân gebürtig[a]) und wird so zwischen 350 und 360 (961 und 971) gestorben sein. Er schrieb: Die Tafeln der (für die) Scheiben (*ṣafâ'iḥ* pl. v. *ṣafîḥa)* (des Astrolabiums). Das Buch der Zahlenprobleme. Einen Kommentar zum ersten Teile des 10. Buches des Euklides.[b]) Die grofse Einleitung in die Astronomie. Untersuchungen über die Neigung (Schiefe) der partiellen Neigungen und die Aufgänge auf der geraden Sphäre.[c]) (Fihr. 266 und 282, Übers. 17 und 39; C. I. 408 n. Ibn el-Q.; el-Bîrûnî, 183, 249, 322.)

Von diesen Schriften ist nur noch vorhanden der Kommentar zum Anfang des 10. Buches des Euklides, in Leiden (968 und 969), in Berlin (5924) und in Paris (2467, 17°). Dann befinden sich in Berlin (5857), in einem Werke eines Anonymus, zwei kurze Kapitel über zwei astronomische Instrumente, einem Werke des Abû Ǧaʿfar el-Châzin (wahrscheinlich seinen „Tafeln der Scheiben") entnommen. In Leiden (992) befinden sich die kürzern Lösungen zweier geometrischer Probleme durch einen Anonymus, die Abû Ǧaʿfar im ersten Buche seiner „Tafeln der Scheiben" weitschweifig gelöst hatte. Endlich ist noch anzuführen, dafs im Ms. 1013 in Leiden, das die Antworten des Abû'l-Ǧûd Muh. b. el-Leiṯ auf vier ihm vorgelegte geometrische Fragen enthält, sich am Anfang der Antwort auf die 4. Frage folgende Stelle befindet: „Es sagt Abû Ǧaʿfar el-Châzin in seinen Tafeln der Scheiben, dafs, wenn die Teilung eines Winkels in drei gleiche Teile möglich wäre, er auch die Berechnung der Sehne eines Winkels von 1° ausführen könnte." Dann folgt diese Rechnung auf Grundlage der als möglich angenommenen Dreiteilung des Winkels.

125. Muh. b. el-Hosein b. Muh., Abû'l-Fadl, el-Kâtib, bekannt unter dem Namen Ibn el-ʿAmîd, war Wezir des Bujiden Rukn ed-daula.

---

[a]) Der Fihr. nennt ihn p. 266 el-Chorâsânî.

[b]) Der Fihr. sagt einfach, Abû Ǧaʿfar habe den Euklides kommentiert; entweder sind die Kommentare zu den übrigen Büchern verloren gegangen, oder der Fihr. berichtet unrichtig.

[c]) Die beiden letzten Werke stehen weder im Fihr. noch bei Ibn el-Q., das erstere wird von el-Bîrûnî (Chronol. of anc. nat. p. 183), das letztere von Naṣîr ed-dîn (in seinem *šakl el-qaṭṭâʿ*, herausgegeben von Caratheodory, p. 115, Übers. 150) zitiert.

Er besafs grofse Kenntnisse in der Astrologie und den philosophischen Wissenschaften, sowie auch in der Sprachwissenschaft. Er starb i. J. 359 (969/70) (nach andern 360) in Raj oder Bagdad. (Ibn Ch. II. 57, Übers. III. 256.)

126. Ṯâbit b. Sinan b. Ṯâbit b. Qorra, Abû'l-Ḥasan, der Sohn von Nr. 108, der Enkel Ṯâbit b. Qorras, ebenfalls bedeutender Arzt im Dienste der Chalifen el-Râḍî, el-Muttaqî, el-Mustakfî und el-Muṭî', daneben auch verdienter Historiker und Kenner der mathematischen Wissenschaften. Er schrieb eine Chronik seiner Zeit (c. v. 290—360), die dann von seinem Neffen Hilâl b. el-Muḥsin (al. Muḥassan) b. Ibrâhîm fortgesetzt wurde und die als ein vortreffliches Werk gerühmt wird. Mathematische Schriften werden keine von ihm angeführt. Er starb nach dem Fihrist im Ḏû'l-Qa'da 363 (974), nach Ibn el-Q. 365 (976). (Fihr. 302; Ibn Abi U. I. 224; Abulfar. 316, Übers. 208; Abulfid. II. 526.)

127. Jaḥjâ b. 'Adî b. Ḥamîd, Abû Zakarîjâ, der Logiker, einer der ersten Kenner der philosophischen Disziplinen zu seiner Zeit. Er war jakobitischer Christ und ein Schüler von Abû Bišr Mattâ und Abû Naṣr el-Fârâbî. Er war ein vorzüglicher Übersetzer aus dem Syrischen ins Arabische und verfafste eine grofse Zahl von Übersetzungen, Kommentaren und Abschriften solcher, ich nenne hier nur seine Übersetzung (oder Verbesserung) des Kommentars des Themistius zum Buche „über den Himmel" von Aristoteles, und des Kommentars des Alexander von Aphrodisias zu der Meteorologie desselben Philosophen. Er starb im Ḏû'l-Qa'da 364 (975), im Alter von 81 Sonnenjahren in Bagdad, nach andern 363. (Fihr. 250, 251 und 264, Übers. 8, 9, 10 und 15; Ibn Abi U. I. 235; Abulfar. 317, Übers. 209.)

128. Muh. b. Jûsuf b. Naṣr el-Azdî el-Faraḍî aus Cordova, wohin sein Vater Jûsuf aus Ecija gezogen war. Er war ein Schüler von Aḥmed b. Châlid und Ḥobâb b. 'Ibâda (s. Art. 92) und übertraf den letztern bald in der Kenntnis der Erbteilung und der Rechenkunst. Sein Sohn[a]) erwähnt ihn in seinem Geschichtswerk an verschiedenen Stellen; nach ihm starb er in Toledo im Ǧumâdâ II. 365 (976). (B. V. 103.)

129. Ṯâbit b. Ibrâhîm b. Zahrûn, Abû'l-Ḥasan, el-Ḥarrânî, von einem andern Zweige der Ṣabier stammend als die bisher genannten, war ein geschickter Arzt und von grofsen Kenntnissen in den übrigen Wissenschaften der Alten. Der Fihr. reiht ihn unter die Mathematiker und unter die Ärzte ein, erwähnt aber keine mathematischen Schriften von

---

[a]) Ibn el-Faraḍî, der Verfasser des VII. und. VIII. Bds. der Bibl. arab.-hisp. (vergl. Vorwort).

ihm, wenn nicht die Abhandlung „Antworten auf Fragen, die an ihn gerichtet wurden" eine solche ist. Er starb im D̲û'l-Qa'da 365 (976), nach andern 369, in Bagdad im Alter von 82 Jahren. (Fihr. 272 und 303, Übers. 26; Ibn Abi U. I. 227; Abulfar. 324, Übers. 213; Abulfid. II. 546.)

130. El-Ḥasan b. 'Abdallâh b. el-Marzûbân, Abû Sa'îd, el-Sîrâfî,[a]) besafs grofse Kenntnisse in den Rechts- und Sprachwissenschaften, in der Poetik und Mathematik. Er war Qâḍî von Bagdad, Lehrer der Grammatik daselbst und neigte den Lehren der Mo'taziliten zu. Er starb im Rağeb 368 (979), im Alter von 84 Jahren. (Fihr. 62; Ibn Ch. I. 130, Übers. I. 377; Ibn Qutl. 17; Abulfid. II. 543.)

131. Jûḥannâ b. Jûsuf b. el-Ḥârit̲ b. el-Baṭrîq, el-Qass (d. h. der Priester), ein sehr gelehrter Mann, besonders als Geometer ausgezeichnet. Er hielt Vorlesungen über die Elemente Euklids und andere geometrische Werke, und machte auch Übersetzungen aus dem Griechischen ins Arabische. Er schrieb: Einen Auszug aus zwei Tafeln (?) über Geometrie. Eine Abhandlung über den Beweis, dafs, wenn eine gerade Linie zwei andere in einer Ebene gelegene Gerade schneidet, die beiden inneren Winkel, welche auf der einen Seite (der Schneidenden) liegen, weniger als zwei Rechte betragen. Er wird ums Jahr 370 (980/81) gestorben sein, was ich auch mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit von den folgenden beiden Autoren annehmen darf. (Fihr. 282, Übers. 38; C. I. 426 n. Ibn el-Q.)[b])

Von den genannten Schriften ist nichts mehr vorhanden, dagegen wird ihm zugeschrieben eine Abhandlung „über die rationalen und irrationalen Gröfsen", in Paris (2457, 48⁰). Ferner enthält das Ms. 2457, 10⁰ in Paris eine Abhandlung des Aḥmed b. Muh. el-Siğzî, worin er über den Irrtum des Jûḥannâ in seiner Lösung der Aufgabe der Teilung einer Geraden in zwei gleiche Teile (?) handelt.

132. 'Abdel'azîz b. 'Ot̲mân b. 'Alî, Abû'l-Ṣaqr, el-Qabîṣî, der Alcabitius des Mittelalters, bedeutender Astrolog, wird im Fihr. nur im Art. Euklides als Diener (oder Schüler?) des 'Alî b. Aḥmed el-'Imrânî (s. Art. 119) in Moṣul genannt. Nach dem Tode dieses Mathematikers lebte er in der Umgebung des Sultans Seif ed-daula b. Ḥamdân (gest. 356). Er war auch Dichter; Ibn Ch. (I. 365, Übers. II. 335) führt ein schönes Gedicht über den Regenbogen an, das von den einen dem Qabîṣî, von den andern dem Seif ed-daula zugeschrieben wurde. Er schrieb: Einleitung in die Kunst der Astrologie *(el-madchal ilâ ṣinâ'at [aḥkâm] el-nuğûm)*, die sich noch in Oxford (I. 941, 1⁰), in Gotha (65, 2⁰) und in Kairo (295 und 316)

---

[a]) d. h. von Sîrâf, am persischen Meerbusen, stammend.

[b]) Vergl. über ihn auch Woepcke in den Mém. prés. par div. savants T. XIV. p. 665.

befindet. Das Werk ist dem Sultan Seif ed-daula gewidmet. Es wurde ins Lateinische übersetzt von Joh. Hispalensis, diese Übersetzung ist an vielen Orten (Oxford, Florenz, Paris, München etc.) noch vorhanden unter dem Titel: Alchabitii Abdilazi liber introductorius ad magisterium judiciorum astrorum interprete Joanne Hispalensi. Es wurde mehrmals, meist mit dem Kommentar des Johannes de Saxonia zusammen, gedruckt, zum erstenmal in Venedig 1485. Wüstenfeld (die Übers. arab. Werke ins Lat. etc. p. 32) erwähnt eine französische Übersetzung eines Werkes des Qabîṣî, betitelt: Traité des conjonctions des planètes etc., par Oronce Fine, Paris 1557. Steinschneider (Bibl. math. 1891, p. 44) hält diese Abhandlung nicht für ein selbständiges Werk, sondern entnommen dem 4. und 5. Teil der Introductio. (Fihr. 265, Übers. 16; Ibn Ch. I. 365, Übers. II. 335.)

133. ʿÎsâ el-Raqqî, Abû'l-Qâsim,[a]) el-Tiflîsî, aus Raqqa gebürtig, Arzt und Astrolog am Hofe Seif ed-daulas, des Ḥamdâniden (gest. 356) und mit diesem befreundet. Hammer erzählt n. Ibn el-Q., dafs Abû'l-Qâsim el-Raqqî in den Tagen ʿAḍud ed-daulas (gest. 372) nach Bagdad gekommen sei und dort mit dem Astrologen Abû'l-Qâsim el-Qaṣrânî (vielleicht identisch mit Abû'l-Qâsim el-Qaṣarî, s. d. Art.) zusammengetroffen sei, den er zuerst unterschätzt, nachher aber seine bedeutenden Kenntnisse in Astronomie erkannt habe. Abû'l-Qâsim el-Raqqî war auch sehr erfahren auf dem Gebiete der astronomischen Tafeln. (C. I. 409 n. Ibn el-Q.; Ibn Abi U. II. 140; H. V. 310.)

134. ʿAbdallâh b. Temâm b. Azhar el-Kindî, Abû Muh., bekannt unter dem Namen el-Masarrî, aus Cordova, ursprünglich aus Ecija stammend, war ein Schüler des Qâsim b. Aṣbag und andern, machte Reisen nach dem Orient und widmete sich auf denselben hauptsächlich dem Studium der Erbteilung und der Rechenkunst. Er gab Unterricht in der letztern Disziplin und las auch über Traditionen. Er starb im Ḏû'l-Ḥiǧǧe 373 (984). (B. VII. 197.)

135. Lubnâ, Geheimschreiberin des Chalifen Ḥakem II., war höchst einsichtsvoll in ihrem Berufe, sehr bewandert und scharfsinnig in der Grammatik, Metrik, Dichtkunst und Rechenkunst und hatte eine sehr schöne Schrift. Sie starb i. J. 374 (984/85). (B. II. 630 und III. 530; die erstere Quelle hat als Todesjahr 394, was kaum richtig sein wird, da Ḥakem II. schon 366 starb.)

136. Abû ʿAbdelmelik el-Ṯaqifî war ein gelehrter Arzt und sehr bewandert in den Elementen des Euklides und in der Ausmessungslehre.

---

[a]) Ich bin nämlich der Ansicht, dafs der von Ibn Abi U. genannte Arzt ʿÎsâ el-Raqqî el-Tiflîsî und der bei C. erwähnte Astrolog Abû'l-Qâsîm el-Raqqî (bei C. fehlerhaft geschrieben „el-Saraqqî") eine und dieselbe Persönlichkeit seien.

Er diente den Chalifen el-Nâṣir (= ʿAbderraḥmân III., 912—961) und el-Mustanṣir (= Ḥakem II., 961—976) als Arzt. Er verfasste seltene Werke über Medizin. Er war auch Vorsteher des Zeughauses (in Cordova?). Er war hinkend, wurde am Ende seines Lebens blind und starb an der Wassersucht. (Ibn Abi U. II. 46.)

137. ʿAlî b. el-Ḥosein,[a]) Abû'l-Qâsim el-ʿAlawî, bekannt unter dem Namen Ibn el-Aʿlam, el-Šerîf el-Ḥoseinî,[b]) war sehr gelehrt in der Astronomie, einer der ersten seiner Zeit; auch als Astrolog stand er bei ʿAḍud ed-daula in groſser Gunst. Er verfaſste astronomische Tafeln, die nicht nur zu seiner Zeit, sondern noch lange nachher bis auf die Zeit Ibn el-Q.'s (ca. 1220) bei den Astronomen in groſsem Ansehen standen. Von dem Sohne ʿAḍud ed-daulas, Ṣamṣâm ed-daula, nicht mehr mit gleicher Gunst ausgezeichnet, zog er sich von dem Hofe der Bujiden zurück. Nach einer Wallfahrt i. J. 374 nach Bagdad zurückgekehrt, starb er bald darauf im Muḥarrem d. J. 375 (985). Ibn Jûnis (Not. et extr. VII. 156) sagt von ihm: „Diejenigen, welche ihn gekannt haben, rühmen in hohem Maſse sein Wissen in der Astronomie und seine Genauigkeit in der Beobachtung; sie sagen, daſs sie in seinem Hause die Instrumente sahen, mit denen er beobachtet und die er selbst verfertigt hatte.“ (C. I. 411 n. Ibn el-Q.; Abulfar. 325, Übers. 214; Not. et extr. VII. 150, 156 und 168.)

138. ʿAbderraḥmân b. ʿOmar,[c]) Abû'l-Ḥosein, el-Ṣûfî, gehörte zu den vortrefflichsten Astronomen der Araber und war berühmt durch seine weitverbreiteten Werke. Er war der Lehrer und Freund ʿAḍud ed-daulas, der sich mit Stolz dreier Lehrer rühmte: in der Grammatik des Abû ʿAlî el-Fârisî el-Nasawî,[d]) in der Kenntnis der astronomischen Tafeln des Šerîf Ibn el-Aʿlam (s. Art. 137) und in den Örtern und Bewegungen der Fixsterne des ʿAbderraḥmân el-Ṣûfî. Er starb nach Hilâl b. el-Muḥsin (s. Art. 126) im Muḥarrem d. J. 376 (986), geboren war er in Raj im Muḥarrem 291 (903). Er schrieb: Das Buch der Fixsterne, mit Figuren. Eine *Arǧûza* (Gedicht) über die Fixsterne, mit Figuren. Das Buch der *tad̲kira* (Notiz, Mémoire) und der Projektion der Strahlen. Abhandlung über das Astrolabium und seinen Gebrauch.[e]) (Fihr. 284, Übers. 40;

---

[a]) So Abulfar. und Not. et extr.; Ibn el-Q. hat „Ḥasan“; Not. et extr. haben p. 168 noch „b. Muḥ. b. ʿÎsâ“.

[b]) So in den Not. et extr.

[c]) C. hat noch weiter: b. Muḥ. b. Sahl, dann Abû'l-Ḥasan statt Abû'l-Ḥosein und noch el-Râzî (d. h. aus Raj gebürtig).

[d]) Ibn Ch. Übers. I. 173 und 379 hat el-Fasawî, von einer Stadt Fasa oder Basa in der Provinz Fars in Persien.

[e]) Diese Abhandlung wird nur von H. Ch. (III. 366) erwähnt.

C. I. 361 n. Ibn el-Q.; Abulfar. 325, Übers. 214; Not. et extr. VII. 150 und 154; el-Bîrûnî, 335 und 358.)

Von diesen Werken sind noch vorhanden: Das Buch der Fixsterne, in Berlin (5658, 59 und 60, alle drei unvollständig), im Escurial (915), in Paris (2488, 2489, 1°, 2490—92), in Oxford (I. 899 und 916), im Brit. Mus. (393), im Ind. Off. (731 und 32); persisch in Konstantinopel (2595). Die Arǧûza, in Paris (2561, 4°), in München (870), in Gotha (1398), in Kairo (226, Übers. 164).[30] Über das Astrolabium, in Paris (2493 und 2498, 2°), in Konstantinopel (2642). Es wird ihm auch noch eine Einleitung in die Astrologie zugeschrieben, welche noch im Escurial (915)[a]) existiert; Teile davon befinden sich in Paris (2330, 2°) und im Ind. Off. (733). Sehr wahrscheinlich bezeichnen die obigen Titel „*tadkira* und Projektion der Strahlen" Abschnitte dieser Einleitung, zumal ein Fragment des eben genannten Ms. 733 betitelt ist „der zweite Abschnitt des 4. Buches: über die Projektion der Strahlen". — Das Buch der Fixsterne wurde von Schjellerup in französischer Übersetzung herausgegeben: Description des étoiles fixes, St. Pétersbourg 1874.

139. ʿAbdallâh[b]) b. el-Ḥasan, Abû'l-Qâsim, genannt Ġolâm Zuḥal (Diener Saturns), war ein bedeutender Rechner und Astrolog im Dienste ʿAḍud ed-daulas, ein Zeitgenosse ʿAbderraḥmân el-Sûfîs (s. vor. Art.), er starb sogar im gleichen Jahre mit ihm, 376 (986/87), nach Hilâl b. el-Muḥsin. Abulfar. erzählt von ihm ein Gespräch mit Abû Soleimân, dem Logiker aus Siǧistân, über die Richtigkeit der astrologischen Prophezeiungen, woraus seine vorurteilsfreie Stellung zu dieser Frage hervorgeht. Er schrieb: Über die Profectiones.[c]) Über die Strahlen. Über die Urteile aus den Gestirnen. Ein grofses Buch über die Profectiones und die Strahlen. Das grofse allumfassende Buch *(el-ǧâmiʿ el-kebîr)*. Das Buch der ausgezogenen (oder abstrakten, oder erprobten)[d]) Elemente. Über die Tagewählerei. Das Buch über die Zerteilungen (Entscheidungen).[e]) (Fihr. 284, Übers. 40; C. I. 404 n. Ibn el-Q.; Abulfar. 327, Übers. 215.)

140. ʿAlî b. Aḥmed, Abû'l-Qâsim, el-Anṭâkî (d. h. von Antiochia), el-Muǧtabâ (der Auserwählte), lebte in Bagdad, war befreundet mit dem Bujiden ʿAḍud ed-daula und einer der bedeutenderen Mathematiker

[a]) Sehr wahrscheinlich enthält dieses Ms. dieses astrologische Werk und nicht, wie C. meint, das Buch der Fixsterne.

[b]) Abulfar. und C. haben ʿObeidallâh.

[c]) Vergl. über diesen astrologischen Begriff meine Übersetzung aus dem Fihr. p. 61, Anmerkg. 148.

[d]) Arab. „*muǧarrade*".

[e]) Arab. *infiṣâlât*"; fehlt bei C.

der Araber, obgleich nach dem Urteil el-Nasawîs seine Schriften etwas unklar und übermäfsig breit ausgearbeitet sein sollen (vergl. Woepcke, Journal asiat. 1863, VI. Sér. T. I. p. 493 ff.). Neben seinen mathematischen Kenntnissen besafs er eine grofse Beredsamkeit und Eleganz des sprachlichen Ausdrucks. Er starb im Dû'l-Ḥiǧǧe d. J. 376 (987).[a]) Er schrieb: Das grofse Buch *el-tacht* (= die Tafel), über die indische Rechnungsweise.[b]) Über das Rechnen auf der Tafel ohne Auslöschen (der Ziffern). Einen Kommentar zu der Arithmetik.[c]) Über die Auffindung der Übersetzer oder Übersetzungen *(istichrâǧ el-tarâǧim)* (?). Einen Kommentar zum Euklides. Über die Kuben.[d]) Über die arithmetischen Proben. Über das Rechnen mit der Hand (Fingerrechnen) ohne Tafel.[e]) (Fihr. 266 und 284, Übers. 17, 40, 75 und 78; C. I. 411 n. Ibn el-Q.)

Hiervon ist noch vorhanden der Kommentar zum Euklides, in Oxford (II. 281).

141. ʿAlî b. Muh. b. Ismâʿîl b. Muh. b. Bišr, Abû'l-Ḥasan, aus Antiochia, kam im Rabîʿ II. des Jahres 352 (963) nach Spanien und wurde von dem Chalifen el-Ḥakem sehr wohlwollend aufgenommen. Er war sehr gelehrt in der Korankenntnis, ja der erste hierin zu seiner Zeit, ebenso bewandert in Sprachwissenschaft und Rechenkunst. Er hatte viele Schüler, die seine Schriften abschrieben und verbreiteten. Er wurde, wie er selbst angiebt, 299 (911/12) in Antiochia geboren und starb in Cordova im Rabîʿ I. 377 (987). (B. VII. 261; Maq. K. II. 120.)

142. Ǵaʿfar b. el-Muktafî, Abû'l-Faḍl, Sohn des Chalifen el-Muktafî billâh (289—295), ein sehr gebildeter Mann, in der alten Philosophie, Mathematik und Geschichte bewandert, auch geschickt in der Astrologie. Ġars el-Naʿma Abû Naṣr (s. d. Art.) erzählt, er habe ein Buch von Ibn el-Muktafî über die Kometen gesehen, in welchem dieser von einer Erscheinung spricht, die am 19. Raǧeb 225 (Mai 840) beobachtet wurde, nämlich von einem dunkeln Flecken in der Sonne, den el-Kindî als Konjunktion der Venus mit der Sonne erklärt habe.[31] Von Ibn el-Muktafî soll auch jene Notiz stammen, die im Fihr. nach dem Art. „el-Abahh" steht und die dem Abû Maʿšar einige Werke abspricht und sie dem Sind

---

a) So bei C., der Fihr. hat „kurz vor Beginn des Jahres 376"; es sollte wahrscheinlich heifsen 377, dann würde es mit der obigen Angabe stimmen.

b) Der Fihr. hat *el-taht,* man vergleiche was ich hierüber in meiner Übers. aus dem Fihr. p. 75 und 78 gesagt habe; heute glaube ich, dafs die Lesart „*el-tacht* = die Tafel" die richtige ist.

c) Woepcke (l. c.) vermutet „des Nikomachus".

d) Diese Schrift steht nur im Fihr.

e) Die zwei zuletzt genannten Schriften sind nur bei Ibn el-Q. genannt.

b. ʿAlî zuschreibt (vergl. Art. 53). Ǧaʿfar b. el-Muktafî wurde geboren i. J. 294 und starb im Ṣafar 377 (987). (Fihr. 275 und 279, Übers. 30; C. I. 422 n. Ibn el-Q.; Abulfar. 328, Übers. 216.)

143. Aḥmed b. Muh. el-Ṣâġânî,[a]) Abû Ḥâmid, el-Aṣṭorlâbî (d. h. der Verfertiger von Astrolabien), war in Geometrie und Astronomie einer der ersten seiner Zeit, besonders aber ein berühmter Instrumentenkünstler. Er übte seine Kunst in Bagdad aus und hatte eine grofse Zahl von Schülern, die sich rühmten, ihn zum Lehrer gehabt zu haben. Er erfand auch zu den schon bekannten alten Instrumenten einige neue vorzügliche. Šaraf ed-daula, der Sohn ʿAḍud ed-daulas, liefs in Bagdad auf einer von ihm neu errichteten Sternwarte den Lauf der sieben Planeten beobachten unter der Leitung des Astronomen Wîǧan b. Rustem el-Kûhî (s. Art. 175), unter den Beobachtern befand sich auch Aḥmed b. Muh. el-Ṣâġânî, und wahrscheinlich wurden auch von ihm konstruierte Instrumente dabei benutzt. Diese Beobachtungen fanden i. J. 378 statt, im Ḏû'l-Qaʿda 379 (990) starb Aḥmed b. Muh.[b]) (C. I. 410 n. Ibn el-Q.; Abulfar. 329, Übers. 216.)

Schriften werden von ihm in den Quellen keine erwähnt, dagegen befindet sich in Oxford (I. 940, 3⁰) eine Abhandlung, betitelt: „über die auf den Scheiben des Astrolabiums konstruierten Stunden (-Linien)", die ihm zugeschrieben wird. Ebenso wird ein Satz von ihm über die Dreiteilung eines Winkels zitiert in der Abhandlung des Abû Saʿîd Aḥmed b. Muh. el-Siǧzî, die sich in Leiden (996) befindet.[c])

Es folgen nun eine Reihe von Autoren (Art. 144—157[a]), über deren Lebenszeit wir gar keine andern Anhaltspunkte haben, als dafs sie vor der Zeit des Verfassers des Fihrist, der sein Werk in der Hauptsache i. J. 377 (987) geschrieben hat, gelebt haben müssen, da sie in diesem Werke behandelt werden.

144. Aḥmed b. ʿOmar el-Karâbîsî[d]) gehörte zu den vorzüglichsten Mathematikern und schrieb: Einen Kommentar zum Euklides. Über die

---

[a]) d. h. von Ṣâġân, einem Flecken bei Merw, stammend.

[b]) Eigentümlicherweise wird dieser Zeitgenosse des Verfassers des Fihrist von diesem unter den Verfertigern von astronomischen Instrumenten (p. 285, Übers. 42) nicht genannt, oder ist es vielleicht der dort genannte Aḥmed b. ʿAlî b. ʿÎsâ, zu dem der Fihr. hinzufügt „aus der jüngsten Zeit".

[c]) Vergl. Woepcke, L'algèbre d'Omar Alkhayyâmî, p. 119.

[d]) d. h. der Händler mit grober Leinwand oder Kleidern aus solcher: *karâbîs* = arab. Plural des pers. Wortes *kirbâs* (oder *kirpâs*) = grobe Leinwand, oder Kleid aus solcher (n. Ibn Ch. Übers. I. 417).

Testamentsrechnung. Über die Erbteilungen. Über das Planisphärium,[a]) noch vorhanden in Oxford (I. 913, 2⁰) und in Kairo (204, Übers. 23). Das Buch über das indische (Rechnen?). (Fihr. 282, Übers. 38; C. I. 410 n. Ibn el-Q.)

145. Ja'qûb b. Muh., Abû Jûsuf, el-Miṣṣîṣî, der Rechner, berühmt zu seiner Zeit in der Arithmetik. Er schrieb: Das Buch der Algebra. Über die Erbteilungen. Über die Verdoppelungen der Häuser (Felder) des Schachspiels.[b]) Das umfassende *(el-ǧâmi')* Buch. Über das Verhältnis der Jahre.[c]) Das allumfassende Buch *(ǧawâmi' el-ǧâmi')*. Das Buch der beiden Fehler. Über die Testamentsrechnung.[d]) (Fihr. 281, Übers. 37; C. I. 426 n. Ibn el-Q.)

146. 'Alî b. el-Miṣṣîṣî, Abû'l-Ḥasan, vielleicht ein Sohn des vorhergehenden Autors, schrieb: Über die Konjunktionen. (Fihr. 278, Übers. 34.)

147. Ja'qûb b. Muh., Abû Jûsuf, el-Râzî, schrieb: Das Buch über das gesamte Rechnen. Das Buch *el-tacht* (über das indische Rechnen). Über die Rechnung mit den beiden Fehlern. Das Buch der dreifsig seltenen Probleme. Kommentar zum 10. Buche des Euklides, im Auftrage von Ibn el-'Amîd ausgeführt.[32] (Fihr. 266 und 281, Übers. 17 und 37.)

148. Muh. b. Lurra[e]) (oder Ludda, oder Lara?), der Rechner, aus Ispahan, berühmt in seiner Kunst zu seiner Zeit, schrieb: Das Buch über das gesamte Rechnen. (Fihr. 282, Übers. 38; C. I. 433 n. Ibn el-Q.)[33]

149. Sinân b. el-Fath, vielleicht der Sohn von Nr. 104, aus Ḥarrân gebürtig, in Rechenkunst und Zahlenlehre hervorragend, schrieb: Das Buch *el-tacht,* über die indische Rechnungsweise. Über die Vermehrung und die Verminderung. Einen Kommentar zu dem Buche über die Vermehrung und die Verminderung (wahrscheinlich des Chowârezmî). Einen Kommentar zur Algebra des Chowârezmî. Über die Erbteilungen. Über

---

a) Im Kat. v. Oxford wird *misâḥat el-ḥalqa* übersetzt mit „de circulorum dimensione"; es wäre auch möglich, dafs die Schrift über die Ausmessung des Kreises handeln würde.

b) Es ist dies jedenfalls die bekannte Aufgabe über die Zahl der Gerstenkörner.

c) Ich glaube, dafs hier im arab. Text ein Fehler vorliege und dafs es statt *„nisbet el-sinîna"* heifsen sollte *„el-nisbe el-sittînîje"* = über das Sechzigerverhältnis, d. h. über die Operationen mit den Sexagesimalzahlen, worüber verschiedene Schriften existieren, z. B. in München (865 und 866) eine solche von einem Anonymus.

d) Vergl. meine Übers. aus dem Fihr. p. 71, Anmerkg. 236.

e) Das Münchener Ms. 440 des Ibn el-Q. hat „Kurra".

die Kubenrechnung (Kubikwurzelausziehung, oder Summation von Kuben?).[a]) (Fihr. 281, Übers. 37; C. I. 437 n. Ibn el-Q.)

150. ʿOṭârid b. Muh., der Rechner und Astrolog, war ein vortrefflicher und gelehrter Mann; er schrieb: Über die indische Wahrsagekunst (aus Kameelmembranen) und ihre Erklärung. Über den Gebrauch des Astrolabiums. Über den Gebrauch der Armillarsphäre. Über die Zusammensetzung der himmlischen Sphären. Über die Brennspiegel. (Fihr. 278, Übers. 33.)

Die Pariser Bibliothek (2775, 3⁰) besitzt von ihm eine Schrift, betitelt: die Vorteile (nützlichen Eigenschaften) der kostbaren Steine. H. Ch. IV. 113 legt dem ʿAbderraḥmân b. ʿOmar el-Ṣufî folgende Worte in den Mund: „Dixit duos se vidisse libros de quadraginta octo stellarum fixarum constellationibus, quorum prior Battani, posterior ʿOṭârid auctorem habet, uterque tamen minime veritati et rectae rationi respondet.“ Nach diesem hätte ʿOṭârid nach el-Battânî gelebt.

151. Ǧannûn (?) b. ʿAmr b. Jûḥannâ b. el-Ṣalt, Abû Zakarîjâ, schrieb: Das Buch des Beweises für die Richtigkeit der Gestirne (Astrologie) und der auf sie gegründeten Prophezeiungen. (Fihr. 280, Übers. 36.)

152. ʿAbdallâh b. el-Ḥasan el-Ṣaidanânî, der Rechner und Astrolog, schrieb: Einen Kommentar zur Algebra des Muh. b. Mûsâ el-Chowârezmî. Einen Kommentar zu seinem Buche über die Vermehrung und die Verminderung. Über die verschiedenen Arten des Multiplizierens und Dividierens. (Fihr. 280, Übers. 36.)

153. El-Ḥaijânî (oder el-Ǧanâbî?), Abû'l-Faḍl, schrieb: Das Buch der geometrischen Tafeln (?). (Fihr. 280, Übers. 36.)

154. El-ʿAbbâs b. Bâǧân b. el-Rabîʿ, Abû'l-Rabî', war Astronom und schrieb: Das Buch der Einteilung der bewohnten Gegenden der Erde und der äufseren Erscheinung der Welt. (Fihr. 280, Übers. 36.)

155. Muh. b. el-Ḥasan b. Achî Hišâm, Abû ʿAbdallâh, el-Šaṭawî, schrieb: Über die Konstruktion der geneigten Sonnenuhr. Über die Konstruktion der trommelnden *(moṭabbile?)* Sonnenuhr[b]) und der Wasseruhren, welche Kugeln werfen.[c]) Über die Bestimmung der Höhen und der Azimute. (Fihr. 281, Übers. 36.)

---

[a]) Vergl. Woepcke, Passages relatifs à des sommations de séries de cubes, im Journal de mathém. par Liouville, 1864 und 65.

[b]) Flügel (Fihr. II. 132) sagt, es sei dies „unstreitig eine Sonnenuhr, die die Mittagsstunde durch Beckenschall andeutete“; die Verbindung dieses Instrumentes mit den Wasseruhren, welche Kugeln werfen, mag diese Ansicht wohl rechtfertigen.

[c]) Vergl. hierüber meinen Nachtrag zur Übers. aus dem Fihr. in Z. f. M. u. Ph. 38. Jahrg. (1893), hist.-litt. Abtlg. p. 126.

156. Ǧaʿfar b. ʿAlî b. Muh. el-Mekkî, der Geometer, schrieb: Das Buch über die Geometrie. Abhandlung über den Kubus (Kubikzahlen?). (Fihr. 282, Übers. 38.)

157. Ibn Rauḥ, der Ṣabier, übersetzte zwei Bücher des Kommentars des Alexanders von Aphrodisias zur Physik des Aristoteles ins Arabische, welche Übersetzung dann noch von Jaḥjâ b. ʿAdî (s. Art. 127) verbessert wurde. Im Art. „Aristoteles" des Fihr. und auch bei C. I 246 steht allerdings „Abû Rauḥ", aber es ist wohl zweifellos dieselbe Persönlichkeit gemeint. (Fihr. 250 u. 282, Übers. 8 u. 38; C. I. 246 n. Ibn el-Q.)

157[a]. Muh. b. Nâǧije (C. hat Nâǧîm), der Schreiber, beschäftigte sich auch mit Geometrie und schrieb „das Buch über die Ausmessung (der Figuren)". C. nennt ihn einen Spanier, der Fihrist und das Münchener Ms. 440 haben diesen Zusatz nicht. (Fihr. 281, Übers. 36; C. I. 433 n. Ibn el-Q.; Münchener Ms. 440 des Ibn el-Q. fol. 108[b].)

Der Fihrist hat am Schlusse des Mathematiker-Verzeichnisses ein besonderes Kapitel über die Instrumentenkünstler, in welchem aber nichts als Namen aufgeführt werden; von diesen Künstlern haben schon einige ihre Stelle in den vorhergehenden Artikeln gefunden, für die übrigen verweise ich auf den Fihr. (p. 284 f.) und meine Übersetzung aus demselben (p. 41 f.).

158. Naẓîf b. Jumn (oder Jemen) el-Qass (der Priester), ein Grieche, war sehr bewandert in den Sprachen, er übersetzte aus dem Griechischen ins Arabische unter anderem das 10. Buch der Elemente des Euklides, Bruchstücke dieser Übersetzung sind noch vorhanden in Paris (2457, 18⁰ u. 34⁰). Als Arzt scheint er kein gar grofses Vertrauen bei den Leuten genossen zu haben, so dafs, wie Ibn Abi U. erzählt, ein höherer Militär ʿAḍud ed-daulas sogar auf den Gedanken kam, er sei bei seinem Fürsten in Ungnade gefallen, da ihm dieser den Naẓîf als Arzt zugesandt hatte, als er von einer Krankheit befallen worden war. Naẓîf wird ca. 380 (990/91) gestorben sein. (Fihr. 266, Übers. 16 u. 17; Ibn Abi U. I. 238; Abulfar. 326, Übers. 215.)

159. Muh. b. Jabqa b. Muh.[a]) b. Zerb, Abû Bekr, Qâḍî von Cordova, ein Schüler von Qâsim b. Aṣbag, Muh. b. ʿAbdallâh b. Abî Doleim u. a. Er hatte das mâlikitische Recht studiert und lehrte es auch; daneben war er sehr bewandert in Sprachwissenschaft und Rechenkunst, hatte ein schönes Erzählertalent, war unparteiisch und wohlthätig in hohem Grade. Er starb im Ramaḍân d. J. 381 (991). (B. VII. 387.)

160. Ṣâliḥ b. ʿAbdallâh el-Omawî el-Qassâm (d. h. der Erbteiler), Abû'l-Qâsim, aus Cordova. Er war sehr gelehrt in der Rechenkunst und

---

[a]) Dieses Muh. fehlt bei Flügel, grammat. Schulen d. Arab. p. 264.

Erbteilung und las über diese Disziplinen nach den Werken von Abû Muh. ʿAbdallâh b. Temâm b. Azhar (s. Art. 134); einer seiner Schüler war der Qâḍî Abû ʿOmar b. Samîq. (B. I. 233.)

161. Muh. b. ʿAbdûn el-Ǧebelî[a]) el-ʿAḏrî[b]) aus Cordova, reiste i. J. 347 (958/59) nach dem Osten, kam nach Baṣra, wandte sich dann nach Ägypten und wurde in Fosṭâṭ (Alt-Kairo) Vorsteher des Krankenhauses. Er war ein tüchtiger Arzt und befestigte die Grundlagen dieser Wissenschaft; er verwandte auch vielen Fleiſs auf die Logik, sein Lehrer darin war Abû Soleimân Muh. b. Ṭâhir el-Siǧistânî. Er kehrte i. J. 360 (970/71) nach Spanien zurück und diente als Leibarzt den Chalifen Ḥakem II. und Hišâm II. Bevor er zur Medizin überging, hatte er Unterricht in der Rechenkunst und Geometrie gegeben; er schrieb ein gutes Buch, betitelt: „*el-taksîr*“ (ob über Bruchrechnung oder Ausmessung der Figuren oder ein medizinisches Werk, ist ungewiſs). Es sagt der Qâḍî Ṣâʿid (s. Art. 244): „Es hat mir Abû ʿOṯmân Saʿîd b. Muh. b. el-Bagûniš (s. Art. 222) erzählt, daſs er in Cordova während seines Studienaufenthaltes daselbst keinen getroffen habe, der den Muh. b. ʿAbdûn in der Heilkunde erreicht hätte und mit ihm in der Genauigkeit, Übung und im Scharfsinn hätte wetteifern können.“ (Ibn Abi U. II. 46; B. V. 102; Maq. K. I. 393 u. 437.)

162. Ǧâbir b. Ibrâhîm, Abû Saʿîd, el-Ṣâbî (d. h. der Ṣabier), wahrscheinlich der Sohn von Nr. 113, schrieb: *Iḍâḥ el-burhân* (die Verdeutlichung des Beweises), über die Rechnung mit den beiden Fehlern, in Oxford (I. 913) und Leiden (1004).[c]) Über die Aufgänge der Mondstationen, eine Qaṣîde (Gedicht), in Gotha (1378, 2⁰). Über die Merkursphäre, in Oxford (I. 940, 10⁰).[d])

163. Rabîʿ b. Zeid el-Usqof (der Bischof),[e]) von Cordova, war nach Maq. K. II. 318 der Verfasser mehrerer astrologischer Werke, unter andern eines Buches, betitelt: „Die Einteilung der Zeiten und das Wohl (die Wiederherstellung) der Leiber“, zugeeignet dem Chalifen Ḥakem II., in welchem er über die Mondstationen (*anwâʾ* oder anoë) und was damit

---

[a]) W. A. 139 liest: el-Ǧîlî.

[b]) Maq. K. I. 437 hat auch el-ʿAḏrî, aber p. 393 el-ʿAdawî, ebenso W. A. 139; B. V. 102 liest el-ʿAdadî. — ʿAḏra (jetzt Adra) ist ein Städtchen westlich von Almeria.

[c]) Es soll dies ein Kommentar zu der Abhandlung des Qosṭa b. Lûqâ (s. Art. 77) über denselben Gegenstand sein.

[d]) Hier heiſst er: Abû Saʿd el- Ṣâbî.

[e]) Soll nach R. Dozy (Z. D. M. G. 20. p. 595—609) identisch sein mit Rekemundus, dem Bischof von Elvira (Eliberis), den ʿAbderraḥmân III. als Gesandten i. J. 955 zu Otto I. geschickt hatte.

zusammenhängt, handelt.[34] — H. V. 310 hat über Ibn Zeid nach Gayangos (I. 199 u. 482) noch folgendes: „Er lebte ums Jahr 350 (961) und war Bischof von Cordova (oder nach Dozy: Elvira, s. o. die Note) unter der Regierung Ḥakems II., bei dem er in besonderer Gunst stand.“

Das Buch „Einteilung der Zeiten und Wohl der Leiber“ wurde (wahrscheinlich von Gerard von Cremona) ins Lateinische übersetzt und von Libri in seiner Histoire des sciences mathém. en Italie, 2. édit. 1865, T. I. p. 389—452 veröffentlicht (es ist möglich, daſs Gerard bei seiner Übersetzung noch eine andere Vorlage ähnlichen Inhaltes benutzt hat und zwar vielleicht das *kitâb el-anwâ'* des ʿArîb b. Saʿd, s. Anmerkg. 34).

164. Ibrâhîm b. Hilâl b. Ibrâhîm b. Zahrûn, Abû Isḥâq, el-Ḥarrânî, der Ṣabier, war Staatssekretär unter dem Chalifen el-Muṭîʿ lillâh und den Bujiden Moʿizz ed-daula und ʿIzz ed-daula. Bei ʿAḍud ed-daula fiel er wegen seiner offenen und freimütigen Sprache in Ungnade und brachte einige Jahre im Gefängnis zu, erhielt dann aber 371 seine Freiheit wieder. Er war Historiker, Dichter, Astronom und Mathematiker; er wohnte auch den astronomischen Beobachtungen in Bagdad i. J. 378 (988/89) unter Wîğan b. Rustem el-Kûhî (s. Art. 175) bei. Nach Ibn Ch. starb er in Bagdad i. J. 384 (994) im Alter von 71 Jahren, nach dem Fihr. vor 380 im Alter von ungefähr 60 Jahren,[a]) und zwar in groſser Dürftigkeit. Er konnte sich nie dazu bewegen lassen, zum Muhammedanismus überzutreten. Er schrieb verschiedene Abhandlungen über mathematische Fragen an zeitgenössische Gelehrte gerichtet, eine solche (welchen Inhalts ist nicht angegeben) an Abû Sahl el-Kûhî gerichtet, befindet sich in Kairo (201, Übers. 21). Ein Buch über die Dreiecke, dessen vom Verfasser geschriebenes Ms. Ibn el-Q. (resp. el-Zûzenî) gesehen zu haben angiebt. (Fihr. 134; C. I. 442 n. Ibn el-Q.; Ibn Ch. I. 12, Übers. I. 31; Abulfar. 330, Übers. 217; Abulfid. II. 583; W. G. 149.)

Die Bibliothek der Aja Sofia in Konstant. enthält ein Ms. (2741) von einem Abû Isḥâq, betitelt: Kommentar zur Geometrie des Euklides; vielleicht ist dies das oben genannte Buch über die Dreiecke; möglich ist aber auch, daſs unter diesem Abû Isḥâq ein anderer Ṣabier, nämlich Ibrâhîm b. Sinân b. Ṯâbit (s. Art. 113), oder eine dritte Persönlichkeit gemeint wäre.

165. Muh. b. ʿAbdallâh b. Muh. el-ʿOtaqî,[b]) el-Fîrjâbî,[c]) der

---

[a]) Da der Verfasser des Fihr. noch sein Zeitgenosse war, so sollte man seinen Angaben gröſseres Vertrauen schenken können, es ist aber eigentümlich, daſs er keine genaue Todesangabe machen kann.

[b]) H. V. 20 liest el-ʿItqî, doch ist el-ʿOtaqî, d. h. vom Stamme ʿOtaqâ, das richtige.

[c]) Fîrjâb oder Firjâb ist nach Jâqût ein Ort in Chorâsân.

Astrolog, aus Nordafrika stammend,[a]) in Kairo wohnhaft, ein vielseitig gebildeter Mann, vor allem aber in der Astrologie bewandert. Er starb im Ramadân 385 (995). Er schrieb eine Geschichte der Omeijaden und ʿAbbâsiden und mehrere Werke über die Gestirne und das Weissagen aus ihnen. (C. I. 431 n. Ibn el-Q.)

166. Abû ʿAbdallâh b. el-Balensî (Sohn des Valencianers), der Astrolog, ausgezeichnet und glücklich in seinen Weissagungen; el-ʿAzîz (der Fâtimidische Chalife von Ägypten, 975—996), in dessen Dienst er stand, verliefs sich vollständig auf dieselben, er stand daher bei ihm in grofser Gunst und sein Ansehen überstrahlte dasjenige aller seiner Fachgenossen. Er starb im Rabîʿ I. 386 (996). Es wäre möglich, dafs dieser Abû ʿAbdallâh mit dem eben genannten Astrologen Muh. b. ʿAbdallâh el-ʿOtaqî identisch wäre, da beide zu gleicher Zeit in Kairo lebten und auch beide angeblich aus dem Westen stammten. (C. I. 407 n. Ibn el-Q.)

167. Muh. b. Muh. b. Jahjâ b. Ismâʿîl b. el-ʿAbbâs, Abû'l-Wefâ el-Bûzǧânî, einer der gröfsten Mathematiker der Araber, geboren zu Bûzǧân im Gebiete von Nîsâbûr am 1. Ramadân d. J. 328 (Juni 940). Er erhielt Unterricht von seinem Oheim (väterlicherseits) Abû ʿAmr el-Moġâzilî und seinem Oheim (mütterlicherseits) Abû ʿAbdallâh Muh. b. ʿAmbasa — Abû ʿAmr selbst hatte die Geometrie unter Abû Jahjâ el-Merwazî (oder Mâwardî?) (s. Art. 96) und Abû'l-ʿAlâ b. Karnîb (s. Art. 97) studiert. — Abû'l-Wefâ wanderte im Jahre 348 nach ʿIrâq aus;[35] er starb n. Ibn Ch. i. J. 387 (997), n. Ibn el-Q. im Raǧeb 388 (Juli 998). Er schrieb: Das Buch über das, was die Geschäftsleute und die Schreiber von der Rechenkunst gebrauchen, in Leiden (993), doch nur die drei ersten Abschnitte, und wahrscheinlich in Kairo (185, Übers. 10).[b]) Einen Kommentar zu den Elementen des Euklides, unvollendet. Einen Kommentar zur Algebra des Chowârezmî. Einen Kommentar zur Algebra des Diophantus. Einen Kommentar zur Algebra des Hipparchus.[36] Einleitung in die Arithmetik. Das Buch über das, was gelernt werden mufs vor dem Buche der Arithmetik. Das Buch der Beweise zu den Sätzen, welche Diophantus in seinem Buche gebraucht, und zu dem, was er (Abû'l-Wefâ) in seinem Kommentar angewandt hat. Eine Abhandlung über die Auffindung der Seite des Würfels, des Quadrates des Quadrates, und dessen, was aus beiden zusammengesetzt ist.[c]) Ein Buch über die Kenntnis des Kreises aus der Sphäre (?). Das voll-

---

[a]) Ibn el-Q. giebt ihm nämlich noch den Beinamen el-Ifrîqî.

[b]) Es ist hier nur genannt „das Buch des Abû'l-Wefâ", befindet sich aber in der Abteilung über die Rechenkunst.

[c]) Nach Woepcke (Journ. asiat. 1855, p. 254) handelt es sich hier höchst-

ständige (umfassende) Buch, in drei Abschnitten: der erste handelt über die Dinge, die gelernt werden müssen vor der Bewegung der Himmelskörper; der zweite über die Bewegung der Himmelskörper; der dritte über das, was sich bei der Bewegung der Himmelskörper zeigt (ereignet, daraus resultiert). Dieses Buch ist höchstwahrscheinlich identisch mit dem von Ibn el-Q. genannten „Almagest", [a]) noch vorhanden in Paris (2494), doch nicht vollständig. Das Buch der genauen, klaren (*el-wâḍiḥ*) Tafeln, in drei Abschnitten, die denjenigen des vorhergehenden Werkes vollkommen entsprechen; es sind dies jedenfalls die zu diesem Werke als Text gehörenden Tafeln, und wahrscheinlich identisch mit den von Ibn el-Q. genannten Sexagesimaltafeln und dem von Ibn Ch. genannten Werke über die Bestimmung der Sehnen; sie sind noch vorhanden in Florenz (Palat. 289). [b]) (Fihr. 266 u. 283, Übers. 17 u. 39; C. I. 433 n. Ibn el-Q.; Ibn Ch. II. 81, Übers. III. 320; Abulfar. 338, Übers. 222; Abulfid. II. 599.)

In Oxford befindet sich ferner noch ein Ms. (I. 913, 3°), betitelt: Archimedis, Abulwafa al-Burǧânî (sic), Aḥmed b. Muh. el-Serî Problemata ad triangulum circulumque pertinentia. Konstantinopel (2753) hat ein „Buch über die Geometrie", entweder der von H. Ch. (I. 382) und im Fihr. (266, Übers. 17) genannte Kommentar zu den Elementen des Euklides, oder dann, was wahrscheinlicher ist, das ebenfalls von H. Ch. (V. 172) angeführte „Buch der geometrischen Konstruktionen", das allerdings Woepcke (Journ. asiat. Sér. V. T. V. p. 309 ff.) nicht für von Abû'l-Wefâ selbst verfaſst hält, sondern von einem seiner Schüler nach seinen Vorlesungen. Woepcke giebt eine Analyse des interessanten Werkes (ibid. p. 218—256 u. 309—359) nach einem pers. Ms. (Anc. fonds 169) der Pariser Bibliothek.

168. Sahl b. Ibrâhîm b. Sahl b. Nûḥ, Abû'l-Qâsim, bekannt unter dem Namen Ibn el-ʿAṭṭâr, aus Ecija gebürtig, von berberischem Stamme, mit den Benî Omeija verbündet (befreundet), war sehr gelehrt in der Koran- und Traditionswissenschaft, ebenso bewandert in der Rechenkunst. Er war ein Schüler von Aḥmed b. Châlid, Aḥmed b. Zijâd u. a. in Cordova, reiste i. J. 319 nach Elvira und hörte dort bei Muh. b. Fiṭṭîs

---

wahrscheinlich um die geometrische Auflösung der Gleichungen: $x^3 = a$, $x^4 = a$, $x^4 + ax^3 = b$.

[a]) Vergl. auch Woepcke im Journ. asiat. Sér. V. T. V. p. 256, u. ibid. Sér. V. T. XV. p. 281 ff., wo Woepcke eine Stelle aus diesem Almagest über die Berechnung des sinus 30′ in Übersetzung veröffentlicht hat.

[b]) Hier heiſsen sie *„el-šâmil"* (= die allgemeinen, umfassenden), es stimmt dieses Attribut ungefähr überein mit demjenigen, das der Fihr. dem vorhergehenden Werke, d. h. dem Texte zu diesen Tafeln, giebt, nämlich *„el-kâmil"* (= das vollständige, umfassende).

(Faṭîs?) el-Elbîrî und ʿOṯmân b. Ǧarîr. Er hatte sehr viele Schüler. Er wurde geboren i. J. 299 (911/12) und starb im Raǧeb d. J. 387 (997). (B. VII. 162.)

169. ʿAbderraḥmân b. Ismâʿîl b. Bedr, bekannt unter dem Namen „der Euklides von Andalusien", war hervorragend in Geometrie und Logik; er verfaſste einen berühmten Auszug aus den acht logischen Büchern (des Aristoteles, fügt H. V. 303 hinzu). Soweit C. I. 404 nach Ibn el-Q. — H. V. 303 hat noch weiter nach der Wiener Handschrift des Ibn el-Q., Bl. 131: Sein Neffe Abû'l-ʿAbbâs Aḥmed b. Abî Ḥâkim erzählt, daſs er unter der Regierung des groſsen Wezirs Manṣûr[a]) aus Spanien nach dem Osten gereist und dort gestorben sei.[37]

170. Saʿîd b. Fatḥûn b. Mokram, Abû ʿOṯmân, el-Toǧîbî el-Saraqosṭî (d. h. von Saragossa), mit dem Beinamen el-Ḥammâr (d. h. der Eseltreiber), lebte zur Zeit Hišâms II. und des Wezirs Ibn Abî ʿÂmir el-Manṣûr (also etwa 350—390, 961—1000). Er beschäftigte sich hauptsächlich mit den alten Wissenschaften, besonders mit Logik und andern philosophischen Disziplinen, sehr wahrscheinlich auch mit Mathematik, obgleich dies in den Quellen nicht ausdrücklich erwähnt ist. Er wurde deshalb auch von el-Manṣûr, der die orthodoxen Muslime gewinnen wollte und aus diesem Grunde die philosophischen und astronomischen Werke der groſsen Bibliothek zu Cordova verbrennen lieſs, verfolgt, eingekerkert, dann aber wieder freigelassen, worauf er nach Sicilien sich begab, wo er auch gestorben ist, sein Todesjahr aber ist unbekannt. Er schrieb unter anderm nach Maq. *„rasâʾil maǧmûʿa we ʿujûn"* (gesammelte Abhandlungen oder Briefe und Quellen). Ich vermute, daſs der von C. I. 380 als Verfasser einer Encyklopädie der Wissenschaften (*ǧawâmiʿ el-ʿulûm,* Escurial 945) genannte Šaʿjâ (?) b. Fariǧûn (?) mit diesem Saʿîd b. Fatḥûn identisch sei. Von diesem Werke berichtet übrigens Casiri folgendes Interessante: „ubi scientiarum fere omnium regulae, ductis quibusdam lineis atque circulis, mira brevique arte traduntur. Id scribendi genus Arabum scriptores artem magnam appellant".[b]) — Saʿîd b. Fatḥûn wird auch erwähnt von Abû Muh. ʿAlî b. Aḥmed el-Ẓâhirî (s. Anmerkg. 27). Sein Bruder war Muh. b. Fatḥûn Abû ʿAbdallâh (?)[c]) (B. III. 299; Amari, Bibl. arab.-sicula, 674, nach el-Sujûṭî, Klassen der Lexikographen und Grammatiker; Maq. K. II. 133).

---

[a]) Es ist dies der allmächtige Minister unter Ḥakem II. und Hišâm II., Ibn Abî ʿÂmir el-Manṣûr, der etwa von 970—1000 das Staatsruder geleitet hat.

[b]) Ist dieser Saʿîd vielleicht der Verfasser der von Gerard von Cremona übersetzten Algebra? Vgl. Cantor, Vorlesgn. I. 688 (1. Aufl.), 756 (2. Aufl.).

[c]) Vergl. B. VIII. 98.

171. Muh. b. ʿAbdallâh, Abû Naṣr, el-Kalwâḏânî,[a]) gehörte zu den vortrefflichsten Kennern der Rechenkunst, Geometrie und Astronomie. Er lebte in Bagdad zur Zeit ʿAḍud ed-daulas des Bujiden (gest. 372) und noch einige Zeit nachher. Er schrieb: Das Buch *el-tacht,* über die indische Rechnungsweise.[b]) (Fihr. 284, Übers. 41; C. I. 433.)

172. El-Ḥasan b. Suwâr b. Bâbâ b. Bihrâm,[c]) Abû'l-Chair, bekannt unter dem Namen Ibn el-Chammâr (Sohn des Weinhändlers), geb. im Rabîʿ I. 331[d]) (942), war Christ und sehr gelehrt in der Medizin, in den philosophischen Wissenschaften, besonders in der Logik, und gewandt in der Übersetzung aus dem Syrischen ins Arabische. Er war ein Schüler von Jaḥjâ b. ʿAdî (s. Art. 127). Er schrieb: Ein Buch über die Erscheinungen der Atmosphäre, die aus dem Wasserdampf entstehen und welche sind: die Höfe, der Regenbogen und der Nebel. Aus dem Syrischen ins Arabische übersetzte er das Buch über die Meteore (wahrscheinl. des Aristoteles). (Fihr. 265, Übers. 16; Ibn Abi U. I. 322.)

173. Ḥâmid b. el-Chiḍr, Abû Maḥmûd,[e]) el-Choǧendî[f]) starb ums Jahr 390 (1000).[38] Er schrieb: Über die Konstruktion und den Gebrauch des umfassenden (allgemeinen) Instrumentes (Astrolabiums),[g]) in Oxford (I. 970). Er soll auch eine Abhandlung über rationale rechtwinklige Dreiecke und über den Satz, dafs die Summe zweier Kubikzahlen nicht wieder eine Kubikzahl sein kann, geschrieben haben (vgl. Cantor, Vorlesgn. 1. Aufl. I. 646, 2. Aufl. 708). In Kairo (205, Übers. 24) befinden sich von ihm „geometrische Aufgaben“, welcher Art dieselben seien, sagt der Katalog nicht.

174. El-Ḥasan b. ʿAlî, Abû Naṣr, el-Qummî,[h]) der Astrolog,

---

[a]) C. liest „el-Koluzi“, der arab. Text bei C. hat aber „Kalwâḏî“, was ebenso richtig ist als „Kalwâḏânî“, der Name kommt von Kalwâḏâ, einem Dorfe bei Bagdad.

[b]) Dieses Buch wird von el-Nasawî (s. Art. 214) erwähnt und als schwierig bezeichnet (vergl. Cantor, Vorlesgn. I. 654, 1. Aufl. 717, 2. Aufl.).

[c]) Ibn Abi U. hat „Bihnâm“ und sagt: Dies ist ein pers. Wort, zusammengesetzt aus bih = gut und nâm = Name, d. h. „der gute Name“.

[d]) Muh. b. Muh. b. Abî Ṭâlib soll nach Ibn Abi U. behaupten, dafs el-Ḥasan b. Suwâr i. J. 330 schon gelebt habe.

[e]) Nicht Muh., wie Cantor (Vorlesgn. I. 646. 1. Aufl. 708, 2. Aufl.) nach Woepcke hat, beide Namen werden sehr leicht verwechselt.

[f]) d. h. von Choǧenda, einer Stadt in Transoxanien, das heutige Koǧend am Sir Daria (Jaxartes).

[g]) H. Ch. V. 120 nennt dieses Instrument das Zarqâlische Astrolabium, welchen Titel ihm jedenfalls el-Choǧendî nicht gegeben haben kann.

[h]) Ich habe in meiner Übers. aus dem Kat. von Kairo p. 171 unrichtig ge-

lebte ums Jahr 360 (971) und wird also auch ca. 390 (1000) gestorben sein. Er schrieb: Eine Einleitung in die Astrologie, verfaſst i. J. 357, in Oxford (II. 371, 1⁰), Berlin (5661), Paris (2589), Kairo (361, Übers. 171).

175. Wîğan (oder Weiğan) b. Rustem, Abû Sahl, el-Kûhî, d. h. aus Kûh in Ṭabaristân gebürtig, ausgezeichneter Geometer und Astronom unter den Bujiden ʿAḍud ed-daula und Šaraf ed-daula. Er war der Leiter der im Auftrage des letzteren Fürsten in Bagdad i. J. 378 (988) gemachten astronomischen Beobachtungen, für welche Šaraf ed-daula eine neue Sternwarte im Garten seines Palastes hatte erbauen lassen. Besonders wurde der genaue Eintritt der Sonne in die Zeichen des Krebses und der Wage beobachtet. Unter den mitwirkenden Astronomen befanden sich noch: Aḥmed b. Muh. el-Ṣâğânî (s. Art. 143), Abû Isḥâq Ibrâhîm b. Hilâl (s. Art. 164), Muh. b. Muh. Abû'l-Wefâ (s. Art. 167), Abû'l-Ḥasan Muh. el-Sâmirî (?) und Abû'l-Ḥasan el-Magrebî.[a]) Er schrieb: Das Buch über die Mittelpunkte der Kugeln,[b]) unvollendet. Das Buch der Elemente, nach demjenigen des Euklides; das 1. und 2. Buch befinden sich in Kairo (203, Übers. 22), ein Teil des 3. Buches in Berlin (5922). Das Buch über den vollkommenen Zirkel, in Leiden (1059 u. 1076),[c]) in Kairo (203, Übers. 22). Zwei Bücher über die Konstruktion des Astrolabiums mit Beweisen, in Leiden (1058). Über die Auffindung der Punkte auf den Linien,[d]) in Paris (2457, 8⁰). Über die Mittelpunkte der sich berührenden Kreise auf gegebenen Linien, nach der Methode der Analysis ohne Synthesis, in Paris (2457, 2⁰). Das Buch der Zusätze zum zweiten Buche des Archimedes über die Kugel und den Cylinder, in Leiden (1001), in Paris (2467, 8⁰), hier am Schlusse der Naṣîr ed-dîn'schen Bearbeitung des Archimedischen Buches, im Ind. Off. (743, 6⁰), an allen drei Orten wahrscheinlich unvollständig. Über die Auffindung der Siebeneckseite im Kreise, im Ind. Off. (767, 4⁰), in Kairo (201, Übers. 21). Über die zwei Linien, in Proportion stehend (d. h. über die Konstruktion von zwei mittlern Proportionalen), im Ind. Off.

---

lesen „el-qamî", d. h. „der kleine"; el-Qummî heiſst von Qumm, einer Stadt in Persien 12 Parasangen von Qâšân entfernt, gebürtig.

[a]) Es ist wohl möglich, daſs dieses der noch ums Jahr 1020 am Hofe des Ziriden Moʿizz b. Bâdîs in Kairowân lebende Astronom Abû'l-Ḥasan ʿAlî b. Abî'l-Riğâl (Abenragel) (s. Art. 219) gewesen ist.

[b]) Andere Codices haben „der Instrumente", wieder andere „der Erde".

[c]) Nach diesem Ms. wurde diese Abhandlung aus dem Nachlaſs Woepckes herausg. von J. Mohl in den Not. et extr. des Mss. de la bibl. impér. T. XXII. 1.

[d]) Der Titel ist nach Woepke (*L'algèbre d'Alkhayyâmî,* p. 55 u. 56) genauer: über das Ziehen zweier Linien aus einem gegebenen Punkte unter gewissen gegebenen Bedingungen.

(767, 5⁰), in Kairo (201, Übers. 21),[a]) vielleicht nur ein Teil seines Buches der Zusätze zum 2. Buche des Archimedes. Das Buch an die Logiker über die Aufeinanderfolge der beiden Bewegungen: zur Verteidigung Ṯâbit b. Qorras. — Aufser diesen in den Quellen genannten Schriften werden ihm noch zugeschrieben: Über die Konstruktion eines gleichseitigen Fünfecks in ein gegebenes Quadrat, in Kairo (201, Übers. 20). Über die Ausmessung des Paraboloids, ibid. (201 u. 204, Übers. 20 u. 23). Verschiedene geometrische Aufgaben (ohne nähere Bezeichnung), ibid. (201 u. 205, Übers. 21 u. 24). (Fihr. 283, Übers. 40; C. I. 441 n. Ibn el-Q.; Abulfar. 329, Übers. 217.)

176. Maslama b. Aḥmed el-Maǵrîṭî, Abû'l-Qâsim, aus Cordova,[b]) lebte zur Zeit Ḥakems II. und Hišâms II. Der Qâḍî Ṣâʿid sagt in seinem Buche über die Klassen der Völker, dafs er das Haupt der andalusischen Mathematiker zu seiner Zeit war und gelehrter als alle seine Vorgänger in der Wissenschaft der Sphären und der Bewegungen der Gestirne. Er war besonders gewandt in der Beobachtung und in der Erklärung des Almagestes des Ptolemäus. Er schrieb ein schönes Buch über das Ganze der Wissenschaft von den Zahlen, das unter dem Namen el-Moʿâmalât (d. h. das kaufmännische oder das Geschäfts-Rechnen) bekannt war; ferner einen Auszug aus den Tafeln el-Battânîs über die Gleichungen der Planeten (vergl. Art. 89). Er veröffentlichte auch eine neue Ausgabe der Tafeln des Muh. b. Mûsâ el-Chowârezmî, indem er die persische Zeitrechnung derselben in die arabische umwandelte; er bestimmte darin die mittlern Positionen der Sterne beim Beginn der Aera der Hiǵra und vermehrte sie (d. h. die Tafeln des Muh.) um weitere schöne Tafeln, in denen er aber die Fehler des Muh. nicht beachtete und stehen liefs[c]); hierzu bemerkt der Qâḍî Ṣâʿid, er habe in seinem Buche „über die Verbesserung (der Berechnung) der Bewegungen der Gestirne und die Belehrung über die Irrtümer der Astronomen" auf diese Fehler aufmerksam gemacht. — Von Maslama b. Aḥmed sind noch vorhanden: Über Konstruktion und Gebrauch des Astrolabiums, im Escurial (967), in lateinischer Übersetzung durch Rudolf von Brügge in Oxford (Bibl. Cotton. p. 104). Ausgabe (Bearbeitung einzelner Teile) der Abhandlungen der lautern Brüder, in Paris (2306 u. 2307), im Escurial (923), in Oxford (I. 904 u. 989). Zwei magisch-alchymistische Werke: *Rutbet el-ḥakîm* (Würde, Rang des Weisen)

---

[a]) Hier ist zu diesem Titel noch hinzugefügt: und über die Teilung des Winkels in drei gleiche Teile.

[b]) d. h. er wohnte in Cordova und war, aus dem Beinamen zu schliefsen, wahrscheinlich aus Madrid gebürtig.

[c]) C. liest aus seinem Texte gerade das Gegenteil der Lesart des Ibn Abi U. heraus, der ich gefolgt bin.

in Paris (2612 u. 13) und in Kairo (381, Übers. 176); *ġâjet el-ḥakîm* (das Endziel des Weisen), eine weitere Ausführung des ersten Werkes,[a]) im Escurial (942, 2⁰), in Oxford (I. 990), in Wien (1491).[39] Nur in latein. Übersetzung durch Rudolf von Brügge ist vorhanden eine Bearbeitung (Kommentar) des Planisphäriums des Ptolemäus, gedruckt in einer Sammlung astronomischer Schriften in Basel 1536, unter dem Titel: Sphaerae atque astrorum coelestium ratio, natura et motus: ad totius mundi fabricationis cognitionem fundamenta; ebenso Venedig 1558. Auch die Neuausgabe der Tafeln des Muh. b. Mûsâ soll von Rudolf von Brügge übersetzt worden sein.

El-Maǧrîṭî starb i. J. 398 (1007/8)[b]) vor Beginn des Bürgerkrieges. Er hatte berühmte Schüler, zu den bedeutendsten gehörten: Ibn el-Samḥ, Ibn el-Ṣaffâr, el-Zahrâwî, el-Karmânî und ʿOmar b. Aḥmed b. Chaldûn (s. diese Art.). (Ibn Abi U. II. 39; C. I. 378 n. Ibn el-Q.; B. II. 564; Maq. K. II. 134.)

177. ʿÎsâ b. Isḥâq b. Zurʿa b. Marqus, Abû ʿAlî, bekannt unter dem Namen Ibn Zurʿa, ein jakobitischer Christ, berühmter Logiker und Übersetzer. Er schrieb: Einen Auszug aus dem Buche des Aristoteles (?)[c]) über die bewohnte Erde. Über die Bedeutungen (oder über die Ideen) eines Teils des dritten Buches der Schrift des Aristoteles über den Himmel. Über die Ursache des Leuchtens der Sterne, obgleich sie und die sie tragenden Sphären aus einer einzigen einfachen Substanz bestehen. Er wurde geboren zu Bagdad i. J. 331 (942/43) und starb daselbst im Šaʿbân 398 (1008). (Fihr. 264, Übers. 15; Ibn Abi U. I. 235; Abulfar. 338, Übers. 222.)

178. ʿAlî b. Abî Saʿîd ʿAbderraḥmân[d]) b. Aḥmed b. Jûnis (oder Jûnos), Abû'l-Ḥasan, el-Ṣadafî[e]), allgemein bekannt unter dem Namen Ibn Jûnis, ist neben el-Battânî wohl der bedeutendste Astronom der Araber. Sein Vater Abû Saʿîd ʿAbderraḥmân b. Aḥmed b. Jûnis, bei den arabischen Gelehrten auch unter dem Namen Ibn Jûnis bekannt, war ein bedeutender Historiker und Traditionist und starb in Kairo i. J. 347 (958/59). Das Geburtsjahr des Astronomen Ibn Jûnis ist nicht bekannt. Er war in ver-

---

a) Vergl. Ibn Chaldûns Prolegomena, texte arabe p. 209, traduct. p. 227, in Not. et extr. T. 18 u. 21.

b) B. II. 564 hat 395, fügt dann aber hinzu: „Ibn Ḥaijân sagt im J. 397 beim Ausbruch des Bürgerkrieges".

c) Sollte wohl heifsen „Theodosius" (de habitationibus), oder dann könnte auch die Geographie des Ptolemäus gemeint sein.

d) Brockelmann, Gesch. d. arab. Litt. I. Bd. 224 hat unrichtig: Abî Saʿîd b. ʿAbderraḥmân.

e) d. h. zum Stamme Ṣadaf, einem Zweige des Stammes Ḥimjar, gehörend.

schiedenen Wissenschaften bewandert, auch ein guter Dichter, doch war sein Hauptstudium die Astronomie und Astrologie, in welch' letzterer er äufserst geschickt und glücklich gewesen sein soll. Über sein sonderbares Wesen, das sich besonders in der Kleidung geäufsert haben soll, führt Ibn Ch. zwei Stellen eines zeitgenössischen Autors an. Im Auftrage des Fatimiden el-ʿAzîz begann Ibn Jûnis (wohl ca. 380) die Abfassung seiner astronomischen Tafeln, die dann unter dessen Sohn el-Ḥâkim kurz vor Ibn Jûnis' Tode (also ca. 398) beendigt wurden und *el-zîğ el-kebîr el-ḥâkimî* (die grofsen ḥâkimitischen Tafeln) genannt wurden. Caussin schliefst aus zwei Stellen H. Ch.'s (III. 558 u. 570), dafs dieselben in zwei Ausgaben, die eine in 4 Bänden unter el-ʿAzîz, die andere in 2 Bänden unter el-Ḥâkim erschienen seien, was aber sehr zweifelhaft ist.[a]) Sie wurden zu ihrer Zeit als die umfassendsten und genauesten Tafeln betrachtet und genossen eines grofsen Ansehens. Ibn Jûnis starb im Šauwâl d. J. 399 (Juni 1009).[b]) (Ibn Ch. I. 375, Übers. II. 365; Abulfid. II. 619; S. I. 311.)

Leider sind seine Tafeln in ihrer Gesamtheit nicht erhalten, Teile davon sind noch vorhanden: in Leiden (1057), nach Caussin etwa die Hälfte des Werkes; in Oxford (II. 298) der 3. und 4. Teil, also auch etwa die Hälfte; im Escurial (919, 5⁰) der 2. Teil; in Paris (2495) eine Abschrift des Ms. von Leiden, und ebenda (2496, 1⁰ u. 2531, 4⁰) einige Fragmente aus den Tafeln, ebenso solche in Berlin (5752) und in Kairo (233, 242 u. 265, Übers. 165, 166 u. 168). Auch die Azimuttafeln,[c]) die sich in Berlin (5753) und in Kairo (242, Übers. 166) befinden, mögen aus seinen grofsen Tafeln entnommen sein. Caussin hat im VII. Bd. der Notices et extr. p. 16—240 einige Kapitel aus dem Leidener Ms. veröffentlicht und übersetzt, welche besonders Beobachtungen von Finsternissen und Konjunktionen von ältern Astronomen und Ibn Jûnis selbst enthalten und von historischem Werte sind. In Gotha (1401) befinden sich Erläuterungen zum 1. und 9. Kap. (nicht 3., wie das Ms. irrtümlich hat) des 1. Teils, und ebenda (1459) ein astrologisches Werk, das sonst nirgends angeführt wird, betitelt: *bulûġ el-umnîje* (die Erreichung des Wunsches), über das, was zusammenhängt mit dem Siriusaufgang. In Mailand (Ambr. 281, e) befindet sich eine Abhandlung über die Methode, den Meridian zu bestimmen, von Ibn Jûnis.

179. Muh. b. Aḥmed b. ʿObeidallâh b. Saʿîd el-Omawî (d. h. der

---

[a]) Alle älteren arabischen Quellen führen vier Bände an.

[b]) Brockelmann (l. c.) hat 1008, wie irrtümlich auch andere Autoren, indem sie den Monat Šauwâl nicht berücksichtigt haben; Caussin aber nennt den Monat und schreibt doch 1008.

[c]) Brockelmann (l. c.) übersetzt unrichtig: Zenittabellen; *el-semt* (ohne weiteren Zusatz) heifst „das Azimut", *semt el-ra's* ist „der Zenit".

Omeijade) Abû ʿAbdallâh, aus Cordova, bekannt unter dem Namen Ibn el-ʿAṭṭâr (d. h. der Sohn des Droguisten), war ein Schüler von Abû ʿÎsâ el-Leiṯî, Abû Bekr b. el-Qûṭîja und andern. Er reiste nach dem Osten und hörte dort die Vorlesungen einer grofsen Zahl von Gelehrten. Er war ein scharfsinniger Rechtsgelehrter, auch bewandert in vielen andern Disziplinen, so in der Grammatik, Poetik und Rechenkunst. Er hatte eine grofse Zahl von Schülern. Er wurde geboren im J. 330 (941/42) und starb im Ḏû'l-Ḥiǵǵe 399 (1009). (B. VIII. 81: Fragmente zu Ibn Baškuwâls el-Ṣile.)

180. ʿÎsâ b. Jaḥjâ el-Masîḥî (der Christ), Abû Sahl, el-Ǧorǵânî, nicht zu verwechseln mit dem Übersetzer ʿÎsâ b. Jaḥjâ b. Ibrâhîm, der zur Zeit Ḥoneins lebte, war ein ausgezeichneter Arzt und gewandt in der arabischen Sprache. Es sagt der Šeich el-Imâm el-Ḥakîm Muhaḏḏab ed-dîn ʿAbderraḥîm b. ʿAlî, dafs er keinen der frühern und spätern christlichen Ärzte kenne, der klarer in der Auslegung und ausgezeichneter im sprachlichen Ausdruck war als Abû Sahl el-Masîḥî. Er war der Lehrer Ibn Sînâs in der Medizin und starb schon im Alter von 40 Jahren ca. 400 (1009/10).[a]) Er schrieb einen Auszug (Kompendium) aus dem Almagest. (Ibn Abi U. I. 327.)

181. Muh. b. ʿAbdelʿazîz el-Hâšimî lebte vor el-Bîrûnî (gest. 440), denn dieser zitiert ihn in seiner Chronol. of anc. nat. (p. 315) als Verfasser von astronomischen Tafeln (Kanon), genannt *el-kâmil* (die vollkommenen). Er schrieb ferner eine Abhandlung über die Quadratwurzelausziehung, betitelt: *el-muwaḍḍiḥ* (die erklärende), über die irrationalen Wurzeln, gerichtet an Ǧaʿfar b. el-Muktafî billâh (s. Art. 142), der 377 (987) gestorben ist, noch vorhanden in Oxford (I. 940, 2⁰) und Paris (2457, 16⁰); übersetzt wurde diese Abhandlung von Woepcke und publiziert im Journ. asiat. 1851 (cah. de Sept.-Oct.).

182. Jûsuf b. Hârûn el-Kindî, Abû ʿOmar, bekannt unter dem Namen el-Ramâdî (d. h. von Ramâda),[b]) einer der bedeutendsten Dichter und Gelehrten Spaniens, lebte ums Jahr 970 in Cordova, und würde so, was die Zeit betrifft, am besten für den Josephus sapiens des Gerbert gehalten werden können. Aber es wird nicht berichtet, dafs er sich mit mathematischen Studien beschäftigt habe. Eines seiner bedeutendsten Werke ist das Buch der Vögel (in poetischer Form). Er starb i. J. 403 (1012/13). (B. III. 478; Ibn Ch. II. 410, Übers. IV. 569.)

---

[a]) Er war ein Zeitgenosse des Melik el-ʿÂdil Chowârezmšâh Abû'l-ʿAbbâs Mâmûn, gest. 406 oder 407.

[b]) Jâqût kennt verschiedene Orte unter diesem Namen, worunter auch einen in Maǵreb; ob er darunter Marokko oder allgemein den Westen verstehe, kann ich nicht entscheiden.

183. Muh. b. el-Hosein, Abû Ǧaʿfar lebte etwas nach Abû Mahmûd el-Choǧendî (s. Art. 173) und schrieb eine Abhandlung über die Bildung (Auffindung) rechtwinkliger Dreiecke mit rationalen Seiten, in Paris (2457,20⁰), an Abû Muh. ʿAbdallâh b. ʿAlî, den Rechner, gerichtet, in welcher er die gleichartigen Untersuchungen Choǧendîs als mangelhaft bezeichnet.[a]) In Algier (1446, 10⁰) befindet sich eine Schrift „über die Dreiteilung des Winkels, entnommen dem Buche der Kegelschnitte in der Verbesserung des Abû Ǧaʿfar Muh. b. el-Hosein el-Hârit", der sehr wahrscheinlich mit unserm Autor identisch ist.

184. Abû'l-Qâsim el-Qaṣarî (el-Qaṣrânî?), bedeutender Astronom und Astrolog unter den Bujiden, vielleicht identisch mit dem im Fihr. (284, Übers. 41) und bei C. I. 419 nur unter dem Namen el-Qaṣrânî genannten Astronomen (vergl. Art. 58 und 133). Er starb in Bagdad im Muharrem d. J. 413 (1022). (C. I. 409 n. Ibn el-Q.)

185. Ahmed b. Muh. b. ʿAbdelǧalîl, Abû Saʿîd, el-Siǧzî,[b]) lebte etwa von 340—415 (951—1024). Es existieren nämlich von ihm eigenhändige Manuskripte (Abschriften von Arbeiten anderer Mathematiker) in dem Sammelband Nr. 2457 der Pariser Bibliothek, datiert aus dem Jahre 358; wir müssen annehmen, dafs er diese als ganz junger Mann, als Studierender der Mathematik, geschrieben habe, denn er war noch ein Zeitgenosse von el-Bîrûnî (gest. 440), was durch eine Stelle in dessen Chronol. of anc. nat. p. 52 bezeugt wird. Er war einer der bedeutendsten Geometer der Araber und schrieb: 1. Über die Teilung eines Winkels in drei gleiche Teile und die Konstruktion des Siebenecks in den Kreis, in Kairo (203, Übers. 23), in Leiden (996).[c]) 2. Abhandlung über die Auflösung von zehn Aufgaben, die ihm ein Geometer von Šîrâz vorgelegt hatte, in Paris (2457, 31⁰). 3. Über die Ausmessung der Kugeln durch die Kugeln (?), in Paris (2457, 46⁰). 4. Über die in gegebenen Kreisen durch gegebene Punkte gezogenen Linien, in Paris (2458, 1⁰). 5. Richtigstellung einiger Beweise von Sätzen des Euklides, im Ind. Off. (734, 14⁰); hiermit identisch sind vielleicht die beiden Briefe, der eine gerichtet an el-Melik el-ʿÂdil Abû Ǧaʿfar Ahmed b. Muh. über die Lösung der Aufgabe der Teilung einer Geraden in zwei gleiche Teile, in Paris (2457, 10⁰), der andere an Abû ʿAlî Nazîf b. Jumn (s. Art. 158) den Arzt, über die Konstruktion eines spitzwinkligen Drei-

---

[a]) Vergl. Cantor, Vorlesgn. I. 646 (1. Aufl. 708, 2. Aufl.). Diese Abhandlung wurde in franz. Übersetzung veröffentlicht von Woepcke in den Atti dell' acad. pont. de' Nuovi Lincei, T. XIV. 1861.

[b]) Abkürzung für el-Siǧistânî; er wird auch mitunter unrichtig el-Sinǧarî genannt.

[c]) Hier steht von der Konstruktion des Siebenecks nichts.

ecks aus zwei ungleichen Geraden (?), in Paris (2457, 27⁰). 6. Die Ergebnisse aus geometrischen Sätzen (wörtlich „Regeln"), in Paris (2458, 2⁰). 7. Ein Brief an Abû'l-Ḥosein Muh. b. ʿAbdelǧalîl[a]) über die Schnitte von Rotations-Paraboloiden und Hyperboloiden, in Paris (2457, 28⁰). 8. Ein Brief als Antwort auf eine an ihn gerichtete Frage über die Erklärung von Sätzen aus den Lemmata des Archimedes, in Paris (2458, 3⁰). Der Inhalt der Abhandlungen 4, 6, und 8, d. h. die einzelnen Sätze ohne Beweise, wurde von L. A. Sédillot in den Not. et extr. T. XIII. p. 129—150 veröffentlicht. 9. Über die Beschreibung (auch Eigenschaft) der Kegelschnitte, in Leiden (995). 10. Über das Hervorgehen der elf verschiedenen Fälle der ebenen Transversalenfigur aus einer einzigen Betrachtung, in Leiden (997). 11. Über das Verhältnis der Hyperbel zu ihren Asymptoten, in Leiden (998), wahrscheinlich nur ein Teil von 9. 12. Über den Umlauf der Geburtsjahre,[b]) in Oxford (I. 948). 13. Das Buch der Beweise in der Astrologie, im Brit. Mus. (415, 8⁰). 14. Die Regeln, deren sich die Astrologen für die Auffindung der Urteile bedienen, im Brit. Mus. (415, 9⁰). — H. Ch. führt (I. 198) an, er habe auch „über die Tagewählerei" und (III. 366) „über das Astrolabium" geschrieben. El-Siǧzî selbst zitiert in der Abhandlung 6 seine Arbeit, betitelt „geometrische Zusätze (Glossen)".

186. Manṣûr b. ʿAlî b. ʿIrâq, Abû Naṣr, ein Zeitgenosse des vorhergehenden Gelehrten und Lehrer el-Bîrûnîs nach dessen eigenem Zeugnis (Chronol. of anc. nat. p. 167), ebenfalls in den mathematischen Wissenschaften sehr bewandert. Er soll den sphärischen Sinussatz zuerst zur allgemeinen Anwendung gebracht haben an Stelle der Transversalenfigur, was ihm allerdings von Abû'l-Wefâ und el-Choǧendî (s. Art. 167 und 173) streitig gemacht wurde.[c]) Er schrieb: 1. Über die Konstruktion des Astrolabiums auf künstlichem (?) Wege, in Berlin (5797). 2. Über zwei Theoreme aus der sphärischen Trigonometrie, erhalten in einer Abschrift aus einem Briefe el-Bîrûnîs an Abû Saʿîd el-Siǧzî, in Leiden (1007); diese handeln sehr wahrscheinlich über den oben angeführten Sinussatz. 3. Eine Abhandlung (Brief) an el-Bîrûnî gerichtet, über eine zweifelhafte (schwierige) Stelle im 13. Buche des Euklides, in Berlin (5925). 4. Der königliche Almagest *(el-meǧisṭî el-šâhî)*, wird erwähnt von Naṣîr ed-dîn in seinem *šakl el-qaṭṭâʿ* (Ausgabe v. Caratheodory, p. 125, Übers. 162) und im Cat. of the Ind. Off., wo sich (734, 2⁰) eine ganz kurze Abhandlung befindet, betitelt: „Aufsuchung der Entfernung zwischen den beiden Mittelpunkten,

---

[a]) Man könnte hierin seinen Vater vermuten.

[b]) H. Ch. I. 171 hat „Jahre der Welt".

[c]) Vergl. meine Abhandlung „Zur Geschichte der Trigonometrie" in der Bibl. math. 7 (1893), p. 1—8.

aus dem königlichen Almagest des Abû Naṣr b. ʿIrâq". 5. Eine Abhandlung (Brief) an el-Bîrûnî gerichtet, betitelt: Tafel der Minuten,[a]) in Oxford (I. 940, 6°). 6. Eine verbesserte Ausgabe der Sphaerica des Menelaus, i. J. 398 (1007/08) herausgegeben, in Leiden (989).

187. El-ʿAlâ b. Sahl,[b]) Abû Saʿd wird in der Abhandlung des Ibn el-Haiṯam „über das Licht" (Z. D. M. G. 36. p. 223) als Verfasser einer Schrift über denselben Gegenstand genannt.[c]) Über sein Leben habe ich keine Angaben gefunden, da er aber el-Kûhî kommentiert hat und von Ibn el-Haiṯam zitiert wird, so mag er ein Zeitgenosse der vorigen beiden (Art. 185 und 186) Mathematiker gewesen sein. Er schrieb ferner: Über die Eigenschaften der drei Kegelschnitte, in Paris (2457, 29°). Einen Kommentar zu der Schrift „über die Konstruktion des Astrolabiums" von Wîğan b. Rustem el-Kûhî, in Leiden (1058).[d]) Das Buch der Synthesis zu den von Abû Saʿd el-ʿAlâ b. Sahl gelösten Aufgaben, in Kairo (204, Übers. 23); ob diese Schrift von ihm selbst oder von einem andern verfaſst sei, können wir nicht entscheiden.

188. Aḥmed b. Muh. b. Aḥmed, Abû'l-Qâsim, bekannt unter dem Namen Ibn el-Ṭoneizî, aus Cordova, wohnhaft in Sevilla, ein Kenner der Litteratur und Erbteilung. Von ihm erwähnt el-Chaulânî,[40] daſs er sehr bewandert und geschickt in der Rechenkunst war. Er schrieb auch vortreffliche Werke über die Erbteilung und andere Wissenszweige. Ums Jahr 413 siedelte er nach Almeria über und starb dort 416 oder 417 (1025/26) im Alter von 76 Jahren. (B. I. 36.)

189. Ğaʿfar b. Mufarrağ b. ʿAbdallâh el-Ḥaḍramî, Abû Aḥmed, aus Sevilla, war ein ausgezeichneter Mediziner und vortrefflicher Kenner der Rechenkunst; zu seinen Lehrern in dieser gehörte unter andern Maslama el-Mağrîṭî, die Medizin hatte er hauptsächlich unter seinem Vater studiert. Er wird auch zitiert von Ibn Chazrağ,[e]) der seine Geburt ins Jahr 358 (968/69) versetzt, sein Todesjahr aber nicht angiebt. (B. I. 130.)

190. ʿAlî b. Soleimân el-Zahrâwî, Abû'l-Ḥasan,[41] war gelehrt in Arithmetik und Geometrie und bewandert in der Medizin. Er schrieb

---

[a]) Uri fügt in Klammern hinzu: de tabulis astronomicis et radiorum projectione.

[b]) In der Abhdlg. von Ibn el-Haiṯam heiſst er el-ʿAlâ b. Soheil.

[c]) Dieselbe befindet sich nach E. Wiedemann (Z. D. M. G. Bd. 38, p. 145) als Bestandteil einer gröſsern Abhandlung (Kommentar) über die Optik des Ptolemäus in der Bibl. des Oriental. Institutes zu St. Petersburg (Kat. v. Rosen, Cod. 192, Nr. 132).

[d]) Hier heiſst er Aʿlâ statt ʿAlâ.

[e]) Wahrscheinlich Abû Muh. ʿAbderraḥmân b. ʿAbdelmunʿim el-Chazrağî, Koranerkärer und Traditionist, gest. 564 (?) (1168/69). Vergl. H. Ch. IV. 331.

ein vortreffliches Buch über das Geschäftsrechnen *(moʿâmalât)* (in beweisender Form), es wird auch „das Buch der Grundlagen (Stützen)“ genannt. Den gröſsten Teil seines Wissens in den mathematischen Disziplinen verdankte er seinem Lehrer Abû'l-Qâsim el-Maǧrîṭî, dessen steter Begleiter er lange Zeit war. (Ibn Abi U. II. 40; B. I. 406 und III. 410; Maq. K. II. 232.)

191. Alî b. Soleimân war ein vortrefflicher Arzt, bewandert in Philosophie und Mathematik, einzig in der Kenntnis der Astrologie. Er lebte zur Zeit der Fatimiden el-ʿAzîz billâh und seines Sohnes el-Ḥâkim in Kairo (365—411, 976—1020) und starb nach dem letztern. Er schrieb: Abhandlung darüber, daſs die Möglichkeit der Körperteilung nicht aufhöre, und daſs man nicht zu etwas gelangen werde, das nicht mehr teilbar sei. Über die Aufzählung der schwierigen Stellen des Aristotelischen Buches über die Gesichtswahrnehmungen[a]) und ebenso der schwierigen Stellen (des Buches) über die Kometen.[b]) (Ibn Abi U. II. 90.)

192. Kûšjâr b. Lebbân b. Bâšahrî el-Ǧîlî,[c]) Abû'l-Ḥasan, ein bedeutender Mathematiker und Astronom, lebte ca. 360—420 (971—1029), denn ʿAlî b. Aḥmed el-Nasawî (s. Art. 214), der zur Zeit des Bujiden Meǧd ed-daula (gest. 420) und seines Nachfolgers[d]) schrieb, zitiert sein Rechenbuch[e]) und soll nach dem Ṣiwân el-ḥikme (Cod. Leid. 133, Gol. p. 75) auch sein Schüler gewesen sein. Übrigens haben wir für die Lebenszeit Kûšjârs noch andere Anhaltspunkte: Er wird in dem *šakl el-qaṭṭâʿ* des Naṣîr ed-dîn (p. 125, Übers. 162) von el-Bîrûnî als derjenige bezeichnet, der der sog. „ersetzenden Figur“ (d. h. dem sphärischen Sinussatz) zuerst diesen Namen beigelegt habe; ferner hat nach demselben el-Bîrûnî Abû'l-Wefâ zuerst die Tangente in die Trigonometrie eingeführt, über diese hat aber Kûšjâr in seinen astronomischen Tafeln mehrere Kapitel (s. Katal. v. Berlin, V. p. 204), also wird Kûšjâr seine wichtigsten Arbeiten nach Abû'l-Wefâ (gest. 387) und vor el-Bîrûnî (gest. 440) geschrieben haben. Endlich führt Kûšjâr in seinen Tafeln (s. Katal. v. Berlin, V. 206) die Arbeiten Ibn el-Aʿlams an, der 375 gestorben ist, Ibn Jûnis (gest. 399) zitiert die

---

[a]) Wahrscheinlich das unter den Aristotelischen Werken genannte Buch „über den Spiegel“.

[b]) Vielleicht das dem Ptolemäus zugeschriebene Buch über diesen Gegenstand.

[c]) d. h. von Ǧîlân in Persien stammend.

[d]) Er nennt ihn in der Vorrede zu seinem Buche über das indische Rechnen Šaraf el-mulûk, ob dieses ʿAlâ ed-daula der Bujide (gest. 433), oder ein anderer gewesen sei, können wir nicht entscheiden.

[e]) Vergl. Woepcke im Journ. asiat. 1863 (I.) p. 496—500 und Catal. Cod. oriental. bibl. acad. Lugd.-Bat. T. III. p. 68.

Tafeln Ibn el-Aʿlams, diejenigen Kûšjârs aber nicht, was wohl beweisen mag, dafs die letztern nach 399 verfafst worden sind.[a]) Er schrieb: Astronomische Tafeln, genannt die umfassenden und gereiften (*el-ǧâmiʿ weʾl-bâliġ*), (nach H. Ch. in zwei verschiedenen Ausgaben, was aber unrichtig zu sein scheint), in 4 Abschnitte eingeteilt, in Leiden (1054), in Berlin (5751), doch nur die zwei ersten Abschnitte und auch diese nicht ganz vollständig, in Kairo (317, Übers. 171), nur der 1. Abschnitt. Eine persische Übersetzung dieser Tafeln (doch auch nur des 1. Abschnittes) von Muh. b. ʿOmar b. Abî Ṭâlib el-Tebrîzî aus dem Jahre 483 (1090/91) befindet sich in Leiden (1056). — Einleitung in die Kunst der Astrologie (oder auch Zusammenstellung der Prinzipien d. Kunst d. Astrol.), ebenfalls in 4 Abschnitten, im Escurial (972, 1⁰), in Berlin (5884), im Brit. Mus. (415, 1⁰), in Kairo (268 u. 369, Übers. 168 u. 175). Ein Buch über das Astrolabium, in Paris (2487, 1⁰), im Brit. Mus. (415, 11⁰), in Kairo (298, Übers. 170). — Abhandlung über die Rechenkunst (von el-Nasawî zitiert; vergl. auch H. Ch. VI. 51), soll noch hebräisch existieren (vergl. Steinschneider, Z. D. M. G. 24, p. 375). — Ibn el-Q. (C. I. 348) schreibt ihm ein Kompendium des Almagestes des Ptolemäus zu.[b])

193. Muh. b. el-Ḥasan (auch el-Ḥosein), Abû Bekr, el-Karchî,[c]) lebte zur Zeit von Abû Ġâlib Muh. b. Chalaf, Fachr el-mulk, der nach einander Wezir von Behâ ed-daula Abû Naṣr und seinem Sohne Sulṭân ed-daula Abû Šoǧâʿ war, und im Rabîʿ I. 407 (Sept. 1016) hingerichtet wurde auf Befehl des Sulṭân ed-daula, bei dem er in Ungnade gefallen war. El-Karchî mag also etwa um d. J. 420 (1029) gestorben sein. Er war einer der bedeutendsten Mathematiker seiner Zeit und schrieb mehrere Abhandlungen, von denen noch zwei vorhanden sind, die eine über Arithmetik, betitelt: *el-kâfî fîʾl-ḥisâb* (das Genügende über die Rechenkunst), die zweite, eine Fortsetzung der ersten bildend, über die Algebra, betitelt: *el-Fachrî,* beide im Auftrage des Wezirs Fachr el-Mulk verfafst. Die Arithmetik befindet sich einzig noch in Gotha (1474) und wurde in deutscher Übersetzung herausgegeben von A. Hochheim, in 3 Heften, Halle 1878—80. Die Algebra befindet sich in Paris (2459), in Kairo (212, Übers. 45) und

---

[a]) Dafs man sich in solchen Fragen nicht auf H. Ch. verlassen darf, wie es Steinschneider und Brockelmann thun, beweist die Thatsache, dafs H. Ch. (V. 475) den Kûšjâr im J. 357 seine Astrologie und (III. 570) im J. 459 seine Tafeln schreiben läfst.

[b]) Dafs der Fihr. ihn nicht unter den Bearbeitern des Almagestes nennt, spricht auch dafür, dafs er nach 377 geschrieben hat.

[c]) d. h. von Karch, einer Vorstadt Bagdads. De Slane bemerkt zu dem Art. „Fachr el-mulk, der Wezir“ (Ibn Ch. Übers. III. 280), dafs el-Karchî selbst den Beinamen Fachr ed-dîn gehabt habe, in der That hat der Katal. von Kairo diesen Beinamen auch.

wahrscheinlich in Oxford (I. 986, 3⁰).[a]) Woepcke hat nach dem Pariser Ms. den *Fachrî* (auszugsweise) herausgegeben, unter dem Titel: Extrait du Fakhrî, Paris, 1853. — In der Vorrede zur Arithmetik erwähnt el-Karchî, es habe ihn zur Abfassung eines solchen Werkes der erlauchte Gelehrte Abû'l-Ḥasan Aḥmed b. ʿAlî el-Bustî eingeladen. Dieser Name könnte vielleicht durch fehlerhaftes Abschreiben aus Abû'l-Ḥasan ʿAlî b. Aḥmed el-Nasawî entstanden sein, die Verschiedenheit ihrer Richtungen als Arithmetiker[b]) würde diesem meiner Ansicht nach nicht entgegenstehen. (Ibn Ch. II. 65, Übers. III. 279.)

194. Aṣbaġ b. Muh. b. el-Samḥ, Abû'l-Qâsim, bekannt unter dem Namen Ibn el-Samḥ, der Geometer aus Granada. Der Qâḍî Ṣâʿid berichtet, daſs Ibn el-Samḥ ein vorzüglicher Gelehrter in Rechenkunst und Geometrie war, ebenfalls hervorragend in der Wissenschaft der Sphären und der Bewegung der Gestirne, daneben war er auch geschickt in der Medizin. Er verfaſste mehrere sehr gute Werke, unter andern eine Einleitung in die Geometrie zur Erklärung des Euklidischen Werkes, dann die Vorteile (Früchte) der Zahlen, auch bekannt unter dem Titel: *kitâb el-moʿâmalât* (das Buch über das Geschäftsrechnen), ferner über die Natur der Zahlen, dann das groſse Buch über die Geometrie, die er nach geradlinigen und krummlinigen Gebilden einteilte; ferner zwei Bücher über das Astrolabium, das eine über seine Einrichtung und Konstruktion in 2 Abschnitten, das andere über seinen Gebrauch und seine sämtlichen Nutzanwendungen in 130 Kapiteln, das letztere ist noch vorhanden im Brit. Mus. (405, 2⁰). Sein bedeutendstes Werk aber waren seine astronomischen Tafeln nach der Methode des Sindhind, in zwei Teilen, der eine enthielt die Tafeln, der andere die Abhandlungen (Erläuterungen) zu denselben. Auſser diesen Werken werden von H. Ch. noch erwähnt: V. 20, *el-kâfî fî'l-ḥisâb el-hawâ'î* (das Genügende über das Luftrechnen, d. h. Kopfrechnen), vielleicht in Berlin (6010), wo kein Verfasser genannt ist, und V. 27, *el-kâmil fî'l-ḥisâb el-hawâ'î* (das Ganze, Vollkommene über das Kopfrechnen). — Es sagt ferner der Qâḍî Ṣâʿid: Abû Merwân Soleimân b. Muh. b. ʿÎsâ b. el-Nâšî, der Geometer, erzählte mir, daſs sein Lehrer Ibn el-Samḥ in Granada am 18. Raǵeb 426 (1035) im Alter von 56 Sonnenjahren gestorben sei. (Ibn Abi U. II. 39; Maq. K. II. 232.)[42]

195. ʿAbdallâh b. Saʿîd b. ʿAbdallâh el-Omawî, Abû Muh., bekannt unter dem Namen Ibn el-Šiqâq, aus Cordova, einer der gröſsten Muftî dieser Stadt, war auch ein sehr scharfsinniger Arithmetiker; er starb im Ramaḍân 426 (1035) im Alter von 81 Jahren. (B. I. 261.)

---

a) Der Katalog hat einfach: Buch über die Algebra von Abû Bekr el-Karǵî (sic).
b) Vergl. Cantor, Vorlesgn. I. 655—57 (I. Aufl.) 718—20 (II. Aufl.).

196. Ahmed b. ʿAbdallâh b. ʿOmar el-Gâfiqî, Abû'l-Qâsim, bekannt unter dem Namen Ibn el-Ṣaffâr[a]) (Sohn des Kupferschmieds), aus Cordova, war sehr gelehrt in der Rechenkunst, Geometrie und Astronomie und erteilte Unterricht in diesen Disziplinen. Er verfaſste ein Kompendium astronomischer Tafeln nach Art des Sindhind und ein Buch über den Gebrauch des Astrolabiums, kurz und leichtverständlich, noch vorhanden im Brit. Mus. (408, 8⁰ und 976) und in Kairo (288); eine noch kürzere und berichtigte Ausgabe dieser Abhandlung von ʿAbdallâh b. Muh. b. Saʿd el-Toǧîbî befindet sich in Berlin (5805)[b]) und im Brit. Mus. (407, 5⁰), hier aber unvollständig. C. II. 140 spricht von einem arithmetischen Werke, das er verfaſst habe; davon steht in dem mir vorliegenden arabischen Text des Ibn Baškuwâl, aus dem auch C. geschöpft hat, nichts. Er war ein Schüler des Maslama b. Ahmed el-Maǧrîṭî; er zog aus Cordova weg, nachdem der erste Teil des Bürgerkrieges vorüber war und lieſs sich in Denia nieder; hier starb er Ende des Jahres 426 (1035). Er hinterlieſs in Cordova eine groſse Zahl von Schülern; er hatte auch einen Bruder Muh., der sehr berühmt war als Verfertiger von Astrolabien, wie vor ihm kein anderer in Spanien. (B. I. 45; Ibn Abi U. II. 40; Maq. K. II. 232; C. II. 140.)

197. Chalaf b. Ḥosein b. Merwân b. Ḥaijân, Abû'l-Qâsim, aus Cordova, der Vater des Historikers Abû Merwân Ḥaijân b. Chalaf,[c]) studierte den Koran unter Abû'l-Ḥasan el-Anṭâkî. Es wird von ihm erzählt, daſs er eine sehr schöne Stimme hatte und deshalb von el-Anṭâkî beim Koranlesen sehr bevorzugt wurde. Er war Geheimschreiber des Ibn Abî ʿÂmir und begleitete ihn auf seinen Kriegszügen; er war auch sehr bewandert in der Rechenkunst und Geometrie und geschätzt in Bezug auf seine Methode. Sein Sohn Abû Merwân erwähnt ihn in seinen Geschichten und giebt seinen Tod auf das Jahr 427 (1035/36), sein Alter auf 88 Jahre an; die letzten 11 Jahre war er beinahe blind und verlieſs das Haus nie. (B. V. 46.)

198. El-Ḥosein b. ʿAbdallâh b. el-Ḥosein (auch Ḥasan) b. ʿAlî, Abû ʿAlî, el-Šeich el-Ra'îs, Ibn Sînâ, einer der gröſsten Ärzte und Philosophen der Araber, der Avicenna des Abendlandes. Er wurde geboren im Ṣafar 370[d]) (980) in Efšene bei Charmîṯan (oder Charmeiṯan), einem Flecken im Gebiete von Bochârâ, wo sein Vater, der ursprünglich aus Balch stammte,

---

[a]) So in den zitierten Quellen, in den vorhandenen Mss. seiner Abhandlungen nur „el-Ṣaffâr".

[b]) Hier heiſst unser Autor: Ahmed b. ʿAbderrahmân b. ʿOmar.

[c]) Vergl. W. G. 212.

[d]) Ibn Abi U. hat 375.

Staatsbeamter war. Lassen wir nun Ibn Sînâ selbst sprechen: „Mein Vater gehörte zu denjenigen, welche dem Propheten der Ägypter anhingen, der zu den Ismâ'îliten zählte; von diesen hörte er die Lehre von der Seele und dem Intellekt in der Art, wie sie dieselbe auffafsten, ebenso mein Bruder; sie unterhielten sich oft über diese Dinge und ich hörte ihnen zu; da fingen sie an mich einzuladen, ihren Unterhaltungen zu folgen und ihren Ansichten beizutreten, allein mein Verstand wollte ihnen nicht zustimmen. In ihren Gesprächen kamen sie auch auf Geometrie und indische Rechnungsweise. Ich wurde dann zu einem Manne geschickt, der Gewürzhändler war und als Kenner der indischen Rechnungsweise galt, die ich nun von ihm lernte. Es kam nun nach Bochârâ ein Mann, Namens Abû 'Abdallâh el-Nâtilî, genannt der Philosoph; diesen nahm mein Vater in unser Haus auf, damit ich von ihm Unterricht empfinge. Vor seiner Ankunft hatte ich mich schon viel mit der Rechtswissenschaft beschäftigt unter Anleitung des Mönches Ismâ'îl, und war gewöhnt an den Weg des Postulierens und des Widerspruches gegen diejenigen, die den allgemein betretenen Weg gingen. Unter ihm (el-Nâtilî) fing ich nun mit der Isagoge (des Porphyrius) an; als ich ihn aber korrigieren mufste bei der Definition der Kategorien, da staunte alles über mich; welche Frage man auch an mich stellen mochte, ich erfafste sie besser als er, und als wir zur Logik übergingen, so zeigte es sich bald, dafs er die schwierigeren Partien derselben nicht verstand. Ich begann nun diese Bücher selbständig zu studieren und vertiefte mich in die Kommentare, so dafs ich immer sicherer wurde in der Logik und im Euklides, von dem ich unter ihm nur die ersten fünf oder sechs Sätze durchgenommen hatte. Ich ging dann nachher zum Almagest über, und als ich mit seinen einleitenden Sätzen zu Ende war und zu den geometrischen Sätzen kam, sagte el-Nâtilî zu mir, ich solle nun fortfahren, dieses Buch selbständig zu lesen, nachher würden wir es dann zusammen lesen und er werde mich dann das Richtige vom Falschen unterscheiden lehren. Ich begann nun mit dem Studium desselben und bald zeigte es sich, dafs ich viele Sätze ihm erst erklären mufste, da er sie bis jetzt noch nicht verstanden hatte. Bald nachher ging er von uns fort nach Korkânğ (arabisch Ğorğânîja).[a]) Ich fuhr dann fort mit dem Studium der Bücher über die Rhetorik und der Kommentare zu der Physik und der Metaphysik.“ Er ergeht sich dann noch des weitern über seine philosophischen und medizinischen Studien; im 22. Lebensjahre verlor er seinen Vater, nun änderten

---

[a]) Die Hauptstadt von Chowârezmien, in der Nähe des Aralsees, zu unterscheiden von Ğorğân, einer Stadt in Chorâsân, in der Nähe des kaspischen Meeres, von den Arabern auch Meer von Ğorğân genannt.

sich für ihn die Verhältnisse, indem er zuerst die Geschäfte seines Vaters für den Sultan von Chorâsân übernahm, bald aber diese Stellung verliefs und von Bochârâ nach Korkânǧ übersiedelte, wo er in den Dienst des Emirs ʿAlî b. Mâmûn b. Muh. trat. Auch hier blieb er nicht lange, wir treffen ihn nacheinander in verschiedenen Städten, in Nasâ, Ṭûs, Abîward, Dahistân und zuletzt in Ǧorǧân. Hier befreundete er sich mit Abû ʿObeid el-Ǧûzǧânî. Dieser Freund erzählt nun weiter: „Es lebte in Ǧorǧân ein reicher Mann, Namens Abû Muh. el-Šîrâzî, dieser kaufte dem Ibn Sînâ ein Haus in seiner Nähe, wo er seine Vorlesungen halten konnte. Ich ging jeden Tag zu ihm und studierte mit ihm die Logik und den Almagest. Er verfafste für mich den mittlern Auszug aus der Logik und für Abû Muh. el-Šîrâzî das Buch des Ursprungs und des Jenseits (der Auferstehung) und das Buch der gesamten astronomischen Beobachtungen. Ebenso verfafste er daselbst noch mehrere andere Bücher, wie den Anfang des Kanon (sein grofses medizinisches Hauptwerk) und den Auszug (Kompendium) aus dem Almagest." Von Ǧorǧân ging er nach Raj und trat in den Dienst der dortigen Fürstin und ihres Sohnes Meǧd ed-daula ein, welche ihn aus seinen Schriften kannten. Hierauf traten Verhältnisse ein, die ihn zwangen, nach Qazwîn und von da nach Hamadân zu gehen, wo er in den Dienst einer vornehmen Frau, Namens Kubḏâneweih, eintrat, später dann aber Wezir des Emirs Šems ed-daula Abû Ṭâhir wurde. Nach wechselvollen Schicksalen, die ihn hier trafen, trat er in den Dienst des Statthalters von Ispahân ʿAlâ ed-daula Abû Ǧaʿfar. Hier vollendete er noch eine Anzahl seiner Werke, z. B. auch seinen Auszug aus dem Almagest, nachdem er auch den Euklides und die Arithmetik[a]) und Musik[a]) in einen Auszug gebracht hatte. Was den Almagest anbetrifft, so fügte er zehn Sätze hinzu über die Parallaxe *(ichtilâf el-manẓar)* und machte auch am Ende einige astronomische Zusätze, auf die keiner vor ihm gekommen war. Auch zum Euklides fügte er einiges hinzu, ebenso zur Arithmetik schöne Eigenschaften (der Zahlen) und zur Musik einige Probleme. Einst kam bei ʿAlâ ed-daula das Gespräch auf mangelhafte Angaben in den auf Grund der alten Beobachtungen hergestellten Kalendern, da beauftragte der Emir den Ibn Sînâ mit den hierzu nötigen Beobachtungen und verschaffte ihm die dazu erforderlichen Summen. Er begann mit denselben und wurde dabei von seinem Freunde Abû ʿObeid el-Ǧûzǧânî unterstützt, der auch die Anschaffung der Instrumente besorgt hatte. — Ibn Sînâ, der nicht gar mäfsig gelebt haben soll,[b]) starb auf einem Feldzug, den ʿAlâ ed-daula gegen Hamadân

---

[a]) Die Autoren dieser beiden Werke sind nicht genannt.

[b]) Es soll unter anderem auch dem Weine ergeben gewesen sein.

unternommen hatte, im Ramaḍân 428 (1037) und wurde in letzterer Stadt begraben.[a]) Das Wort des Dichters gilt mit Recht von ihm:

fafî kullî šaiin lahu âjatun
tadullu ʿalâ annahu wâḥidun.

An jedem Dinge fand er etwas (zu studieren),
Das beweist, dafs er einzig war.

Er schrieb: Das Buch der gesamten astronomischen Beobachtungen. Über den Winkel, an Abû Sahl el-Masîḥî (s. Art. 180) gerichtet und in Ǧorǧân verfafst. Beantwortung einer Frage seines Schülers Abû'l-Ḥasan Bihminjâr (?) b. el-Marzubân über die Eigenschaften des Äquators. Antworten auf zehn Fragen von Abû Riḥân el-Bîrûnî (s. Art. 218), in Leiden (1475), hauptsächlich naturphilosophischen Inhaltes. Antworten auf sechszehn Fragen von Abû Riḥân (auf die aristotelischen Schriften „über den Himmel" und „die Physik" sich beziehend), in Leiden (1476), in Oxford (I. 980, 2⁰), im Brit. Mus. (978, 50⁰) und in Mailand (Ambros. 320, e). Über die Gestalt der Erde vom Himmel aus gesehen und ihre Existenz in der Mitte des Weltalls, an Aḥmed b. Muh. el-Soheilî gerichtet, in Oxford (I. 980, 1⁰) und im Brit. Mus. (981, 11⁰). Über die Himmelskörper, vielleicht identisch mit der in Oxford (980, 8⁰) vorhandenen Schrift „über die scheinbaren Entfernungen der Himmelskörper", oder dann mit derjenigen im Escurial (700, 10⁰) „über die Bewegung der Himmelskörper". Über die Art und Weise der Beobachtung und ihre Übereinstimmung mit den Lehren der Physik. Über das astronomische Instrument, das er in Ispahân zu seinen Beobachtungen für ʿAlâ ed-daula konstruiert hatte, vielleicht in Leiden (1061).[b]) Auszug aus Euklides, es ist dies der geometrische Teil seines Buches *el-naǧât* (die Befreiung), eines encyklopädischen Werkes, die Logik, Mathematik, Physik und Metaphysik umfassend, das wieder nur ein Kompendium seines gröfsern Werkes *el-šifâ'* (die Heilung) ist. Das erstere befindet sich noch in Oxford (I. 456, 2⁰) und im Brit. Mus. (978, 5⁰ und 979), es wurde auch gedruckt in der arabischen Ausgabe des Kanon, Rom 1593, und öfters in lateinischer Übersetzung herausgegeben unter dem Titel: de removendis nocumentis. Das zweite ist noch vorhanden in Leiden (1444 und 45), in Berlin (5044); Teile desselben in Oxford (I. 435—37, 452, 467, 468, etc.), im Ind. Off. (477, 1⁰), enthält den Teil über die mathematischen Wissenschaften, und in Konstantinopel (2720), enthält denselben Teil. Über die Abschaffung (oder Nichtigkeit) der Sterndeuterei, in Leiden

[a]) Nach andern in Ispahân.

[b]) Der Titel heifst hier: Abhandlung über die von ihm bevorzugte Art der Auswahl (oder auch Herstellung) der astronomischen Instrumente.

(1464, 13°) und im Brit. Mus. (1349, 6°). Kurze Abhandlung darüber, dafs der Winkel zwischen dem Bogen und der Tangente keine Gröfse habe.[a]) Kompendium des Almagestes, in Paris (2484, 1°) und in Oxford (I. 1012). Kompendium der Astronomie, auch betitelt „über den Himmel, die Gestirne und die Meteore“, im Brit. Mus. (977, 27°), in Algier (1452) und vielleicht auch in Kairo (224, Übers. 163). — (C. I. 268 n. Ibn el-Q.; Ibn Ch. I. 152, Übers. I. 440; Ibn Abi U. II. 2; Abulfar. 349, Übers. 229; Abulfid. III. 93.)

199. ʿAbdelqâhir b. Ṭâhir b. Muh., Abû Manṣûr, el-Baġdâdî, ein gelehrter Jurist und Litteraturkenner. Er war auch in andern Wissenschaften, besonders in der Arithmetik und Erbteilung sehr bewandert. Über erstere Disziplin schrieb er mehrere Werke, worunter eines, betitelt: *el-takmile* (die Vervollständigung). Auch als Dichter hatte er einen Namen. Er hielt sich längere Zeit in Nîšapûr auf, hielt dort Vorlesungen über verschiedene Wissenszweige und starb zu Isfarâ'in i. J. 429[b]) (1037/38). (Ibn Ch. I. 298, Übers. II. 149; Kut. I. 379.)

200. ʿAbdelmelik b. Soleimân b. ʿOmar, Abû'l-Welîd, el-Omawî, aus Sevilla, bekannt unter dem Namen Ibn el-Qûṭîja,[c]) verfügte über grofse Kenntnisse in Recht, Sprachwissenschaft, Rechenkunst etc. Nach Ibn Chazraǧ starb er i. J. 429 (1037/38) im Alter von 75 Jahren. (B. I. 353.)

201. Muh. b. Jûsuf b. Muh. el-Omawî el-Naǧǧâd, Abû ʿAbdallâh, aus Cordova, war bewandert in Sprachwissenschaft, Poetik und Rechenkunst; er hielt in Cordova Vorlesungen, verliefs die Stadt zur Zeit des Bürgerkrieges, kehrte später wieder dahin zurück und starb daselbst im Ḏû'l-Qaʿda 429 (1038). (B. VIII. 100: Fragmente zu Ibn Baškuwâls el-Ṣile.)

202. Muh. b. ʿAbdallâh b. ʿAlî b. Ḥosein el-Farâiḍî (d. h. der Erbteiler), el-Ḥâsib (d. h. der Rechner), Abû Bekr, bekannt unter dem Namen el-Masrûrî, aus Cordova, war ein vorzüglicher Koranleser mit schöner Stimme, ein Meister in der Rechenkunst und Erbteilung. Er reiste nach dem Osten, besuchte ʿIrâq und Syrien, kam mit vielen Gelehrten zusammen, unter andern mit ʿAbdelwahhâb b. ʿAlî b. Naṣr el-Faqîh, den er in Bagdad i. J. 415 hörte. Er wurde nach Ibn Chazraǧ i. J. 371

---

[a]) Wahrscheinlich seine oben genannte Abhandlung „über den Winkel“.

[b]) Kut. hat 420.

[c]) Ein Verwandter des Historikers Ibn el-Qûṭîja (Sohn der Gothin); vergl. W. G. **141**.

(981/82) geboren und starb nach 419 (1028). (B. VIII. 93: Fragmente zu Ibn Baškuwâls el-Ṣile.)[a])

203. Ibn el-ʿAǧîm,[b]) ein geschickter Arzt und Astrolog, auch bewandert in den übrigen Wissenschaften der Alten, hatte zur Zeit der Bujiden einen grofsen Ruf als praktischer Arzt und Gelehrter in Persien und ʿIrâq. Er starb i. J. 430 (1038/39). (C. I. 417 n. Ibn el-Q.)

204. El-Ḥasan[c]) b. el-Ḥasan[d]) b. el-Haiṯam, Abû ʿAlî, von Baṣra, bekannt unter dem Namen Ibn el-Haiṯam, oder auch Abû ʿAlî el-Baṣrî, wanderte von Baṣra nach Ägypten aus und blieb dort bis zu seinem Tode. Er war ein vortrefflicher Mensch, besafs hohe Intelligenz und grofses Wissen, es kam ihm keiner seiner Zeit gleich, ja nicht einmal nahe in den mathematischen Wissenschaften. Er war ausdauernd in der Arbeit, fruchtbar als Schriftsteller und sehr enthaltsam im Leben. Er bearbeitete und kommentierte einen grofsen Teil der Aristotelischen Schriften, ebenso derjenigen des Galenus und war bewandert in den Prinzipien der Medizin, in allen ihren Regeln und Praktiken, doch übte er den Beruf nie aus, seine therapeutischen Kenntnisse waren gering. Er hatte auch eine schöne Schrift und war ein gründlicher Kenner der arabischen Sprache. Ibn Abî U. erzählt nach ʿAlam ed-dîn Qaiṣar b. Abî'l-Qâsim, dem Geometer (s. Art. 358), folgendes: „Ibn el-Haiṯam war anfänglich in Baṣra und seiner Umgegend und bekleidete auch (zeitweise) das Amt eines Wezirs. Sein Geist neigte sehr zur Gelehrsamkeit und zur Kontemplation hin, so dafs er gerne den Beschäftigungen entsagt hätte, die ihn am wissenschaftlichen Arbeiten hindern konnten. Infolge seiner eifrigen Studien und seiner übrigen Beschäftigung trat eine Geistesstörung bei ihm ein, so dafs er sein Amt niederlegen mufste. Nachdem er wieder geheilt war, begab er sich nach Ägypten und liefs sich in Kairo nieder.“ Ibn el-Q. berichtet folgendes über Ibn el-Haiṯam: „Es waren die grofsen wissenschaftlichen Kenntnisse des Ibn el-H. dem el-Ḥâkim, dem Beherrscher Ägyptens, zu Ohren gekommen, und er verlangte nach seinem Rat. Es war ihm auch mitgeteilt worden, er habe gesagt, wenn er in Ägypten wäre, so würde er den Nil so korrigieren, dafs er in jedem Zustand, bei Zu- und Abnahme des Wasserstandes, nutzbringend sein würde. Dies bewog vollends el-Ḥâkim, ihn kommen zu lassen. Er lud ihn also ein und schickte ihm die Mittel zur Reise; als er

---

[a]) Vergl. was ich über diesen Autor in der Bibl. math. 13 (1899) p. 87 u. 88 gesagt habe.

[b]) Soll wahrscheinlich heifsen ʿAǧam, C. transskribiert ʿOǧaim, Ibn el-Q. Münchner Ms. 440 (f. 162b) hat Abû'l-ʿOǧaim.

[c]) Ibn Abi U. hat Muh.

[d]) Abulfar. hat el-Ḥosein.

ankam, ging er ihm sogar bis vor die Thore von Kairo entgegen, nahm ihn als Gast zu sich und erwies ihm grofse Ehren. Er versah ihn dann mit allen nötigen Hilfsmitteln zu seiner Nilunternehmung und Ibn el-H. reiste nach den südlichen Nilgegenden ab. Als er aber dorthin gekommen war und die grofsen Denkmäler der alten Völker dieses Landes sah, als er daraus schliefsen mufste, dieselben seien auf einer hohen Stufe der technischen Ausbildung und der geometrischen Kenntnisse gestanden, sah er ein, dafs das, was er beabsichtigte, nicht im Bereich der Möglichkeit war; denn wenn es möglich gewesen wäre, so hätten es jene, welche vorausgegangen waren, jedenfalls gethan. Er stand daher von seinem Vorhaben ab und ging nach Norden zurück. Noch einmal schien ihm eine Stelle des Nils, genannt el-Ǧenâdil (die Katarakte), südlich von Assuan, als Ausgangspunkt des Unternehmens geeignet zu sein, allein bei näherer Prüfung sah er ein, dafs er auch hier sein Projekt nicht zur Ausführung bringen könne. Beschämt und niedergeschlagen kehrte er nach Kairo zurück, wo ihn anfänglich el-Ḥâkim gut aufnahm; diese Stimmung schlug aber bald in eine andere um, und Ibn el-H. sah bald seine Stellung und sogar sein Leben gefährdet. Um sich zu retten, kam er auf den Gedanken, sich wahnsinnig zu stellen; diese List gelang ihm, er wurde in seiner Wohnung eingeschlossen und bewacht und sein Vermögen konfisziert. In diesem Zustand mufste er nun freilich aushalten bis zum Tode el-Ḥâkims, dann wurde er freigelassen, erhielt sein Gut wieder zurück, bezog eine Wohnung ganz in der Nähe der Moschee el-Azhar und lebte hier gottergeben, genügsam und arbeitsam bis zu seinem Tode.“ Neben der Abfassung eigener Arbeiten schrieb er für seinen Lebensunterhalt eine grofse Menge mathematischer und anderer Werke ab, so jedes Jahr einmal die Elemente des Euklides, die mittleren Bücher und den Almagest; er schrieb schön und fehlerlos. Ibn el-H. wurde ca. 354 (965) geboren und starb in Kairo Ende d. J. 430 (1039) oder kurze Zeit nachher. (C. I. 414 n. Ibn el-Q.; Ibn Abi U. II. 90; Abulfar. 340, Übers. 223.)

Er schrieb eine grofse Zahl von mathematischen, astronomischen und naturphilosophischen Werken und Abhandlungen; Ibn Abi U. führt ca. 130 solche an, deren Aufzählung man mir erlassen möge, ich verweise den Leser auf Woepckes Ausgabe der Algebra des Chaijâmî.[a]) Es sei mir hier nur gestattet, einige Unrichtigkeiten Woepckes in der Wiedergabe der Titel einzelner Abhandlungen zu verbessern. Nr. 21 heifst bei Woepcke: Traité de l'instrument universel, abrégé extrait du traité d'Ibrahim b. Henân; es mufs heifsen: Abhandlung über das Schatteninstrument, ausgezogen und klar-

---

[a]) F. Woepcke, L'algèbre d'Omar Alkhayyâmî etc. Paris 1851, p. 73 ff. Woepcke läfst einige Schriften weg, er hat nur 117 Nummern.

gelegt aus dem Buche des Ibrâhîm b. Sinân über diesen Gegenstand (vergl. Art. 113). Nr. 14[a]) lautet bei W.: Deux livres des centres de continuité; es soll heifsen: Über die Schwerpunkte (wörtl. Mittelpunkte der Schwere). Nr. 20: Abrégé sur les figures de la nouvelle lune, und Nr. 21: Mémoire développé sur les figures de la nouvelle lune, müssen lauten: „Kurze Abhandlung über die Mondfiguren", und „Ausführliche Abhandlung über die Mondfiguren".[b]) Nr. 41: Problèmes sur les changements optiques, soll heifsen: Abhandlung über die Parallaxe des Mondes. Nr. 51: Mémoire sur les nombres harmoniques, ist zu verbessern in: Über die Zahlen des magischen Quadrates. Nr. 67: Mémoire sur le Qarasṭûn, ist zu übersetzen durch: Abhandlung über die Wage; W. kennt dieses Wort, das auch in den Schriften von T̲âbit b. Qorra und der Benî Mûsâ vorkommt, nicht, und meint, es sei zu lesen „Qaraṭjûn", welches ein bei den Sonnenuhren vorkommender technischer Ausdruck sein soll.

Von seinen Werken sind noch vorhanden: Kommentar zu den Elementen des Euklides, doch nicht vollständig, nur bis zur Mitte des 5. Buches gehend, in Leiden (966). Über die Bestimmung der Höhe der aufrechtstehenden Gegenstände, der Berge und der Wolken, in Leiden (1008) und Oxford (I. 877, 10°). Über die genaue Bestimmung der Polhöhe, in Leiden (1063), Oxford (I. 877, 6°), im Brit. Mus. (404), mit lateinischer Übersetzung von Jak. Golius, Leiden 1643. Abhandlung über den Zirkel der grofsen Kreise, in Leiden (1064), im Ind. Off. (734, 16°). Über die Quadratur des Kreises, in Berlin (5941), im Vatikan (320), arabisch herausgegeben mit deutscher Übersetzung in der Z. f. M. u. Ph. 40. Bd. (1899) p. 33—47, von Hch. Suter. Über einen Satz der Söhne Mûsâs, die denselben ihrem Buche über die Kegelschnitte vorangestellt haben, im Brit. Mus. (975, 2°) und im Ind. Off. (734, 8°). Über das Licht, in Berlin (6018), im Ind. Off. (734, 4°), arabisch herausgegeben mit deutscher Übersetzung in Z. D. M. G. Bd. 36 (1882), p. 195—237, von J. Baarmann, auch separat, Halle, 1882.[42a] Über das Licht der Sterne, in Berlin (5668), in Oxford (I. 877, 7°) und im Ind. Off. (734, 3°). Auszug aus der Abhandlung „über die Lösung der Schwierigkeiten im Buche des Euklides", in Berlin (5921). Über die Natur der Schatten (Schattenwerfung),[c]) in Berlin (6019). Über die Milchstrafse (Antwort auf die Frage, ob die Milchstrafse im Luftkreis der Erde oder am Himmelsgewölbe sich befinde), in Leiden (1065). Über das Bild (bildliche Darstellung?) der Finsternisse, in Oxford (I. 877, 2°), im Ind. Off. (734, 13°

---

a) Fortsetzung des Verzeichnisses seiner Werke.

b) Vergl. Z. f. M. u. Ph. 44. Bd. (1899) hist.-litt. Abtlg. p. 36.

c) Nicht über die Tangenten und Cotangenten, wie Woepcke, l. c. p. 75 hat.

und 767, 2⁰). Über die Kegelschnitt-Brennspiegel, in Leiden (1010), im Ind. Off. (734, 5⁰). Über die Teilung der Linie, die Archimedes in seinem Buche über die Kugel und den Cylinder angewandt hat, in Leiden (1009), im Ind. Off. (734, 18⁰), in französischer verkürzter Übersetzung veröffentlicht von F. Woepcke, in dem Buche: L'algèbre d'Alkhayyâmî etc. Paris 1851, p. 91—93. Über die Kugel-Brennspiegel,[a]) im Ind. Off. (734, 6⁰). Über den Raum, im Ind. Off. (734, 7⁰). Über das Licht des Mondes, im Ind. Off. (734, 9⁰). Über die Ausmessung des Paraboloids, im Ind. Off. (734, 11⁰). Ausführliche Abhandlung über die Mondfiguren, im Ind. Off. (734, 12⁰). Über die äufsere Erscheinung des Weltgebäudes, im Ind. Off. (734, 15⁰), in der lat. Übersetzung des Abraham de Balmes im Vatikan (Nr. 4566), und in der anderen eines Anonymus in Oxford (Catal. Coxe, P. III. Mss. bibl. canonic. Nr. 45) unter dem Titel: Liber de mundo et coelo, de motibus planetarum etc. in partes duas distinctus, per Abrah. Hebraeum iubente Alphonso Hispaniae rege de Arab. in Hispanum, postea ab anonymo quodam in Lat. versus, cum figuris, praeviis capitulorum elencho et Alphonsi epistola. Über eine Aufgabe über Körperzahlen (Kubikzahlen),[b]) im Ind. Off. (734, 17⁰). Über die Parallaxe des Mondes,[c]) im Ind. Off. (734, 19⁰). Über eine arithmetische Aufgabe, im Ind. Off. (734, 20⁰). Über die Prämissen für die Konstruktion der Siebeneckseite, im Ind. Off. (734, 21⁰). Über die Auffindung der Qible (Richtung nach Mekka), in Oxford (I. 877, 4⁰). Über die Bewegung des Mondes, in Oxford (I. 877, 3⁰). Abhandlung über eine geometrische Aufgabe, in Oxford (I. 877, 5⁰) und in Kairo (205, Übers. 24). Über die Verbesserung der astronomischen Verrichtungen,[d]) in Oxford (I. 877, 8⁰). Über die Schwierigkeiten (zweifelhaften Stellen) bei Ptolemäus, in Oxford (I. 877, 9⁰). Kommentar zu den Postulaten des Euklides, in Oxford (I. 908, 1⁰) und in Algier (1446, 1⁰). Über die gegebenen Gröfsen (Data), in Paris (2458, 5⁰), in französ. Übersetzung unter dem Titel: „Traité des connues géomètriques d'Ibn Alhaïtham" veröffentlicht von L. A. Sédillot im Journ. asiat. XIII. (1834), p. 435 ff. Das Buch über die Optik, nach der Ansicht von de Slane noch vorhanden in Paris (2460).[e]) Die Optik

---

[a]) Das Ms. hat „Kreis-Brennspiegel".

[b]) Das Ms. beginnt so: Wir wollen eine gegebene Zahl in zwei Teile zerlegen, so dafs der eine eine Kubikzahl sei, etc.

[c]) Der Text des Ibn Abi U. hat unrichtig: *fî ichtilâf el-naẓar,* statt: *fî ichtilâf manẓar el-qamar.*

[d]) Der Text hat *aʿmâl* = Verrichtungen, Operationen, nicht *raṣd* = Beobachtung.

[e]) Nach meiner Ansicht ist das Pariser Ms. die Optik des Euklides in der Rezension des Naṣîr ed-dîn, da der Titel heifst: *taḥrîr el-munâẓira* (sollte wohl heifsen, *manâẓir*), (Rezension oder Revision der Optik).

wurde ins Lateinische übersetzt wahrscheinlich von Witelo (Mss. in Oxford, Coxe, P. II. Colleg. Corp. Christi Nr. 150; in Paris Cod. 7247 etc.), herausgegeben zu Basel 1572 unter dem Titel: Opticae thesaurus Alhazeni Arabis libri septem, nunc primum editi. Eiusdem liber de crepusculis et nubium ascensionibus etc. a Fed. Risnero. Die letztere Schrift „über die Dämmerung und das Aufsteigen der Wolken" wurde von Gerard von Cremona übersetzt (Mss. in Cambridge, Catal. Mss. Angl. et Hib. T. I. P. III. Nr. 1685; in Paris, Cod. 7310, 4⁰), und schon vor 1572 herausgeg. zu Lisabon, 1541, hinter dem Buche „de crepusculis" des Petrus Nonius. — Es werden ihm ferner noch folgende Abhandlungen zugeschrieben, die nicht im Verzeichnis seiner Schriften stehen: Eine *Qaṣîde* (Gedicht) in *ʿain* über den Zodiakus, die Sonne und den Mond, mit einem Kommentar von Ibn Hišâm Abû ʿAbdallâh Muh. el-Lachmî, in Algier (613, 12⁰) und Berlin (5745).[a]) Ein Auszug aus einem Kompendium des Archimedischen Buches über die Kugel und den Cylinder, in Algier (1446, 8⁰).[b])

205. ʿAlâ el-Kirmânî, Abû'l-Qâsim, ein Zeitgenosse Ibn Sînâs, Arzt und Astrolog. Er ist wahrscheinlich der Verfasser des in Oxford (I. 941, 5⁰) sich befindenden Buches „über die Elemente der Astrologie" (*fî uṣûl el-aḥkâm*) von Abû'l-Qâsim el-Kirmânî, und vielleicht auch der in Leiden (1189) existierenden pers. Abhandlung „über die Kugel, zur richtigen Bestimmung der Qible" von ʿAlâ el-Kirmânî. (Ibn Abi U. II. 8.)[c])

206. El-Châqânî war ein bedeutender Astronom und Astrolog, bewandert in der Kenntnis des Laufes der Gestirne und ihrer Natur, sowie in der Herstellung von Tafeln. Er starb ca. 430. (C. I. 427 n. Ibn el-Q.)

207. Muh. b. Aḥmed b. Muh. el-Qummî, war ein jüngerer Zeitgenosse von Aḥmed b. Muh. el-Siǧzî (s. Art. 185); er schrieb eine Abhandlung über die Asymptoten der Hyperbel, noch vorhanden in Leiden (1000), auf Wunsch des Fürsten ʿAbdelʿazîz b. ʿAlî b. ʿAbdelʿazîz.

208. Muh. b. Merwân b. ʿÎsâ el-Omawî, Abû Bekr, bekannt unter dem Namen Ibn el-Šiqâq (oder Šaqâq), aus Cordova, ein Schüler von ʿAbbâs b. Aṣbaġ, el-Aṣîlî[d]) u. a. Er war in vielen Wissenschaften bewandert, vor allem in der Sprachwissenschaft und Rechenkunst. Er starb i. J. 432 (1040/41). (B. VIII. 102: Fragmente etc.)

---

[a]) Im Berliner Ms. wird das Gedicht einem Hâšimî (Ibn Hišâm?) zugeschrieben, im Ms. von Algier und bei H. Ch. IV. 549 dagegen dem Ibn el-Haiṯam selbst, an letzterem Orte heifst er allerdings Abû ʿAlî el-Ḥasan b. el-Ḥosein el-Baġdâdî.

[b]) Ist vielleicht identisch mit der Abhandlung „über die Teilung der Linie, die Archimedes im 2. Buche über die Kugel und den Cylinder angewandt hat".

[c]) Hier heifst er nur Abû'l-Qâsim el-Kirmânî.

[d]) Ein berühmter Faqîh unter Ḥakem II. und Hišâm II.

209. Muh. b. ʿAbdallâh b. Mazîn (?), Abû ʿAbdallâh, aus Cordova, ein Schüler von ʿAbbâs b. Aṣbag̊, Chalaf b. Qâsim u. a. Er war ein bedeutender Traditionist, Koranforscher und Rechner. Er starb in Sevilla im Anfang d. J. 434 (1042), im Alter von 83 Jahren. (B. VIII. 104: Fragmente etc.)

210. ʿAlî b. Chalaf b. Ġâlib el-Anṣârî, Abû'l-Ḥasan, aus Cordova, ein Schüler von Abû'l-Qâsim b. Raḍâ und Abû ʿAbdallâh b. Maʿmar u. a., lehrte Erbteilung und Rechenkunst und wurde Ṣûfî. Er verfaſste das Buch *„el-jaqîn“* (die Gewiſsheit). Er wohnte auf dem Schloſs des ʿAbdelkerîm (?), wie Eijûb b. ʿAbdallâh el-Sebtî (d. h. von Ceuṭa) berichtet, der ihn öfters besuchte; er war sehr fromm, herablassend, poetisch und produktiv.[43] (B. VI. 672.)

211. Jûsuf b. ʿOmar el-Ǧuhanî[a]) (oder Ǧuhenî) aus Toledo, bekannt unter dem Namen Ibn Abî Ṯalla,[b]) war gelehrt in Litteratur, Erbteilung und Astronomie.[44] Er starb 435 (1043/44). (B. II. 615; C. II. 148.)

212. Châlid b. Muh. b. ʿAbdallâh el-Adîb, Abû Welîd, aus Sevilla, war gelehrt in Sprachwissenschaft und Rechenkunst und bewandert in den Dichtungen der vormuhammedanischen Zeit. Zu seinen Lehrern gehörte unter andern Ibn el-Ṣaffâr, der Rechner (vergl. Art. 196). Er wurde auf verräterische Weise in Badajoz am Ende d. J. 436 (1045) ermordet, etwa 50 Jahre alt. (B. I. 181.)

213. Muh. b. Jûsuf b. Aḥmed b. Moʿâḏ el-Ǧuhanî, Abû ʿAbdallâh, aus Cordova, war Korankenner, auch sehr bewandert in Sprachwissenschaft, Erbteilung und Rechenkunst. Er studierte hauptsächlich unter Abû ʿAbdallâh b. Abî Zamanîn und Abû'l-Qâsim ʿAbderraḥmân b. ʿAbdallâh b. Châlid. Er hielt sich während 5 Jahren, von Anfang 403 bis Ende 407, in Kairo auf. Vielleicht ist er der Verfasser des noch in Algier (1446, 3⁰) existierenden Kommentars zum 5. Buche des Euklides, wo allerdings el-Ǧaijânî statt el-Ǧuhanî steht, welche Verwechslung aber leicht stattfinden kann; ebenso könnte er der Verfasser einer Schrift „über die Auffindung der Oberfläche der Kugelsegmente“ sein, die noch im Escurial (955) vorhanden ist, und deren Verfasser nach C. I. 382 (Abû) ʿAbdallâh Muh. b. Moad Cordubensis heiſst (vergl. auch Bibl. math. 11 (1897), p. 83 u. 84). Er wurde geboren i. J. 379 (989/90), sein Todesjahr wird nicht genannt. (B. II. 480.)

214. ʿAlî b. Aḥmed, Abû'l-Ḥasan, el-Nasawî (d. h. von Nasâ), lebte unter Meǧd ed-daula (gest. 420) und seinem Nachfolger, wie sich aus

---

a) Ǧuhanî ist (nach Ibn Ch. I. 146, Übers. I. 422) entweder abgeleitet von Ǧuhaina, einem Dorfe bei Moṣul, oder dann von dem arabischen Stamme Ǧuhaina.

b) C. II. 148 hat „Thalta“.

der Vorrede zu seiner indischen Rechenkunst ergiebt. Er hatte zuerst dieses Rechenbuch persisch abgefafst zum Gebrauche der Finanzbeamten des Bujidischen Hofes in Raj oder Ispahan, unter Meǵd ed-daulas Nachfolger übertrug er dasselbe ins Arabische und gab ihm den Titel: *el-moqniᶜ fî'l-ḥisâb el-hindî* (das Befriedigende oder Überzeugende über die indische Rechenkunst), dasselbe ist noch vorhanden in Leiden (1021).[a]) Ebenso hat man von ihm noch einen Kommentar zu dem Transversalensatz des Menelaus, betitelt: Das Buch der Sättigung (*kitâb el-išbâᶜ*), in Leiden (1060); ferner einen Kommentar zu den Lemmata des Archimedes, in der Rezension des Naṣîr ed-dîn, in Oxford (I. 875, 13⁰), in Berlin (5936), in Florenz (271) und in Kairo (202, Übers. 21).

215. Muh. b. el-Leiṯ, Abû'l-Ǧûd,[b]) ein hervorragender Mathematiker, Zeitgenosse von el-Bîrûnî (s. Art. 218), schrieb: Antworten auf Fragen, die ihm von Abû'l-Rîḥân el-Bîrûnî vorgelegt worden waren, in Leiden (1013). Antwort auf eine Frage, die von Abû Ǧaᶜfar el-Châzin aufgestellt worden war, in Leiden (1014). Abhandlung über ein von Abû Saᶜîd el-Sigzî (s. Art. 185) aufgestelltes Problem, in Leiden (1015). Diese Probleme handeln alle über geometrische Fragen, wie die Sieben- und Neunteilung des Kreises, Dreiteilung des Winkels etc., deren Lösung auf kubische Gleichungen führt, und bei der eine Reihe von arabischen Mathematikern des 11. Jahrh. bis auf ᶜOmar el-Chaijâmî einen grofsen Scharfsinn bewiesen haben. Ich verweise für die einzelnen Aufgaben auf Woepcke, L'algèbre d'Omar Alkhayyâmî, p. 54—57 u. 91—127, und Cantor, Vorlesgn. I. 652 (1. Aufl.), 714 (2. Aufl.). Woepcke hat die Lösungen der ersten und dritten der von el-Bîrûnî gestellten Fragen in französ. Übersetzung veröffentlicht (l. c. p. 114 u. 125). Diese Lösungen des Abû'l-Ǧûd sind wahrscheinlich einem umfassenderen Werke dieses Autors entnommen, das aber schon el-Chaijâmî nicht mehr gekannt, sondern nur von demselben gehört hat. (Woepcke, l. c. p. 82.) — Einige dieser Probleme befinden sich auch in Kairo in 2 Mss. (203 u. 204, Übers. 22 u. 23), das erste einfach „Abhandlung", das zweite „das Buch über die Konstruktion des Siebenecks"[c]) betitelt. — In Leiden (1016) befindet sich noch eine Abhandlung über ungleichseitige Dreiecke und ihre Eigenschaften, die dem Abû'l-Ǧûd zugeschrieben wird, es wäre aber möglich, dafs dieselbe dem folgenden Mathematiker angehörte.

216. Muh. b. Aḥmed, Abû ᶜAbdallâh, el-Šannî, ein Zeitgenosse

---

[a]) Vergl. Woepcke im Journ. asiat. 1863, I. p. 492 ff. und Cantor, Vorlesgn. I. 653—57 (1. Aufl.), 716—721 (2. Aufl.).

[b]) Nicht mit dem Beinamen „el-Šannî", wie Cantor l. c. hinzufügt.

[c]) Könnte auch „Neuneck" heifsen, da die arabischen Wörter für sieben und neun leicht verwechselt werden können.

des eben genannten Mathematikers Abû'l-Ǧûd, oder wenig jünger als derselbe, wird von el-Chaijâmî[a]) neben Abû'l-Ǧûd als mutmafslicher Erfinder der Auflösung eines Problems dritten Grades[b]) genannt. Von ihm ist vorhanden: Das Buch über die Berechnung jedes Dreiecks aus seinen Seiten, in Kairo (204, Übers. 23; vergl. den Schlufs des vorigen Art.). Das Buch über die Aufdeckung des Fehlers, der von Abû'l-Ǧûd begangen wurde in den beiden Hilfssätzen, die er der Konstruktion des Siebenecks (Neunecks?) vorausgeschickt hat, in Kairo (204, Übers. 23).[c])

217. Abû'l-Fatḥ b. Muh. b. Qâsim b. Faḍl el-Iṣfahânî, ein Perser, der die Kegelschnitte des Apollonius in bessere Form brachte und neu herausgab.[d]) Über seine Lebenszeit findet man widersprechende Angaben: in den Florentiner Mss. (Palat. 270 u. 275), welche die Bearbeitung des 5.—7. Buches der Kegelschnitte enthalten, steht, dafs er diese Bearbeitung verfafst habe „sub auspiciis regis Abicaligiaris, qui ab anno heg. 372[e]) rebus praefuit"; im Ms. 296 derselben Bibliothek, welches eine pers. Übersetzung sämtlicher sieben Bücher der Kegelschnitte von demselben Autor enthält, steht, er habe im 8. Jahrh. d. H. gelebt; wir müssen aber jedenfalls die erste Angabe als die richtige betrachten, sie stimmt auch mit der von Abraham Ecchellensis veröffentlichten Vorrede des Verfassers. Dieser A. Ecchellensis gab mit G. A. Borelli eine latein. Übersetzung der drei letzten Bücher der Kegelschnitte des Apollonius nach den genannten Mss. 270 u. 275 heraus, in Florenz 1661. — In Florenz (Palat. 308) befindet sich auch ein Kommentar zu den fünf ersten Büchern der Kegelschnitte von Abû'l-Fatḥ el-Iṣfahânî. In Konstant. (2724) befindet sich ein Auszug aus den Kegelschnitten (*talchîṣ el-machrûṭât*), jedenfalls von demselben Autor, obschon er daselbst heifst: Maḥmûd b. Qâsim b. Faḍl el-Iṣfahânî.

218. Muh. b. Aḥmed, Abû'l-Rîḥân (oder Raiḥân) el-Bîrûnî,[45] geb. in Chowârezm (?) im Ḏû'l-Ḥiǧǧe 362 (973), war ein Mann von umfassender und gründlicher Bildung, besonders auf den Gebieten der Philosophie, Mathematik, Astronomie, Chronologie und Geschichte, auch in der Medizin hatte er Kenntnisse. Den ersten Teil seines Lebens brachte er in

---

a) Woepcke, L'algèbre d'Omar Alkhayyâmî, p. 57; es steht hier nur der Beiname el-Šannî.

b) Zehn in zwei Teile zu teilen, so dafs die Summe der Quadrate derselben vermehrt um den Quotienten des gröfsern durch den kleinern, zweiundsiebenzig ausmache.

c) Vergl. auch Woepcke, l. c. p. 83.

d) Schwerlich „übersetzte", wie es in Ms. 270 in Florenz heifst.

e) Dies ist unrichtig, denn der genannte Fürst ist der Bujide Abû Kalinǧâr, der Sohn Sulṭân ed-daulas, der von 416—440 die Würde eines Emîr el-Omarâ mit Unterbrechung innegehabt hat.

der Heimat zu, in nahen Beziehungen zum Hofe des Emirs Mâmûn b. Mâmûn Chowârezmšâh stehend. Einige Zeit hielt er sich in Ǧorğân auf, sein Werk „Chronologie der alten Völker“ ist dem Herrn dieses Gebietes, Qâbûs b. Wašmegîr (gest. 403) gewidmet. In dieser Zeit und jedenfalls auch später noch stand er in näherer Beziehung zu Ibn Sînâ, es bestand zwischen ihnen ein reger wissenschaftlicher Verkehr über Fragen vielfacher Art (vergl. Art. 198). Nach dem Tode Mâmûn b. Mâmûns (407) trat er in die Dienste seines Nachfolgers in der Herrschaft über Chowârezm, des grofsen Ġaznawiden Maḥmûd. Unter diesem machte er die Feldzüge nach Indien mit und erwarb sich hierbei grofse Kenntnisse in Sprache, Litteratur, Geschichte, Sitten und Wissenschaften der Indier, die er in dem Buche „Chronik von Indien“ der Nachwelt überliefert hat. Er verstand das Arabische, Persische und Sanskrit, auch, wiewohl etwas weniger gut, das Hebräische und Syrische; er übersetzte verschiedene Schriften der Indier ins Arabische und übermittelte den Indiern arabisches Wissen. Er starb wahrscheinlich in Ġazna im Raǧeb 440 (Ende 1048), nach C. E. Sachau. Er schrieb: Die aus den vergangenen Jahrhunderten übrig gebliebenen Spuren (Chronologie oriental. Völker), im Brit. Mus. (422) und in Paris (1489), herausgeg. von C. E. Sachau, Leipzig 1876—78, ins Englische übersetzt und herausgegeben unter dem Titel: Chronology of ancient nations etc. London 1879. Das Buch der Schlüssel zur Astronomie, wahrscheinlich in Paris (2497). Über das Planisphaerium. Über den Gebrauch des Astrolabiums, in Berlin (5794) und Paris (2498, 1⁰). Ein von diesem verschiedenes Werk über das Astrolabium, betitelt: *kitâb el-istîʿâb* (das Buch der gründlichen Behandlung) aller möglichen Methoden für die Konstruktion des Astrolabiums, in Leiden (1066), in Oxford (I. 1037, 3⁰) und in Berlin (5795 u. 96), gewidmet dem Abû Sahl ʿÎsâ b. Jahjâ (s. Art. 180). Der Mesʿûdische Kanon, gewidmet dem Ġaznawiden Mesʿûd b. Maḥmûd, ein astronomisch-geographisches Werk, worin er der Astronomie und Geographie des Ptolemäus folgte, in Oxford (II. 370) unvollständig, und in Berlin (5667).[a]) Das Buch der Belehrung (*kitâb el-tafhîm*), über die Mathematik, Astronomie und Astrologie, in Oxford (I. 1020 u. II. 282, 1⁰) und in Berlin (5665 u. 66), im Brit. Mus. P. (Add. 7697 u. 23566). Über die Verbesserung der Irrtümer in dem Buche über die Qible. Über den Gebrauch des sphärischen Astrolabiums (Armillarsphäre). Über die Schatten (Tangenten?). Die Mesʿûdischen Tafeln, ebenfalls verfafst für Mesʿûd b. Maḥmûd, wahrscheinlich nur ein Teil des Kanon. Auszug aus dem Almagest.[b]) Über die Auffindung

[a]) In diesem Ms. ist als Todesjahr el-Bîrûnîs 430 angegeben.

[b]) Steinschneider (Bibl. math. 1892, p. 55 und Z. D. M. G. 50, p. 206) vermutet, dieser Auszug sei identisch mit dem Mesʿûdischen Kanon.

(Berechnung) der Sehnen im Kreise, in Leiden (1012), Kairo (203, Übers. 22). Die indische Chronik (*ta'rîch el-hind*), in Paris (2222, 2⁰ u. 2280, unvollständig), herausgeg. von C. E. Sachau (Alberuni's India), London 1887, in englischer Übers. ibid. 1888. Das Buch der Zeugenschaft (*kitâb el-istišhâd*), über die Nichtübereinstimmung der astronomischen Beobachtungen, zitiert in seiner Chronol. of anc. nat. p. 29 u. 167. Im Ind. Off. (1043, 1⁰) wird dem Bîrûnî eine Abhandlung über die Regel de tri nach indischem System (*fî râšîkât*[a]) *el-hind*) zugeschrieben. (Ibn Abi U. II. 20; Abulfar. 348, Übers. 229.)

219. ʿAlî b. Abî'l-Riğâl, Abû'l-Hasan, wahrscheinlich aus Cordova gebürtig, ist der im christlichen Abendlande unter dem Namen Abenragel bekannte Astrolog. Es steht ziemlich fest, dafs er einen Teil seines Lebens in Afrika, am Hofe des Ziriden Moʿizz b. Bâdîs b. el-Manṣûr (406—454, 1016—1062) zugebracht hat. Ich habe im Art. 175 darauf hingewiesen, dafs der bei den Beobachtungen i. J. 378 in Bagdad unter den Bujiden als anwesend genannte Abû'l-Hasan el-Mağrebî mit unserm Abenragel identisch sein könnte; wenn wir annehmen, er sei als junger Mann von 23—25 Jahren, der im Osten seine Studien machte, in Bagdad gewesen, so kann er wohl noch bis ca. 440 am Hofe des Moʿizz b. Bâdîs gelebt haben, er wäre dann ca. 85—87 Jahre alt geworden; er kann aber auch vor 440 (1048/49) gestorben sein.[46] Er schrieb: *El-bâriʿ fî ahkâm el-nuğûm* (das vollkommenste Buch über die Urteile aus den Gestirnen), in Berlin (5892),[b]) in Paris (2590),[c]) im Brit. Mus. (1347), im Ind. Off. (735), im Escurial (918), in Algier (1516). Dasselbe wurde von Jehûdâ b. Mûsâ aus dem Arabischen ins Kastilianische und hieraus ins Lateinische übersetzt durch Aegidius de Tebaldis und Petrus de Regio (ums Jahr 1256); diese Übersetzung wurde mehrmals gedruckt, zum erstenmal in Venedig, 1485, unter dem Titel: „Praeclarissimus liber completus in judiciis astrorum, quem edidit Albohazen Haly filius Abenragel" etc., dann auch in Basel 1551 (vergl. auch Wüstenfeld, die Übers. arab. Werke ins Lat. p. 89 u. 90). Ein Gedicht (*arğûza*) über die Astrologie, im Escurial (904, 3⁰) und im Brit. Mus. (977, 29⁰); es wurde kommentiert von Ahmed b. el-Hasan b. el-Qonfûd (s. Art. 422). (C. I. 344 u. 362.)

220. Ġâlib b. Muh. b. ʿAbderrahmân el-Hawwârî[d]) el-Ašûnî,

---

a) Von dem indischen *trairâšika* = dreigliedrig.

b) Hier hat der Verfasser noch die Titel: *el-wezîr el-kâtib,* d. h. der Wezir und Geheimschreiber, also jedenfalls des Moʿizz b. Bâdîs.

c) Hier ist zu dem Namen ʿAlî b. Abî'l-Riğâl noch hinzugefügt „el-Šeibânî" (d. h. aus dem Stamme der Benî Šeibân).

d) Soll vielleicht „Huwârî" heifsen, vergl. Art. 415.

Abû Temâm, aus Sevilla, war ein frommer Mann und tüchtiger Gelehrter, der sich besonders mit Rechenkunst beschäftigte. In Cordova studierte er unter Abû ʿAbdallâh b. el-ʿAṭṭâr (s. Art. 179) u. a. Er wurde geboren i. J. 376 (986/87) und starb im Šaʿbân 440 (1049). (B. II. 448.)

221. Muh. b. ʿOmar b. Muh., Abû ʿAbdallâh, bekannt unter dem Namen Ibn el-Burġûṯ, studierte unter Abû'l-Qâsim b. el-Ṣaffâr (s. Art. 196) und war der bedeutendste seiner Schüler in den mathematischen Disziplinen. Daneben besafs er grofse Kenntnisse in der Grammatik und Rechtswissenschaft. Er starb i. J. 444 (1052/53). (B. V. 124; Maq. K. II. 232.)

222. Saʿîd b. Muh. b. el-Baġûniš, Abû ʿOṯmân, aus Toledo, studierte in Cordova unter Maslama b. Aḥmed el-Maġrîṭî (s. Art. 176) Rechenkunst und Geometrie, unter Muh. b. ʿAbdûn el-Ǧebelî (s. Art. 161), Soleimân b. Ǧulǧul[47] u. a. Medizin. Hierauf kehrte er nach Toledo zurück und wurde daselbst befreundet mit dem Emîr el-Ẓâfir Ismâʿîl b. ʿAbderraḥmân b. Ismâʿîl b. Dî'l-Nûn (regierte von 427—429), der ihn sehr hoch schätzte und ihn zur Verwaltung herbeizog. Der Qâḍî Ṣâʿid (s. Art. 244) sagt: Ich kam mit ihm zusammen in Toledo im Anfang der Regierung des Jaḥjâ el-Mâmûn (Sohn des ebengenannten, regierte von 429—467); er hatte soeben mit dem Lesen der propädeutischen Wissenschaften aufgehört und hatte sich der Koranlektüre zugewandt; er verliefs sein Haus selten und gesellte sich nicht unter die Menschen. Er war ein Mann von grofsem Verstand und reinem Lebenswandel; er besafs ausgezeichnete Werke über Philosophie und Religion; er las auch über Logik und Geometrie und hatte grofse Kenntnisse hierin. Später aber ging er von diesen Wissenschaften ab und begeisterte sich für die Schriften des Galenus und verwandte grofsen Fleifs auf ihre Sammlung, Ordnung und Verbesserung, dadurch erlangte er eine eingehende Kenntnis derselben; weniger Erfahrung hatte er in der Diagnose und in der Behandlung der Kranken. Er starb am 1. Raǵeb 444 (1052) im Alter von 75 Jahren. (B. VI. 711; Ibn Abi U. II. 48.)

223. ʿAbderraḥmân b. Maslama b. ʿAbdelmelik b. el-Welîd el-Qorešî el-Mâlaqî (d. h. aus Malaga), wohnhaft in Sevilla, bekannt unter dem Namen Abû Muh. el-Moṭarrif, war in vielen Wissenschaften bewandert, besonders in der Korankenntnis, in der Tradition, Rechtswissenschaft, Medizin und Rechenkunst. Seine Lehrer in Cordova waren el-Aṣîlî, Abû ʿOmar von Sevilla, ʿAbbâs b. Aṣbaġ, Abû Naṣr u. a. Er starb im Šauwal d. J. 446 (1055) im Alter von 77 Jahren. (B. I. 328.)

224. Jaḥjâ b. Aḥmed, Abû Bekr, bekannt unter dem Namen Ibn el-Chaijâṭ (Sohn des Schneiders), war ein Schüler von Maslama b. Aḥmed el-Maġrîṭî in der Rechenkunst und Geometrie, ging dann zur Astrologie über und diente als Arzt und Astrolog unter andern dem Soleimân, dem

Sohne Ḥakems II. Er starb in Toledo 447 (1055/56) im Alter von nahezu 80 Jahren. (Ibn Abi U. II. 50.)

225. Ibrâhîm b. Muh. b. Ašaḥ el-Fehmî, Abû Isḥâq, von Toledo, war ein Schüler von Abû Muh. b. el-Qošârî und Jûsuf b. Aṣbaʿ (sic! sollte vielleicht heifsen Aṣbaġ) b. Chidr, und sehr vielseitig gebildet, vor allem in Sprachwissenschaft, Erbteilung und Rechenkunst. Er starb im Šaʿbân 448 (1056). (B. I. 94.)

226. Muh. b. ʿAbdallâh b. Muršid, Abû'l-Qâsim, Freigelassener des Wezirs Ibn Ṭumlus, aus Cordova, war ein ausgezeichneter Geheimschreiber und verband damit auch Kenntnisse in verschiedenen Wissenschaften, so in der Rechenkunst, Geometrie und Astrologie. Er starb Mitte des Ḏû'l-Ḥiǧǧe 448 (1057) über 90 Jahre alt; nach Ibn Ḥaijân[48] wurde er 356 (967) geboren. (B. V. 125.)

227. ʿOmar b. Aḥmed b. Chaldûn el-Ḥadramî, Abû Muslim,[a]) einer von den Edeln Sevillas und einer der Schüler des Maslama b. Aḥmed el-Maǧrîṭî, beherrschte die Philosophie, die Geometrie, die Astronomie und die Medizin; er glich den alten Philosophen in der Reinheit seiner Sitten und der Geradheit seines Handelns. Er starb in Sevilla i. J. 449 (1057/58). Zu seinen berühmtesten Schülern gehört Abû Ǧaʿfar Aḥmed b. ʿAbdallâh, bekannt unter dem Namen Ibn el-Ṣaffâr,[b]) der Arzt. (Ibn Abi U. II. 41; Maq. K. II. 232.)

228. El-Mubaššir b. Fâtik, Abû'l-Wefâ, el-Âmirî,[c]) einer der vornehmsten Emire Ägyptens und einer seiner vortrefflichsten Gelehrten, von grofser Arbeitskraft. Einer seiner treuesten Genossen und Freunde war Abû ʿAlî b. el-Haiṯam (s. Art. 204), dem er viel von seinem Wissen in der Mathematik und Astronomie zu verdanken hatte. Ebenso kam er oft mit dem Scheich Abû'l-Ḥosein, bekannt unter dem Namen Ibn el-Âmidî, zusammen und hörte bei ihm über Philosophie. Er beschäftigte sich auch mit Medizin und praktizierte zusammen mit Abû'l-Ḥasan ʿAlî b. Riḍwân (s. Art. 232). Er verfafste vortreffliche Werke über Logik und andere Gebiete der Philosophie. Er hatte eine sehr grofse Bibliothek, seine ganze Thätigkeit war dem Studium, dem Lesen und Schreiben gewidmet. Zu seinen Schülern gehörte unter andern Abû'l-Chair Salâma b. Mubârak b. Raḥmûn.[d]) (Ibn Abi U. II. 98; S. I. 311.)

---

[a]) Ein Vorfahre des berühmten Historikers Ibn Chaldûn.

[b]) H. VI. 478 hat „Ibn el-Zohr", was vielleicht richtiger ist, denn der oben genannte Ibn el-Ṣaffâr (s. Art. 196) kann es doch nicht wohl sein.

[c]) S. hat „el-Amawî".

[d]) Ein ägyptischer Arzt, der sich auch mit Philosophie und Astronomie be-

229. El-Ḥosein b. Muh., Abû ʿAbdallâh, el-Wannî[a]) el-Faraḍî (d. h. der Erbteiler) el-Ḥâsib (d. h. der Rechner), war eine der ersten Autoritäten auf den Gebieten der Erbteilung und Rechenkunst. Über die erstere Disziplin schrieb er vorzügliche Werke. Er war der Lehrer des ʿAbdallâh b. Ibrâhîm el-Chabrî (s. Art. 250) in Arithmetik und Erbteilung. Er wurde i. J. 451 (1059) in den durch den Türken Basâsîrî hervorgerufenen Unruhen in Bagdad erschlagen. (Ibn Ch. I. 146; Übers. I. 421.)

230. Jaḥjâ b. Ǧarîr, Abû Naṣr, el-Tekrîtî,[b]) war ein vortrefflicher Arzt und in verschiedenen Wissenschaften sehr bewandert. Er lebte zur Zeit des Naṣîr ed-daula b. Merwân, der 402—453 (1011—1061) über Dijâr-Bekr regierte. Er schrieb: Über die Tagewählerei in der Astrologie. (Ibn Abi U. I. 243.)

231. Ibn el-Nebdî[c]) lebte in Ägypten ums Jahr 435 (1043/44) und war bewandert in den Wissenschaften und in der Kunst der Verfertigung astronomischer Instrumente, von denen der Verfasser des *Târîch el-ḥokamâ* selbst eine Anzahl sehr schöner und genau ausgeführter gesehen hat. (C. I. 417 n. Ibn el-Q.)

232. ʿAlî b. Riḍwân (oder Roḍwân) b. ʿAlî b. Ǧaʿfar, Abû'l-Ḥasan, wurde in Ǧîze bei Kairo geboren. Im 14. Lebensjahre begann er in letzterer Stadt das Studium der Philosophie und Medizin und mufste sich, da sein Vater ohne Vermögen war, den Lebensunterhalt durch astrologische Prophezeiungen, medizinische Anfänger-Praxis und Privatunterricht erwerben. Vom 32. Lebensjahre an, als er schon einen Namen als bedeutender Mediziner erlangt hatte, gestalteten sich seine Lebensverhältnisse angenehmer; er trat in den Dienst des Chalifen el-Ḥâkim und wurde zum Chef der Ärzte Kairos ernannt. Später verlor er den gröfsten Teil seines Vermögens wieder, indem er durch eine Waise, die er in sein Haus aufgenommen hatte, bestohlen wurde; dieselbe flüchtete sich mit dem Gelde und konnte nicht mehr ausfindig gemacht werden; darob soll seine Geisteskraft sehr erschüttert worden sein, er starb in Kairo im Jahre 453 (1061) unter dem Chalifate des el-Mustanṣir billâh Abû Temîm b. el-Ḥâkim. — Er soll keinen noblen Charakter besessen haben, sondern ziemlich streitsüchtig und absprechend gewesen sein,[d]) weshalb er mit mehrern seiner Zeitgenossen,

---

schäftigt hat und mit dem der Spanier Abû'l-Ṣalt Omeija b. ʿAbdelʿazîz (s. Art. 272) in wissenschaftlichem Verkehr gestanden ist.

a) d. h. von Wann, einem Dorfe in Kûhistân, gebürtig.

b) d. h. von Tekrît, einer Stadt am Tigris oberhalb Bagdad.

c) So bei C., das Münchener Ms. des Ibn el-Q. hat „el-Sindbadî" und „el-Sinbadî", für letzteres kann leicht „el-Nebdî" gelesen werden.

d) Ein Beleg hierfür ist seine „Abhandlung darüber, dafs Ibn Boṭlân nicht

so unter andern mit dem Arzt Ibn Boṭlân, in mündliche und schriftliche wissenschaftliche Fehden verwickelt wurde. Er schrieb: Hinweisung auf die List derjenigen, welche sich als Kenner der Astrologie ausgeben und über den Ruhm der wirklichen Astrologen. Abhandlung darüber, dafs der Punkt und die Linie nicht abstrakte Begriffe seien, sondern in Wirklichkeit existieren. Über Fragen, die zwischen ihm und Ibn el-Haiṯam sich erhoben hatten, über die Milchstrafse und den Raum. Einen Kommentar zum Quadripartitum des Ptolemäus, in Oxford (I. 992), im Escurial (908 u. 911, 1⁰), lateinisch[a]) herausgegeben mit dem Quadripartitum zugleich in Venedig 1493 und 1519. (Ibn Abi U. II. 99; Abulfar. 356, Übers. 234; C. I. 347 u. 350.)

233. Muh. b. Aḥmed b. Muh. b. el-Leiṯ, ein Schüler des Ibn el-Burǵûṯ (s. Art. 221), war ein gewandter Rechner, Geometer und Astronom, auch bewandert in Sprach- und Rechtswissenschaft, von feiner Bildung und hohem Geist. Nach dem Qâḍî Ṣâʿid starb er in Surrajûn (?) im Gebiet von Valencia i. J. 455 (1063). (B. V. 127; Maq. K. II. 232.)[49]

234. Muh. b. Saʿîd el-Saraqosṭî (d. h. von Saragossa), bekannt unter dem Namen Ibn el-Maššâṭ (Sohn des Friseurs). Der Qâḍî Ṣâʿid kannte ihn persönlich und berichtet, dafs er nach Ägypten gereist sei, um dort mathematischen Studien obzuliegen.[50] (B. V. 127; C. I. 424.)

235. ʿOmar b. Ibrâhîm b. Muh. el-Hauzenî, Abû Ḥafṣ, bekannt unter dem Namen Ibn Abî Huraira, aus Sevilla, war von scharfem Verstand und verfügte über grofse Kenntnisse in den Wissenschaften, vor allem in der Rechenkunst. Ibn Chazraǵ erwähnt, er habe mit ihm Vorlesungen bei dem Faqîh el-Teimî gehört. Er starb am 7. Muḥarrem 456 (Dez. 1063) im Alter von 60 Jahren. (B. I. 393.)

236. ʿAbderraḥmân b. ʿAbdallâh b. Seijid el-Kelbî, Abû Zeid, aus Valencia, war sehr gelehrt in Rechenkunst und Geometrie, in letzterer Disziplin kam ihm keiner seiner Zeit gleich. Er wird erwähnt von dem Qâḍî Ṣâʿid und von Abû Ǧaʿfar b. el-Dallâl, nach diesem erhielt er von Abû ʿOmar b. ʿAbdelbarr[51] die Lizenz für die Vorlesung seines Buches über die Erbteilung. Er starb in Játiva im Ḏû'l-Qaʿda 456 (1064). (B. VI. 550.)[b])

237. El-Ḥosein b. Aḥmed[c]) b. el-Ḥosein b. Ḥaij el-Toǵîbî,

---

einmal das verstehe, was er selbst schreibe, geschweige denn das, was andere schreiben".

[a]) Aus dem Spanischen ins Lateinische übersetzt von Aegidius de Tebaldis.

[b]) C. II. 131 berichtet nach der gleichen Quelle, dafs er ein Werk über Arithmetik und Algebra geschrieben habe, was nicht in dem mir vorliegenden Texte steht.

[c]) Ibn Abi U. II. 40 hat „Muh."

aus Cordova, bekannt unter dem Namen Ibn Ḥaij, war ein Schüler von Ibn el-Burġûṯ (s. Art. 221) in Rechenkunst und Geometrie und ebenso auch von dem folgenden Gelehrten ʿAmr b. ʿAbderraḥmân el-Karmânî. Er beschäftigte sich eingehend mit den Gleichungen der Gestirne (Planeten) und verfaſste Auszüge aus Tafeln, die der Qâḍî Ṣâʿid erwähnt; er giebt auch seine Genealogie an und berichtet ferner, daſs er i. J. 442 (1050/51) aus Spanien wegzog, auf dem Meere viel Ungemach erlebte und sein Vermögen verlor, dann nach Ägypten, hierauf nach Jemen kam, wo er mit dem Emir dieser Provinz befreundet wurde; dieser schickte ihn als Gesandten zu dem Chalifen Qâ'im bi'amr allâh nach Bagdad, wo er wieder zu Besitztum kam. Er starb in Jemen nach seiner Rückkehr i. J. 456 (1064). (Maq. K. I. 577, II. 232.)

238. ʿAmr[a]) b. ʿAbderraḥmân b. Aḥmed b. ʿAlî el-Karmânî (d. h. aus Carmona stammend) Abû'l-Ḥakem, in Cordova geboren, einer der gelehrtesten Männer Spaniens in Arithmetik und Geometrie. Es sagt der Qâḍî Ṣâʿid: „Sein Schüler el-Ḥosein b. Muh. b. el-Ḥosein b. Ḥaij (s. Art. 237) erzählte mir von ihm, daſs keiner mit ihm in Wettbewerb treten konnte in der Geometrie, er schreckte vor der Lösung der schwierigsten Aufgaben nicht zurück. Er machte Reisen nach den Hauptstädten des Orientes und gelangte bis nach Ḥarrân in Mesopotamien und beschäftigte sich dort eingehend mit dem Studium der Geometrie und der Medizin; dann kehrte er nach Spanien zurück und lieſs sich in Saragossa nieder; er machte seine Landsleute zuerst mit den Abhandlungen der lautern Brüder bekannt.[b]) Er verwandte groſsen Fleiſs auf die Medizin und war sehr geschickt in verschiedenen Zweigen derselben, so im Kauterisieren und Amputieren. Er war nicht besonders bewandert in der theoretischen Astronomie und in der Logik; über diesen Punkt hat mir aber Abû'l-Faḍl Ḥasdâj b. Jûsuf el-Isrâ'îlî (s. Art. 264) erzählt, der hierüber wohl unterrichtet war, daſs im Gegenteil seine Stellung in den spekulativen (theoretischen) Wissenschaften eine solche war, daſs niemand in Spanien ihm hierin gleichkam.“ Er starb in Saragossa i. J. 458 (1066), 90 Jahre alt oder wenig darüber. (Ibn Abi U. II. 40; C. I. 436 n. Ibn el-Q.; Maq. K. II. 232.)

239. Aḥmed b. Moġîṯ b. Aḥmed el-Ṣadafî, Abû Ǧaʿfar, aus Toledo, war einer der gelehrtesten Männer dieser Stadt, eine Autorität in wissenschaftlichen Fragen, besonders in der Tradition, in der Erbteilung und Rechenkunst und in der Sprachwissenschaft. Er war ein Schüler von Abû

---

a) C. I. 436 hat „ʿOmar“, ebenso Maq. K. II. 232.

b) Wenn diese Angabe richtig ist, so müſste diejenige im Art. 176 über Maslama b. Aḥmed falsch sein.

Bekr Chalaf b. Aḥmed, Abû Muh. b. ʿAbbâs u. a. Er wurde geboren i. J. 406 (1015/16) und starb im Ṣafar 459 (1067). (B. I. 62.)

240. ʿAbdallâh[a]) b. Aḥmed von Saragossa, ein Schüler von Ibn el-Burġûṯ, zeichnete sich in Arithmetik, Geometrie und Astronomie aus. (Maq. K. II. 232; H. VI. 421 nach Gayangos I. 150, 429 u. 430.) Weiteres enthalten die Quellen über ihn nicht, ebensowenig wie über den folgenden Gelehrten:

241. Muchtâr el-Roʿainî, Abû'l-Ḥasan,[b]) bewandert in Geometrie und Astronomie, ebenfalls Schüler von Ibn el-Burġûṯ. (Maq. K. II. 232; H. VI. 421 nach Gayangos l. c.)

242. ʿÎsâ b. Aḥmed b. Ṯâbit b. Abî'l-Ǧahm el-Wâsiṭî[c]) studierte unter seinem Vater (gest. i. J. 437 (1045/46) nach Ibn Baškuwâl) und war sehr gebildet und gelehrt in der Rechenkunst, er hatte viele Schüler in dieser Disziplin. (B. II. 640.)

243. Merwân b. Ḥakem el-ʿArqî (?), Abû ʿAbdelmelik, aus Sevilla, war ein sehr eifriger Forscher und beschäftigte sich besonders mit der Rechenkunst, die er bei Abû'l-Qâsim b. el-Ṭoneizî (s. Art. 188) gehört hatte. Er wurde geboren im Ǧumâdâ I. 386 (996) und starb im Šauwâl 462 (1070). (B. II. 558.)

244. Ṣâʿid b. Aḥmed b. ʿAbderraḥmân b. Muh. b. Ṣâʿid el-Qorṭubî, Abû'l-Qâsim, bekannt unter dem Namen Ibn Ṣâʿid oder Qâḍî Ṣâʿid, stammte aus Cordova, wurde geboren zu Almeria i. J. 420 (1029), und lebte später in Toledo als gelehrter Jurist und Qâḍî dieser Stadt unter Jaḥjâ el-Mâmûn b. Ḏî'l-Nûn. Auch als Historiker zeichnete er sich aus und schrieb auf diesem Gebiete mehrere viel zitierte Werke, so eine Universalgeschichte der Völker (Belehrung über die Klassen der Völker) und eine Geschichte der Gelehrten unter den Arabern und den fremden Völkern. Er besafs auch ausgedehnte mathematische und astronomische Kenntnisse, einer seiner Lehrer in diesen Wissenschaften war Abû'l-Welîd el-Waqšî (s. Art. 257); wir haben schon im Art. 176 eine Stelle aus seinem Buche über die Klassen der Völker erwähnt, wo er bemerkt, er habe in seinem astronomischen Werke „über die Verbesserung (der Berechnung) der Bewegungen der Gestirne und die Belehrung über die Irrtümer der Astronomen" auf die Fehler aufmerksam gemacht, die Maslama b. Aḥmed el-Maġrîṭî in seiner Neuausgabe der

---

a) H. VI. 421 hat „ʿAlî".

b) Gayangos I. 429 hält diesen Muchtâr für den gleichnamigen Qâḍî von Almeria unter dem Fürsten Zoheir el-ʿÂmirî, welcher 419 (1028) Fürst von Almeria wurde.

c) d. h. von Wâsiṭa (Jâqût hat „Wâsiṭ"), einem Flecken im Gebiete von Cabra, südlich von Cordova.

Tafeln des Muh. b. Mûsâ el-Chowârezmî stehengelassen habe. Dasselbe Werk des Ṣâ'id wird auch genannt in dem Artikel der „Chronik der Gelehrten" des Ibn el-Qifṭî über Ibn el-Adamî, wo es heifst, er (Ṣâ'id) habe aus den Tafeln des Ibn el-Adamî viel bisher Unbekanntes erfahren, das er in seinem oben genannten Werke verwertet habe (vergl. C. I. 430). Durch den jüdischen Astronomen Isḥâq Israeli zu Toledo (ums Jahr 1310) erfahren wir ferner, dafs Ṣâ'id auch ein eifriger Beobachter gewesen ist; er habe Muslime und Juden zu seinen astronomischen Beobachtungen herbeigezogen, deren Resultate zusammen mit denjenigen seines jüngeren Zeitgenossen el-Zarqâlî die Grundlagen der Toledanischen Tafeln bildeten.[a]) Ibn Ṣâ'id starb im Šauwâl des Jahres 462 (1070). (B. I. 234.)

245. Muh. b. Chaira (oder Chîra) el-'Aṭṭâr, Freigelassener des Muh. b. Abî Harîra (oder Huraira), des Geheimschreibers des Ismâ'îl b. D̲î'l-Nûn von Toledo. Er studierte unter Ibn el-Ṣaffâr (s. Art. 196) und Ibn Burġût̲ (s. Art. 221), war bewandert in Arithmetik und Erbteilung und lehrte diese Wissenschaften in Cordova noch im Jahre 460 (1068) nach dem Qâḍî Ṣâ'id. (B. V. 128.)

246. 'Abderraḥmân b. Muh. b. 'Abdelkerîm b. Jaḥjâ el-Lachmî, einer der Edeln Spaniens, war sehr besorgt um Ausarbeitung und Vorlesung der Bücher des Aristoteles u. a. über Philosophie und mathematische Wissenschaften; er war auch sehr tüchtig in der Kenntnis der einfachen Heilmittel und der Bücher des Dioskorides und des Galenus hierüber, die er ordnete und zu einem ca. 500 Blätter fassenden Bande zusammenstellte. Er befolgte in der Medizin eine eigene vorzügliche Methode und hatte grofse Erfolge. Er war eine zeitlang Wezir des Fürsten Jaḥjâ b. D̲î'l-Nûn von Toledo und im Jahre 460 (1068) noch am Leben. Er soll i. J. 387 (997) geboren sein. (C. I. 405 n. Ibn el-Q.; Ibn Abi U. II. 49.)

247. 'Abderraḥmân b. Chalaf b. 'Asâkir el-Dâremî (?), Abû'l-Ḥasan, ein spanischer Arzt, verwandte auch grofsen Fleifs auf Geometrie und Logik und war ein Schüler von Ibn el-Baġûniš (s. Art. 222). (Ibn Abi U. II. 50.)

248. Isḥâq b. Jûnis war ein gelehrter Arzt und Philosoph in Kairo. Er hatte die Philosophie unter Ibn el-Samḥ[52] studiert und Mathematik unter Ibn el-Hait̲am, wie die Randglossen beweisen, die er der Arithmetik des Diophantus nach (d. h. wahrscheinlich nach Diktaten, Vorlesungen des) Ibn el-Hait̲am beigefügt hat.[b]) Er wird ca. 470 (1077/78) gestorben sein. (Ibn Abi U. II. 99.)

---

[a]) Vergl. Steinschneiders Alfarabi in den Mémoires de l'acad. des sciences de St. Pétersbourg. VII. Série. T. XIII. p. 141 ff.

[b]) Diese Stelle ist bei Ibn Abi U. sowohl im Art. „Ibn el-Hait̲am", als auch

249. Aḥmed el-Moqtadir billâh und sein Sohn Jûsuf el-Mutamin, Könige von Saragossa aus dem Stamme der Benî Hûd, pflegten sehr eifrig die Wissenschaften, besonders Philosophie, Mathematik und Astronomie. Über den erstern bricht Abû'l-Welîd el-Šaqundî (d. h. von Sagunt) in einem Briefe an den Maġrebiner Abû Jaḥjâ b. el-Moʿallim el-Ṭanǧî (d. h. von Tanger), in welchem er sein Vaterland Andalusien verteidigt und preist, in die Worte aus: „Habt Ihr (Maġrebiner) in der Wissenschaft der Gestirne, in der Philosophie und Geometrie auch einen König aufzuweisen wie el-Moqtadir b. Hûd von Saragossa?“ Der zweite schrieb ein Werk mathematisch-astronomischen Inhaltes, betitelt „das Buch der Vollendung (*istikmâl*) und der optischen (?) Erscheinungen (*manâẓir*)“, von welchem Josef b. Jehûdâ b. Aknin,[a]) ein Schüler des Meimonides, in seiner Schrift „Medizin der Seele“ sagt, es sollte neben dem Euklides, den mittlern Büchern und dem Almagest ebenfalls von denjenigen gelesen werden, die sich dem Studium der mathematischen Wissenschaften widmen wollen.[b]) — Aḥmed regierte von 439—474 (1047—1081) und Jûsuf von 474—478 (1081—85). (Maq. K. I. 206 und II. 141.)

250. ʿAbdallâh b. Ibrâhîm el-Faraḍî, Abû Ḥakîm, el-Chabrî,[c]) Schüler von el-Ḥosein b. Muh. el-Wannî (s. Art. 229), war hervorragend in Rechenkunst und Erbteilung. Er schrieb über letztere Disziplin mehrere Werke und über erstere einen *Talchîṣ* (Auszug). Auch in der Sprachwissenschaft war er bedeutend. Er starb i. J. 476 (1083/84). (Ibn Ch. I. 421, Note 2.)

251. ʿAbdallâh b. Jûnis b. Ṭalḥa b. ʿAmrûn el-Wahrânî (d. h. von Oran), Abû Muh., kam als Kaufmann nach Spanien zur Zeit des grofsen Wassers i. J. 429 (1037/38) und schlug seinen Wohnsitz in Sevilla auf. Er überlieferte nach afrikanischen Scheichen (Gelehrten), wie Abû Muh. b. Abî Zeid u. a. und war sehr bewandert in Rechenkunst und Medizin. Er wurde nahezu 80 Jahre alt. (B. I. 292.)

252. ʿAbderrahmân b. ʿAbdallâh b. ʿIjâḍ el-Jaḥṣabî (?) el-Mukattib, Abû Zeid, aus Saragossa, war gelehrt in der Koranlektüre und Rechenkunst. Einer seiner Schüler war der Qâḍî Abû ʿAlî el-Ṣadafî (s. die Quellen). (B. VI. 552.)

---

im Art. „Isḥâq b. Jûnis“ etwas unklar, wahrscheinlich hat Ibn el-Haiṯam einen Kommentar zur Arithmetik des Diophantus geschrieben und Isḥâq b. Jûnis zu diesem Kommentar Glossen hinzugefügt.

[a]) Vergl. Art. 342: Jûsuf b. Jaḥjâ b. Isḥâq el-Sebtî.

[b]) Vergl. Steinschneider, die mittlern Bücher der Araber etc. in Z. f. M. Ph. 10. Jahrg.

[c]) d. h. von Chabr, einem Orte bei Nîšâpûr, gebürtig.

253. Muh. b. el-Ḥasan b. el-Qarnî (?), Abû ʿAbdallâh, der Geheimschreiber, war auch Rechner und Astronom und lebte auf der Insel Sicilien. (Bibl. arabo-sicula da M. Amari, p. 595, aus ʿImâd ed-dîn el-Iṣfahânî[53] nach Ibn el-Qaṭṭâʿ.[54])

254. ʿOmar b. el-Ḥasan b. el-Qûnî (?),[a]) Abû Ḥafṣ, der Geheimschreiber, lebte ebenfalls in Sicilien und war Sprachgelehrter, Dichter, Astronom und Geometer. (Ibid. p. 596, nach demselben.)

255. Ibrâhîm b. Jaḥjâ el-Naqqâš (der Graveur), Abû Isḥâq, bekannt unter dem Namen Ibn el-Zarqâla oder el-Zarqâlî,[b]) wahrscheinlich aus Cordova gebürtig, der hervorragendste astronomische Beobachter seiner Zeit und Erfinder astronomischer Instrumente. Von ihm stammt die sog. *Ṣafîḥa* des Zarqâlî (d. h. das Zarqâlische Astrolabium, oder eigentlich „Scheibe", lat. saphaea Arzachelis), „berühmt unter den Astronomen, weil sie auf wunderbare und doch kurze Art zur Beobachtung aller astronomischen Erscheinungen dienstbar gemacht werden kann. Als dieses Instrument den Astronomen des Orients zu Gesichte kam, waren sie hoch erstaunt und hielten es nicht für möglich, es zu verstehen ohne göttliche Hilfe". Von el-Zarqâlî rühren verschiedene Beobachtungen her, die vielfach benutzt worden sind; auf dieselben stützte unter andern seine Arbeiten Ibn el-Ǧemmâd (soll wohl heiſsen „Kemmâd" oder „Kemâd", vgl. Art. 487) el-Andalusî, der nach ihnen drei Tafeln verfaſste: die erste nannte er „die Kreisbewegung", die zweite „das endlose Ziel", aus beiden machte er einen Auszug und nannte ihn „das (aus den beiden andern) Entlehnte". (Soweit C. I. 393 n. Ibn el-Q.) — Wir haben schon im Art. 244 darauf hingewiesen, wie el-Zarqâlî im Verein mit Ibn Ṣâʿid beobachtet und damit die Grundlagen zu den Toledanischen Tafeln gelegt hat.[c]) Die Hauptwerke des Zarqâlî sind seine eben genannten Tafeln mit Erläuterungen (Regeln) dazu und seine Beschreibung und Gebrauchsanweisung zur *Ṣafîḥa*. Von den erstern hat man bis jetzt kein arabisches Manuskript gefunden,[d]) wohl aber exi-

---

[a]) Da aus „el-Qarnî" leicht „el-Qûnî" entstehen kann, oder umgekehrt, so ist es möglich, daſs die in Art. 253 u. 254 behandelten Sicilianer Brüder sind.

[b]) Der Name wird verschieden geschrieben, die ältesten Quellen, Ibn el-Abbâr (vergl. Vorw.) und el-Ḥasan Abû ʿAlî von Marokko (vergl. Art. 363) haben „el-Zarqâla", der arabische Text aus Ibn el-Q. bei Casiri hat „Ibn el-Zarqijâl".

[c]) Vergl. hierüber auch Steinschneider, Etudes sur Zarkali, im Bullet. Boncomp. T. XIV. (1881) p. 174, und für weiteres über Zarqâlî T. XVI., XVII., XVIII. und XX. derselben Zeitschrift.

[d]) Wahrscheinlich existiert ein Teil derselben in München (853); dieses Ms. trägt keinen Titel, aber am Schlusse heiſst es: Ende des Kanons des Eumathius (?) in der Verbesserung (Bearbeitung) des Abû Isḥâq el-Naqqâš, bekannt unter dem Namen el-Zarqâla. Abschrift v. J. 655 (1257).

stieren lateinische Übersetzungen derselben, so z. B. eine solche zu Oxford (Aula Mariae Magd. Nr. I, 9) durch Gerard von Cremona: Canones Arzachelis in tabulas Toletanas a Mag. Gerardo Cremonensi ordinati. Andere Übersetzungen ohne Gerards Namen befinden sich in Oxford und Paris (7421, 8⁰).[a]) — Von seiner Beschreibung der *Ṣafîḥa* existieren, soviel mir bekannt ist, folgende arabische Mss.: Escurial (957), Leiden (1070 u. 71), Brit. Mus. (426, 12⁰) unvollständig, Oxford (St. John's Coll. 175) unter dem Titel: libellus de motu solari, dasselbe handelt aber doch über die *Ṣafîḥa*. Auch hebräische, spanische und italienische Übersetzungen sind vorhanden: ich verweise für dieselben auf die genannte Abhandlung Steinschneiders. Lateinische Übersetzungen der Beschreibung der *Ṣafîḥa* sind vorhanden: in Paris (Fonds. lat. 7195), in Bern (196, 1⁰),[b]) wahrscheinlich unvollständig, in Wien (Cod. Pal. Vind. 5258, 5280 u. 5496), die letztere mit Kommentar von dem bayerischen Astronomen Jakob Ziegler, verfaſst i. J. 1504 in Köln;[c]) ferner noch je eine solche in Oxford (Bodl.), in Cambridge (Coll. Cajus-Gonville) und im Brit. Mus.[d]) Ob alle diese Abhandlungen mehr oder weniger genaue Übersetzungen des arabischen Originals seien, ist zweifelhaft; es existiert nämlich auch eine Abhandlung von Joh. de Lineriis (Lignières), betitelt: Instrumentum sapheae. Eine Übersetzung wurde auch im Druck herausgegeben von Joh. Schoner i. J. 1534 in Nürnberg, unter dem Titel: Sapheae recentis res doctrinae patris Abrysakh Azarchelis summi astronomi a Joanne Schonero Carolo-Stadio Germano etc.[e]) — Im Brit. Mus. (977, 18⁰) befindet sich auch ein astrologisches Werk, das dem Zarqâlî zugeschrieben wird, ohne Titel; es handelt über den Einfluſs der Planeten, wahrscheinlich gehören dazu die zwölf Planetentafeln in Nr. 977, 17⁰; das gleiche Werk befindet sich auch in Wien (1421), betitelt: Anweisung über die verschiedenen Stellungen der Planeten am Himmel und ihren Einfluſs auf die Erde und die Menschen etc. mit Tafeln der Planeten. — Zarqâlîs

---

[a]) Für Weiteres vergl. Wüstenfeld, die Übers. arab. Werke ins Latein. etc. p. 78 u. 79 und die genannte Abhandlung Steinschneiders.

[b]) Catal. codic. Bernens., edid. H. Hagen, 1875, p. 246.

[c]) Vergl. Steinschneider, Bibl. math. 1890, p. 11—12 und Eneström, ibid. 1896, p. 53—54. Über Jakob Ziegler vergl. S. Günther: J. Z., ein bayerischer Geograph und Mathematiker, in Forschungen zur Kultur- und Litteraturgesch. Bayerns, 4. Buch, 1896, p. 1—61.

[d]) Vergl. Steinschneider, Etudes sur Zarkali, l. c. T. XVII. p. 770. Die (oder eine) latein. Übers. der *Ṣafîḥa* soll von Joh. de Brixia (1263) herrühren, nach Steinschneider, Biblioth. math. 11 (1897), p. 35.

[e]) Daſs dieses nicht die Zieglersche Arbeit sei, wie Steinschneider vermutet, wurde von Eneström l. c. konstatiert.

Lebenszeit ist, wenn auch nicht ganz genau,[a]) doch mit ziemlicher Annäherung festzustellen, sie wird ungefähr in die Jahre 420—480 (1029—1087) fallen.[55]

256. ʿAbdallâh b. Fîrah, Abû Muh., aus Tortosa, war gelehrt in Erbteilung und Rechenkunst und erteilte in diesen Disziplinen Unterricht. Einer seiner Schüler war Abû Bekr Muh. b. el-Welîd von Tortosa.[56] (B. VI. 453.)

257. Hišâm b. Aḥmed b. Châlid el-Kenânî, Abû'l-Welîd, bekannt unter dem Namen el-Waqšî, aus Toledo, studierte unter Abû ʿOmar von Salamanca, Abû Muh. b. ʿAbbâs el-Chaṭîb u. a. Es sagt der Qâḍî Ṣâʿid, der noch sein Schüler war: Abû'l-Welîd el-Waqšî war einer der gelehrtesten Männer seiner Zeit, er zeichnete sich besonders in Sprachwissenschaft, Erklärung der Dichter, in der Kenntnis des Rechtes und der Religion, dann auch in der Erbteilung, Rechenkunst und Geometrie aus. Er starb in Denia am 28. Ǧumâdâ II. 489 (1096) im Alter von 81 Jahren. (B. II. 592; Maq. K. II. 232 u. 233.)

258. Aḥmed b. Chamîs b. ʿÂmir b. Dimǧ, Abû Gaʿfar, aus Toledo, beschäftigte sich hauptsächlich mit Geometrie, Astronomie und Medizin; er arbeitete auch auf dem Gebiete der Sprachwissenschaft und hatte auch Glück in der Poesie. Er war ein Zeitgenosse des eben genannten Gelehrten el-Waqšî. (Ibn Abi U. II. 41.)

259. Muh. b. ʿÎsâ b. Maʿjûn el-Zahrî[b]) el-Fâriḍ, Abû ʿAbdallâh, studierte in Denia unter Ibn Seijide,[57] hatte grofse Kenntnisse in der Sprachwissenschaft, der Erbteilung und der Rechenkunst. Zu seinen Schülern gehörte unter andern Abû Bekr b. Abî'l-Daus.[58] (B. V. 140.)

260. Isḥâq b. Jûsuf el-Ṣardafî el-Jemenî (d. h. aus Jemen), Abû Jaʿqûb, gestorben ca. 500[c]) (1106/7), schrieb: *Mochtaṣar el-hindî* (Abrifs der indischen Rechenkunst), in Berlin (5960 u. 61). Einen Kommentar dazu mit vielfachen Zusätzen schrieb Abû Bekr b. ʿAlî b. Mûsâ el-Hâmilî, Sirâǧ ed-dîn, aus Jemen, gest. 769[d]) (1367/68), unter dem Titel: *Maʿûnet el-ṭullâb* (die Hilfe der Studierenden) über die Kenntnis der Rechenkunst, in Berlin (5977).

261. ʿAbdallâh b. el-Faqîh,[e]) Abû Muh., bekannt unter dem

---

[a]) Woher Ahlwardt (Verzeichnis der arab. Handschr. der kgl. Bibl. zu Berlin, 5. Bd. p. 271) das genaue Todesjahr 493 (1100) hat, weifs ich nicht.

[b]) d. h. von Zahra, der berühmten Villenvorstadt von Cordova, jetzt nicht mehr existierend.

[c]) Nach H. Ch. V. 21, der ihn el-Ṣardî statt el-Ṣardafî nennt.

[d]) So bei H. Ch. V. 454, dagegen II. 24 i. J. 765.

[e]) Vielleicht der Sohn des in Art. 235 erwähnten el-Faqîh el-Teimî.

Namen el-Elšî (aus Elche), in Granada wohnhaft, war ein vollendeter Kenner der Erbteilung und Rechenkunst und erteilte in beiden Disziplinen Unterricht. Einer seiner Schüler war Abû ʿAbdallâh b. el-Faras (Farrâ?), der berichtet, el-Elšî habe ein hohes Alter erreicht. (B. VI. 464.)

262. El-Ḥasan b. ʿAbdelaʿlâ el-Kelâʿî el-Safâqisî, Abû ʿAlî, hörte in seiner Vaterstadt Safâqis[a]) bei Abû'l-Ḥasan el-Lachmî die Rechte, kam nach Spanien, hörte hier bei Abû ʿAbdallâh b. Saʿdûn u. a. und liefs sich zuletzt in Ceuta nieder. Er war ein bedeutender Rechtsgelehrter und besafs auch grofse Kenntnisse in der Rechenkunst und Geometrie. Er starb in Aġmât im Muḥarrem d. J. 505 (1111) nach ʿIjâḍ el-Qâḍî.[59] (B. V. 25.)

263. Muh. b. Muh b. Muh., Abû Ḥâmid, el-Ġazzâlî, der berühmte arabische Philosoph und orthodoxe Gelehrte, der Gegner der griechischen Philosophie und alles fremden (nicht muhammedan.) Wissens, der Verfasser der bekannten *Tahâfut el-falâsife* (= Vernichtung der Philosophen), geboren zu Ṭûs i. J. 450 (1058/59), mufs, trotzdem er ein Feind der alten Wissenschaften war, doch hier genannt werden als Verfasser zweier (?) Werke über Astronomie. Das eine, betitelt „Kompendium der Astronomie“ war früher in Paris (1217), ist aber jetzt verloren; das andere „über die Bewegung und Natur der Gestirne“ befindet sich, aber mangelhaft, im Escurial (937), es ist dieses vielleicht identisch mit dem vorhergehenden. Abû Ḥâmid el-Ġazzâlî starb in Ṭûs im Ǧumâdâ II. 505 (1111). (Ibn Ch. I. 463, Übers. II. 621; Abulfid. III. 375; Ibn Š., 13.)

264. Ḥasdâj b. Jûsuf b. Ḥasdâj, Abû'l-Faḍl, aus Saragossa, von edler jüdischer Familie aus dem Stamme des Propheten Moses, verwandte grofsen Fleifs auf die Systematisierung der Wissenschaften, befestigte die Grundlagen der Sprachwissenschaft, hatte auch Talent für die Poesie und Rhetorik und ragte in der Arithmetik, Geometrie und Astronomie hervor. Er verstand auch Musik und versuchte sich in der Ausübung derselben, er war auch ein eifriger Naturphilosoph und tiefblickender Arzt. Im Jahre 458 (1066) stand er im Jünglingsalter. (Ibn Abi U. II. 50.)

265. Taufîq b. Muh. b. el-Ḥosein, Abû Muh., aus Spanien oder Nord-Afrika stammend, in Damaskus lebend, war Geometer, Astrolog und Litteraturkenner. Er gab verschiedene wissenschaftliche Werke und Poesien heraus. Er starb in Damaskus im Ṣafar d. J. 516 (1122). (C. I. 441 n. Ibn el-Q. und Münchner Ms. 440, fol. 42[b].)

266. ʿOmar b. Ibrâhîm el-Chaijâmî,[b]) Ġijâṯ ed-dîn, Abû'l-Fatḥ, ein Perser, geb. ca. 430—440, war in seiner Jugend befreundet mit

---

[a]) Das heutige Sfâkis oder Sfaks in Tunis.

[b]) Pers. gewöhnlich nur ʿOmar Chaijâm genannt, Chaijâm bedeutet „der Zeltmacher“.

el-Ḥasan b. el-Ṣabbâḥ (vergl. Anmerkg. 7), dem nachmaligen Stifter der gefürchteten ismaelitischen Sekte der Assassinen, und mit el-Ḥasan b. ʿAlî aus Ṭûs, dem spätern Wezir Niẓâm el-mulk der Seldschukischen Fürsten Alp Arslân (455—65) und Melikšâh (465—85). Er war ein bedeutender Gelehrter, bewandert in den Wissenschaften der Alten, pantheistischen Anschauungen zuneigend, die Schwächen des Islams und der dogmatischen Theologie als geistreicher satirischer Dichter in seinen „Vierzeilern" geifselnd. Im Jahre 467 (1074/75) wurde er von Melikšâh als Astronom an die neu gegründete Sternwarte in Raj (oder Nîšâpûr?) berufen, in Verein mit zwei andern Gelehrten, nämlich Abû'l-Moẓaffar el-Isfarâînî und Meimûn b. el-Neǵîb el-Wâsiṭî. Er erhielt hier den Auftrag, die persische Zeitrechnung neu zu ordnen und ist also der Begründer der sog. Ǧelâleddinischen Aera (so genannt nach dem Ehrennamen „Ǧelâl ed-dîn" des Sultans Melikšâh). Er starb i. J. 517[a]) (1123/24) in Nîšâpûr. Er schrieb philosophische und mathematische Werke; von den erstern ist noch vorhanden die Schrift über die Existenz (*fî'l-wuǵûd*), nach den Werken des Aristoteles, im Ms. Mf. 258 der Berliner Bibliothek;[b]) von den letztern finden sich noch vor: 1. Abhandlung über die Algebra,[c]) in Leiden (1020), in Paris (2458, 7⁰ und 2461), ersteres unvollständig, im Ind. Off. (734, 10⁰); dieses Werk, eines der ausgezeichnetsten der arabischen mathematischen Litteratur, wurde herausgegeben von Woepcke: L'algèbre d'Omar Alkhayyâmî, publ., trad. et accomp. d'extraits de manuscr. inédits, Paris 1851. 2. Kommentar zu den Schwierigkeiten in den Postulaten des Euklides, in Leiden (967), verfafst i. J. 470. 3. Über die Kunst, die Quantitäten des Goldes und des Silbers in einem aus diesen beiden Metallen gemischten Körper zu erkennen, in Gotha (1158, 11⁰). Verloren zu sein scheint das im Kat. von Leiden (p. 40, Nr. 967) erwähnte Buch: *muškilât el-ḥisâb* (schwierige Probleme der Rechenkunst). (Münchener Ms. 440, fol. 95[b]; Woepcke, l'algèbre d'O. Alkh., p. V, n. Ibn el-Q.; Abulfid. III. 239; A. Müller, der Islam etc. II. 97 f.)

267. Ibn[d]) el-Waqšî el-Ṭolaiṭelî (aus Toledo), wahrscheinlich der Sohn des in Art. 257 behandelten Hišâm b. Aḥmed el-Waqšî, wird von

---

[a]) Vergl. Wittstein, Histor. Miscellen, in der Z. f. M. Ph. 40 (1895), hist.-litt. Abtlg. p. 3; auch der Kat. von Gotha hat als Todesjahr 517, Brockelmann dagegen 515, aus welcher Quelle, weifs ich nicht.

[b]) Vergl. auch Bibl. math. 12 (1898), p. 74. Dieses Werk fehlt im Kat. der Berliner Bibl. von Ahlwardt und deshalb wohl auch bei Brockelmann, Gesch. der arab. Litteratur, 1. Bd. p. 471.

[c]) Oder auch: Abhdlg. über die Beweise zu den Problemen der Algebra.

[d]) Maq. L. II. 255 hat „Ibn", Maq. K. dagegen „Abû", ich acceptiere die erstere Lesart.

Maqqarî unmittelbar mit diesem zusammen genannt als kenntnisreich in Logik und Geometrie und als Verfasser astronomischer Tafeln. (Maq. K. II. 232.)

268. Mozaffar el-Isfarledî, der Imâm, schrieb einen Auszug aus den Elementen des Euklides (*Ichtiṣâr li-uṣûl Uqlîdis*); das 14. Kap. desselben, entsprechend dem 14. Buche des Euklides (resp. Hypsikles), befindet sich in Paris (2458, 4⁰), es wurde in französ. Übersetzung (aber nur die Lehrsätze, ohne Beweise) veröffentlicht von L. A. Sédillot in den Notices et extr. des mss. T. XIII. Paris 1838, p. 146—148. Es wäre möglich, dafs dieser Mozaffar identisch wäre mit dem Genossen ʿOmar el-Chaijâmîs (s. Art. 266) Abû'l-Mozaffar el-Isfarâ'înî, oder dann dessen Sohn. Nach dem Pariser Ms. mufs diese Abhandlung Mozaffars vor dem Jahre 539 verfafst worden sein.

269. ʿAbdelʿazîz b. ʿAlî b. ʿAbdelʿazîz, Abû'l-Aṣbaġ, aus Tortosa, war ein Schüler von Abû Baḥr el-Asdî u. a., Rechtsgelehrter und Litteraturkenner, bewandert in der Erbteilung und Rechenkunst, beschäftigte sich auch mit Medizin. Er begab sich als Abgesandter der Bürger seiner Vaterstadt zu Ibn Tâšfîn,[a]) nach seiner Rückkehr ereilte ihn der Tod zu Granada i. J. 523 (1129). (B. VI. 624.)

270. ʿAlî b. el-Naṣîr, Abû'l-Ḥasan, el-Adîb (d. h. der Litterat oder litterarisch Gebildete), wird von Abû'l-Ṣalt (s. Art. 272) als der gelehrteste und gründlichste der ägyptischen Astrologen jener Zeit (d. h. der Zeit von ca. 480—520, 1087—1126) bezeichnet, der allein tiefer auf die Prinzipien der Wissenschaft und die Ursachen der Erscheinungen eintrat. Da ihm Abû'l-Ṣalt dieses Lob erteilt, so halte ich es für wahrscheinlich, dafs er der Verfasser des in Berlin (5895) sich befindenden Werkes über die Astrologie sei, betitelt: *sefînet el-aḥkâm* (das Buch [eigentlich Schiff] der Urteile), das einem el-Naṣîrî (oder vielleicht auch Noṣairî) zugeschrieben wird und das Ahlwardt „ein inhaltreiches Sammelwerk für astrologische Anschauungen" nennt; der Verfasser sagt auch in der Vorrede, man müsse in der Astrologie sorgfältig prüfen und das Richtige vom Falschen sondern. Nach Ibn el-Q. war er Qâḍî in Ober-Ägypten. (Abulfar. 377, Übers. 248; Ibn el-Q. Münchener Ms. 440, fol. 93ᵇ.)

271. Rizqallâh el-Naḥḥâs (der Kupferschmied), wird von Abulfar. nach Abû'l-Ṣalt das Haupt der ägyptischen Astrologen und Lehrer von einer grofsen Zahl von Schülern genannt. Abulfar. und Ibn el-Q. erzählen von

---

[a]) Wenn das Todesjahr 523 richtig ist, so mufs dies der Almorawidische Fürst von Marokko ʿAlî b. Jûsuf b. Tâšfîn (oder auch Tâšufîn) sein, der auch etwa mit Auslassung des Vaters ʿAlî b. Tâšfîn genannt wird; Jûsuf b. Tâšfîn starb schon i. J. 500.

ihm ebenfalls nach Abû'l-Ṣalt eine Anekdote aus seiner astrologischen Praxis. (C. I. 436 n. Ibn el-Q.; Abulfar. 376, Übers. 247.)

272. Omeija b. ʿAbdelʿazîz b. Abî'l-Ṣalt, Abû'l-Ṣalt, aus Denia, wurde geboren i. J. 460 (1067/68) und zählte zu den ersten Ärzten Spaniens, auch in der Litteraturkenntnis und den mathematischen Wissenschaften erreichten ihn wenige. Er war ein Schüler von Abû'l-Welîd el-Waqšî, dem Qâḍî von Denia (s. Art. 257). Ferner war er talentvoll in der Musik und spielte sehr schön auf der Zither. Abû'l-Ṣalt reiste 489 (1096) nach Ägypten und hielt sich längere Zeit in Kairo auf, wo er wegen eines verunglückten Versuches, ein bei Alexandria gesunkenes Schiff zu heben, von dem Chalifen Âmir bi-aḥkâm allâh unter dem Wezirat des Melik el-Afḍal b. Emîr el-Ǧujûš in den Kerker geworfen wurde. Im Jahre 505 wurde er wieder freigelassen, ging dann im folgenden Jahre nach Mahdîja (in Tunis), wo er von dem Emir ʿAlî b. Jaḥjâ b. Temîm b. el-Moʿizz b. Bâdîs sehr ehrenvoll aufgenommen wurde. Hier wurde ihm ein Sohn ʿAbdelʿazîz geboren, der ein angesehener Dichter und vorzüglicher Schachspieler wurde und zu Beǧâja i. J. 546 (1151) gestorben ist. Abû'l-Ṣalt starb am 1. Muḥarrem d. J. 529 (1134) (nach andern 528) in Mahdîja.

Von Schriften des Abû'l-Ṣalt werden genannt: 1. Ägyptische Briefe, in denen er erzählt, was er in den ägyptischen Städten gesehen hat und von den Ärzten, Astronomen und Dichtern berichtet, mit denen er zusammengetroffen ist; dieselben sind dem Fürsten von Tunis Abû'l-Ṭâhir Jaḥjâ b. Temîm b. el-Moʿizz b. Bâdîs gewidmet, dem Vater des oben genannten Emirs, der 510[a]) gestorben ist. 2. Ein Buch über die Geometrie. 3. Ein Kompendium der Astronomie: als er dieses dem Wezir el-Afḍal überreicht hatte, zeigte dieser es seinem Astrologen Abû ʿAbdallâh el-Ḥalebî (von Aleppo), und als dieser es durchgesehen hatte, bemerkte er: „Aus diesem Buche zieht der Anfänger keinen Vorteil und der Geübte kann es entbehren." 4. Eine Abhandlung über den Gebrauch des Astrolabiums, in Berlin (5798), Leiden (1072), unvollständig, Oxford (I. 967, 10°), St. Petersburg (128, 2°), Mailand (Ambros. 279, c). 5. Über die verschiedenen Bedeutungen des Wortes *„nuqṭa"* (Punkt), in Leiden (1024). 6. Sechs Antworten auf Fragen, die ihm vorgelegt wurden, meist astronomischen und naturphilosophischen Inhaltes, im Escurial (643, 2°). (Ibn Ch. I. 80, Übers. I. 228; Abulfar. 375, Übers. 246; Ibn Abi U. II. 52; Maq. K. I. 372.)

273. ʿAbdelkerîm, Abû Muh., der Sicilianer, der Geometer, wurde von dem Wezir Afḍal (487—515, 1094—1121) an das von ihm gegründete Observatorium in Kairo als Astronom berufen, mufste aber, als der

---

a) Ibn Ch. hat 509; ʿAlî, sein Sohn, starb schon 515.

Chalife Âmir den Bau wieder niederreifsen liefs (wahrscheinlich ums Jahr 1126), aus Kairo flüchten. Es werden neben ihm noch als Astronomen an dieser Sternwarte genannt: Abû Ǧaʿfar b. Ḥasdâj (s. Art. 277), der Qâḍî Ibn Abî'l-ʿAiš, der Chaṭîb (Prediger, Vorbeter) Abû'l-Ḥasan ʿAlî b. Soleimân b. el-Bewwâb, Abû'l-Munaǧǧî b. Sened (Sind?) el-Sâʿâtî, der Geometer aus Alexandria u. a. (Bibl. arabo-sicula, von M. Amari, p. 669, aus Maqrîzîs Beschreibung von Ägypten.)

274. Muh. b. Aḥmed b. Gâlib b. Chalaf, Abû ʿAbdallâh, el-Toǧîbî, aus Valencia, bekannt unter dem Namen el-Baqqassânî.[a]) Er war ein Kenner der Erbteilung und der Rechenkunst und beschäftigte sich auch mit Medizin. Er starb ums Jahr 530 (1135/36) nach Ibn ʿIjjâd.[60] (B. V. 164.)

275. Ḥanûn b. Ibrâhîm b. ʿAbbâs b. Isḥâq el-Jaʿmarî, Abû'l-Ḥasan, aus Ubbeda[b]) (Provinz Jaen), war gelehrt in der Erbteilung und Rechenkunst, die er in seiner Vaterstadt auch lehrte, beschäftigte sich nebenbei auch mit schöner Litteratur. Er verfafste ein grofses Buch über das Geschäftsrechnen (*moʿâmalât*). Er starb ums Jahr 530. (B. V. 36.)

276. Muh. b. Aḥmed b. Abî Bišr, Abû Bekr,[c]) Behâ ed-dîn, el-Charaqî,[d]) starb in Merw i. J. 533 (1138/39). Er schrieb: *El-tabṣira* (die Einsicht Verschaffende), über die Wissenschaft der Astronomie, in Gotha (1384), Leiden (1073), Brit. Mus. (1339, 2⁰), Oxford (I. 911, 921 u. 976), Berlin (5670), Escurial (950), mit Kommentar eines Anonymus, Konst. (2578—81). *Muntahâ el-idrâk* (das höchste Verständnis), über die Einteilung der Sphären, in Paris (2499), Berlin (5669); der Verfasser heifst in beiden Mss. wohl unrichtig: Abû Muh. ʿAbdelǧabbâr b. ʿAbdelǧabbâr el-Charaqî. Die *tabṣira* soll nur ein Auszug aus diesem sein, gewidmet dem Wezir Abû'l-Ḥosein ʿAlî b. Naṣîr ed-dîn (oder Naṣr ed-dîn) (H. Ch. II. 180). *El-risâle el-šâmile* (die umfassende Abhandlung), ein arithmetisches Werk (H. Ch. III. 63).

277. Muh. b. Jaḥjâ[e]) b el-Ṣâiġ, Abû Bekr, bekannt unter dem Namen Ibn Bâǧǧe, oder auch Ibn Ṣâiġ, der Philosoph Avenpace des christlichen Mittelalters, aus Saragossa, war ein bedeutender Arzt und einer der ersten Philosophen der Araber. Zuerst lebte er in Sevilla und praktizierte dort, dann begab er sich nach Fes an den Hof des Fürsten Jaḥjâ b. Tâšfîn und wurde sein Wezir. Von den auf ihn neidischen Ärzten an

---

[a]) Nach einem Flecken westlich von Valencia.

[b]) Dozy schreibt in seiner Ausgabe der Geographie Edrîsîs „Ubeda".

[c]) Bei C. und in den Mss. von Gotha und Oxford „Abû Muh." Brockelmann nennt ihn ʿAbdelǧabbâr b. Muh., Abû Muh., Behâ ed-dîn.

[d]) d. h. von Charaq, einem Dorfe bei Merw.

[e]) Ibn Ch. hat statt dieses Namens „Bâǧǧe".

diesem Hofe wurde er vergiftet im Ramaḍân d. J. 533 (1139). Abû'l-Ḥasan ʿAlî b. ʿAbdelʿazîz b. el-Imâm aus Granada, ein Zeitgenosse und Freund des Ibn Bâǧǧe, sagt von ihm, daſs er sich auch der Geometrie und Astronomie gewidmet und hierüber Werke hinterlassen habe, die zur Genüge seine Vertrautheit mit diesen Disziplinen bewiesen hätten. Ibn Abi U. nennt aber von mathematischen Abhandlungen nur: 1. Weniges über Geometrie und Astronomie in einem Briefe an seinen Freund Abû Ǧaʿfar Jûsuf b. Aḥmed b. Ḥasdâj (s. Art. 273) nach seiner Ankunft in Ägypten. 2. Seine Antworten auf geometrische Fragen des Ibn Seijid,[61] des Geometers, und dessen Entgegnung (?). (Ibn Abi U. II. 64; Ibn Ch. II. 7, Übers. III. 130; W. A. 93)

278. Hibetallâh b. el-Ḥosein b. Aḥmed, Abû'l-Qâsim, Bedîʿ el-Zamân (das Wunder der Zeit) el-Asṭorlâbî el-Baǧdâdî (n. Abulfar. el-Iṣfahânî), gewöhnlich genannt el-Bedîʿ el-Asṭorlâbî, einer der ausgezeichnetsten Gelehrten, Mediziner, Philosoph, Dichter, Mathematiker und Astronom, besonders aber nach dem Zeugnis von Muhaḏḏab ed-dîn Abû Naṣr Muh. b. Muh. el-Ḥalebî der erste seiner Zeit in der Verfertigung und Kenntnis des Astrolabiums. Der Vater Muhaḏḏab ed-dîns, bekannt unter dem Namen el-Burhân der Astrolog,[a]) aus Ṭabaristân gebürtig, eine Berühmtheit in dieser Kunst, war lange Zeit Genosse und Freund el-Asṭorlâbîs. Dieser verbesserte auch die Konstruktion des Himmelsglobus und das allgemeine (umfassende) Instrument, dessen Erfinder el-Choǧendî ist (s. Art. 173), der es aber nur für eine Breite eingerichtet hatte; ferner die Lineale (*masâṭir?*) und die Zirkel (vollkommenen?). Im Jahre 510 (1116/17) stand el-Asṭorlâbî mit Emîn ed-daula b. el-Talmîḏ[b]) in Ispahan im freundschaftlichen Verkehr; er starb i. J. 534 (1139/40). Nach Abulfar. soll er, wie sich beim Verlegen seines Grabes gezeigt hat, als Scheintoter begraben worden sein. Er schrieb: Astronomische Tafeln, betitelt „die Maḥmûdischen", weil sie dem Sultan Maḥmûd b. Muh. Abû'l-Qâsim dediziert wurden. Abulfid. erwähnt astronomische Beobachtungen, die unter Leitung el-Asṭorlâbîs i. J. 524 (1130) im Palast der Seldschukischen Sultane in Bagdad begonnen, aber nicht vollendet wurden. (C. I. 424 n. Ibn el-Q.; Ibn Ch. II. 184, Übers. III. 580; Ibn Abi U. I. 280; Abulfar. 395, Übers. 260; Kut. II. 390; Abulfid. III. 441 u. 483.)

279. ʿAbdelʿazîz b. Muh. b. Faraǧ b. Soleimân el-Qaisî, Abû'l-Aṣbaǧ, bekannt unter dem Namen el-Meknâsî, aus Játiva, hörte die

---

[a]) Ibn Ch. (Übers. IV. 138) nennt den Sohn Muhaḏḏab ed-dîn Ibn el-Burhân und nicht den Vater einen Mathematiker und Astronomen, irrt sich aber wahrscheinlich hierin.

[b]) Christlicher Arzt und Presbyter zu Bagdad, gest. i. J. 560 (1164) im Alter von 94 Jahren (vergl. W. A. 97).

Koranexegese bei seinem Vater und bei Abû ʿAlî Manṣûr b. el-Chair u. a., liefs sich in Granada nieder und las dort über Erbteilung und Rechenkunst. Er gehörte zu den vorzüglichsten Kennern der Litteratur und der mathematischen Wissenschaften. Er wurde geboren in Játiva i. J. 452 (1060) und starb zu Granada im Ṣafar 536 (1141). Es erwähnt dies sein Neffe Abû ʿAbdallâh Muh. b. ʿAbderraḥmân b. Muh. (ein Traditionist, Litteratur- und Korankenner, gest. im Ǧumâdâ II. 561 (1166)). (B. VI. 626.)

280. ʿAbdessalâm[a]) b. ʿAbderraḥmân b. Abî'l-Riǧâl Muh. el-Lachmî el-Ifrîqî, später el-Išbîlî (der Sevillaner) genannt, Abû'l-Ḥakem, bekannt unter dem Namen Ibn Barriǧân, hörte bei Abû ʿAbdallâh b. Manṣûr den *Ṣaḥîḥ* des Bochârî,[62] und war sehr bewandert in der Korankenntnis, Tradition und Metaphysik, worüber er verschiedene Schriften verfafst hat. Nach Ibn el-Zobeir[63] und Ibn Furtûn beschäftigte er sich auch eifrig mit Rechenkunst und Geometrie, war überhaupt sehr vielseitig und neigte sehr zur Mystik hin. Er starb in Marokko i. J. 536 (1141/42). (B. VI. 559 u. 645: Anhang zur Takmile des Ibn el-Abbâr aus Cod. Alger.; Ibn Ch. I. 471, Übers. II. 642.)

281. Muwaffaq Abû'l-Ḥasan, der Freigelassene des Jûsuf b. Ibrâhîm, bekannt unter dem Namen el-Masqâlî (oder Masfâlî),[b]) aus Almeria. Er hörte daselbst bei Abû ʿAlî el-Ṣadafî (s. d. Quellen) i. J. 506 (1112/13), dann auch bei Abû ʿAlî el-Ġassânî. Er war Rechner und Astronom und verfafste über letztere Wissenschaft ein Buch, betitelt „die richtige Leitung zu den Leuchten des Himmels"; dasselbe wird erwähnt von Ibn ʿIjjâd, der bemerkt, Muwaffaq habe dieses Werk als Auszug (aus einem andern umfangreichern) in Játiva i. J. 506 geschrieben. Er war auch Traditionist. (B. IV. 196 u. V. 408.)

282. Muh. b. Ibrâhîm b. Jaḥjâ b. Saʿîd, Abû ʿAbdallâh, bekannt unter dem Namen Ibn el-Emîn, stammte ursprünglich aus Toledo. Er studierte unter ʿÂmir el-Ṣaffâr und Abû Isḥâq el-Zarqâllah (sic!).[64] Er war hervorragend in der Kenntnis der Erbteilung, der Rechenkunst und der Geometrie (Ausmessungslehre). Er starb i. J. 539 (1144/45). (B. V. 175.)

283. Abû ʿAlî, der Geometer, lebte ums Jahr 520—30 (1126—36) in Ägypten, sein eigentlicher Name ist nicht bekannt.[c]) Er war gleich

---

[a]) So heifst er B. VI. 645 und bei Ibn Ch. I. 471 und im Pariser Ms. 2642, wo ein alchymistisches Werk von ihm sich befindet; dagegen B. VI. 559 heifst er mit Weglassung von ʿAbdessalâm blofs ʿAbderraḥmân b. Abî'l-Riǧâl Muh. etc.

[b]) Im Moʿǧam des Ibn el-Abbâr (B. IV. 196) steht „Masnâlî".

[c]) El-Sujûṭî (I. 312) hat einen el-Ḥosein b. Manṣûr, Abû ʿAlî, Arzt, Litteraturkenner und Dichter, gest. im Anfang des 6. Jahrh. d. H., vielleicht ist unser Abû ʿAlî mit diesem identisch, vergl. auch Anmerkg. 30.

ausgezeichnet als Geometer, wie als Kenner der Litteratur und Dichter. Ibn Ch. und Abulfar. führen von ihm Verse an, aus denen man den Geometer erkennt, dieselben Verse werden aber von andern dem Emîn ed-daula b. el-Talmîḏ (s. Art. 278) zugeschrieben. (C. I. 408 n. Ibn el-Q.; Ibn Ch. II. 192; Übers. III. 599; Abulfar. 385, Übers. 253.)

284. Ǧâbir b. Aflaḥ, Abû Muh., aus Sevilla, der Astronom Geber[a]) des Mittelalters, wird von keinem der bisher näher geprüften arabischen Biographen erwähnt, nur H. Ch. VI. 506 hat: *Hei'at ibn Aflaḥ* (die Astronomie des Ibn Aflaḥ), ohne jede weitere Bemerkung. Nach Steinschneider[b]) soll sein Sohn mit Meimonides (1135—1204) persönlich bekannt gewesen sein. Nach C. I. 367, der aber keine Quelle anführt, soll er durch seine astronomischen Beobachtungen, besonders über die Äquinoktien und Solstitien, sich ausgezeichnet haben. Er wird auch von el-Ḥasan b. ʿAlî von Marokko in seinem Werke „die Gesamtheit der Anfänge und der Enden" zitiert als Erklärer der Herleitung des Namens „gerade Sphäre". Seine Lebenszeit ist nicht genau festzustellen, doch darf man mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit annehmen, dafs sein Todesjahr zwischen 535 u. 545 (1140 u. 1150) liegen wird.

Seine „Astronomie" ist in Berlin (5653) und im Escurial (905 u. 925) noch vorhanden;[c]) sie wurde von Gerard von Cremona ins Lateinische übersetzt, zum erstenmal gedruckt in Nürnberg 1534 und zugleich mit Peter Apians Instrumentum primi mobilis und von diesem selbst herausgegeben. Meimonides soll im Verein mit seinem Schüler Joseph b. Jehûdâ b. Aknin eine verbesserte Ausgabe der Astronomie des Ǧâbir unternommen haben (vergl. Steinschneider, l. c. p. 72 und auch C. I. 293 n. Ibn el-Q.). Es wird ihm auch eine Abhandlung über den *šakl el-qaṭṭâʿ* (Transversalensatz) des Menelaus zugeschrieben, welche in der hebräischen Übersetzung eines Anonymus in Oxford (I. p. 84, Hebraeica 433, 2⁰) noch vorhanden ist;[d]) vielleicht ist dies nur eine Übersetzung des sich auf diesen Satz beziehenden Abschnittes seiner Astronomie. Ob das in einem Münchener Codex vorhandene hebräische Werk, betitelt *„Sefer ha-tamar"*, das über Geheimwissen-

---

[a]) Früher oft und jetzt noch (vergl. Anmerkg. 2) verwechselt mit dem berühmten Alchymisten Ǧâbir b. Ḥaijân.

[b]) Zur pseudepig. Litteratur des Mittelalters, 1862, p. 70.

[c]) Das Berliner Ms. und Nr. 925 des Escurial sind jedenfalls identisch und stimmen im Anfang und Schlufs mit der Gerardschen Übersetzung überein, dagegen zeigt Nr. 905 des Escurial Abweichungen im Anfang und Schlufs; das Berliner Ms. trägt den Titel „Verbesserung (*iṣlâḥ*) des Almagestes durch Ǧâbir b. Aflaḥ".

[d]) Vergl. auch Steinschneider, l. c. p. 72 u. 73.

schaften handelt, dem Ibn Aflaḥ zukomme, wie Steinschneider (l. c. p. 14 ff.) vermutet, bezweifle ich, der Verfasser desselben wird auch nicht Ibn Aflaḥ, sondern Abû Aflaḥ der Saragossaner genannt.

285. Muh. b. Soleimân el-Toğîbî el-Saraqosṭî, Abû ʿAbdallâh, gebürtig aus Saragossa, begab sich später nach Almeria. Er war ein Korankenner und bewandert in der Erbteilung und Rechenkunst; er schrieb hierüber (ob nur über die letzte oder über beide Disziplinen, ist ungewiſs) mehrere Werke. (B. V. 182.)

286. El-Zobeir b. Muh. el-Faraḍî, Abû Muh., aus Denia, ein Schüler des berühmten Rechtsgelehrten und Traditionisten Abû ʿAlî el-Ṣadafî (s. d. Quellen), war auch bewandert in der Erbteilung und Rechenkunst. Einer seiner Schüler war Abû ʿAbdallâh b. Saʿîd el-Moqri'. In B. IV. 88 ist in einer Randnote bemerkt, daſs el-Zobeir bei Abû Merwân Muh. b. Jûsuf el-Saraqosṭî i. J. 508 (1114/15) Vorlesungen gehört habe. (B. IV. 88 u. B. V. 73.)

287. Aḥmed b. Muh. b. el-Surâ (wird auch Surrî und Serî gelesen) Neğm ed-dîn, Abû'l-Futûḥ, bekannt unter dem Namen Ibn el-Ṣalâḥ, vortrefflich in den philosophischen und mathematischen Wissenschaften, klar und deutlich in der Sprache, hervorragend in der Medizin. Er stammte aus Hamadân in Persien und wohnte in Bagdad; von hier berief ihn Ḥosâm ed-dîn b. Ilġâzî b. Ortoq, Herr von Mâridîn, zu sich und überhäufte ihn mit groſsen Ehren. Er blieb lange Zeit sein Gesellschafter und Leibarzt, dann begab er sich nach Damaskus und blieb dort bis zu seinem Tode, der nach Ibn el-Q. (Münchener Ms. 440, fol. 158b) i. J. 548 (1153/54), nach Ibn Abi U. (II. 164) einige Jahre nach 540 erfolgt ist.[a]) Von ihm existieren noch: Zwei geometrische Probleme, in Leiden (1006); das erste verlangt, in einen gegebenen Kreis ein Dreieck zu zeichnen, dessen Seiten gleich dem Durchmesser des Kreises seien (?); das zweite handelt über die Ausmessung der Kugel; wahrscheinlich befinden sich dieselben Abhandlungen auch in Oxford (I. 913, 3⁰), wo der Titel nur lautet: „Problemata ad triangulum circulumque pertinentia". Über die in den Tafeln des 7 u. 8. Buches des Almagestes vorkommenden Fehler, in Oxford (I. 940, 11⁰).

288. ʿAdnân b. Naṣr b. Manṣûr Muwaffaq ed-dîn Abû Naṣr, bekannt unter dem Namen Ibn el-ʿAinzarbî, aus ʿAin-Zarba[b]) gebürtig, lebte längere Zeit in Bagdad, widmete sich der Medizin und Philosophie

---

[a]) Die Angabe Weils (Gesch. d. Chalifen III. 400), daſs Ḥosâm ed-dîn b. Ilġâzî die Herrschaft über Mâridîn 580 angetreten habe, ist wohl unrichtig, denn sein Vater Ilġâzî b. Ortoq kam schon 498 in den Besitz von Mâridîn (A. Müller, der Islam etc. II. 138).

[b]) Nach W. A. p. 95 = Anazarbus in Cilicien.

und betrieb mit besonderem Eifer die Astrologie. Von Bagdad zog er nach Ägypten und trat in den Dienst der dortigen Chalifen. Er verfaſste eine groſse Zahl von Werken über Medizin, Logik und andere Wissenschaften und hatte eine groſse Zahl von Schülern. Er starb i. J. 548 (1153/54) in Kairo. (Ibn Abi U. II. 107.)

289. Muh. b. Jûsuf b. ʿAmîra el-Anṣârî, Abû ʿAbdallâh, aus Orihuela, hörte die Koranexegese bei Abû ʿAbdallâh b. Farağ el-Meknâsî (Vater von Nr. 279) und Abû'l-Qâsim b. el-Nachchâs etc. Er war auch gelehrt in der Erbteilung und Rechenkunst. Nach Abû ʿAbdallâh b. ʿAbderraḥmân el-Meknâsî (s. Art. 279) starb er i. J. 549 (1154/55) in Orihuela (Provinz Murcia). (B. V. 199.)

290. ʿObeidallâh (auch ʿAbdallâh) b. el-Moẓaffar b. ʿAbdallâh Abû'l-Ḥakem, el-Bâhilî el-Andalusî, wurde geboren zu Almeria[a]) in Spanien i. J. 486 (1093), war vortrefflich bewandert in den philosophischen Disziplinen, in der Geometrie, in Litteratur und Medizin; er war auch ein guter Dichter, dem Scherz und dem Wein ergeben. Er machte die Wallfahrt nach Mekka das erste Mal 516, das zweite Mal 518, ging dann nach Damaskus, von hier nach Kairo und Alexandria, wo er noch weitere Studien machte, dann nach Bagdad, wo er sich für längere Zeit niederlieſs. Von seinem Aufenthalt daselbst erzählt Abulfar.[b]) folgende Geschichte: „Als er einst in den Straſsen der Stadt spazieren ging, sah er vor einem Hause einen Mann, der einem Jüngling den Euklid erklärte; er trat hinzu, hörte, daſs die Erklärungen mangelhaft waren und verbesserte dieselben; der Jüngling teilte dies seinem Vater mit und dieser ersuchte den Abû'l-Ḥakem, seinem Sohne von nun an in den mathematischen Wissenschaften Unterricht zu erteilen; dies geschah unter der Regierung des Chalifen el-Muktafî bi'amr allâh." Später zog Abû'l-Ḥakem nach Damaskus, wo er bis zu seinem Tode als Arzt wirkte; er starb im D̲û'l-Qaʿda 549 (1155). (Ibn Abi U. II. 144; Ibn Ch. I. 274, Übers. II. 82; Abulfar. 396, Übers. 261; Maq. K. I. 385 u. II. 17.)

291. Muh. b. ʿÎsâ b. ʿAbdelmunʿim,[c]) Abû ʿAbdallâh, el-Ṣiqillî[d]) (d. h. der Sicilianer), war Dichter, Geometer und Astronom, Meister in diesen Wissenschaften, angesehen bei den Gelehrten.[65] (Bibl. arab.-sicula,

---

[a]) W. A. p. 96 hat unrichtig „Murcia"; Ibn Ch. giebt nur seine Abstammung aus Almeria an, läſst ihn aber in Jemen geboren werden.

[b]) Hier heiſst er fälschlich „Abû'l-Ḥalm" statt „Abû'l-Ḥakem".

[c]) Ibn el-Q. (C. I. 434) und wohl nach ihm Ibn Chaldûn haben nur „el-Munʿim", nicht „ʿAbdelmunʿim"; das letztere wird aber das richtige sein, denn sein Vater heiſst nach der Bibl. arab.-sicula von Amari, p. 586 ʿÎsâ b. ʿAbdelmunʿim.

[d]) So nach Jâqût, wird aber auch gelesen „el-Siqulî".

von M. Amari, p. 587 u. 619, nach ʿImâd ed-dîn el-Iṣfahânî und Ibn el-Q.; C. I. 434 n. Ibn el-Q.)

292. Muh. b. Munachchal[a]) ben Raijân, Abû ʿAbdallâh, gebürtig von der Halbinsel Šuqar[b]), war ein Schüler von Abû Muh. el-Rakallî (?) u. a. und sehr gelehrt in der Korankenntnis, Grammatik, Lexikographie, in der Rechenkunst und Ausmessungslehre. Zu seinen Schülern zählten Dâ'ûd b. Muh. b. Naḍîr u. a. Er starb in seiner Heimat i. J. 551 (1156). (B. V. 204.)

293. ʿAbderraḥmân el-Châzinî, Abû Manṣûr, auch Abû'l-Fatḥ, aus Bagdad, schrieb ums Jahr 530: *el-zîǵ el-sinǵarî* (die Sinǵarischen Tafeln), gewidmet dem Sultan Sinǵar b. Melikšâh b. Alparslân (gest. 552), im Vatikan (761). Hammer (Biblioth. ital. T. 46) bemerkt, dafs diese Tafeln nicht weniger bekannt waren als die Ulûġ Beg'schen.[c])

294. Ḥizballâh b. Chalaf b. Saʿîd b. Huḏeil, Abû Muh., bekannt unter dem Namen el-Tarrâlibî, aus Valencia, machte die Wallfahrt nach Mekka und hörte in Alexandria den Selefî u. a. i. J. 539 (1144/45). Er hatte grofse Kenntnisse in der Erbteilung und Rechenkunst. (B. V. 34.)

295. Muh. b. ʿAbdelʿazîz b. Jûsuf el-Murâdî, Abû'l-Ṭâhir, bekannt unter dem Namen Ibn el-Ǧijâb (?), lebte nach Casiri im 6. Jahrh. d. H. und war gebürtig aus Sevilla. Er schrieb ein Werk, betitelt: *Taqjîd misâḥat el-suṭûḥ* (Registrierung der Ausmessung der Flächen), mit vielen ebenen und körperlichen Figuren, mit architektonischen und mechanischen Vorschriften, von dem noch ein Exemplar im Escurial (924) vorhanden ist und aus welchem Casiri einen Auszug über die im arabischen Spanien zu jener Zeit gebräuchlichen Mafse und Gewichte giebt. (C. I. 364—67.)

296. ʿAbderraḥîm . . . . (Lücke im Ms.) el-Šamûqî (?), las in Murcia über den Koran, die Sprachwissenschaft und Rechenkunst. Er war sehr gelehrt und scharfsinnig. El-Ḍabbî, dessen Werk (s. d. Quellen) dieser Artikel entnommen ist und der nach 592 gestorben ist, hatte noch unter ihm studiert. Er besorgte auch längere Zeit das Gebet in der Moschee zu Murcia. Er verfafste eine *Arǵûza* über die Rechenkunst, worin er der *Arǵûza* des Ibn Seijide[d]) entgegentrat. Er war ein vortrefflicher Mensch und hatte,

---

[a]) Er wird auch genannt „Muh. b. Muh.“

[b]) Dozy in seiner Ausgabe der Geographie Edrîsîs sieht hierin das heutige Alcira am Jucar, Provinz Valencia.

[c]) Es ist dies der in Useners Bonner Programm v. J. 1876 (ad historiam astron. symbola) nach H. Ch. (III. 564) Abû'l-Fatḥ ʿAbderraḥmân el-Châzin genannte Astronom; er soll nach H. Ch. ein freigelassener griechischer Sklave gewesen sein; bei Ibn el-Q. (f. 158[a]) heifst er: Abû'l-Faḍl el-Châzimî und sein Todesjahr wird auf ca. 582 (1186/87) angegeben.

[d]) Vergl. Art. 259 und Anmerkg. 57.

wenn er ausging, für den Geringsten wie für den Höchsten stets den Grufs bereit. (B. III. 361.)

297. Aḥmed b. ʿAlî b. Ibrâhîm, Abû'l-Ḥosein el-Qâḍî el-Rašîd, el-Aswânî (od. Oswânî)[a]), war ein besonders in den Wissenschaften der Alten, in Philosophie und Geometrie sehr bewanderter Mann, auch ein guter Dichter. Im Jahr 559 wurde er zum Inspektor der Verwaltung in Alexandria ernannt, welches Amt er nur gezwungen annahm; in der That brachten es seine Feinde auch dahin, dafs er im Muḥarrem d. J. 563 (1167) unschuldig verurteilt und hingerichtet wurde. (Ibn Ch. I. 51; Übers. I. 143; el-Sujûṭî I. 311.)

298. ʿAbdallâh b. Aḥmed b. Aḥmed, Abû Muh., bekannt unter dem Namen Ibn el-Chaššâb, geboren zu Bagdad i. J. 492, war ein bedeutender Korankenner und Traditionist, bewandert in Arithmetik und Erbteilung. Er starb zu Bagdad im Ramadân 567 (1172). (Ibn Ch. I. 267, Übers. II. 66; Abulfid. III. 645.)

299. ʿAbdallâh b. Šâkir b. Abî'l-Muṭahhir el-Maʿadânî,[b]) war ein ausgezeichneter Gelehrter, besonders in Geometrie und Astrologie bewandert. Er schrieb verschiedene Werke in persischer und arabischer Sprache, worunter auch Poesien. Er starb ums Jahr 570 (1174/75) in Ispahan. (C. I. 404 n. Ibn el-Q.)

300. Hibetallâh b. ʿAlî b. Melkâ,[c]) Abû'l-Barakât, el-Beledî, mit dem Ehrennamen Auḥad el-Zamân (der Einzige der (seiner) Zeit), wurde geboren in Beled,[d]) lebte später in Bagdad und war ein bedeutender Arzt unter dem Chalifen el-Mustanǧid billâh (gest. 566). Er war Jude, trat dann aber später zum Islam über. Er starb in Bagdad ca. 570 im Alter von 80 Jahren. Er schrieb: Über die Ursache, weshalb die Sterne bei Nacht erscheinen und bei Tage verschwinden, in Berlin (5671). In Oxford (I. 1042, 2⁰) befinden sich „Tafeln der Fixsterne" von Zein ed-dîn Abû'l-Barakât, vielleicht sind diese auch von unserm Autor verfafst. (Ibn Abi U. I. 278; Abulfar. 394, Übers. 259; W. A. 98.)

301. ʿAbdallâh b. Muh. b. Sahl el-Ḍarîr, Abû Muh., aus Granada, bekannt unter dem Namen Waǧh Nâfich,[66] hörte die Koranexegese bei Abû'l-Ḥasan b. Durrî, mit dem er lange Zeit befreundet war, und bei Abû'l-Qâsim ʿAbderraḥîm b. Muh. b. el-Faras. Er war auch bewandert in der Sprachwissenschaft und Litteratur und beschäftigte sich eifrig mit den

---

[a]) d. h. aus Assuan, dem alten Syene, gebürtig.

[b]) Der arabische Text Ibn el-Q.'s hat nach L. A. Sédillot (Prolégom. des tables astron. d'Oloug-Beg, Paris 1847, p. XC) noch den Beinamen „Šems ed-dîn".

[c]) W. A. 98 hat „Melkân".

[d]) So hiefsen mehrere Orte, einer derselben lag am Tigris oberhalb Moṣul

mathematischen Wissenschaften, die er unter einem der Genossen des Abû Bekr b. el-Ṣâiġ (s. Art. 277) studiert hatte. Er war Erzieher des Sohnes des Emirs Abû ʿAbdallâh b. Saʿd. Er wohnte in Murcia und starb daselbst in der Mitte des D̠û'l-Qaʿda 571 (1176); geboren war er zu Granada im Muḥarrem 490 (Ende 1096). (B. VI. 484; C. II. 99 u. 128 nach Muh. b. ʿAbdallâh Lisân ed-dîn.)[67]

302. Samû'îl b. Jaḥjâ[a]) b. ʿAbbâs el-Maġrebî el-Andalusî[b]) war ein vorzüglicher Kenner der mathematischen Wissenschaften und der Medizin. Er stammte aus dem Westen, wohnte eine zeitlang in Bagdad, wanderte dann nach Persien aus und blieb dort bis zum Ende seines Lebens. Der Scheich Muwaffaq ed-dîn ʿAbdellaṭîf b. Jûsuf el-Baġdâdî sagt: „Samû'îl war als Jüngling in Bagdad noch Jude, ging dann zum Islam über und starb im besten Mannesalter zu Merâġa. Er zeichnete sich in der Arithmetik so sehr aus, dafs ihm keiner seiner Zeit gleichkam, ebenso erreichte er in der Algebra den höchsten Grad der Ausbildung. Er hielt sich einige Zeit in Dijârbekr und Âd̠erbeiġân auf und schrieb Abhandlungen über Algebra, in welchen er gegen Ibn el-Chaššâb el-Naḥwî (den Grammatiker) auftrat, der sein Zeitgenosse und auch bewandert in Rechenkunst und Algebra war“ (s. Art. 298). Ibn el-Q. berichtet, dafs Samû'îl, nachdem er nach dem Osten gekommen war, nach Âd̠erbeiġân ging und dort in den Dienst der Pehlwâne trat, nachher seinen Wohnsitz in Merâġa aufschlug. Hier wurden ihm mehrere Söhne geboren, die sich alle der Medizin zuwandten. Er starb in Merâġa nach dem Jahre 570[c]) (1174/75). Er schrieb: Abhandlung an Ibn Chaddûd[d]) gerichtet über arithmetische und algebraische Fragen. Über die Schwächen[e]) der Geometer, für den Sultan Neǵm ed-dîn Abû'l-Fatḥ Šâh Ġâzî b. Ṭoġrulbeg im Ṣafar 570 geschrieben. Das Buch *el-Qiwâmî*[f]) über das indische Rechnen, verfafst i. J. 568. Das Buch über das rechtwinklige Dreieck, ein sehr schönes Werk, gerichtet an einen Bewohner von Ḥaleb, genannt der Šerîf.[g]) Das Buch *el-mambar* (Kanzel, Katheder, auch Rechenbrett) (?), über die Ausmessung (sic) der Körper aus gemischten Substanzen zur Bestimmung der unbekannten Mengen (der einzelnen Bestand-

---

[a]) C. und Abulfar. haben „Jehûdâ“.

[b]) Diesen Beinamen haben C. und Abulfar. neben el-Maġrebî.

[c]) Ahlwardt hat als Todesjahr 576, nach H. Ch.

[d]) Sollte wahrscheinlich heifsen „Ibn el-Chaššâb“.

[e]) Das arabische Wort heifst *iʿǵâz* oder *aʿǵâz*; Hammer übersetzt „Wunder“, und Steinschneider (Biblioth. math. 1896, p. 81) „Schwierigkeiten“.

[f]) Sehr wahrscheinlich so genannt nach dem Sekretär Qiwâm ed-dîn Jaḥjâ b. Saʿîd el-Šeibânî (s. Art. 314), dem es wohl gewidmet war.

[g]) C. fügt hier n. Ibn el-Q. noch hinzu: „in welchem eine Reihe von Figuren behandelt sind und von jeder der Flächeninhalt berechnet ist“.

teile). Enthüllung der Irrtümer der Astrologen, in Oxford (I. 964), in Leiden (1074). Anleitung (*tabṣira*) zur Rechenkunst, in Oxford (I. 966, 1°) und Berlin (5962).[a] Das genügende (Buch) über die Rechnung der Drachmen und Dinare, ein Kompendium des Buches von el-Karchî.[67] Ein Gedicht über Handrechnung (Fingerrechnung).[b] (C. I. 440 n. Ibn el-Q.; Ibn Abi U. II. 30; Abulfar. 408, Übers. 268.)

303. Muh. b. Abî'l-Ḥakem ʿObeidallâh b. el-Mozaffar, Abû'l-Meǵd, Afḍal ed-daula, der Sohn von Nr. 290, gehörte zu den hervorragendsten Gelehrten in Medizin, Geometrie und Astrologie. Er verstand auch die Musik sehr gut und spielte mehrere Instrumente. Er lebte zur Zeit des Sultans el-Melik el-ʿÂdil Nûr ed-dîn Maḥmûd b. Zenkî (gest. 569), der ihn zum Leiter des von ihm errichteten Hospitals ernannte. Er starb in Damaskus ca. 575 (1179/80). (Ibn Abi U. II. 155.)

304. Muh. b. ʿAbdelmelik b. Muh. b. Ṭofeil el-Qaisî, Abû Bekr, bekannt unter dem Namen Ibn Ṭofeil, der Abubacer des christlichen Mittelalters, gebürtig aus Wâdî Aš (Guadix[c]) in der Provinz Granada), lebte und lehrte die meiste Zeit seines Lebens in Granada. Er war ein berühmter Philosoph und Arzt, zeichnete sich auch in Mathematik und Astronomie aus; er war ein Schüler von Ibn Bâǵǵe und Lehrer des Ibn Rošd (Averroës). Er begab sich später an den Hof des Almohaden Jûsuf b. ʿAbdelmumin nach Marokko, trieb mit demselben philosophische und medizinische Studien und starb daselbst i. J. 581 (1185/86). (Ibn Ch. II. 374, Übers. IV. 474 u. 478; C. II. 76 nach Lisân ed-dîn; Gayangos, I. 335 nach demselben.)[68]

305. Muh. b. Jûsuf b. Muh., Abû ʿAbdallâh, Muwaffaq ed-dîn el-Arbilî (d. h. aus Arbela), geboren in Baḥrain, bedeutender Sprachgelehrter, Dichter und Kenner der alten Wissenschaften. Er lebte einige Zeit in Šahruzûr, dann in Damaskus, wo er mit Ṣalâḥ ed-dîn (Saladdin) zusammenkam und ihn in seinen Gedichten verherrlichte. Er schrieb eine Erklärung der Schwierigkeiten im Euklides. Er starb in Arbela im Rabîʿ II. 585 (1189). (Ibn Ch. II. 23, Übers. III. 172; Abulfid. IV. 103.)

306. ʿAbdelmelik b. Muh., Abû'l-Ḥosein, el-Šîrâzî, lebte ums

---

[a]) Hier wird er genannt: el Mozaffar b. Jaḥjâ el-Maǵrebî, bekannt unter dem Namen Samû'îl (im Oxforder Ms. el-Šamûlî); es wäre möglich, dafs diese *tabṣira* identisch wäre mit dem Buch *el-Qiwâmî*, das erste Kap. derselben ist nämlich betitelt: über die Kenntnis der indischen Zahlzeichen und ihre Rangordnungen; in den Quellen ist sie nicht erwähnt.

[b]) Die zwei letzten Schriften finden sich bei H. Ch. V. 20 und VI. 193 erwähnt, in den oben zitierten Quellen nicht.

[c]) Nicht Cadix, wie Wüstenfeld (W. G. 273) übersetzt.

Jahr 550 und starb vor 600 (1203/04). Er schrieb eine kürzere Bearbeitung (Kompendium) der sieben Bücher des Apollonius über die Kegelschnitte, nach der Übersetzung des Hilâl b. Abî Hilâl (s. Art. 49) und des Ṯâbit b. Qorra (s. Art. 66), noch vorhanden in Oxford (I. 913, 987 u. 988), in den letzten beiden Mss. nur das 5.—7. Buch mit Randbemerkungen von ungenanntem Verfasser; in Leiden (980), ebenfalls nur das 5.—7. Buch. Er soll auch nach einer Stelle des Oxforder Ms. 913 einen Auszug aus dem Almagest verfaſst haben, von welchem Qoṭb ed-dîn el-Šîrâzî (s. Art. 387) eine persische Übersetzung verfaſst hat. (Vergl. Nix, das fünfte Buch der Conica des Apollonius in der arabischen Übersetzung des Thabit ibn Corrah, Leipzig 1889, p. 4—8, und Steinschneider, Z. D. M. G. 50, p. 183.)

307. Maḥmûd b. Qâjid (?) el-Amûnî, Šaraf ed-dîn, von Mekka, vollendete i. J. 568 (1172/73) eine Abhandlung über die Geometrie und die indischen Ziffern (*fî'l-handase we'l-raqm el-hindî*), in Florenz (Palat. 309), unvollständig.

308. Muh. b. el-Ḥosein b. Zeid el-Ġâfiqî, Abû'l-Welîd, von Granada, ursprünglich aus Toledo stammend, ein angesehener und edler Mann, Steuereinnehmer in Granada und sehr bewandert in der Arithmetik. Er starb 588 (1192). (C. II. 91 n. Lisân ed-dîn.)

309. Mubaššir b. Aḥmed b. ʿAlî b. ʿOmar, Abû'l-Rašîd, el-Râzî, geboren und wohnhaft in Bagdad, genannt el-Ḥâsib (der Rechner), einzig zu seiner Zeit in dieser Kunst und der Kenntnis der Eigenschaften der Zahlen, wie auch in Algebra, Erbteilung und Astronomie. Er lehrte zur Zeit des Chalifen Nâṣir li-dîn allâh (575—622) und hatte viele Schüler. Der Chalife überliefs ihm die Auswahl der Bücher, welche er der hohen Schule el-Niẓâmîje in Châtûn[a]) schenken wollte. Er wurde geb. i. J. 530 und starb i. J. 589 (1193). (C. I. 428 n. Ibn el-Q.)

310. Muh. b. ʿAlî b. Šoʿaib, Fachr ed-dîn Abû Šoǧâʿ, bekannt unter dem Namen Ibn el-Dahhân (Sohn des Ölhändlers), war aus Bagdad gebürtig, begab sich später nach Moṣul, wo er sich an Ǧemâl ed-dîn el-Iṣfahânî, dem Wezir, anschloſs. Hierauf trat er in den Dienst des Sultans Saladdin über, der ihn zum Mitglied des Dîwâns von Maijâfâriqîn ernannte. Von hier begab er sich nach Damaskus, reiste dann i. J. 586 nach Ägypten, kehrte aber bald wieder nach Damaskus zurück, wo ihn wiederum Saladdin sehr ehrenvoll aufnahm. Er war sehr gottesfürchtig und enthaltsam, hatte groſse Kenntnisse in der Sprach- und Rechtswissenschaft, wie auch in Mathematik und Astronomie. Er verfaſste eine groſse Zahl von Werken, worunter auch sehr korrekt ausgeführte astronomische Tafeln. Im Jahre 589 machte

---

[a]) Es war dies eine Moschee in Damaskus, vergl. Art. 319.

er die Pilgerfahrt nach Mekka, auf der Rückkehr stürzte er bei el-Ḥille mit seinem Kameel und fand hiebei den Tod im Ṣafar d. J. 590 (1194). (Ibn Ch. II. 24, Übers. III. 175; Ibn Abi U. II. 182; W. G. 281.)

311. Muh. b. Omeija, Abû ʿAbdallâh, aus Baeza in Spanien, war ein bedeutender Meister (oder Lehrer) in der Rechenkunst und starb i. J. 591 (1195). (B. V. 265.)

312. Jaḥjâ b. Ismâʿîl el-Andalusî el-Bajâsî (von Baeza), Abû Zakarîjâ, Emîn ed-dîn, gehörte zu den berühmtesten Gelehrten, insbesondere in der Medizin und Mathematik. Er kam von Westen nach Ägypten und blieb längere Zeit in Kairo, hierauf ging er nach Damaskus und hörte dort bei Muhaḏḏab ed-dîn Abû'l-Ḥasan ʿAlî b. ʿÎsâ, bekannt unter dem Namen Ibn el-Naqqâš el-Baġdâdî. Er verfertigte für diesen verschiedene zur Geometrie (Meſskunde) gehörende Instrumente, denn er war geschickt in der Tischlerkunst. Er diente als Arzt dem Saladdin und war längere Zeit bei ihm in Beikâr (?); dann nahm er seinen Abschied und ging nach Damaskus, wo er bis zu seinem Tode blieb. (Ibn Abi U. II. 163.)

313. Kaʿb el-ʿAmil (oder ʿAmal) (?), der Rechner, aus Bagdad gebürtig und gestorben daselbst 593 (1196/97), war ein geschickter und viel um Rat gefragter Arithmetiker. (C. I. 427 n. Ibn el-Q.)

314. Jaḥjâ b. Saʿîd b. Hibetallâh, Abû Ṭâlib, Qiwâm ed-dîn el-Šeibânî, stammte aus Wâsiṭ, wurde aber geboren und lebte in Bagdad. Er gehörte zu den ausgezeichnetsten Staatssekretären und besaſs auch groſse Kenntnisse in der Arithmetik, war auch bewandert in der Rechtswissenschaft, in der Dogmatik und andern Wissenschaften. Er bekleidete während seines Lebens verschiedene Ämter, zuletzt war er Direktor der öffentlichen (Staats-) Korrespondenz und Inspektor der verschiedenen Verwaltungszweige. Er starb in Bagdad im Ḏû'l-Ḥiġġe 594 (1198). (Ibn Ch. II. 252, Übers. IV. 129.)

315. Muh. b. Aḥmed b. Muh. b. Rošd, Abû Welîd, der berühmte Kommentator des Aristoteles, der Averroës des Mittelalters, wurde geboren zu Cordova ca. 520 (1126), studierte zuerst Theologie und Rechtswissenschaft, wandte sich dann aber hauptsächlich der Philosophie, Medizin und Mathematik zu. Er war zuerst Qâḍî von Sevilla, dann von Cordova, und erwarb sich die Gunst des den Wissenschaften sehr zugeneigten Almohaden Abû Jaʿqûb Jûsuf (558—580) und auch seines Sohnes Jaʿqûb el-Manṣûr (580—595). Ums Jahr 591 fiel er bei letzterem, der durch fanatische Muslime aufgestiftet worden war, in Ungnade und wurde in das von Juden bewohnte Städtchen Lucena (ca. 8 Meilen südöstlich von Cordova) verbannt; 595 wurde er wieder freigelassen, gleich darauf starb el-Manṣûr und Averroës begab sich zu el-Manṣûrs Sohn Muh. nach Marokko, starb aber daselbst noch im gleichen Jahre 595 (1198/99). (Ibn Abi U. II. 75.)

Er schrieb: Einen Kommentar zu der Schrift „de coelo et mundo“ des Aristoteles. Über die Bewegung der Sphäre (*fî ḥarakat el-falak*), welche Schrift W. A. p. 107 für die in den Op. omn. Averr. Vol. IX. gedruckte Abhandlung „de substantia orbis“ hält. W. A. p. 108 hat aufserdem noch: Epitome Almagesti Ptolemaei, welche noch in einer hebräischen Übersetzung des R. Jakob b. Simson Anatoli an verschiedenen Orten vorhanden ist, unter andern in Paris (903, 3^{0}).[a]) Dafs die arabische Schrift, die sich in Paris (2458, 6^{0}) unter dem Titel „Propositions de trigonométrie sphérique pour servir à l'intelligence de l'almageste“ par le Schaikh Abou'l-Welîd, befindet, von Averroës herrühre und mit der Epitome Almagesti identisch oder ein Teil derselben sei, wie de Slane vermutet, ist kaum möglich, wenn das Datum der Abfassung des Ms. (539 d. H.) richtig ist.[b])

316. Ṭâhir b. Naṣrallâh b. Ǧehîl,[c]) Meǧd ed-dîn el-Ḥalebî, ein vorzüglicher Jurist und Mathematiker, lebte anfänglich in Aleppo und wurde dann als Lehrer an der Ṣalâḥîje in Jerusalem angestellt, wo er im J. 596 (1199/1200) im Alter von 64 Jahren starb. (Ibn Š., p. 94.)

317. Aḥmed b. el-Ḥâǧib, Muhaḏḏab ed-dîn, war ein berühmter Arzt und sehr bewandert in den mathematischen Wissenschaften, ebenso in Grammatik und Litteratur. Er wurde geboren in Damaskus, wuchs dort auf und studierte eifrig die Medizin unter Muhaḏḏab ed-dîn b. el-Naqqâš (s. Art. 312). Als dann Šaraf ed-dîn el-Ṭûsî (s. Art. 333) in Moṣul sich aufhielt und sich einen berühmten Namen in der Philosophie, Mathematik und andern Wissenschaften erworben hatte, reisten Ibn el-Ḥâǧib, sowie auch Muwaffaq ed-dîn ʿAbdelʿazîz el-Ḥakîm zu ihm, um unter ihm jene Wissenschaften zu studieren. Sie trafen ihn, wie er eben nach Ṭûs zurückzureisen im Begriffe war, sie gingen mit ihm dorthin und blieben daselbst längere Zeit; hierauf wandte sich Ibn el-Ḥâǧib nach Arbela, wo sich Fachr ed-dîn b. el-Dahhân (s. Art. 310) der Astronom aufhielt; er schlofs sich ihm an, arbeitete mit ihm und studierte mit ihm die astronomischen Tafeln, die Ibn el-Dahhân soeben verfertigt hatte; dann kehrte er nach Damaskus zurück. Er war ein eifriger Freund der Wissenschaften, besonders scharfsinnig in der Geometrie. Vor seinem Auftreten als Arzt versah er den Dienst bei den Uhren der grofsen Moschee in Damaskus; als Arzt wurde

---

[a]) Nach Steinschneider, Bibl. math. I. (1887) p. 99, und de Slane, Catal. des mss. arabes, p. 434.

[b]) Vielleicht ist sie von Abû'l-Welîd el-Waqšî (s. Art. 257), jedenfalls einem der bedeutendsten Geometer Spaniens, da Maqqarî ihn unter den wenigen nennt, die er der Aufzählung würdig gehalten hat.

[c]) Flügel (H. Ch. IV. 447) liest „Ǧoheil“, und als Todesjahr ist daselbst 591 angegeben.

er dann angestellt in dem Hospital, welches el-Melik el-ʿÂdil Nûr ed-dîn b. Zenkî in Damaskus errichtet hatte, nachher trat er in den Dienst des Taqî ed-dîn ʿOmar, Fürsten von Ḥamât und blieb daselbst bis zum Tode desselben, dann kehrte er wieder nach Damaskus zurück, ging dann nach Ägypten und trat in den Dienst Saladdins als Arzt und blieb bis zu dessen Tod bei ihm, hierauf wurde er Leibarzt des Sohnes von Taqî ed-dîn, el-Melik el-Manṣûr, Fürsten von Ḥamât und blieb bei ihm etwa zwei Jahre. Er starb an der Wassersucht, wahrscheinlich in den Jahren 595—600 (1199—1204). (Ibn Abi U. II. 181.)

318. El-Ḥasan b. el-Chaṭîr, Abû ʿAlî, el-Noʿmân el-Fârisî (d. h. der Perser), ein ḥanefitischer Rechtsgelehrter, besafs grofse Kenntnisse in Rechenkunst, Astronomie und Medizin, auch in Sprachwissenschaft und Geschichte. Er lebte lange Zeit in Kairo, hielt daselbst Vorlesungen und starb i. J. 598 (1201/02). (S. I. 172.)

319. Muh. b. ʿAbdelkerîm b. ʿAbderrahmân el-Ḥâriṯî, Abû'l-Faḍl Mu'eijid (oder Mu'jid) ed-dîn el-Muhandis[a]) (der Geometer). Er wurde geboren in Damaskus und wuchs daselbst auf. Er wurde „der Geometer" genannt wegen seiner vorzüglichen Kenntnisse in der Geometrie, die ihn berühmt machten, bevor er als Mediziner einen bedeutenden Namen hatte. Er war anfänglich Tischler und nebenbei auch Steinhauer; seine Arbeiten waren sehr gesucht, die meisten Thüren des grofsen Hospitals in Damaskus, welches el-Melik el-ʿÂdil errichtet hat, waren von ihm verfertigt. Šems ed-dîn el-Miṭwâʿ, der Augenarzt, einer seiner Freunde, erzählt von ihm, dafs seine erste wissenschaftliche Beschäftigung das Studium des Euklides gewesen sei, damit er sich in der Tischlerkunst vervollkommne. In jenen Tagen arbeitete er an der Moschee Châtûn hinter dem Munîbaʿ (?) im westlichen Teil von Damaskus; er ging jeden Morgen sehr früh hin, aber nicht, bevor er schon einiges aus dem Euklid gelernt hatte; so setzte er dies fort, bis er den ganzen Euklid durchstudiert hatte und ihn vollkommen verstand. Nachher machte er sich auch an den Almagest und studierte denselben ebenfalls ganz durch. Um dieselbe Zeit kam el-Šaraf el-Ṭûsî (s. Art. 333) nach Damaskus, der sehr gelehrt in den mathematischen Wissenschaften war, mit diesem trat Abû'l-Faḍl in Verkehr und studierte bei ihm jene Wissenschaften weiter; die Medizin studierte er unter Abû'l-Meǵd Muh. b. Abî'l-Ḥakem. Er verbesserte auch die Uhren an der grofsen Moschee in Damaskus. Er war dann später Arzt am grofsen Hospital daselbst und blieb in dieser Stellung bis zu seinem Tode, der i. J. 599 (1202/03) erfolgte. — Er schrieb: Astronomische Tafeln. Abhandlung über

[a]) W. A. 120 hat „Ibn el-Muhandis", was nach der Darstellung seines Lebens bei Ibn Abi U. unrichtig ist.

die Kenntnis der Kalenderzeichen. Über das Erscheinen des Neumondes, gerichtet an den Qâḍî Moḥjî ed-dîn b. el-Qâḍî Zekî ed-dîn. (Ibn Abi U. II. 190.)

320. ʿAbdallâh b. Muh. b. Ḥaǧǧâǧ, Abû Muh., aus Fes,[a]) bekannt unter dem Namen Ibn el-Jâsimîn (oder Jâsmîn), führte seine Abstammung auf den Berberstamm Isâsa (oder Asâsa) zurück, der in der Umgegend von Fes seine Wohnsitze hatte. Er studierte unter Abû ʿAbdallâh b. el-Qâsim die Rechenkunst und Zahlenlehre und beschäftigte sich auch mit andern Disziplinen. Er stand im Dienste des Sultans von Marokko. Er verfaſste eine *Arǧûza* (Gedicht) über die Algebra und las hierüber auch in Sevilla i. J. 587. Er wurde erdrosselt in Marokko i. J. 601 (1204/05), nach andern i. J. 600. (B. VI. 531.)

Seine *Arǧûza* war sehr verbreitet, was die noch zahlreich vorhandenen Mss. beweisen und wurde auch vielfach kommentiert; sie befindet sich u. a. O. im Escurial (943, 6⁰), in Berlin (5963—69) mit Kommentaren von Ibn el-Hâim, Sibṭ el-Mâridînî u. a., in Paris (4151, 6⁰), in Oxford (I. 966, 6⁰, 1034, 3⁰ u. 1238, 1⁰), das erste und dritte Ms. mit Kommentar von Ibn el-Hâim, im Ind. Off. (770, 2⁰) mit Kommentar von el-Qalaṣâdî, in Gotha (1491), in Algier (376, 8⁰), in Kairo (213—216, Übers. 46—48) etc. (s. auch Art. 423, 444 u. 445).

321. ʿAlî b. Muh. b. Farḥûn el-Qaisî, aus Cordova, ein Schüler von el-Selefî u. a. Er lieſs sich in Fes nieder und war ein vortrefflicher Kenner der Rechenkunst und Erbteilung. Er starb auf der Wallfahrt in Mekka i. J. 601. (B. VI. 675.)

322. Ahmed b. Mesʿûd b. Muh. el-Chazraǧî, Abû'l-ʿAbbâs, von Cordova, war hervorragend als Koraninterpret und Jurist, bewandert auch in der Sprachwissenschaft, Erbteilung, Rechenkunst und Medizin. Er verfaſste vortreffliche Werke und schöne Poesien. Er starb 601. (Maq. K. II. 5.)

323. El-Ḥasan b. ʿAlî b. Chalaf el-Omawî, Abû ʿAlî, bekannt unter dem Namen el-Chaṭîb, aus Cordova gebürtig, wohnhaft in Sevilla, studierte den Koran in seiner Vaterstadt unter Ibn Riḍâ u. a., die Traditionswissenschaft unter Abû'l'Ḥasan Jûnis b. Moġîṯ, die Sprachwissenschaft und Litteratur unter Abû Bekr b. Mesʿûd u. a. Er beschäftigte sich auch mit Astronomie und Astrologie. Abû'l-Welîd b. Rošd (Averroës) erteilte ihm die Lizenz für seine Lehren und Schriften (d. h. zu lehren, was er überliefert, doziert und geschrieben hatte). Er schrieb unter anderm ein Buch „über die helischen Untergänge der Mondstationen" (*el-anwâ'*), ferner ein solches, betitelt: „die schön gereihten Perlen", über die Kenntnis der Zeiten aus den Gestirnen, vielleicht identisch mit dem im Escurial (936)

[a]) Im Berliner Kat. (V. 328) heiſst er el-Išbîlî (der Sevillaner), weil er längere Zeit in Sevilla gelebt und gelehrt hat.

vorhandenen „Buch der Rechnung mit (nach) den Monaten" von el-Ḥasan b. ʿAlî el-Omawî, dessen Lebenszeit C. allerdings, wahrscheinlich aber unrichtig, um d. J. 356 ansetzt, während unser Autor nach Ibn el-Ṭailisân in Cordova i. J. 514 geboren und in Sevilla i. J. 602 (1205/06) gestorben ist. (B. V. 20.)

324. Ǧaʿfar el-Qaṭṭâʿ,[a]) genannt el-Sedîd,[b]) aus Bagdad gebürtig, war bekannt als Logiker, Dialektiker, Geometer und Erbteiler, ebenso als Bekenner des Schi'ismus. Er starb i. J. 602 in Bagdad. (C. I. 423 n. Ibn el-Q.)

325. Nûr ed-dîn el-Beṭrûǧî,[c]) Abû Isḥâq, der im Mittelalter unter dem Namen Alpetragius bekannte Astronom. Die mir vorliegenden arabischen Quellen enthalten nichts über diesen Gelehrten, aus hebräischen Quellen weifs man, dafs Abû Bekr b. Ṭofeil (gest. 581, s. Art. 304 und Anmerkg. 68) sein Lehrer war. Wahrscheinlich lebte er in Sevilla, wenigstens soll in dem bei C. I. 396 beschriebenen Ms. seiner Astronomie (*kitâb el-hei'a*) im Escurial (958) zu seinem Namen hinzugefügt sein „el-Išbîlî" (der Sevillaner). Dieses Werk, bekannt durch eine darin aufgestellte neue Theorie der Planetenbewegung, wurde 1217 von Michael Scottus ins Lateinische übersetzt, Handschriften dieser Übersetzung, die nie gedruckt worden ist, sind noch vorhanden in Paris (16654 u. 17155).[d]) Ins Hebräische wurde es 1259 von Moses b. Tibbon übersetzt und diese Übersetzung wieder ins Lateinische von Kalonymos b. David i. J. 1529; diese Übersetzung wurde 1531 mit Joh. de Sacro Bustos Sphaera und andern Werken unter dem Titel: Alpetragii Arabis Theorica planetarum physicis comm. probata nuperrime ad latinos translata a Calo Calonymos hebraeo Neapolitano, zu Venedig gedruckt.[e])

326. Muh. b. Aḥmed b. ʿAbdallâh b. Saʿd el-Hamdânî, Abû ʿAbdallâh, von Algeziras, ein Schüler von Abû Naṣr Fatḥ b. Muh. el-Ǧadâmî u. a., war ein kenntnisreicher und viel zitierter Erbteiler und Rechner. Er starb am 13. Ramaḍân 604 (1208) im Alter von 90 Jahren. (B. V. 290.)

327. Moses b. Meimûn, ein Jude aus Cordova, der Meimonides des Mittelalters, verliefs wegen der Judenverfolgungen unter den Almohaden Spanien ums Jahr 560 und begab sich nach Ägypten, wo er sich haupt-

---

a) C. transskribiert „el-Qoṭâʿ".

b) C. liest „el-Sodajed" (?).

c) d. h. aus dem Städtchen Pedroche nördlich von Cordova.

d) Vergl. Wüstenfeld, die Übers. arab. Werke in das Latein. etc. p. 99.

e) Vergl. Steinschneider, Vite di matemat. arabi etc., estratto dal Bullet. di bibliogr. e di stor. delle scienze mat. e fis. T. V. p. 106.

sächlich der Medizin widmete, aber auch philosophische und mathematische Studien betrieb, und in diesen sog. Wissenschaften der Alten einen grofsen Ruf erlangte. Er verbesserte und kommentierte mit seinem Schüler Jûsuf b. Jaḥjâ el-Sebtî (s. Art. 342) zusammen die Astronomie des Ibn Aflaḥ, ebenso das Buch des Ibn Hûd von Saragossa (s. Art. 249), betitelt „die Vollendung" (*istikmâl*). Meimonides war auch Leibarzt von Saladdin und seinem Sohne el-Melik el-Afḍal.[a]) Er starb i. J. 605 (1208/09).[b])

328. Muh. b. ʿOmar b. el-Ḥosein, Abû ʿAbdallâh, Fachr ed-dîn el-Râzî, Ibn el-Chaṭîb, einer der vortrefflichsten Philosophen und Theologen der Araber, bewandert in der Medizin und den mathematischen Wissenschaften, daneben aber auch ein eifriger Arbeiter auf dem Gebiete der Astrologie und Magie. Er wurde geboren im Ramaḍân 544 (1150), nach andern 543, in Raj in Chorâsân, studierte zuerst unter seinem Vater, dann unter Kemâl ed-dîn el-Semnânî und Meǧd ed-dîn el-Ǧîlî; als dieser nach Merâġa berufen wurde, begleitete ihn Fachr ed-dîn und studierte daselbst noch lange Zeit unter ihm Philosophie und Theologie. Später lehrte er in verschiedenen Städten Chorâsâns und Transoxaniens, hauptsächlich in Raj und Herât und hatte überall eine grofse Zahl von Zuhörern aus allen Ländern. Wenn er ausritt, so begleiteten ihn stets etwa 300 Studenten, unter diesen auch oft der Chowârezmšâh Muh. b. Tukuš. Zu seinen berühmtesten Schülern gehörten Zein ed-dîn el-Kašî, Qoṭb ed-dîn el-Miṣrî und Šihâb ed-dîn el-Nîsâbûrî. Er starb am 1. Šauwâl 606 (1210).

Er schrieb: Über die Postulate des Euklides. Ein Buch über die Geometrie, vielleicht die von W. A. p. 115 angeführten „Eclogae geometricae", die nach ihm noch in Leiden existieren sollen, ich habe aber dieses Buch im Katalog von Leiden nicht gefunden. Das ʿAlâ'ische Buch über die Tagewählerei, dem ʿAlâ ed-dîn Muh. b. Tukuš Chowârezmšâh gewidmet, in Paris (2521, 5^{0}), in Konstantinopel (2689) und vielleicht Fragmente daraus in Leiden (1078 u. 79). *El-sirr el-maktûm* (das verborgene Geheimnis), über die Geheimnisse der Gestirne, in Oxford (I. 917, 950, 981, 1016, II. 282, 2^{0}), in Leiden (1080 u. 81), Florenz (Palat. 319), Konstantinopel (2796) etc.; ein Auszug daraus befindet sich in Paris (2645). Er schrieb auch zwei Encyklopädien, die eine, 40 Disziplinen umfassend, betitelt *ǧawâmiʿ el-ʿulûm* (die Gesamtheit der Wissenschaften), in Leiden (16) pers., die andere, 60 Disziplinen enthaltend, betitelt *ḥadâ'iq el-anwâr* (die Gärten der Lichter), über die Wahrheiten der Geheimnisse, in Paris (fonds pers. 213), Leiden (17) pers., unvollständig, nur die mathematischen Disziplinen. Andere

---

[a]) So bei Ibn Abi U.; W. A. p. 110 und wohl nach ihm Brockelmann, Gesch. d. arab. Litt. I. 489, haben „el-ʿAzîz.

[b]) Brockelmann, l. c. hat unrichtig 601.

Werke über Geheimwissenschaften übergehe ich. (C. I. 181 n. Ibn el-Q.; Ibn Ch. I. 474, Übers. II. 652; Ibn Abi U. II. 23; Abulfar. 455, Übers. 298; Abulfid. IV. 239.)

329. ʿAbdallâh b. Idrîs b. Muh. b. ʿAlî el-Qodâʿî, Abû Muh., bekannt unter dem Namen Ibn Šaqq el-Leil, aus Onda, wohnhaft in Valencia, hörte in Cordova bei Abû'l-Qâsim b. Baškuwâl (s. d. Quellen) und bei Abû Muh. b. Falîh u. a. Er war aus angesehener, vornehmer Familie, vertrauenswürdig und wahrhaftig. Er zeichnete sich besonders als ein gründlicher Kenner der Rechenkunst aus. Er starb i. J. 607 (1210/11). (B. VI. 504.)

330. Muh. b. ʿAbderrahmân, Abû ʿAbdallâh, bekannt unter dem Namen Ibn el-Kâtib, aus Granada, beschäftigte sich neben litterarischen Studien hauptsächlich mit Arithmetik, Geometrie und Architektur. Über die beiden ersten Disziplinen schrieb er zwei Werke, deren Titel in den Quellen nicht angegeben sind. Er war Aufseher der Bauten in Granada, errichtete daselbst eine prachtvolle Gerichtshalle und steuerte zu dem Bau der Brücke über den Šenǧil (jetzt Genil) 4000 Dinaren bei. Er starb i. J. 607 in Granada. (C. II. 91 nach Lisân ed-dîn.)

331. Muh. b. Ahmed b. Chalaf b. ʿAijâš el-Ansârî el-Chazraǧî, Abû ʿAbdallâh, bekannt unter dem Namen el-Šantijâlî,[a]) aus Cordova, der Gebetsinhaber in der grofsen Moschee daselbst, ein Schüler des Abû'l-Qâsim b. Baškuwâl, der ihm die Lizenz erteilte, dessen Freund er war, und der ihm viele Bücher aus seiner Bibliothek schenkte. Er war ein gelehrter und frommer Mann, bewandert in der Tradition, im Recht, in der Erbteilung und Rechenkunst. Zu seinen Schülern gehörte unter andern Abû'l-Qâsim b. el-Tailisân, welcher berichtet, dafs Muh. b. Ahmed i. J. 534 od. 535 (1140) geboren und im Šaʿbân 609 (1213) gestorben sei. (B. V. 301.)

332. Muh. b. Ahmed b. Jarbûʿ, Abû ʿAbdallâh, aus Jaen gebürtig, liefs sich später in Ballas[b]) (oder Bullas) im Gebiet von Lorca nieder. Er war sehr bewandert in der Korankenntnis, in der Sprachwissenschaft und Rechenkunst. Er las und unterrichtete bald in Jaen, bald in Qaišâta (Quesada), bald in Ubeda, und verfafste ein vortreffliches Werk über die (verschiedenen) Arten der Poesien.[c]) Einer seiner Schüler war Abû ʿAbderrahmân b. Ġâlib. Er starb ums Jahr 610 (1213/14). (B. V. 307; C. II. 125 n. Lisân ed-dîn.)

---

[a]) d. h. aus Santa Ella (Provinz Cordova).

[b]) So steht es im Text, C. hat „bls“ (unvokalisiert) und übersetzt „Velez vel Balsa“.

[c]) C. hat noch: Edidit de arithmetica praeclarum opus, was in B. V. nicht steht.

333. El-Mozaffar b. Muh. b. el-Mozaffar Šaraf ed-dîn el-Ṭûsî (d. h. von Ṭûs gebürtig oder dort lebend), der Lehrer des Mûsâ b. Jûnis Kemâl ed-dîn (s. Art. 354), der Erfinder des Linear-Astrolabiums, bekannt unter dem Namen „der Stab des Ṭûsî".[a]) Er wird ums Jahr 610 gestorben sein. Von ihm existiert in Leiden (1082) eine Abhandlung über das Astrolabium, genannt *el-musaṭṭaḥ* (das ebene, flache), und ebenda (1027) eine geometrische Abhandlung, verfaſst für den Emir der Emire Sems ed-dîn i. J. 606 in Hamadân, in welcher es sich um die Teilung eines Quadrates in vier Teile handelt, von denen der im Innern ein Parallelogramm und die drei andern Trapeze sind und deren Flächen zu einander ein gegebenes Verhältnis haben sollen. — Im Ind. Off. (767, 3⁰) befindet sich von einem ungenannten Verfasser eine verkürzte Bearbeitung (*talchîṣ*) eines Werkes über Algebra von Šaraf ed-dîn el-Ṭûsî. (Ibn Ch. II. 133 u. 185, Übers. III. 470 u. 581.)

334. Muh. b. Soleimân b. ʿAbdelʿazîz b. Ġamr (soll vielleicht ʿOmar heiſsen) el-Salamî, Abû Bekr, aus Játiva, war ein Schüler von Abû Bekr b. Moġâwir u. a. Er war bewandert in der Litteratur und den Wissenschaften, besonders in der Arithmetik, Geometrie und Erbteilung. Er verwaltete das Richteramt in Elche (Provinz Murcia). Er las auch über die Maqâmen des Ḥarîrî und war sehr scharfsinnig in der Auflösung von Rätseln. Er starb in Játiva am Ende des Raǧeb 612 (1215). (B. V. 309; C. II. 125 n. Lisân ed-dîn.)

335. ʿAbdelmelik Abû Muh. el-Šiḏûnî,[b]) aus Sevilla, studierte Medizin unter Abû Merwân ʿAbdelmelik b. Zohr (gest. 557), und widmete sich lange Zeit ihrer Praxis, und war in Diagnostik und Behandlung vortrefflich. Er war sehr einsichtsvoll und scharfsinnig und hatte groſse Kenntnisse in der Astronomie und Philosophie. Er war Arzt von el-Nâṣir[c]) und starb in Sevilla unter der Regierung von el-Mustanṣir.[c]) (Ibn Abi U. II. 79.)

336. ʿAbdallâh b. el-Ḥosein b. ʿAbdallâh, Abû'l-Baqâ, el-ʿOkbarî, zubenannt Muḥabb ed-dîn, gelehrt in der Rechtswissenschaft, besonders in der Erbteilung, in der Rechenkunst und Grammatik. Er wurde

---

[a]) Vergl. meine Notizen hierüber in der Bibl. math. 9 (1895) p. 13—18 und 10 (1896) p. 13—15, und Carra de Vaux im Journal asiat. 1895 (Mai—Juin), wo der genannte Gelehrte die Stelle über dieses Instrument aus dem Werke des Abû'l-Ḥasan ʿAlî b. ʿOmar el-Marrâkošî im arab. Text und mit franz. Übersetzung veröffentlicht hat.

[b]) Nach C. II. 137 soll dies heiſsen „von Medina Sidonia stammend".

[c]) Muh. el-Nâṣir (595—610) und Jûsuf el-Mustanṣir (610—620) waren almohadische Beherrscher von Sevilla, also starb el-Šiḏûnî zwischen 610 u. 620 (1213 und 1223).

geboren und lebte in Bagdad, seine Familie stammte aber aus ʿOkbara.[a]) Er war blind. Seine Hauptwerke betreffen das Gebiet der Grammatik, er schrieb aber auch einiges über Arithmetik. Er starb in Bagdad im Rabîʿ II. 616 (1219). (Ibn Ch. I. 266, Übers. II. 65; Abulfid. IV. 285.)

337. ʿAlî b. Chalîfa b. Jûnis, Abû'l-Ḥasan, Rašîd ed-dîn, der Onkel des Ibn Abî U., wurde geboren zu Aleppo i. J. 579 (1183/84). Er studierte Medizin, besonders die Augenheilkunde, beschäftigte sich auch mit den mathematischen Wissenschaften, hauptsächlich mit Astronomie und Astrologie, die er unter Abû Muh. b. el-Ǧaʿdî studiert hatte, der ein vortrefflicher Astrolog war. Später, als er Vorsteher des Krankenhauses zu Damaskus geworden war, hörte er auch noch den Unterricht des ʿAlam ed-dîn Qaiṣar b. Abî'l-Qâsim (s. Art. 358), eines der gelehrtesten Männer seiner Zeit in den mathematischen Wissenschaften; er studierte besonders die Astronomie unter ihm und vervollkommnete sich darin in kurzer Zeit; es war dies ums Jahr 615. ʿAlam ed-dîn war eines Tages bei ihm, da bewies ihm Rašîd ed-dîn einige Sätze aus der Astronomie und ʿAlam sagte hierauf zu ihm: „Oh Rašîd ed-dîn! An dem, was du ungefähr in einem Monat gelernt hast, hätte ein Anderer fünf Jahre zu lernen gehabt.“ Er starb im Šaʿbân 616 (1219), erst 38 Jahre alt. Er schrieb: Das nützliche Kompendium über die Rechenkunst in vier Büchern, verfaſst für el-Melik el-Amǧed, den Fürsten von Baʿalbek i. J. 608 (1211/12). Das Buch der Ausmessung (der Figuren). (Ibn Abi U. II. 246.)

338. Muh. b. Mubaššir b. Abî'l-Futûḥ el-Baǵdâdî, war Verwalter (oder Hofmeister) des Emirs Abû Naṣr Muh., des Sohnes des Chalifen Nâṣir li-dîn allâh, der später das Chalifat von 622—623 inne hatte. Er war sehr gelehrt in Geometrie, Astrologie und Philosophie. Er starb in Bagdad im Raǧeb d. J. 618 (1221). (C. I. 434 n. Ibn el-Q.)

339. Muh. b. Bekr b. Muh. b. ʿAbderraḥmân el-Fahrî, Abû ʿAbdallâh, aus Valencia, ein Schüler von Abû ʿAbdallâh b. Nûḥ u. a. Er erhielt die Lizenz von Abû ʿAbdallâh b. Ḥamîd. Er war sehr gelehrt in der Rechenkunst, beschäftigte sich auch mit Medizin, Traditionswissenschaft und Geschichte und schrieb viele Werke. Er starb i. J. 618 (1221/22). (B. V. 322.)

340. ʿAbdallâh b. Aḥmed b. Muh., Abû Muh., el-Ǧammâʿîlî el-Dimišqî, wurde geboren in Ǧammâʿîl[b]) im Šaʿbân 541 (1147) und starb i. J. 620 (1223/24). Er wanderte mit seinem Vater und Bruder nach Bagdad aus und studierte dort unter verschiedenen berühmten Gelehrten.

---

[a]) Ein Dorf am Tigris oberhalb Bagdad.

[b]) Ǧammâʿîl ist ein Flecken in den Bergen von Nâbulus (Sichem) in Palästina.

Er war sehr bewandert in vielen Wissenschaften, so im Recht, in der Kontroverse, in der Grammatik, Erbteilung und Rechenkunst, in der Astronomie, besonders in den Planetenbewegungen und in der Astrologie; er hatte in diesen Wissenschaften viele Schüler. (Kut. I. 260.)

341. Aḥmed b. ʿAlî b. Jûsuf el-Bûnî (d. h. aus Bona in Algier), Abû'l-ʿAbbâs, el-Qorešî, Taqî ed-dîn (auch Mḥojî ed-dîn und Šihâb ed-dîn), war einer der ersten Kenner der Magie und übrigen Geheimwissenschaften der Araber. Von ihm existieren noch viele Werke über dieses Gebiet in fast allen Bibliotheken Europas und des Orientes; die wichtigsten derselben sind: *Šems el-maʿârif we laṭâif el-ʿawârif* (die Sonne der Kenntnisse und die auserlesenen Dinge der Verständigen oder Kenner); *el-anmâṭ* (die Verfahrungsarten); *kitâb et-chawâṣṣ* (das Buch der magischen Eigenschaften). Ich erwähne ihn hier nur wegen seiner Beschäftigung mit den magischen Quadraten.[70] Er starb nach H. Ch. i. J. 622[a]) (1225).

342. Jûsuf b. Jaḥjâ b. Isḥâq Abû'l-Ḥaǧǧâǧ el-Sebtî (d. h. aus Ceuta), ein Jude,[b]) Schüler von Moses b. Meimûn (s. Art. 327), verliefs ums Jahr 570 Spanien und folgte seinem schon ca. 560 nach Ägypten ausgewanderten Lehrer dahin nach. Er brachte aus Spanien die Astronomie des Ibn Aflaḥ mit und verbesserte und kommentierte dieselbe unter Leitung seines Lehrers. Nach dem Tode des letztern (605) begab er sich nach Syrien, wurde dort Leibarzt des Sultans el-Melik el-Ẓâhir und starb in Aleppo i. J. 623 (1226). (Ibn Abi U. II. 213; Abulfar. 461, Übers. 302.)

343. Riḍwân (oder Roḍwân) b. Muh. b. ʿAlî b. Rustem el-Chorâsânî, Fachr ed-dîn b. el-Sâʿâtî (der Sohn des Uhrmachers), wurde geboren und wuchs auf in Damaskus. Sein Vater Muh. war von Chorâsân hieher gezogen und lebte daselbst bis zu seinem Tode (ca. 580); er war einzig in der Kenntnis der Uhrmacherkunst und der Astronomie; er hatte die Uhren konstruiert, die neben dem Thore der grofsen Moschee in Damaskus sich befanden, in den Tagen des Melik el-ʿÂdil Nûr ed-dîn b. Zenkî (gest. 569), wofür er von diesem eine grofse Summe Geldes und viele Gunstbezeugungen erhielt; die Uhren standen unter seiner Aufsicht bis zu seinem Tode. Sein Sohn Fachr ed-dîn Riḍwân b. el-Sâʿâtî war Arzt, er hatte die Medizin unter Raḍî ed-dîn el-Raḥabî und Fachr ed-dîn el-Mâridînî studiert. Er war auch bewandert in der Litteratur, der Logik und den übrigen philosophischen Wissenschaften, ebenso in der Uhrmacherkunst; er pflegte auch eifrig die Schreibkunst und hatte eine sehr schöne Schrift. Er war

---

a) H. VII. 402 hat 625.

b) Als solcher hiefs er Joseph b. Jehûdâ b. Aknin; Ibn Abi U. nennt ihn: Jûsuf el-Isrâ'îlî Abû'l-Ḥaǧǧâǧ aus Fes.

Wezir des Melik el-Fâ'iz (?)[a]) b. el-Melik el-ʿÂdil b. Eijûb (d. i. eines Neffen Saladdins) und nachher Leibarzt von el-Melik el-Moʿaẓẓam b. el-Melik el-ʿÂdil, einem Bruder des genannten (gest. 624). Er starb in Damaskus wahrscheinlich zwischen 620 und 630 (1223 und 1233). Er schrieb: Über die Konstruktion astronomischer Uhren, in Gotha (1348, 1⁰), geschrieben i. J. 600 in Damaskus.[71] (Ibn Abi U. II. 183.)

344. Ismâʿîl b. el-Razzâz (oder Razzâr) el-Ǧazarî (?) Abû'l-ʿIzz, genannt Bedîʿ el-Zamân (das Wunder der Zeit), schrieb i. J. 602 (1205/06) ein Werk über hydraulische Maschinen, betitelt: *el-kitâb fî maʿrifet el-ḥijal el-handasîje* (das Buch der geometrischen Erklärung der Maschinen), in Leiden (1025 u. 26) und Oxford (I. 886).

345. Theodorus von Antiochia, ein jakobitischer Christ, der syrischen, arabischen und lateinischen[b]) Sprache kundig, studierte schon in Antiochia, dann aber besonders unter Kemâl ed-dîn Mûsâ b. Jûnis (s. Art. 354) in Moṣul die Wissenschaften der Alten, besonders auch den Euklides und den Almagest, ebenso die Schriften des Fârâbî und Ibn Sînâ; später begab er sich nach Bagdad und widmete sich hier hauptsächlich der Medizin. Er trat dann in die Dienste des Sultans ʿAlâ ed-dîn, nachher in diejenigen Konstantins, des Beherrschers von Armenien, des Vaters des Königs Ḥâtim.[c]) Von hier begab er sich zu Kaiser Friedrich II. nach Sicilien. Da ihn dieser gegen seinen Willen zu lange bei sich behalten wollte, entfloh er auf einer Expedition des Kaisers nach dem Orient aus seinem Gefolge, traf aber mit ihm in einer Stadt an der syrischen Küste wieder zusammen und soll sich hier aus Scham wegen seiner Flucht vergiftet haben.[d]) (Abulfar. 521, Übers. 341.)

346. Muh. b. ʿAlî b. el-Zobeir b. Aḥmed el-Qoḍâʿî, Abû ʿAbdallâh, aus Murbîṭar[e]) (Murviedro), stammte ursprünglich aus Onda in der Provinz Valencia, war ein Schüler von Abû'l-ʿAbbâs b. Hoḏeil el-Abîšî (d. h. von Abicha) u. a. Er besorgte das Gebet und die Predigt in seiner Vaterstadt Murviedro und stand auch einige Zeit dem Gerichtswesen der Stadt vor. Er beschäftigte sich auch mit der Rechenkunst und las gegen das Ende seines Lebens auch über Traditionen. Er starb in Valencia im Ǧumâdâ II. 627 (1230) im Alter von 81 Jahren. (B. V. 336.)

---

a) Sollte vielleicht heifsen „el-Kâmil".

b) Der Text hat *latînîje,* worunter vielleicht auch das „oströmische", d. h. „griechische" verstanden ist.

c) „Hethum" bei Müller, der Islam im Morgen- und Abendland, II. p. 228.

d) Wenn diese Geschichte wahr ist, so kann dies nur bei Gelegenheit des von Friedrich II. unternommenen Kreuzzuges 626—27 (1228/29) gewesen sein.

e) Wird arabisch auch „Murbâṭir" geschrieben.

347. ʿAbderraḥîm b. ʿAlî b. Ḥâmid Muhaḏḏab ed-dîn, Abû Muh., bekannt unter dem Namen el-Dachwâr,[a]) der Lehrer des Ibn Abî U., einer der ersten Ärzte seiner Zeit. Er wurde i. J. 565 in Damaskus geboren, wo sein Vater ein berühmter Augenarzt war und machte auch daselbst seine Studien. Er beschäftigte sich auch mit Astronomie und Astrologie und besafs viele kostbare und seltene Instrumente und viele vortreffliche Werke über diese Wissenschaften. Ibn Abi U. bemerkt, er habe aus seinem Munde gehört, dafs er 16 der seltensten Abhandlungen über das Astrolabium besitze. Er war zuerst Arzt von el-Melik el-ʿÂdil Abû Bekr b. Eijûb (des Bruders von Saladdin), später seines Sohnes el-Melik el-Ašraf Abû'l-Fatḥ Mûsâ. Er starb im Ṣafar d. J. 628 (Ende 1230). (Ibn Abi U. II. 239; Kut. I. 345.)

348. ʿAbdellaṭîf b. Jûsuf b. Muh., Muwaffaq ed-dîn Abû Muh., el-Baġdâdî, stammte aus Moṣul und wurde in Bagdad geboren i. J. 557 (1162). Er war einer der gröfsten, einsichtigsten und aufgeklärtesten Gelehrten des Morgenlandes, bedeutend als Philosoph, Sprachgelehrter, Historiker und Arzt; er hat energisch Stellung genommen gegen verschiedene Auswüchse des geistigen Lebens jener Zeit, wie z. B. die Alchymie. Er studierte zuerst in Bagdad, ging dann nach Moṣul, wo er unter andern mit Kemâl ed-dîn b. Jûnis (s. Art. 354), dem Mathematiker und Rechtsgelehrten, zusammentraf und noch unter ihm studierte. Dann wandte er sich nach Damaskus und wurde dort mit einer grofsen Zahl von Gelehrten bekannt; von hier begab er sich nach Ägypten, machte dort die Bekanntschaft des Moses b. Meimûn (s. Art. 327), mit dem er sich öfters über Philosophie unterhielt. Nach der Eroberung Jerusalems durch Saladdin reiste ʿAbdellaṭîf dorthin und erhielt von ihm eine Professur an der grofsen Moschee zu Damaskus. Nach dem Tode Saladdins zog er wieder nach Ägypten und erhielt eine Anstellung an der Moschee el-Azhar in Kairo. Von hier ging er zum zweitenmal nach Jerusalem und hielt daselbst auch Vorlesungen, hierauf nach Damaskus (i. J. 604), wo er an der ʿAzîzîje mit grofsem Erfolge lehrte. Er machte noch verschiedene Reisen, nach Ḥaleb, Kleinasien etc. Er starb auf einer Pilgerreise in Bagdad im Muḥarrem 629 (1231). — Unter den mehr als 160 Schriften, die Ibn Abi U. von ʿAbdellaṭîf anführt, befindet sich nur eine mathematische: das deutliche (klare) Buch über die indische Rechnungsweise, wahrscheinlich identisch mit der von Kut. genannten „Einleitung in die Rechenkunst". Von den übrigen führe ich noch an: Widerlegung der Schrift des Ibn el-Haiṯam über den Raum. (Ibn Abi U. II. 201; Kut. II. 9; S. I. 312.)

---

[a]) W. A. p. 123 hat „Ibn el-D."

349. Muh. b. Abî Bekr el-Fârisî schrieb: *Nihâjet el-idrâk* (das höchste Verständnis), über die Geheimnisse der Wissenschaft der Sphären, in Berlin (5888), unvollständig, in Kairo (291, 294, 327, Übers. 170), verfafst i. J. 606. Über die Eigenschaften der Zauberquadrate, in Kairo (365).[a]) *Maʿâriğ el-fikr el-wahîğ* (das Aufsteigen des flammenden Gedankens), über die Auflösung (Erklärung) der Schwierigkeiten der astronomischen Tafeln, in Kairo (317).[72] Er starb nach H. Ch. (VI. 176) i. J. 629 (1231/32).

350. Muh. b. ʿAbdallâh b. ʿÎsâ b. Noʿmân el-Bekrî, Abû ʿAbdallâh, aus Valencia, hörte die Koranexegese bei Abû Bekr b. Ğazî (oder Ğuzî)[b]) und Abû Bekr b. Saʿd el-Chair. Er lehrte hauptsächlich Erbteilung und Rechenkunst und war hierin hervorragend. Er wurde geboren i. J. 551 (1156) und starb im Anfang d. J. 632 (1234). (B. V. 341.)

351. El-Ḥasan b. Muh. b. Ğaʿfar b. ʿAbdelkerîm, Ibn el-Ṭarrâḥ (Sohn des Baumeisters). Er war nach Aṯîr ed-dîn el-Mufaḍḍal (s. Art. 364) aus einer edeln und den Wissenschaften huldigenden Familie und hatte grofse Kenntnisse in Sprachwissenschaft, Litteratur, Astronomie und Rechenkunst. Er hielt sich bald in Ägypten, bald in Syrien, bald in ʿIrâq auf und kämpfte auch mit seinem Bruder el-Moẓaffar b. Muh. b. Ğaʿfar[c]) gegen die Tataren. Er wird nach 630 (1232/33) gestorben sein. (Kut. I. 173.)

352. Muh. b. el-Ḥosein b. Muh. b. el-Ḥosein, war ein Zeitgenosse von Kemâl ed-dîn Mûsâ b. Jûnis (s. Art. 354) und von Saladdin, dem er sein einziges noch erhaltenes Werk: *risâle fî'l-birkâr el-tâmm* (Abhandlung über den vollkommenen Zirkel) gewidmet hat, und bei dessen Abfassung ihn der eben genannte Gelehrte Kemâl ed-dîn mit seinen bedeutenden mathematischen Kenntnissen unterstützt hat.[d]) Diese Abhandlung ist noch vorhanden in Leiden (1076), Paris (2468, 4⁰) und Algier (1446, 5⁰), und wurde nach den zwei ersten Mss. herausgegeben von Woepcke[e]) mit franz. Übersetzung (Trois traités arabes sur le compas parfait) in den Not. et extr. des mss. T. XXII. P. 1. — Muh. b. el-Ḥosein mag ums Jahr 630 gestorben sein.[f])

353. Maḥmûd b. ʿOmar b. Muh. el-Šeibânî, Sedîd ed-dîn Abû'l-Ṯanâ, bekannt unter dem Namen Ibn Raqîqa (W. A. p. 144 liest Rafîqa),

---

[a]) Hier ist als Todesjahr unrichtig 751 angegeben.

[b]) Gayangos II. 544 liest „Ğazzî“.

[c]) Ist vielleicht der Lehrer des Mûsâ b. Jûnis, el-Moẓaffar b. Muh. b. el-Moẓaffar (s. Art. 333).

[d]) Vergl. Not. et extr. XXII. p. 19 u. 20.

[e]) Bezw. nach seinem Tode aus den hinterlassenen Schriften von J. Mohl.

[f]) Wahrscheinlich vor Kemâl ed-dîn Mûsâ b. Jûnis, da er dem schon 589 gestorbenen Saladdin sein Werk gewidmet hat.

ein bedeutender Arzt, zeichnete sich aber auch als Dichter, Philosoph und Astronom aus. Die Philosophie und Medizin hatte er unter Fachr ed-dîn el-Mâridînî studiert. Er beschäftigte sich auch eifrig mit der Mechanik der Söhne Mûsâs, und verfertigte mit ihrer Hilfe einige interessante Apparate. Als Arzt stand er im Dienste des Melik el-Manṣûr Muh., des Herrn von Ḥamât, später in demjenigen des Sultans el-Melik el-Ašraf in Damaskus, wurde dann zum Arzt am grofsen Hospital ernannt, wo er Kollege von Ibn Abi U. war. Er wurde geboren i. J. 564 (1168/69) und starb zu Damaskus i. J. 635 (1237/38). (Ibn Abi U. II. 219.)

354. Mûsâ b. Jûnis b. Muh. b. Manʿa, Abû'l-Fatḥ[a]) Kemâl ed-dîn, gewöhnlich genannt Kemâl ed-dîn b. Jûnis (oder b. Manʿa), einer der gröfsten Gelehrten der Araber. Er wurde geboren in Moṣul im Ṣafar 551 (1156), studierte daselbst unter seinem Vater, begab sich dann i. J. 571 (1175/76) nach Bagdad, wo er an der Niẓâmîje die Grundzüge des Rechtes, die Kontroverse und die Litteratur bei Riḍâ ed-dîn Abû'l-Chair Aḥmed b. Ismâʿîl el-Qazwînî, Abû'l-Barakât ʿAbderraḥmân el-Anbârî u. a. studierte. Nach Moṣul zurückgekehrt, arbeitete er mit grofsem Fleifs und lehrte nach dem Tode seines Vaters an der nach dem Emir Zein ed-dîn, dem Beherrscher von Arbela, benannten Moschee, die, nach Art eines Kollegiums gebaut, später auch das Kemâlische Kollegium nach seinem hervorragendsten Lehrer genannt worden ist. Ibn Jûnis ragte in allen Gebieten des Wissens hervor, besonders in Religions- und Rechtswissenschaft, in Philosophie, Medizin und Mathematik; man behauptet, dafs er eine genaue Kenntnis von 24 Disziplinen hatte, seine Werke waren von hohem Werte. In den mathematischen Wissenschaften beherrschte er den Euklides, die Kegelschnitte und den Almagest, die verschiedenen Mittel,[b]) ebenso die verschiedenen Zweige der Rechenkunst, wie die (gemeine) Arithmetik, die Algebra, die Regel der beiden Fehler, dann die Ausmessung der Figuren, in welcher Disziplin er nicht seines Gleichen hatte; auch in der Wissenschaft der magischen Quadrate fand er neue Verfahren, auf welche bisher niemand gekommen war. Was die Ausmessung der Figuren anbetrifft, so berichtet hierüber der Kosmograph Qazwînî[c]) von einer besondern Leistung des Ibn Jûnis folgendes:[d]) „Die Franken (Europäer) sandten zur Zeit des

---

[a]) Nach Ibn Abi U. „Abû ʿImrân".

[b]) Wahrscheinlich die verschiedenen Konstruktionen der beiden mittlern Proportionalen.

[c]) Zakarîjâ b. Muh. b. Maḥmûd el-Qazwînî, gest. nach 674 (1275), in seinem von Wüstenfeld (1848) herausgegebenen Werke *Aṯâr el-bilâd we achbâr el-ʿibâd* (Denkmäler der Länder und Nachrichten von den Menschen) p. 310.

[d]) Vergl. auch Bibl. math. 1895, p. 16.

Melik el-Kâmil Fragen nach Syrien, deren Beantwortung sie erbaten, es waren Fragen aus der Medizin, Philosophie und Mathematik. Die medizinischen und die philosophischen beantworteten die Leute (Gelehrten) Syriens selbst, den geometrischen aber waren sie nicht gewachsen, diese sandte man daher an Mufaḍḍal b. ʿOmar el-Abahrî in Moṣul (s. Art. 364), der seines gleichen in der Geometrie nicht hatte; doch die Lösung derselben war ihm zu schwer, er übergab sie daher dem Scheich Ibn Jûnis, der sie wirklich löste; die Aufgabe (von jetzt an ist nur noch von einer die Rede) war folgende: Es sei ein Bogen gegeben, man ziehe seine Sehne und verlängere sie über den Kreis hinaus und konstruiere auf der verlängerten Sehne ein Quadrat, dessen Fläche gleich sei derjenigen des Kreissegmentes (wörtlich des Bogenstückes). Hierauf fand dann el-Mufaḍḍal den Beweis dazu, machte aus dem Ganzen eine Abhandlung und sandte sie nach Syrien an el-Melik el-Kâmil. Als ich (Qazwînî) nach Syrien reiste, traf ich die vortrefflichsten Gelehrten in Verwunderung über die Abhandlung, sie lobten auch die Auffindung des Beweises, denn er war ein seltenes Erzeugnis jener Zeit." — Bei Ibn Abi U. wird das Problem nicht speziell genannt, die Geschichte aber nach dem Qâḍî Ǧelâl ed-dîn el-Baġdâdî, einem Schüler von Ibn Jûnis, so erzählt, es sei der Gesandte des Frankenkönigs Imbarûr[a]) (auch Imbarâdûr geschrieben) direkt zu dem Beherrscher von Moṣul gekommen mit dem Wunsche, er möchte durch seine Gelehrten einige astronomische und geometrische Fragen, die er von seinem Herrn mitgebracht habe, beantworten lassen. Hierauf habe der Fürst von Moṣul den Kemâl ed-dîn holen lassen und dieser habe dem Gesandten persönlich die Antworten auf jene Fragen übergeben. Bei dieser Audienz habe die Bescheidenheit und Einfachheit, mit der der große Gelehrte aufgetreten sei, scharf kontrastiert zu dem Glanz und dem Pomp, in welchem der europäische Gesandte und sein Gefolge erschienen sei.[73] — Von seinem umfassenden Wissen wird noch weiter die interessante Thatsache erzählt, daſs bei ihm auch Juden und Christen Vorlesungen über die Thora und das Evangelium hörten,[b]) daſs ferner der berühmte Aṯîr ed-dîn el-Mufaḍḍal (s. Art. 364) schon auf dem Gipfel seines Ruhmes stand, als er noch das Buch zur Hand nahm und sich zu den Füſsen Kemâl ed-dîns setzte und von ihm die Erklärung des Almagestes hörte. Lobend erwähnt ihn auch Abû'l-Barakât b. el-Mustaufî[c]) in seiner Chronik

---

[a]) Das lateinische „Imperator" wird hier von den Arabern als Eigenname aufgefaſst, es ist dies natürlich kein anderer als Kaiser Friedrich II.

[b]) Er stand daher auch etwas im Geruche des Unglaubens.

[c]) Abû'l-Barakât el-Mubârak b. Aḥmed, Ibn el-Mustaufî, geb. 564 (1169) zu Arbela, bedeutender Traditionist und Historiker, Verfasser einer Chronik von Arbela, gest. 637 (1239/40) in Moṣul. (W. G. 322.)

von Arbela, wenn er sagt: „Er war weise, bahnbrechend in jeder Wissenschaft, besonders in denen der Alten, wie Geometrie, Logik etc. Das beweisen die Lösungen der Schwierigkeiten im Euklides und Almagest für den Scheich el-Mozaffar b. Muh. b. el-Mozaffar el-Ṭûsî (s. Art. 333), den Erfinder des Linear-Astrolabiums, bekannt unter dem Namen „der Stab“.“ Ibn Ch. erzählt noch: Im Jahre 633 war ich in Damaskus, wo damals ein Mann lebte, der in den mathematischen Wissenschaften sich auszeichnete; er fand einige schwierige Punkte in arithmetischen, algebraischen und Ausmessungsaufgaben und im Euklides; diese schrieb er alle auf ein Blatt Papier und schickte sie nach Moṣul zu Kemâl ed-dîn; nach einiger Zeit kam die Antwort zurück und das Rätselhafte und Verborgene war enthüllt und klargelegt. — Kemâl ed-dîn b. Jûnis starb im Šaʿbân 639 (1242) in Moṣul. Von ihm wird bei Ibn Abi U. nur genannt: Das Buch der Herrschergeheimnisse aus den Sternen. (Ibn Ch. II. 132; Übers. III. 466; Ibn Abi U. I. 306; Abulfid. IV. 465.)

Nach Steinschneider (Z. D. M. G. 50 p. 184) haben die Mss. Oxford (I. 987 u. 988), welche beide ein Komp. der drei letzten Bücher der Kegelschnitte des Apollonius von Šîrâzî (s. Art. 306) enthalten, Randnoten, in welchen auch eine Abhandlung von Kemâl ed-dîn „über die Siebenteilung“ des Kreises Platz gefunden hat; dieselbe Abhandlung befindet sich auch in Oxford (I. 940, 8⁰). In Berlin (6008) und in Paris (2467, 15⁰)[a]) befindet sich von ihm eine Abhandlung über die Quadratzahlen (dafs die Summe zweier ungerader Quadratzahlen nicht wieder eine Quadratzahl sein kann).

355. Muh. b. el-Ṣaffâr, Abû ʿAbdallâh, aus Cordova, war ein bedeutender Litteraturkenner und einer der ersten (Imâme) in der Rechenkunst. Er machte Reisen nach dem Orient und kam bis Bagdad. In die Heimat zurückgekehrt, las er über Litteratur in Marokko, Fes, Tunis u. a. O. Er starb i. J. 639 (1241/42). (Maq. K. I. 378.)

356. Aḥmed b. ʿAlî b. Isḥâq[b]) el-Temîmî, Abû'l-ʿAbbâs (?), bekannt unter dem Namen Ibn Isḥâq, lebte im Anfang des 7. Jahrh. d. H. in Tunis[c]) und ist nach Ibn Chaldûn der Verfasser von im Occident viel gebrauchten astronomischen Tafeln. Der genannte Schriftsteller berichtet ferner, dafs Ibn Isḥâq genaue Beobachtungen zur Aufstellung seiner Tafeln

---

[a]) Da im Titel der Abhandlung der Verfasser blofs „Ibn Jûnis“ genannt ist, so identifiziert ihn de Slane im Register mit dem bekannten ägyptischen Astronomen Ibn Jûnis, dem Verfasser der ḥâkimitischen Tafeln.

[b]) Vielleicht auch nur „ʿAlî b. Isḥâq“.

[c]) Dieser Zusatz findet sich nur in der Beiruter Ausgabe der Prolegomena des Ibn Chaldûn (p. 427), während die Pariser Ausgabe nichts als den Namen „Ibn Isḥâq“ hat.

von einem bedeutenden jüdischen Astronomen in Sicilien mitgeteilt erhalten habe.[a]) (Vergl. auch Art. 487.)

357. ʿAlî b. Jûsuf b. Ibrâhîm, Abû'l-Ḥasan, Ǧemâl ed-dîn, Ibn el-Qifṭî,[b]) Wezir von el-Melik el-ʿAzîz und Qâḍî von Ḥaleb, hatte eine vorzügliche und umfassende Bildung erhalten; er war bewandert in Sprachwissenschaft, im Recht, in der Tradition, in Logik, Astronomie und Geometrie, in Geschichte etc. Er ist hier hauptsächlich zu nennen als Verfasser des *Târîch el-ḥokamâ'*, einer Sammlung von Biographien von Philosophen, Mathematikern, Astronomen, Ärzten etc., das aber leider nur noch in einem, wie es scheint von el-Zûzenî (oder Zauzenî) verfafsten, Auszug vorhanden ist und sich noch an verschiedenen Orten vorfindet, so in Berlin (10053 und 54), Wien (1161), München (440), Paris (2112), Escurial (1773) etc. — Ibn el-Qifṭî starb in Ḥaleb im Ramaḍân 646 (Ende 1248). (Kut. II. 121; Abulfid. Hist. anteislam. 233—235; S. I. 319.)

358. Qaiṣar b. Abî'l-Qâsim b. ʿAbdelǵanî b. Musâfir, ʿAlam ed-dîn, bekannt unter dem Namen Taʿâsîf (?), wurde geboren zu Aṣfûn (in Ober-Ägypten, nördlich von Esneh) i. J. 574 (S. hat 564) und starb zu Damaskus im Raǵeb 649 (1251). Er war ein bedeutender ḥanefîtischer Rechtsgelehrter und hervorragender Ingenieur und Mathematiker, einer der ersten seiner Zeit. Er hatte in Ägypten und Syrien studiert, ging dann nach Moṣul und studierte hier unter Kemâl ed-dîn Mûsâ b. Jûnis besonders Musik, kehrte dann nach Syrien zurück und trat in den Dienst des Taqî ed-dîn Maḥmûd b. el-Melik el-Manṣûr, des Fürsten von Ḥamât; er baute für ihn Befestigungstürme und Wassermühlen am Orontes und konstruierte einen hölzernen, vergoldeten Globus, auf dem er sämtliche beobachteten[c]) Sterne einzeichnete. In Paris befindet sich von ihm eine kleine Abhandlung (2467, 6⁰) über die Postulate des Euklides, gerichtet an Naṣîr ed-dîn el-Ṭûsî. (Ibn Ch. Übers. III. 471 u. 473;[d]) Abulfid. IV. 479 u. 529; S. I. 313.)

359. Ismâʿîl b. Ibrâhîm b. Ǵâzî, Abû'l-Ṭâhir, el-Mâridînî, bekannt unter dem Namen Ibn Fallûs, geb. 590 (1194), gest. ca. 650[e]) (1252/53), schrieb: *Kitâb iʿdâd el-isrâr fî asrâr el-aʿdâd* (das Buch der Vorbereitung der Mitteilung des Geheimnisses, über die Geheimnisse der Zahlen), ein Kompendium der Arithmetik, in Berlin (5970). *Kitâb iršâd*

---

a) Würde nicht ausdrücklich „jüdisch“ stehen, so läge die Vermutung nahe, dafs dies der in Art. 291 behandelte Muh. b. ʿÎsâ b. ʿAbdelmunʿim wäre.

b) Nach andern nur el-Qifṭî, d. h. von Qifṭ, einer Stadt in Ober-Ägypten, gebürtig.

c) d. h. diejenigen, die in den Sterntafeln verzeichnet waren.

d) Die Bulaqer Ausgabe des Ibn Ch. hat diese Stellen über Qaiṣar nicht.

e) Nach H. Ch. VI. 346 i. J. 637.

el-ḥassâb (das Buch der richtigen Leitung des Rechners) zur Erschliefsung der Rechenkunst, in Berlin (5971).

360. Muh. b. Eijûb, Abû Ǧaʿfar, el-Ṭabarî, schrieb i. J. 632 (1234/35): *kitâb miftâḥ el-moʿâmalât fî'l-ḥisâb* (das Buch des Schlüssels des Geschäftsrechnens), in Konstant. (2763); ferner: *kitâb maʿrifet el-asṭorlâb* (das Buch der Kenntnis des Astrolabiums), in München P. (347), unvollständig.

361. ʿAbdelwahhâb b. Ibrâhîm, ʿIzz ed-dîn el-Ḥaramî[a]) el-Zenǧânî, hauptsächlich Grammatiker, beschäftigte sich aber auch mit Astronomie und schrieb eine Abhandlung über den Gebrauch des Astrolabiums, in Leiden (1091). Er starb nach 655 (1257).

362. El-Ḥasan b. Muh. b. Aḥmed b. Naǧâ, ʿIzz ed-dîn el-Ḍarîr (der Blinde), aus Arbela gebürtig, zeichnete sich besonders in der Kenntnis der Sprachwissenschaft und Litteratur aus, war aber auch bewandert in den alten Wissenschaften. Er hatte ein erstaunliches Gedächtnis, so dafs er die sechs ersten Bücher des Euklides vollständig auswendig wufste und über dieselben als Blinder Vorlesungen hielt. Er starb in Damaskus im Rabîʿ II. 660 (1262), geboren war er i. J. 586 (1190). (Abulfar. 526, Übers. 344; Kut. I. 171.)

363. El-Ḥasan b. ʿAlî b. ʿOmar el-Marrâkošî, Abû ʿAlî,[b]) lebte in Marokko wahrscheinlich bis ca. 660 (1262).[74] Über sein Leben sind in den arabischen Quellen gar keine Angaben zu finden, trotzdem er, oder vielleicht besser weil er jedenfalls einer der bedeutendsten Astronomen der spätern Zeit war; denn die arabischen Biographen liefsen diejenigen Gelehrten, die sich nur oder hauptsächlich mit den exakten Wissenschaften beschäftigten und auf den Gebieten der sog. humanistischen Disziplinen nichts oder wenig leisteten, meistens unberücksichtigt. Sein Hauptwerk ist der *ǧâmiʿ el-mabâdî we'l-ǧâjât* (das Ganze der Anfänge (Prinzipien) und der Enden (Resultate)), eine Abhandlung über die astronomischen Instrumente der Araber und ihren Gebrauch zu den verschiedensten Beobachtungen, noch vorhanden in Paris (2507 u. 2508) und in Konstant. (2599 u. 2669); einzelne Partien daraus in Oxford (I. 902 u. 991) und in Leiden (1098 u. 99). Wahrscheinlich sind auch die in Kairo (275 u. 280, Übers. 169) sich befindenden zwei Abhandlungen „über die Art und Weise des Gebrauches des Himmelsglobus“ und „Tafeln der ersten Schiefe von Minute zu Minute“ von dem Scheich Šaraf ed-dîn Abû ʿAlî el-Marrâkošî Auszüge aus dem

---

a) Brockelmann, I. 474 hat „Chazraǧî“, was nicht im Katalog von Leiden steht.

b) So wird er genannt im Pariser Ms. 2507, im Leidener Ms. 1098, im Berliner Ms. 5857 und auch bei H. Ch., wenigstens teilweise: Abû ʿAlî Ḥasan b. ʿAlî und Abû ʿAlî; im Pariser Ms. 2508 und auch im Bodl. Ms. 902 dagegen heifst er Abû'l-Ḥasan ʿAlî b. ʿOmar, bezw. nur Abû'l-Hasan ʿAlî.

genannten Werke. J. J. Sédillot hat von diesem Buche denjenigen Teil, der sich im Pariser Ms. 2507 (früher 1147) befindet, nebst einigen Auszügen aus dem Ms. 2508 (früher 1148) ins Französische übersetzt, welche Übersetzung dann sein Sohn L. A. Sédillot veröffentlicht hat unter dem Titel: Traité des instruments astronomiques des Arabes, composé au treizième siècle, par Aboul-Hassan Ali de Maroc, deux tomes, Paris 1834—35. Derjenige Abschnitt des Ms. 2508, der sich auf das Linear-Astrolabium oder den Stab des Ṭûsî bezieht, wurde auf meine Einladung hin von Baron Carra de Vaux in Paris herausgegeben und übersetzt (vergl. Art. 333). In der Einleitung (p. 8) zu der genannten Übersetzung Sédillots ist bemerkt, dafs Abû ʿAlî el-Marrâkošî noch ein Werk, betitelt: *talchîṣ el-aʿmâl fî ru'jet el-hilâl* (Abrifs der Operationen über das Erscheinen des Neumondes), ebenso ein Buch über die Kegelschnitte verfafst habe; beide Werke scheinen verloren gegangen zu sein. H. Ch. I. 393 führt noch ein anderes Werk von Abû ʿAlî el-Marrâkošî an, betitelt: *âlât el-taqwîm* (Werkzeuge des Kalenders, oder zur Kalenderherstellung). Dafs endlich das im Berliner Ms. 5893 befindliche Stück aus dem astrologischen Werke „über den Einflufs der Planetenkonjunktionen und der Finsternisse" von el-Ḥasan b. ʿAlî el-Maġrebî Šaraf ed-dîn von demselben marokkanischen Astronomen herrühre, ist sehr wahrscheinlich.

364. El-Mufaḍḍal b. ʿOmar Aṯîr ed-dîn el-Abahrî,[a]) bedeutender Philosoph, Mathematiker und Astronom, ein Zeitgenosse und in mathematischen Fächern noch Schüler von Mûsâ b. Jûnis Kemâl ed-dîn (s. Art. 354). Er studierte unter diesem, als er schon selbst ein berühmter Lehrer und Gelehrter war, noch den Almagest (vergl. auch Bibl. math. 9 (1895) p. 14). Von ihm ist besonders sein logisches Werk, die *Isagoge,*[b]) berühmt geworden und verbreitet. Von astronomischen Schriften existieren von ihm: in Leiden (1104) ein astronomisches Werk ohne Titel, in der Vorrede aber giebt er an, er behandle darin das Ganze des astronomischen Wissens in 10 Kapiteln. Ein ähnliches Werk ist in Paris (2515), betitelt: *Muchtaṣar fîʿilm el-hei'a* (Abrifs der Astronomie), in 22 Kapiteln; vielleicht ist das erstgenannte Werk nur ein Teil oder noch eine weitere Verkürzung von diesem. Abhandlung über das Astrolabium, in 14 Kapiteln, Paris (2544, 5⁰). Auszüge aus einem Werke von ihm, betitelt: *fî dirâjet el-aflâk* (über die Kenntnis der Sphären)[c]) befinden sich in Oxford (I. 940, 9⁰). Ebenda (I. 913, 5⁰) befinden sich Auszüge aus einem nicht näher bezeichneten Buche unsers Autors.

[a]) So und nicht „Abharî" soll gelesen werden; vergl. Dorn, drei astronom. Instrum. p. 93.

[b]) So genannt nach dem griechischen Vorbilde, der Isagoge des Porphyrius.

[c]) Uri übersetzt: de sectionibus circuli (?).

Ibn Ch. (II. 133, Übers. III. 468) nennt ihn als Verfasser astronomischer Tafeln. El-Abahrî wird ca. 660 (1262)[75] gestorben sein. (Ibn Ch. II. 133, Übers. III. 468; Abulfar. 485.)

365. Jaḥjâ[a]) b. Muh. b. ʿAbdân b. ʿAbdelwâḥid, Abû Zakarîjâ Neǧm ed-dîn, bekannt unter dem Namen Ibn el-Lubûdî, einzig in der Medizin, hervorragend in den philosophischen Disziplinen und in der Mathematik. Er wurde geboren in Ḥaleb i. J. 607 (1210/11), zog als Knabe mit seinem Vater nach Damaskus und widmete sich hier dem Studium der Medizin unter Muhaddab ed-dîn ʿAbderraḥîm b. ʿAlî (s. Art. 347); er trat später in die Dienste des Melik el-Muǧâhid b. Asad ed-dîn, des Fürsten von Ḥimṣ (Emessa), dessen Wezir er wurde. Als dieser Fürst i. J. 643 nach seinem Kriegszug nach Chowârezmien gestorben war, wandte er sich zu dem Melik el-Ṣâliḥ Neǧm ed-dîn Eijûb b. el-Melik el-Kâmil in Ägypten, der ihn mit grofsen Ehren überhäufte und ihn zum Verwaltungsinspektor in Alexandria ernannte. In dieser Stellung blieb er längere Zeit und kehrte dann nach Syrien zurück, wo er in gleicher Eigenschaft angestellt wurde. Er starb nach 666 (1267/68), aus welchem Jahre Ibn Abi U. noch Verse von ihm anführt. Er schrieb: Auszug aus dem Euklides. Kurze Darstellung der Postulate des Euklides. Das Genügende der Rechenkunst. Das Notwendigste, was man braucht, vom Euklides und den mittlern Büchern. Die vollständige (od. vollkommene) Abhandlung über die Algebra. Die Manṣûrische Abhandlung über die Zahlen der magischen Quadrate. *El-zâhî* (das herrliche, glänzende), ein Auszug aus den Tafeln des *Šâh* (oder den königlichen Tafeln, vergl. Art. 22). Die angenäherten (*moqarrab*) (d. h. der Wahrheit ganz nahe kommenden) Tafeln, gegründet auf die erprobte Beobachtung. Über die Kunst der (astrologischen) Urteile. (Ibn Abi U. II. 185; Abulfar. 526, Übers. 344.)

366. Aḥmed b. Ṯâbit[b]) Ǧemâl ed-dîn, Abû'l-ʿAbbâs, gest. 671 (1272/73),[c]) schrieb: *Ġonjet el-ḥassâb* (das Genügen oder der Reichtum des Rechners), in Konstant. (2728). In Paris (2474) befindet sich ein Kommentar zu diesem Werke von Muh. b. Ibrâhîm b. el-Ḥanbali (s. Art. 464).[76]

367. Muh. b. Aḥmed b. ʿOmar Ǧemâl ed-dîn, Abû ʿAbdallâh, el-Ḥarâʿî, lebte zur Zeit Hôlâgûs (ca. 650)[d]) und schrieb eine *moqaddame fî'l-ḥisâb* (Einleitung in die Rechenkunst), in Oxford (I. 918, 2⁰).

368. Muh. b. Muh. b. el-Ḥasan, Abû Ǧaʿfar, Naṣîr ed-dîn el-Ṭûsî, ein Universalgelehrter, besonders aber in Philosophie, Mathematik und

---

[a]) Im Pariser Ms. 2918, welches einen Abrifs der *Kullîjât* des Ibn Sînâ von Ibn el-Lubûdî enthält, heifst er „Aḥmed".

[b]) So heifst er im Pariser Ms. 2474, im Katal. von Konstant. aber „Ṯabâta".

[c]) Nach dem Katal. von Konstant.

[d]) Nach dem Katal. von Uri.

Astronomie hervorragend und hierin den ersten Gelehrten der Araber gleichkommend; besonders verdanken ihm die ebene und sphärische Trigonometrie ihre höchste Ausbildung, die sie im Mittelalter erreicht haben. Er wurde geboren in Ṭûs (in Chorâsân) am 11. Ǧumâdâ I. 597 (Febr. 1201),[a]) war also von Geburt ein Perser und schrieb seine Werke teils in persischer, teils in arabischer Sprache, teils in beiden zugleich. Seine bedeutendsten Lehrer waren Kemâl ed-dîn Mûsâ b. Jûnis (s. Art. 354) und Moʿîn ed-dîn Sâlim b. Bedrân el-Miṣrî, der Moʿtazilit. Er stand zuerst im Dienste des ismaelitischen Fürsten von Alamût und nach der Eroberung dieser Feste durch die Mongolen in demjenigen Hôlâgûs, der seine Kenntnisse und sein Genie erkannte und ihn zum Finanzminister und Wezir ernannte. Auf seinen Rat hin baute Hôlâgû in Merâġa eine grofse Sternwarte, mit ausgezeichneten Instrumenten versehen und mit einer über 400 000 (?) Bände zählenden Bibliothek verbunden, die er aus den in Bagdad, Syrien und Mesopotamien geraubten Büchern geäufnet hatte. Zu den Astronomen, die an dieser Sternwarte unter Naṣîr ed-dîns Leitung die Beobachtungen für die Herstellung der berühmten Îlchânischen Tafeln machten, gehörten Neǧm ed-dîn el-Qazwînî (s. Art. 370), Mu'jid[b]) ed-dîn el-ʿOrḍî,[c]) Fachr ed-dîn el-Chalâṭî,[d]) Fachr ed-dîn el-Merâġî,[e]) und der Spanier Moḥjî ed-dîn el-Maġrebî (s. Art. 376), der aber sehr wahrscheinlich nur kürzere Zeit daselbst verweilte und vielleicht erst nach dem Tode Naṣîr ed-dîns. Die Sternwarte war mit grofsen Einkünften aus Stiftungen dotiert und die Astronomen hatten grofse Besoldungen und Pensionen. Der Biograph Naṣîr ed-dîns, el-Kutubî, erzählt, wie es bei den arabischen Biographen mit Vorliebe geschah, einige Anekdoten aus dem Leben unsers Gelehrten, eine solche bezieht sich auch auf diese Ausstattung der Sternwarte. Als Hôlâgû von den grofsen Summen hörte, die dieser Bau kosten sollte, fragte er den Naṣîr, was denn eigentlich der Nutzen dieser Wissenschaft der Gestirne sei und ob derselbe auch in einem richtigen Verhältnis zu den Kosten stehe. Da antwortete ihm Naṣîr: Ich will dir ein Gleichnis vorlegen; du befiehlst jemandem, er solle auf diesen Turm steigen und von oben herunter ein grofses Becken von Erz werfen, ohne dafs jemand etwas hievon weifs; wie es nun hinunterfällt, entsteht ein furchtbarer Schlag, der alle Anwesenden in grofsen Schrecken versetzt, so dafs einige in Ohnmacht fallen, nur ihm (dem Werfer des Beckens) und Hôlâgû geschieht nichts, weil sie um den

---

[a]) Brockelmann (Gesch. d. arab. Litt. I. 508) hat 607.
[b]) oder Mu'aijed.
[c]) Vorher in Damaskus.
[d]) Vorher in Tiflis.
[e]) Vorher in Moṣul.

Grund der Sache wissen. So hat nun auch die Astronomie den Nutzen, dafs der mit ihr Vertraute weifs und versteht, was vorgeht und ihn deshalb nie ein Ereignis so in Schrecken versetzen wird, wie den Gedankenlosen und Unwissenden. Hieraur antwortete Hôlâgû: „Die Sache (d. h. der Kostenpunkt) hat nichts zu sagen", und beauftragte den Naṣîr mit dem Bau und der Ausstattung der Sternwarte. Der Bau wurde i. J. 657 (1259) begonnen; über die Dauer der Beobachtungen sagt Naṣîr in seinen Îlchânischen Tafeln (nach el-Kutubî) selbst folgendes: „Es sagen die Meister (der astronomischen Wissenschaft), dafs die Beobachtungen der Planeten nicht in weniger als 30 Jahren vollständig durchgeführt werden können, denn in dieser Zeit laufen die Umdrehungen aller sieben Planeten vollständig ab;[a]) Hôlâgû aber sagte: ich verlange, dafs die Beobachtungen in 12 Jahren durchgeführt werden." Wirklich wurden nach zwölfjähriger Beobachtung die Tafeln herausgegeben. Über die Sternwarte berichtet ferner noch Šems ed-dîn el-Ḥarîrî (n. el-Kut.) folgendes: „Ich reiste einmal nach Merâġa, um die Sternwarte und ihren Vorsteher Ṣadr ed-dîn ʿAlî b. el-Chôǵâ Naṣîr ed-dîn[b]) einen Besuch abzustatten; er war ein junger Mann, hervorragend in der Wissenschaft der Gestirne und in der persischen Dichtkunst. — — Daselbst sah ich viele Beobachtungsinstrumente, worunter die Armillarsphäre, die aus fünf Ringen aus Kupfer bestand; der erste war der Meridian, der unten im Boden befestigt war, der zweite der Äquator, der dritte die Ekliptik, der vierte der Breitenkreis, der fünfte der Deklinationskreis oder Kolur der Nachtgleichen; ferner sah ich den Azimutalkreis,[c]) mit dem man das Azimut der Sterne bestimmt." — Kurz vor seinem Tode verliefs Naṣîr Merâġa und begab sich nach Bagdad, er starb daselbst im D̲û'l-Ḥiǵǵe 672 (Juni 1274).[d]) (Kut. II. 186; Abulfar. 548, Übers. 358; Abulfid. V. 37; Jourdain, Mém. sur les instr. empl. à l'observ. de Méragah, im Magasin encycl. réd. par A. L. Millin, 1809, T. VI.)

Naṣîr ed-dîn schrieb:[e]) 1. Die *Tad̲kira* (Erinnerung, Memorial) über die Astronomie, eines seiner vorzüglichsten und originellsten Werke, in Berlin (5681) mit Kom. von ʿAlî b. Muh. el-Ǵorǵânî (s. Art. 424); Leiden (1092—95), das dritte Exemplar (1094) mit Kom. von Ǵorǵânî; Leipzig (261, 1⁰); Florenz (Pal. 277)?; Brit. Mus. (1339, 1⁰ und 1342, 3⁰); Oxford (I. 1018) mit Kom. von Šems ed-dîn Muh. b. Aḥmed el-Ḥafarî (geschrieben

---

[a]) Bekanntlich hat Saturn eine Umlaufszeit von 29,46 Erdjahren.

[b]) Der Sohn Naṣîr ed-dîns folgte seinem Vater nach dessen Tode als Direktor der Sternwarte und in andern Ämtern.

[c]) Der arab. Text hat unrichtig: *el-dâire el-šemsîje* d. h. der Sonnenkreis.

[d]) Nicht 1273, wie man meistens angegeben findet.

[e]) Ich nehme hier nur die math., astron. und astrol. Schriften auf.

932 d. H.); derselbe Kom. im Ind. Off. (747), den Kom. von Ǧorǧânî einschliefsend, der auch allein in 746 enthalten ist; Oxford (II. 292) mit Kom. von Ǧorǧânî; Paris (2330, 8⁰, 2509, 2510), das letztere Ms. mit Kom. von el-Ḥasan b. Muh. el-Nîsâbûrî (s. Art. 395), betitelt: *tauḍîḥ el-taḏkira*; Konstant. (2589) mit Kom. von dem eben genannten, derselbe Kom. ibid. (2646 u. 47). In pers. Übers., betitelt: *risâle-i hei'a* oder *risâle-i mo'înîje* (so genannt, weil sie für Šâh Mo'în übersetzt worden war), befindet sich dieselbe in Berlin P. (329, 1⁰ u. 330, 2⁰), Cambridge (200); H. Ch. (III. 444) nennt sie auch, aber ohne Angabe des Autors. Von diesem Werke hat Carra de Vaux einige Auszüge in französischer Übersetzung veröffentlicht, besonders das 11. Kap., in seiner Abhandlung: Les sphères célestes selon Nasîr Eddîn Attûsî, als Append. VI zu Tannery, Recherches sur l'hist. de l'astron. anc., Paris 1893 (vergl. auch Art. 430). — 2. *Risâle-i bîst bâb* (Abhandlung der zwanzig Kapitel), pers., über die Kenntnis und den Gebrauch des Astrolabiums, in St. Petersburg (128, 1⁰, 130, 8⁰, 317, 2⁰), das letztgenannte Ms. mit Kom. von 'Abdel'alî el-Barǧendî (s. Art. 456); Florenz (Pal. 318); Brit. Mus. P. (Or. 1585, Add. 22752 u. 23569, 4⁰), das Ms. 22752 mit Kom. von Barǧendî; Oxford (I. 73, 11⁰ u. 87), Konstant. (2648) mit Kom. von Barǧendî. — 3. *Muchtaṣar fî'ilm el-tanǧîm we ma'rifet el-taqwîm* (Abrifs der Astrologie und Kalenderkenntnis, pers. Titel: *kitâb-i sî faṣl* = Buch der dreifsig Abschnitte), in Berlin (5679) mit Kom. von einem Anonymus; Leiden (1177) pers.; Brit. Mus. (394 u. 395, 1⁰), ebenda pers. (Add. 7700 u. 23569, 3⁰); Wien (1424) pers. mit Kom. von Bedr el-Ṭabarî; Oxford (II. 301) mit Kom. eines Anonymus; Paris (2512) (vergl. Art. 425). — 4. Die Îlchânischen Tafeln (*el-zîǧ el-îlchânî*), in Berlin P. (336), Leiden (1181) pers.; Florenz (Pal. 269) pers.; Oxford (I. 897) in arab. Übers. von Šihâb ed-dîn el-Ḥalebî; Brit. Mus. P. (Add. 7698); Gotha (1404) in arab. Übers. des 'Alî b. el-Rifâ'î[a]) el-Ḥoseinî (vollendet 934 d. H.), betitelt: *ḥall el-zîǧ* (Auflösung der Tafeln), die Tafeln sind leer gelassen; Paris (Kat. d. pers. Mss. Nr. 169), Abschrift von Aṣîl ed-dîn Ḥasan, dem Sohne Naṣîr ed-dîns. Eine erweiterte Ausgabe dieser Tafeln von el-Ḥasan b. el-Ḥosein Šâhinšâh el-Samnânî (geschr. 795 d. H.), unter dem Titel: *tauḍîḥ-i zîǧ îlchânî* befindet sich im Brit. Mus. P. (Add. 11636); ein Stück aus diesen Tafeln, entnommen dem Kom. des Maḥmûd Šâh Cholǧî, wurde herausgegeben von J. Greaves, betitelt: Astronomia quaedam ex traditione Shah Cholgii Persae, London 1652. — 5. *Muchtaṣar bi-ǧâmi' el-ḥisâb bi'l-tacht we'l-turâb* (Abrifs über das Ganze der Rechenkunst auf der Staubtafel, wörtlich „mit der Tafel und dem Staub"), im Escurial (968, 2⁰);

---

[a]) Soll wahrscheinlich heifsen: Jaḥjâ b. 'Alî el-Rifâ'î, vergl. die Besprechung der Ulûg-Beg'schen Tafeln im Art. 438.

Konstant. (2728) pers., der Katalog hat nur: Pers. Buch über die Rechenkunst von Naṣîr ed-dîn el-Ṭûsî; Berlin (5973), nur der Schlufs oder vielleicht nur ein Anhang zu diesem Werke von einem Ungenannten.[a]) — 6. *Kitâb šakl el-qaṭṭâʿ*[b]) (das Buch über die Transversalenfigur), in Berlin (5956); Oxford (I. 875, 16⁰); Paris (2467, 10⁰ u. 11⁰), im letztern Ms. (11⁰) nur das 2. Buch und auch dieses unvollständig. Dieses Werk, das die ebene und sphärische Trigonometrie in der Form jener Zeit enthält, wurde herausgegeben nach einem Ms. des gewesenen Grofswezirs Edhem Pascha in Konstant. 1891 unter dem Titel: Traité du quadrilatère, attrib. à Nassiruddin el-Toussy, édité et traduit par Alexandre Pacha Caratheodory.[c]) — 7. *Kitâb el-bâriʿ fîʿulûm el-taqwîm we ḥarakât el-aflâk we aḥkâm el-nuǵûm* (das vollkommene Buch über die Kalenderkenntnis, die Bewegung der Sphären und die Astrologie), in Oxford (I. 882); vielleicht ist dieses Buch identisch mit Nr. 3. — 8. Abhandlung über die Postulate des Euklides, in Paris (2467, 5⁰). — 9. Abhandlung über das 5. Postulat des Euklides, an Qaiṣar b. Abî'l-Qâsim (s. Art. 358) gerichtet, vielleicht nur ein Teil der vorigen Abhandlung, in Berlin (5942), Paris (2467, 6⁰). — 10. *Qawâʿid el-handase* (Grundlagen der Geometrie), aus Euklides entnommen, in Florenz (Pal. 298), vielleicht identisch mit der Abhandlung über die Postulate des Euklides (Nr. 8). — 11. Hundert und fünf Aufgaben aus den Elementen des Euklides, in Kairo (200, Übers. 19). — 12. *Zubdet el-hei'a* (Essenz der Astronomie), eine Darstellung der Elemente der Astronomie, in Paris (2511)[d]), Leiden (1183) pers. — 13. *El-tashîl fî'l nuǵûm* (die Erleichterung über die Gestirne), in Oxford (I. 901). — 14. Über den Beweis, dafs die Summe zweier ungeraden Quadratzahlen keine Quadratzahl sein kann, in Berlin (6008, 2⁰), im Ind. Off. (1043, 4⁰). — 15. Über Bahn, Gröfse und Entfernung des Merkur, in Berlin (5680). — 16. Über Zurückwerfung und Brechung des Lichtes, in Berlin (6020). — 17. *El-wâfî fîʿilm el-raml* (das Vollkommene oder das sein Versprechen Haltende über die Geomantie, d. i. die Wahrsagekunst aus Sandfiguren), in St. Petersburg (547, 5⁰), München (880), Paris (2716, 5⁰)?, Algier (1530).[e]) — 18. *Ichtijârât* (Tage-

---

a) C. I. 399 bezeichnet dieses Werk als ein sehr seltenes und kostbares.

b) Der Titel heifst auch: *kitâb daʿâwî el-šakl el-maʿrûf bi'l-qaṭṭâʿ*, oder wie er es selbst in seiner Bearbeitung der Sphärik des Menelaus nennt: *Kašf el-qanâʿ ʿan asrâr šakl el-qaṭṭâʿ*.

c) Vergl. auch Bibl. math. 7 (1893) p. 1—8, und A. v. Braunmühl, Nassîr Eddîn Tûsi und Regiomontan, Nova acta, Abh. der Kaiserl. Leop.-Carol. Deutschen Akad. d. Naturf., Bd. LXXI. Nr. 2.

d) Der Titel heifst hier: *zubdet el-idrâk fî hei'at el-aflâk.*

e) Der Titel ist hier: *el-risâle el-sulṭânîje fî chaṭṭ el-raml.*

wählerei), in Konst. (2686) türk. — Es folgen nun die Bearbeitungen (Rezensionen, Redaktionen) und Kommentare der sog. „mittlern Bücher“ und anderer Werke griechischer Autoren, deren verbesserte Neu-Ausgabe Naṣîr ed-dîn sich vorgenommen und zur Ausführung gebracht hat: a) die Elemente des Euklides, in zwei verschiedenen Redaktionen, einer gröſseren und einer kleinern. Die gröſsere scheint nur noch in Florenz zu existieren (Pal. 272 u. 313), im letztern Ms. nur die sechs ersten Bücher; diese wurde im Druck herausgegeben in der medic. Bibliothek zu Rom i. J. 1594; merkwürdigerweise findet man verschiedene Exemplare dieser Ausgabe, solche mit 13 und solche mit bloſs 12 Büchern, solche mit und solche ohne lateinischen Titel (Euclidis elementor. geometricor. libri tredecim. Ex traditione doctissimi Nasiridini Tusini nunc primum arab. impressi Romae in typ. Medic. 1594. cum licentia superiorum). Die kürzere Ausgabe, die aber in den meisten Mss. 15 Bücher zählt, befindet sich noch in Berlin (5918 u. 19), München (848), Oxford (I. 949 u. 1012, 1^{0}), Brit. Mus. (974, 1334[a]) u. 35), Paris (2465 u. 66), Ind. Off. (736—40), Konstant. (2722), und vielleicht in Florenz (Pal. 277); diese kürzere Ausgabe wurde gedruckt in Konstant. i. J. 1801. Die sechs ersten Bücher wurden auch im Druck herausgegeben in Calcutta 1824. Ein Kommentar zu dieser Bearbeitung von einem Abû Isḥâq[b]) befindet sich im Brit. Mus. (Suppl. 751) und in Konstant. (2741). — b) Die Data des Euklides, in Berlin (5929), Florenz (Pal. 271, 273, 286), Oxford (I. 875 und 895), Ind. Off. (743, 1^{0}), Kairo (200, Übers. 19). — c) Die Data des T̠âbit b. Qorra, in Berlin (5939), Leiden (1029), Florenz (Pal. 271 und 286), Oxford (I. 875, 14^{0}), Paris (2467, 4^{0}), Kairo (202, Übers. 21). — d) Die Optik des Euklides, in Berlin (6016 u. 17), Leiden (977), Florenz (Pal. 271 u. 286), Oxford (I. 875 u. 895), Ind. Off. (743, 2^{0}), Kairo (199, Übers. 19). — e) Die Phaenomena des Euklides, in Oxford (I. 875 u. 895), Ind. Off. (743, 3^{0}), Kairo (205, Übers. 24). — f) Die sieben Bücher der Kegelschnitte des Apollonius, in Oxford (I. 943), Ind. Off. (745)?. — g) Das Buch des Archimedes über die Kugel und den Cylinder, in Berlin (5934), Florenz (Pal. 271 u. 286), Paris (2467, 8^{0}), Oxford (I. 875 u. 895), Ind. Off. (743, 6^{0}). — h) Die Kreisrechnung des Archimedes, in Berlin (5934), Florenz (Pal. 271 und 286), Paris (2467, 9^{0}), Oxford (I. 875 u. 895), Ind. Off. (743, 6^{0}). — i) Die Lemmata od. Assumpta des Archimedes, mit dem Kom. des ʿAlî b. Aḥmed el-Nasawî (s. Art. 214), in Berlin (5936), Leiden (982), Florenz (Pal. 271 u. 286), Oxford (I. 875

---

[a]) Dieses Ms. ist sehr alt, es wurde i. J. 656, also noch zur Lebzeit des Verfassers, vom Original abgeschrieben.

[b]) Vergl. auch Art. 399 und Anmerkg. 82.

u. 895), Kairo (202, Übers. 21). — k) Über den Aufgang und den Untergang der Gestirne von Autolykus, in Leiden (1042)?, Florenz (Pal. 271 u. 286), Oxford (I. 875 u. 895), Ind. Off. (743, 4^0), Kairo (202, Übers. 21). — l) Über die bewegte Sphäre von Autolykus, in Berlin (5932), Florenz (Pal. 271 u. 286), Paris (2467, 20^0), Oxford (I. 875 u. 895), Ind. Off. (744, 1^0), Kairo (199, Übers. 19), Brit. Mus. (1346, 4^0). — m) Die Sphärik des Menelaus, in Berlin (5930 u. 31), Florenz (Pal. 271 u. 286), Paris (2467, 1^0), Oxford (I. 875). — n) Die Sphärik des Theodosius, in Berlin (5933), Florenz (Pal. 271 u. 286), Paris (2467, 19^0), Oxford (I. 875 u. 895), Brit. Mus. (1346, 3^0)?. — o) Über die Tage und Nächte von Theodosius, in Berlin (5648), Florenz (Pal. 271 u. 286), Oxford (I. 875 u. 895), Ind. Off. (744, 3^0), Brit. Mus. (1346, 5^0)?. — p) Über die bewohnten Orte der Erde von Theodosius, in Berlin (5649 u. 50), Leiden (1041), Florenz (Pal. 271 u. 286), Oxford (I. 875 u. 895), Ind. Off. (744, 2^0), Brit. Mus. (1346, 6^0)?, Kairo (199, Übers. 19). — q) Über die Aufgänge der Gestirne von Hypsikles, in Berlin (5652), Leiden (1043)?,[a]) Oxford (I. 875 u. 895), Ind. Off. (743, 5^0), Kairo (202, Übers. 21). — r) Über die Gröſsen und Entfernungen der Sonne und des Mondes von Aristarchus, in Berlin (5651), Florenz (Pal. 271 u. 286), Oxford (I. 875 u. 895), Ind. Off. (744, 4^0), Kairo (205, Übers. 24). — s) Der Almagest des Ptolemäus, in Berlin (5655), Florenz (Pal. 284 u. 292), Paris (2485), Brit. Mus. (391 u. 1338), Ind. Off. (741, 1^0), Konstant. (2583); H. Ch. V. 387 bemerkt, daſs diese Rezension verfaſst worden sei für Ḥosâm ed-dîn Ḥasan b. Muh. el-Sîwâsî (?) (vergl. auch Art. 456). — t) Das Quadripartitum des Ptolemäus, in Paris (Kat. d. pers. Mss. Nr. 175). — u) Das Centiloquium des Ptolemäus, in Leiden (1172) pers., Florenz (Pal. 322) arab, mit pers. Übers., Brit. Mus. (415, 2^0), der Text arab., der Kom. pers., Kairo (312, Übers. 170), Konstant. (2695) arab. u. pers. Die letzten beiden Werke sind vielleicht eher Kommentare als bloſse Redaktionen; dasselbe mag übrigens auch von andern der genannten Bearbeitungen griechischer Werke gelten.[b]) — El-Kutubî nennt unter den Werken Naṣîrs noch ein Buch über Algebra und ein solches über das Planisphaerium. Der Katalog der Aja Sophia in Konstant. enhält im Ms. 2760 eine *maǧmûʿa fîʾl-heiʾa weʾl-handase* (Sammelwerk über die Astronomie und Geometrie) von Naṣîr ed-dîn, es ist dies nichts anderes als seine Ausgabe der „mittlern Bücher“ in einem Bande; el-Kutubî nennt unter den Schriften Naṣîr ed-dîns

[a]) Das ? hinter einigen Zahlen bedeutet, daſs es ungewiſs sei, ob das betreffende Ms. wirklich die Naṣîr ed-dîn'sche Bearbeitung oder bloſs die ursprüngliche arab. Übersetzung des fraglichen Werkes enthalte.

[b]) Die Kommentare zu diesen Bearbeitungen sind unter ihren bez. Verfassern angeführt.

dieses Sammelwerk auch und betitelt es: *Kitâb el-mutawassiṭât bein el-handase we'l-hei'a* (das Buch der mittlern (Bücher) zwischen der Geometrie und Astronomie), zählt dann aber doch die einzelnen Werke desselben noch einzeln auf, aber unvollständig; dasselbe thut auch Brockelmann (Gesch. d. arab. Litt. I. p. 511), indem er sub Nr. 31 erwähnt: *el-mutawassiṭât* Bodl. I. 875, 895, unter andern Nummern dann aber auch noch die einzelnen Schriften dieser Sammlung anführt, allerdings läfst er dann bei diesen Nummern die Angabe ihres Vorkommens in der Bodl. weg. Im übrigen ist zu bemerken, dafs Brockelmann im Verzeichnis der Schriften Naṣîrs und ihres Vorkommens in den verschiedenen Bibliotheken ziemliche Lücken zeigt.

369. Muh. b. el-Abahrî, Abû ʿAbdallâh, vielleicht der Sohn von Nr. 364, gestorben nach Casiri i. J. 673 (1274/75), schrieb: *Lawâmiʿ el-wasâ'il fî maṭâliʿ el-rasâ'il,* eine Abhandlung über die Handhabung der verschiedenen astronomischen Instrumente, im Escurial (960), in Gotha (1414); hier wird der Verfasser genannt: Abû Saʿîd ʿAbderraḥmân b. Abî Ḥafṣ ʿOmar b. Muh. el-Abahrî; ob dieser oder der obige der richtige Name sei, können wir nicht entscheiden; Brockelmann (l. c. II. 474) zieht den letztern vor. (C. I. 397.)

370. ʿAlî b. ʿOmar b. ʿAlî, Neǵm ed-dîn el-Kâtibî, Debîrân[a]) el-Qazwînî, der Logiker, Philosoph und Astronom, einer der Beobachter an der Sternwarte zu Merâga unter Naṣîr ed-dîn (s. Art. 368), starb im Ramaḍân 675 (1277). Er verfafste ein Buch, betitelt: *ʿain el-qawâʿid fî'l-manṭiq we'l-ḥikme* (Quelle der Grundlagen für die Logik und die Philosophie), welches im Abschnitt „Physik“ (Naturphilosophie) auch die mathematischen Wissenschaften behandelt, in Leiden (1525), Escurial (665); der zweite Teil desselben, die Physik und Metaphysik umfassend, erschien auch selbständig unter dem Titel: *ḥikmet el-ʿain* (Weisheit oder Philosophie der Quelle), in Berlin (5080), Brit. Mus. (428 u. 1200, 8⁰). Er schrieb ferner eine Bearbeitung (Rezension) des Almagestes, in Konstant. (2583). (Abulfar. 549, Übers. 358; Kut. II. 83.)

371. ʿAlî b. Abî ʿAlî, Abû'l-Ḥasan, el-Qosṭanṭînî[b]) el-Ġarnâṭî, verfafste ein poetisches Werk über Astronomie mit Tafeln, das noch im Escurial (904, 2⁰) vorhanden ist. Er lebte nach C. I. 344 ums Jahr 653 (1255).

371[a]**.** Ġars el-Naʿma, Abû Naṣr, der Sohn des Arztes Mesʿûd b.

---

[a]) Dies ist das pers. Wort für el-Kâtibî, das Patronym. von debîr = der Schreiber.

[b]) d. h. von Constantine in Algier oder auch von Constantina, zwischen Cordova und Sevilla gelegen, doch ist das erstere hier wahrscheinlicher; vergl. über die häufige Schreibweise „Qosanṭînî“ statt „Qosṭanṭînî“ W. G. 455.

el-Qass el-Bağdâdî, war von scharfem Verstand und hatte grofse Kenntnisse in der Geometrie. Er lebte zur Zeit des letzten Chalifen el-Musta'ṣim (gest. 656, 1258). (Abulfar. 523, Übers. 342.)

372. 'Alî b. Maḥmûd b. el-Ḥasan, Abû'l-Ḥasan, 'Alâ ed-dîn el-Jaškarî, der Dichter und Astrolog, stammte aus Bagdad und wurde geboren zu Baṣra i. J. 595 (1199). Er war sehr geschickt in der Wissenschaft der Sphären und in der Zeitrechnung, hatte eine sehr schöne Schrift und war ein guter Dichter. Er starb in Damaskus i. J. 680 (1281/82). (Kut. II. 106.)

373. Moṭarrif el-Išbîlî (d. h. von Sevilla), ein bedeutender Astronom und Astrolog, hatte sich mit der Abfassung eines astrologischen Werkes beschäftigt; die Leute seiner Vaterstadt betrachteten ihn jedoch als einen Ketzer wegen seiner eifrigen Beschäftigung mit diesen Dingen, daher wagte er es nicht, seine Arbeit zu veröffentlichen. Er war ein Zeitgenosse des Historikers Ibn Sa'îd.[77] (Maq. K. II. 138 nach Ibn Sa'îd.)

374. Ibn Ja'qûb b. Isḥâq b. el-Qoff, Emîn ed-daula Abû'l-Farağ, ein Christ, geboren zu Kark i. J. 630 (1233). Er studierte Medizin unter verschiedenen Lehrern, so auch bei Ibn Abî Uṣaibi'a. Er beschäftigte sich aber auch eifrig mit Philosophie unter Šems ed-dîn 'Abdelḥamîd el-Chosraušâhî, ebenso mit dem Studium des Euklides unter Mu'jid ed-dîn el-'Orḍî (s. Art. 368), dessen Schwierigkeiten er mit grofser Geschicklichkeit überwand. Er wirkte als Arzt hauptsächlich in Damaskus und starb daselbst im Ǧumâdâ I. 685 (1286). (Ibn Abi U. II. 273.)

375. Jûḥannâ Abû'l-Farağ Bar-Hebraeus (d. h. der Sohn des Hebräers), der berühmte syrische Theolog, Philosoph und Geschichtschreiber, verdient hier ebenfalls genannt zu werden, weil sein bekanntes Geschichtswerk, die Historia orientalis,[a]) auch die mathematische und astronomische Litteratur der Araber, bezw. die Gelehrten dieser Disziplinen, in Berücksichtigung zieht. Er wurde geboren 623 (1226) zu Malatia im östlichen Kleinasien als Sohn eines zum Christentum übergetretenen Juden Aaron, machte daselbst seine ersten Studien, später siedelte er mit seinem Vater nach Antiochia über und wurde dort Mönch. Als solcher studierte er dann in Tripolis Dialektik und Medizin und vervollkommnete sich in der arabischen Sprache. Im Jahre 1246 wurde er, 20 Jahre alt, zum jakobitischen Bischof von Gubos bei Malatia ernannt, 1252 wurde er Bischof von Ḥaleb, 1264 Mafrijân (Oberhaupt) der östlichen Jakobiten und wohnte als solcher meistens

---

[a]) Eine arabische, verkürzte Bearbeitung seiner syrischen Chronik; vergl. Vorwort.

in Moṣul, doch auch häufig in Tebrîz und Merâġa, wo er im Juli 1286[a]) gestorben ist. Von ihm ist noch ein astronomisch-chronologisches Werk in syrischer Sprache vorhanden, betitelt: das Buch des Aufsteigens des Geistes zum Bilde des Himmels und der Erde, in Oxford (I. 113), Paris (Cod. syr. 162, nach W. A. 146). (W. A. 145; Nöldeke, Orient. Skizzen, p. 253—273.)

376. Jaḥjâ b. Muh. b. Abî'l-Šukr Moḥjî ed-dîn el-Maġrebî, lebte um die Mitte des 7. Jahrh. d. H. Sehr wahrscheinlich reiste er mit Ibn Saʿîd (s. Anmerkg. 77) nach dem Osten, wenigstens treffen wir ihn auch als Gast bei Hôlâgû und finden ihn ebenso unter den Astronomen Naṣîr ed-dîns in Merâġa erwähnt (vergl. Art. 368). Hier wurde er auch mit Abû'l-Faraǧ Bar-Hebraeus (s. Art. 375) bekannt, auf dessen Einladung hin er seinen Auszug aus dem Almagest verfaſst haben soll.[b]) Er wird so zwischen 680 und 690 (1281—1291) gestorben sein, ob in Merâġa oder in seinem Heimatland Spanien, ist ungewiſs. (Abulfar. 535 u. 548, Übers. 350 u. 358.)

Er schrieb: *Tasṭîḥ el-asṭorlâb* (die Ausbreitung, das Ebenmachen des Astrolabiums), über Einrichtung und Gebrauch des Astrolabiums, in Berlin (5806). Über den *šakl el-qaṭṭâʿ* (die Transversalenfigur) und das zusammengesetzte Verhältnis, in Berlin (5957). *El-ǧâmiʿ el-ṣaġîr* (die kleine Sammlung), ein astrologisches Werk, in Paris (2594) *Fî keifîjet el-ḥokm ʿalâ taḥwîl sinî el-ʿâlam* (über die Art und Weise der Weissagung nach dem Umlauf der Jahre der Welt), auch unter dem Titel: *kitâb el-nuǧûm* (Buch der Gestirne), in Paris (2593, 1⁰), Brit. Mus. (413 u. 414, 1⁰), Oxford (I. 982, 2⁰), Ind. Off. (769, 1⁰), München (873), Leipzig (Ref. 53), Cambridge (203), Kairo (226, Übers. 163). *Kitâb aḥkâm ʿalâ qirânât el-kawâkib* etc. (Buch der Weissagungen nach den Konjunktionen der Planeten), im Brit. Mus. (414, 2⁰), Ind. Off. (769, 2⁰). *El-madchal el-mufîd fî ḥokm el-mawâlid* (die nützliche Einleitung in die Wahrsagung nach den Geburten), in Florenz (Pal. 305, 3⁰), Gotha (65, 1⁰). *ʿOmdet el-ḥâsib we ġonjet el-ṭâlib* (die Stütze des Rechners und das Genügen oder der Reichtum des Forschenden), eine Sammlung von astron.-astrolog. Tafeln und Regeln, in Kairo (309). *Risâlet el-chiṭâ we'l-îġûr* (Zeitrechnung der Chinesen (?) und Uiguren), in Oxford (I. 971, 9⁰). Er befaſste sich auch mit der Neu-Ausgabe griechischer Mathematiker, wozu er wohl durch das Vorgehen Naṣîr ed-dîns ermuntert worden sein mag; so schrieb er: eine verbesserte Ausgabe der Abhandlung des Theodosius über die Sphären, in Paris (2468, 1⁰), Leiden (985); eine solche der Sphärik des Menelaus, im Ind. Off. (741, 2⁰); eine Redaktion der Geo-

---

[a]) Nicht 1289, wie Brockelmann I. 349 hat.

[b]) Vergl. H. Ch. V. 387 u. 389.

metrie des Euklides, in Konstant. (2719); eine solche der sieben Bücher des Apollonius über die Kegelschnitte, im Brit. Mus. (975, 4⁰);[a]) endlich den oben schon erwähnten Auszug (*cholâṣa*) aus dem Almagest des Ptolemäus, zu dem nur noch ein Anhang vorhanden ist in Leiden (1101).[b]) 78

Im Escurial (927) befindet sich ein astron.-chronol.-geograph. Werk, betitelt: *Tâǵ el-azjâǵ we ǵonjet el-moḥtâǵ* (die Krone der Tafeln und das Genügen des Bedürftigen) von Abû ʿAbdallâh Muh. b. Abî'l-Šukr[c]) el-Maǵrebî. Ich vermute, dafs aus Versehen der Abschreiber das „Jaḥjâ" ausgefallen ist und dafs der Verfasser mit unserem Jaḥjâ b. Muh. b. Abî'l-Šukr identisch ist, im andern Falle wäre es ohne jeden Zweifel sein Vater.

377. ʿOmar b. Ismâʿîl b. Mesʿûd, Abû Ḥafṣ, el-Fâriqî, geb. i. J. 595 (1198/99), war der erste Sprachgelehrte seiner Zeit, zugleich in den alten Wissenschaften, besonders in Medizin und Astronomie sehr bewandert. Er war Lehrer an der Ẓâhirîje Ǧuwânîje in Damaskus und starb daselbst im Muḥarrem 689 (1290). (Ibn Š., 80.)

378. Muh. b. Aḥmed b. el-Chalîl b. Saʿâda, Šihâb ed-dîn, Oberrichter, wurde geboren zu Damaskus i. J. 626 (1229), widmete sich hauptsächlich dem Studium des Rechtes und der Tradition, ging später nach Ägypten und wurde dort Qâḍî von Kairo. Von hier ging er dann wieder nach Damaskus zurück, lehrte hier als Jurist und hatte eine grofse Zahl von Schülern. Er war auch sehr bewandert in der Rechenkunst und Erbteilung. Er starb im Ramaḍân 693 (1294). (Kut. II. 227.)

379. Muh. b. Aḥmed el-Raqûṭî, Abû Bekr, aus Murcia, war sehr gelehrt in Mathematik, besonders in der Arithmetik, auch in Medizin und Musik und mehrerer Sprachen kundig. Nach der Eroberung Murcias durch die Christen i. J. 668 (1269/70) wurde er von dem christlichen Beherrscher der Stadt als Lehrer angestellt, als welcher er Muhammedaner, Christen und Juden in den genannten Wissenschaften unterrichtete. Von dem Fürsten zum Übertritt zur christlichen Religion eingeladen, antwortete er: „Ich bin kaum imstande, einem Gotte zu dienen, geschweige denn mehrern."[d]) Er

---

[a]) Seine Neu-Ausgaben haben mit Ausnahme derjenigen des Euklides den Titel *tahḏîb* (Reinigung, Verbesserung), während diejenigen Naṣîrs bekanntlich mit *taḥrîr* (sorgfältige Abfassung, Redaktion) bezeichnet sind.

[b]) Nicht 901, wie Steinschneider (Bibl. math. 6 (1892) p. 59) und nach ihm Brockelmann I, 474 haben.

[c]) So berichtigt den Namen C. A. Nallino in seiner Abhandlung „le tabelle geograf. d'al-Battânî" im Cosmos di Guido Cora, Ser. II. Vol. XII. Fasc. VI. p. 20 u. 21 del estratto, Casiri hat unrichtig „Šâkir"; Nallino zitiert einige Stellen aus den geographischen Tafeln des Werkes.

[d]) Anspielung auf die christliche Dreifaltigkeitslehre.

starb in Granada gegen das Ende des 7. Jahrh. d. H. (Ende des 13. Jahrh n. Chr.). (C. II. 81 n. Muh. b. ʿAbdallâh Lisân ed-dîn.)

380. Muh. b. Sâlim b. Wâṣil, Ǧemâl ed-dîn Abû ʿAbdallâh, geb. 604 (1207/08), war šâfiʿitischer Rechtsgelehrter, wurde i. J. 659 (1261) von dem Sultan Beibars von Ägypten als Gesandter zu König Manfred nach Sicilien geschickt und trat zu diesem in nähere Beziehungen.[79] Nach seiner Rückkehr wurde er zum Professor des Rechtes in Ḥamât ernannt, las aber auch über Philosophie, Mathematik und Astronomie. Abûlfidâ war sein Schüler in Prosodie und Mathematik. Er starb in Ḥamât im Šauwâl 697 (1298). (Abulfid. V. 144; W. G. 371.)

381. Muh. b. Ibrâhîm b. Muh., Behâ ed-dîn Ibn el-Naḥḥâs (Sohn des Kupferschmieds) el-Ḥalebî, der Grammatiker, wurde geboren im Ǧumâdâ II. 627 (1230) in Aleppo und zog später nach Ägypten. Er war einer der bedeutendsten Sprachkenner, gleich bewandert in Grammatik, wie in Logik und Geometrie, fromm, wahrhaftig und gerecht. Er hatte eine grofse Zahl von Zuhörern in Sprachwissenschaft und Litteratur und war einer der ersten Lehrer seiner Zeit. Er starb im Ǧumâdâ II. 698 (1299) in Kairo. (Kut. II. 215.)

381[a]. Muh. b. ʿAlî b. el-Ḥosein el-Ḥimâḏî, schrieb einen Kommentar zur *taḏkira* des Naṣîr ed-dîn, betitelt: *bajân maqâṣid el-tadkira* (Erklärung der Ziele der taḏkira), im Brit. Mus. (397), mit Glossen von Maḥmûd b. Mesʿûd el-Šîrâzî (s. Art. 387), in denen jener Kommentar teilweise angegriffen und widerlegt wird. Wird ein etwas älterer Zeitgenosse von el-Šîrâzî (gest. 710) gewesen sein.

381[b]. Ḥosein b. Aḥmed b. Mâṣ el-Aslamî,[a]) Abû ʿAlî, schrieb: über das vollständige oder Universal-Astrolabium, in 161 Kap., beendigt i. J. 673 (1274), im Escurial (956, 7⁰).

382. Muh. b. Ašraf Šems ed-dîn el-Samarqandî, lebte ums Jahr 675 (1276/77).[b]) Er schrieb: *Aškâl el-taʾsîs* (die Fundamentalsätze), Erläuterungen zu 35 ausgewählten Sätzen der ersten Bücher des Euklides, in Gotha (1496 u. 97), Oxford (I. 967, 2⁰), Brit. Mus. P. (Add. 23570); für die Kommentare dieses Werkes, die meistens auch den Grundtext enthalten, verweise ich auf Art. 430. *Aʿmâl-i taqwîm-i kawâkib-i ṯâbite* (Ausführungen oder Einrichtungen des Fixsternkalenders) für das Jahr 675 d. H., in Leiden (1196, 3⁰) pers.

---

[a]) C. I. 392 meint, dies bedeute „der von Medina-Sâlim = Medinaceli Stammende“.

[b]) H. Ch. I. 322 setzt sein Todesjahr um 600 an; Ahlwardt (V. 320) sagt: „um 700 am Leben“, nach welcher Quelle weifs ich nicht; Brockelmann (I. 468.) „blühte um d. J. 690/1291“.

383. Ahmed b. ʿOmar b. Ismâʾîl, Abûʾl-ʿAbbâs Šihâb ed-dîn[a]) el-Ṣûfî,[b]) lebte Ende des 7. Jahrh. d. H. Er schrieb: *Šifâʾ el-asqâm* (Heilung der Schäden), über die Festlegung der Stundenlinien auf den Sonnenuhren, in Leiden (1097) i. J. 675 (1276/77) vollendet, in Gotha (1454) unvollständig, Kairo (263). Astronomische Tafeln für die Azimute, Stundenwinkel etc., in Gotha (1402),[c]) Kairo (268).

384. ʿAbdallâh b. Muh. el-Šarrâṭ, aus Malaga, wurde wegen seiner Gewandtheit in der Rechenkunst zum königlichen Finanzminister ernannt. Er starb in Granada i. J. 703 (1303/04). (C. II. 102 n. Lisân ed-dîn.)

385. Muh. b. ʿOmar b. Ahmed Hibetallâh b. Abî Ǧarâda, gab i. J. 691 (1292) eine Bearbeitung (*taḥrîr*) des Buches von Ṯâbit b. Qorra über den Schnitt des Cylinders heraus, Kairo (202, Übers. 22).

386. Ahmed b. Muh. b. ʿAlî b. el-Rifʿa, Abûʾl-ʿAbbâs Neǵm ed-dîn, geb. in Kairo i. J. 645 (1247/48), gest. daselbst im Raǵeb 710 (1310), ein bedeutender Rechtsgelehrter, verfafste eine Abhandlung über die Kenntnis des Mafses und Gewichtes, betitelt: *el-îḍâḥ weʾl-tibjân* (die deutliche Auseinandersetzung und Erklärung), Kairo (178, Übers. 4). (Abulfid. V. 243.)

387. Maḥmûd b. Mesʿûd, Qoṭb ed-dîn el-Šîrâzî, geb. in Šîrâz i. J. 634 (1236/37), war ein Schüler Naṣîr ed-dîns in Phisosophie, Mathematik und Astronomie, und seines Vaters und anderer in der Medizin. Nach einer gröfseren Reise, die er zur weitern Ausbildung in seinem 24. Jahre unternahm, liefs er sich in Tebrîz nieder, wo er als ausgezeichneter Lehrer und Schriftsteller in den genannten Wissenschaften bis zu seinem Tode wirkte, der im Ramaḍân 710 (1311) erfolgte. (Abulfid. V. 63, 243; W. A. 148.)

Er schrieb: *Nihâjet el-idrâk* (das höchste Verständnis) über die Kenntnis der Sphären, eine Astronomie in vier Abschnitten, in Berlin (5682), Leiden (1106), Paris (2517 u. 18), Florenz (Pal. 290) unvollständig, Brit. Mus. (399), Kairo (225, Übers. 163), Ind. Off. (769, 3^0) unvollständig (s. auch Art. 443). *El-tuḥfe el-šâhîje* (das königliche Geschenk), ebenfalls eine Astronomie mit genau der gleichen Einteilung wie die vorige, also nur eine Umarbeitung derselben, in Leiden (1105), Brit. Mus. (398 u. 1344), Oxford (I. 891 u. 924), Paris (2516), Florenz (Pal. 306), Konstant. (2584—87) (s. auch Art. 438). Auszug aus dem Almagest des Ǧâbir b. Aflaḥ, Oxford (I. 940, 1^0), Florenz

a) Der Kat. von Gotha hat „Ǧemâl ed-dîn".

b) Derselbe Kat. fügt noch hinzu „el-Maqdisî" (oder el-Moqaddasî) d. h. aus Jerusalem gebürtig oder dort wohnend.

c) Brockelmann (I. 474) hat unrichtig 1702, auch kennt er nur diese Tafeln, obgleich derselbe Kat. von Gotha auch das andere Werk enthält.

(Pal. 315), pers.[a]) *Durret el-tâǵ* (die Perle der Krone), eine Encyklopädie der Wissenschaften (die 4. Abteilung enthält die mathemat. Disziplinen), im Brit. Mus. P. (Add. 7694). *Charîdet el-ʿaǵâ'ib* (die ungebohrte wunderbare Perle), ein astronomisches Werk, in Oxford (I. 1022). *Ichtijârât-i mozaffarî* (die Mozaffarischen Tagewählereien), Konstant. (2574 u. 75) pers.

388. Muh. b. Ibrâhîm b. Aḥmed b. el-Rakam (?), Abû ʿAbdallâh, aus Murcia, ausgezeichneter Arzt, Rechner, Geometer und Astronom. Die medizinische Praxis übte er viele Jahre in Granada aus. Er schrieb über alle genannten Disziplinen verschiedene Werke, welche nach Lisân ed-dîn zu seiner Zeit sehr verbreitet waren, darunter befanden sich folgende mathematische und astronomische: Über einige teils verbesserte, teils von ihm erfundene und erprobte geometrische Instrumente. Die korrekten, der Lage Andalusiens angepafsten Tafeln. — Er starb im hohen Alter in Granada im Ṣafar 715 (1315). (C. II. 82 n. Lisân ed-dîn.)

389. Muh. b. el-Ḥasan,[b]) Kemâl ed-dîn Abû'l-Ḥasan (Ḥosein) el-Fârisî, ein Zeitgenosse des Maḥmûd b. Mesʿûd el-Šîrâzî (s. Art. 387), starb ums Jahr 720 (1320). Er schrieb: *Tanqîḥ el-menâẓir* (Kommentar oder Verbesserung der Optik), ein grofser, mit dem Text 636 Seiten umfassender Kommentar zur Optik des Ibn el-Haiṯam, in Leiden (1011), Konstant. (2598). H. Ch. II. 257 schreibt ihm noch zu: *Taḏkira el-aḥbâb* (die Erinnerung der Freunde), über die Erklärung der befreundeten Zahlen; ferner (IV. 471): *Isâs el-qawâʿid fî uṣûl el-fawâ'id* (die Fundamente der Grundlagen zu den Anfangsgründen der Nützlichkeiten), ein Kommentar zu der *fawâ'id behâ'ije* des ʿImâd ed-dîn ʿAbdallâh b. Muh. el-Chaddâm (s. Art. 494).

390. Muh. b. ʿOmar b. Rošd, Abû ʿAbdallâh, von Ceuta aus edler Familie stammend, geboren 657 (1259), war ein Universalgelehrter, der auch grofse Kenntnisse in Mathematik, Astronomie und Geographie besafs. Im Jahre 692 (1293) siedelte er nach Granada über, wo er sich grofse Bewunderung durch seine Gelehrsamkeit erwarb. Er gab unter anderm zwei geschätzte Itinerarien heraus. Er starb am 8. Muḥarrem 721 (1321) in Fes. (C. II. 86 nach Lisân ed-dîn.)

391. Muh. b. Muh. b. ʿAbdallâh[c]) el-Kenânî, Abû ʿAbdallâh, von Malaga, ein Jurist, sehr bewandert in den alten Wissenschaften und der ältern arabischen Geschichte, so dafs er in philosophischen, mathematischen und historischen Fragen gleichsam als Orakel betrachtet und sehr

---

a) Hier steht nur: Auszug aus dem Almagest.

b) So heifst er im Katalog von Konstantinopel.

c) So nach F. G. Robles, Malaga Musulmana, Malaga 1880; C. hat „b. Lebî“ (?).

oft um Rat gefragt wurde. Mit christlichen Gelehrten, besonders Bischöfen, stand er in freundschaftlichem Verkehr. Er starb in Malaga ca. 730 (1329/30) und vermachte sein Vermögen und seine Bibliothek der grofsen Moschee daselbst. (C. II. 83 n. Lisân ed-dîn.)

392. Ismâ'îl b. 'Alî b. Maḥmûd b. 'Omar, 'Imâd ed-dîn Abû'l-Fidâ', der grofse Historiker und Geograph, ist hier zu nennen wegen seiner bedeutenden Kenntnisse in Mathematik und Astronomie und wegen seines mit letzterer Wissenschaft in naher Beziehung stehenden Werkes über Geographie. Er stammte aus einer Seitenlinie der Eijubiden und zwar aus derjenigen, welche längere Zeit über Ḥamât in Syrien geherrscht hat. Er wurde im Ǧumâdâ I. 672 (1273) zu Damaskus geboren, war Schüler von Muh. b. Sâlim b. Wâṣil (s. Art. 380), machte verschiedene Kriegszüge unter seinem Vater el-Melik el-Afḍal und andern Führern mit und wurde dann selbst vom Sultan von Ägypten zum Statthalter von Ḥamât ernannt, mit dem Titel el-Melik el-Mu'aijed (der (durch Gott) gestützte König). Er starb zu Ḥamât im Muḥarrem 732 (1331). Für Weiteres über sein Leben mufs ich auf die Quellen verweisen. (Kut. I. 20; W. G. 398.)

Von seinen Werken erwähne ich hier: *Taqwîm el-buldân* (die Ordnung der Länder), geographisches Werk, in Oxford (I. 889, 903, 912), Paris (2239—42), Leiden (727), Vatican (266), Wien (1265) unvollständig, Konstant. (2597) u. a. a. O. Dasselbe wurde herausgegeben unter dem Titel: Géographie d'Aboulféda, texte arabe par M. Reinaud et Mac Guckin de Slane, Paris 1840; die franz. Übersetzung desselben erschien in Paris in 3 Teilen: T. I. (Introd.) und T. II. P. 1 von M. Reinaud, 1848, T. II. P. 2. von St. Guyard, 1883. In Oxford (II. 302, 1⁰) wird dem Abû'l-Fidâ' ein Buch des verborgenen Geheimnisses (*kitâb el-sirr el-maktûm*), über den Gebrauch der schön geordneten Tafeln, zugeschrieben; das Ms. ist unvollständig.

393. Emîn ed-dîn el-Abahrî schrieb: *Fuṣûl kâfije* (genügende Abschnitte), über das Rechnen auf der Tafel und mit dem Stift (*ḥisâb el-tacht we'l-mîl*), in Berlin (5975). Er starb nach dem Berliner Kat. i. J. 733 (1332/33).[a])

394. 'Omar b. el-Melik el-Mozaffar Jûsuf b. 'Omar, Abû'l-Fatḥ, war der Sohn des um d. J. 680 (1281/82) über Jemen herrschenden Sultans el-Melik el-Mozaffar Jûsuf b. 'Omar,[b]) eines Zeitgenossen des ägyptischen Mamluken-Sultans Kilawûn (678—689), und trug als Herrscher selbst den Titel el-Melik el-Ašraf. Er trieb auch astron.-astrologische Studien und schrieb: *Kitâb el-tabṣira fî ilm el-nuǧûm* (das Buch der Belehrung über die

[a]) Es könnte wohl möglich sein, dafs dieser Autor identisch wäre mit dem in Art. 369 behandelten Muh. b. el-Abahrî, oder wie er auch genannt wird, 'Abderraḥmân b. 'Omar b. Muh. el-Abahrî.

[b]) Vergl. Abulfid. IV. 527 u. V. 61.

Wissenschaft der Gestirne), wahrscheinlich astrologischen Inhalts, in Oxford (I. 905). Sein Tod wird wohl in den Zeitraum zwischen 725 und 735 (1325—1335) fallen.

395. El-Ḥasan b. Muh. b. Ḥosein el-Nîsâbûrî, Niẓâm ed-dîn[a]) el-Qummî, lebte um dieselbe Zeit wie der vorhergehende Autor und schrieb: *El-šemsîje fî'l-ḥisâb* (die sonnige (Abhandlung) über die Rechenkunst), in Leiden (1032), Oxford (I. 1011, 1⁰ u. II. 289, 3⁰), Ind. Off. (748 u. 49), München (Kat. d. pers. Mss. Nr. 346, 3⁰, doch arabisch), Konstant. (2659 u. 2725). Kommentar zur *tadkira* des Naṣîr ed-dîn, betitelt: *Tauḍîḥ el-tadkira* (Erklärung der tadkira), in Paris (2510), Leiden (1096), Brit. Mus. (396 u. 1342, 3⁰), Konstant. (2589 u. 2644), geschrieben im J. 711 (1311/12). Kommentar zur Rezension des Almagestes durch Naṣîr ed-dîn, im Brit. Mus. (392) vollendet i. J. 704 (1304/05). Kommentar der Îlchânischen Tafeln, in Konstant. (2696). Kommentar zur Abhandlung *sî faṣl* (dreiſsig Abschnitte) des Naṣîr ed-dîn, in Leiden (1178), Konst. (2664) (vergl. auch Art. 430).

396. ʿAlî-šâh b. Muh. b. Qâsim el-Chowârezmî, bekannt unter dem Namen ʿAlâ el-munaǧǧim (der Astrolog) el-Bochârî, schrieb ums Jahr 700 (1301): *Ašǧâr we atmâr* (Bäume und Früchte), eine Astrologie, in Berlin P. (342), gewidmet dem Šems ed-dunjâ we'd-dîn Seif el-islâm Muh. b. Mubârakšâh; in Konstant. (2688) pers. Ferner ein anderes Werk über Astrologie, betitelt: *aḥkâm el-aʿwâm* (Urteile oder Prophezeiungen der Jahre (oder Tage)), in Berlin P. (343).

397. Muh. b. Mubârakšâh, Šems ed-dîn Mîrak[b]) el-Bochârî, ein Philosoph und Astronom, wird gegen 740 (1339/40) gestorben sein. Er schrieb: Kommentar zur *ḥikmet el-ʿain* des Neǧm ed-dîn ʿAlî b. ʿOmar el-Qazwînî (s. Art. 370), in Berlin (5081), Brit. Mus. (428), Paris (2384), Ind. Off. (498—501, 584, 2⁰, 594, 2⁰), im letztern Ms. unvollständig, Straſsburg (17). Kommentar zur *tabṣira* des Muh. b. Aḥmed b. Abî Biʿr el-Charaqî (s. Art. 276), in Konstant. (2582), geschrieben i. J. 733. Nach H. Ch. VI. 474 soll er auch einen Kommentar zur *hidâjet el-ḥikme* des Atîr ed-dîn el-Abahrî geschrieben haben. Es wäre möglich, daſs dieser Gelehrte identisch wäre mit dem oben (Art. 396) genannten Šems ed-dîn Muh. b. Mubârakšâh, dem ʿAlî-šâh seine Astrologie gewidmet hat; sehr wahrscheinlich aber ist es, daſs dieser Autor der in Useners Bonner Programm vom J. 1876 (ad historiam astron. symbola) p. 15, 21 u. 22 als Verfasser eines persischen Werkes über Astronomie genannte Šems [ed-dîn] Buchârî ist.[80]

a) Oder auch „Niẓâm el-Aʿraǧ“.

b) Dieses Wort fehlt auch an einigen Orten, es ist das Diminutivum des pers. „mîr“ = Fürst, Herr, Meister.

398. Muh. b. Sim'ûn, Naṣîr ed-dîn, der Gebetsrufer, gest. im Ǧumâdâ 737 (1337), schrieb: *El-tuḥfe el-melikîje* (das königliche Geschenk), über die astronomischen Fragen und Antworten, in Kairo (232, Übers. 164). *Kanz el-ṭullâb* (der Schatz der Studierenden oder Suchenden), über den Gebrauch des Astrolabiums, ausgezogen aus den Werken des Abû'l-Ṣalt Omeïja (s. Art. 272) u. a., in Paris (2524, 3⁰).

399. Aḥmed b. Muh. b. 'Oṯmân el-Azdî, Abû'l-'Abbâs, bekannt unter dem Namen Ibn el-Bennâ (Sohn des Baumeisters), wurde ums Jahr 656 (1258) oder noch später geboren und starb gegen 740 (1339/40)[81] in Marokko. Er war einer der Imâme in den Wissenschaften, von edlem Charakter und sittenreinem Lebenswandel. Sein Lehrer in der Sprachwissenschaft war der Qâḍî Muh. b. 'Alî b. Jaḥjâ, im Studium des Euklides Abû Isḥâq el-'Aṭṭâr el-Ǧezûlî,[82] in der Prosodie und Metrik[a]) el-Qallûsî,[b]) in der Tradition 'Abdallâh b. 'Abdelmelik, in der Medizin Ibn Ḥaǧale, in der Astronomie und Astrologie Ibn Machlûf (?) el-Seǧilmâsî. Er war der Lehrer des Muh. b. Ibrâhîm el-Abbelî (s. Art. 414), des Lehrers des Ibn Chaldûn (s. Art. 420).

Er schrieb folgende Werke (ich nenne von den 51 angeführten nur die mathematischen und astronomischen, bezw. astrologischen): 1. *Talchîṣ a'mâl el-ḥisâb* (Auszug der Operationen der Rechenkunst), in Oxford (I. 217, 4⁰ u. 1001), letzteres Ms. mit Kommentar von Abû Bekr b. Zakarîjâ, im Brit. Mus. (417) mit Kommentar von Aḥmed b. el-Meǧdî (s. Art. 432), im Ind. Off. (770, 1⁰ u. 3⁰), im Escurial (928 u. vielleicht auch 948), in Algier (613, 3⁰), in Kairo (179, Übers. 6). Diese Schrift, die ein Auszug aus einem arithmetischen Werke eines gewissen el-Ḥaṣṣâr (s. Art. 495) sein soll, wurde nach dem Oxforder Ms. 217, 4⁰ ins Französische übersetzt von A. Marre und veröffentlicht in den Atti dell' accad. pontif. de' nuovi lincei, T. XVII. 1864 (separat: Rom, 1865). 2. *Raf' el-ḥiǧâb* (das Aufheben des Schleiers), ein Kommentar zu dem eben genannten Talchîṣ.[83] Für weitere Kommentare vergl. Art. 415, 444 u. 503, zwei solche von unbekannten Autoren befinden sich in Paris (2463, 1⁰ u. 2464, 2⁰). 3. Einleitung zum Euklides. 4. *Risâle fî 'ilm el-misâḥa* (Abhandlung über die Ausmessung der Flächen), in Berlin (5945). 5. Die vier Abschnitte (Maqâlât) über die Rechenkunst (vergl. auch Anmerkg. 83), in Berlin (5974): der 1. Abschnitt handelt über die Operationen mit ganzen Zahlen, der 2. über die Brüche, der 3. über

---

[a]) A. Marre übersetzt *'arûḍ* mit „latitudes des lieux", was unrichtig ist, es ist nicht der Plural von *'arḍ*, sondern ein Sing. mit dem Plur. *a'âriḍ*.

[b]) Wahrscheinlich Muh. b. Muh. b. Edrîs, Abû Bekr, el-Qallûsî, berühmter Redner und Dichter, gest. in Malaga 750 (1349/50). (C. II. 83 n. Lisân ed-dîn.)

die Wurzeln, der 4. über die proportionalen Gröſsen. 6. *El-minhâǧ* (der breite Weg) für den nach den Gleichungen der Planeten Forschenden,[a]) in Oxford (I. 873, 1⁰), im Escurial (904, 1⁰),[b]) in Algier (1454, 1⁰); vielleicht ist die Abhandlung im Brit. Mus. (977, 7⁰), betitelt: „die Erleichterung in der Feststellung der Planeten(-bahnen)" identisch mit dieser. 7. *Qânûnât fî maʿrifet el-auqât* (die Regeln über die Kenntnis der Zeiten), wahrscheinlich im Brit. Mus. (407, 2⁰). 8. *El-uṣûl we'l-moqaddamât fî'l-ǧebr we'l-moqâbale* (die Prinzipien und die Einleitungen zur Algebra) (vergl. auch Anmerkg. 83). 9. *Kitâb fî'l-ǧebr we'l-moqâbale* (das Buch über die Algebra), in Kairo (213, Übers. 46). 10. *Tanbîh el-albâb* (das Erwecken der Herzen) zu den Fragen der Rechenkunst, im Brit. Mus. (420, 8⁰), in Algier (613, 6⁰). 11. *Madchal el-nuǧûm we ṭabâ'iʿ el-ḥurûf* (Einleitung in die Astrologie und die Eigenschaften der Buchstaben), vielleicht ist die in Kairo (314, Übers. 170) vorhandene Abhandlung: *fî aḥkâm el-nuǧûm* (über die Urteile aus den Gestirnen) mit der genannten identisch oder ein Teil von ihr. 12. Zwei Tafeln, betitelt *el-manâḥ* (Almanach = Kalender), mit deren Hilfe erkannt wird, mit welchem Tage das arabische Jahr und seine Monate beginnen, im Brit. Mus. (977, 11⁰). 13. *Mochtaṣar kâfil li'l-moṭallib* (ein Kompendium, das dem Suchenden ein Bürge ist), eine arithmetische Abhandlung, verfaſst im J. 782 (?), in Mailand (Ambr. 246). 14. Abhandlung über das Astrolabium. 15. Über den Gebrauch der Šakârischen und Zarqâlischen *Ṣafîḥa*. 16. Über die Bestimmung der *Qible*. 17. Über die helischen Untergänge der Mondstationen (*anwâ'*)[c]) und die Sternbilder. 18. Über die sechs Summen (?) mit einer Tafel. 19. Widerlegung derjenigen, welche sagen, sie erkennen die Zeit des Untergangs der Sonnenscheibe aus der Betrachtung des Vertikals (*qâ'im*),[d]) der ihr entspricht, und Beweis, daſs dies nicht durchaus richtig ist. 20. Fragment über die *ḏawât el-asmâ* (Binomiale) und die *munfaṣalât* (Apotomeen).[e]) 21. Fragment über die Proportionen. 22. Über die Erbteilung. (Nach der „Biographie d'Ibn el-Bennâ par A. Marre", in

---

[a]) Nach Ibn Chaldûns Prolegomena (Notices et extr. T. 21, p. 149) ist dieses Werk ein Auszug aus den astronomischen Tafeln des Ibn Isḥâq (vergl. Art. 356).

[b]) Hier ist die von C. (I. 344) angegebene Abfassungszeit des Ms., nämlich 619 (1222), jedenfalls unrichtig, das Ms. von Algier hat, wie der Verf. des Katal. bemerkt, diese Zahl nicht, dagegen als Ort und Datum der Abschrift: Kairo 742.

[c]) A. Marre (in der oben zitierten Biographie des Ibn el-Bennâ) übersetzt *anwâ'* durch „noyau central" (?).

[d]) Der Vertikal heiſst allerdings sonst *el-dâ'ire el-qâ'ime*, allein zu übersetzen „aus der Betrachtung einer Senkrechten, die ihr gegenübersteht", wie A. Marre thut, giebt gar keinen Sinn.

[e]) d. h. Ausdrücke von der Form $m \pm \sqrt{n}$ und $\sqrt{m} \pm \sqrt{n}$ (vergl. die oben zitierte Übers. des Talchîṣ von A. Marre, l. c. p. 312 u. 313).

den Atti dell' accad. pontif. de' nuovi lincei, T. XIX. p. 1 etc. und der Einleitung zum Kommentar des Talchîṣ von el-Qalaṣâdî, Gothaer Ms. 1477.)

400. ʿAlî b. Dâ'ûd b. Jaḥjâ, Abû'l-Ḥasan Neǧm ed-dîn el-Qaḥfâzî, gelehrt in der Sprachwissenschaft und Poetik, bewandert in der Kenntnis des Astrolabiums und in der Kalenderkunde. Er wurde geboren im Ǧumâdâ I. 668, wohnte und lehrte die meiste Zeit seines Lebens in Damaskus und starb i. J. 744 (1343/44). (Kut. II. 63.)

401. Aḥmed b. ʿOṯmân b. Ibrâhîm b. Muṣṭafâ el-Ǧûzǧânî (od. auch Ǧauzǧânî), war ein bedeutender Sprach- und Rechtsgelehrter, auch bewandert in Logik und Mathematik. Er wurde geboren 681 (1282/83) und starb in Kairo 744. Er schrieb einen Kommentar zur *tabṣira fîʿilm el-hei'a* von Muh. b. Aḥmed el-Charaqî, Behâ ed-dîn (s. Art. 276). (Ibn Quṭl. p. 9.)

402. ʿAbdallâh b. Jaḥjâ b. Zakarîjâ el-Anṣârî, aus Syrien stammend, in Granada geboren, zeichnete sich schon im zwanzigsten Lebensjahre derart durch seine juristischen Kenntnisse aus, daſs er zum Qâḍî ernannt wurde. Er war auch in der Rechenkunst äuſserst gewandt, so daſs er Probleme, die Geübten Schwierigkeiten bereiteten, ohne Mühe löste. Er wurde geboren im Ǧumâdâ II. 675 (1276) und starb i. J. 745 (1344/45). (C. II. 100 nach Lisân ed-dîn.)

403. Maḥmûd b. Muh. b. ʿOmar el-Ǧaǵmînî,[a]) ein nicht unbedeutender Astronom, der sehr wahrscheinlich i. J. 745 (1344/45) gestorben ist,[84] über dessen Lebensverhältnisse aber nichts näheres bekannt ist, als daſs er sich neben seinen astronomisch-astrologischen Studien auch mit Medizin beschäftigt hat, indem von ihm ein Kompendium dieser Wissenschaft unter dem Titel *qânûnče* (kleiner Kanon) noch vorhanden ist. Er schrieb: *Mulachchaṣ fî'l-hei'a* (Kompendium der Astronomie). Dieses Werk ist wohl eines der verbreitetsten der arabischen math.-astronomischen Litteratur, es wurde vielfach kommentiert, so von Qâḍî Zâdeh, ʿAlî el-Ǧorǧânî, Sinân Pâšâ u. a. Ich führe im folgenden nur die Orte an, wo sich der *Mulachchaṣ* ohne Kommentar befindet, für die Kommentare verweise ich auf die Artikel der betreffenden Verfasser (s. Art. 424, 425, 430 u. 456). Der *Mulachchaṣ* befindet sich noch in Berlin (5673 u. 74), Gotha (1385—87), Leiden (1083), Oxford (II. 290, 5^0), Brit. Mus. (1343, 2^0), Paris (2330, 7^0, 2500, 1^0, 2501, 2502, 1^0), im erstern Ms. befindet sich als Datum der Kopie 787, Mailand (Ambr. 274 u. 75), Algier (1453) unvollständig, Kairo (224 u. 25, Übers. 162), Konstantinopel (2600 u. 2679). In Paris (2589) befindet sich noch von Ǧaǵmînî eine

---

[a]) Wird auch Čaǵmînî geschrieben; Ǧaǵmîn oder Čaǵmîn ist ein Flecken in Chowârezmien.

kleine Abhandlung: *Qiwâ el-kawâkib we ḍaʿafhâ* (die starken und schwachen Einflüsse der Gestirne). — Der *Mulachchaṣ* wurde in deutscher Übersetzung veröffentlicht von Rudloff und Hochheim in Z. D. M. G. Bd. 47, p. 213 ff.

404. ʿObeidallâh b. Mesʿûd b. ʿOmar Tâǧ el-Šarîʿa, bekannt unter dem Namen Ṣadr el-Šarîʿa II.[a]) el-Bochârî, lebte in Herât und starb i. J. 747 (1346/47), nach andern Angaben zwei Jahre früher. Er schrieb: *Taʿdîl heiʾat el-aflâk* (Ausgleichung der Astronomie der Sphären), es ist dies der 3. Teil seines encyklopädischen philosophischen Werkes *taʿdîl el-ʿulûm* (Ausgleichung oder Gleichgewicht der Wissenschaften), in Berlin (5096 u. 5683), Brit. Mus. (400), Ind. Off. (532), hier alle drei Teile, Wien (7), ebenso, mit Kommentar von ihm selbst.

405. ʿAlî b. ʿOṯmân b. Ibrâhîm b. Muṣṭafâ el-Mâridînî, ʿAlâ ed-dîn, Oberrichter, bekannt unter dem Namen Ibn el-Turkomânî, geb. 683 (1284/85), Bruder von Nr. 401, war hervorragend in der Tradition, Koranerklärung, Rechtswissenschaft, in Rechenkunst und Erbteilung. Er starb im Muḥarrem 750 (1349).[b]) (Ibn Quṭl. 32.)

406. Muh. b. Aḥmed b. ʿAbderraḥîm, Šems ed-dîn, Abû ʿAbdallâh el-Mizzî, der Gebetsrufer in der Omeijaden-Moschee zu Damaskus, gest. 750. Dorn (Drei astron. Instrumente, p. 18) erwähnt ihn als Verfertiger eines Quadranten, der sich in der k. Bibliothek in St. Petersburg befindet und auf dessen Rand steht: Verfertigt hat ihn Muh. b. Aḥmed el-Mizzî in Damaskus i. J. 734, für Naṣîr ed-dîn Muh. b. ʿAbdallâh b. ʿAbderraḥîm. Er schrieb: *El-rauḍât el-muzhirât* (die blühenden Gärten), über den Gebrauch des Muqanṭarâtquadranten, in Oxford (I. 967, 6⁰ und 1023, 7⁰), Leiden (1109), Berlin (5839), Paris (2547, 14⁰), Algier (1457, 3⁰), Kairo (259) und wahrscheinlich im Escurial (956, 5⁰). *Kašf el-raib* (die Zerstreuung des Zweifels), über den Gebrauch des Sinus (ist wohl gemeint „der Sinusquadrant"), in Leiden (1100), Paris (2547, 13⁰), Mailand (Ambr. 278, b), Kairo (269, 308, 311), im zweiten Ms. nur 24 statt 67 Kap. Abhandlung über den „gefalteten" (*maṭwîje*) Quadranten, in Oxford (I. 967, 7⁰). Abhandlung über das astronomische Instrument, genannt „das geflügelte" (*muǧannaḥa*), in Paris (2547, 23⁰). Abhandlung über das Astrolabium, in Oxford (I. 967, 12⁰), Paris (2547, 6⁰), Brit. Mus. (977, 1⁰), der Autor ist hier unrichtig Zein ed-dîn ʿAbderraḥmân el-Mizzî genannt. *Ǧedâwil el-ḥiṣaṣ* (Tafeln der Anteile oder Teilungen (?)) für die Breite von Damaskus, in Kairo (241, Übers. 166).

---

[a]) Sein Urgrofsvater mütterlicherseits hatte ebenfalls den Ehrennamen Ṣadr el-Šarîʿa, deshalb werden sie als erster und zweiter von einander unterschieden.

[b]) Es ist kein Ort angegeben, vielleicht lebte und starb er in Kairo wie sein Bruder.

407. Jaḥjâ b. Aḥmed b. Hâzil (?), Abû Zakarîjâ, einer von den Edeln Granadas, war in allen Zweigen des Wissens bewandert, als Redner, Dichter, Philosoph, Astronom, Arzt und Rechtsgelehrter berühmt. Er starb in Granada im D̲û'l-Qaʿda 753 (Anfang 1353). (C. I. 117 n. Lisân ed-dîn.)

408. Manṣûr b. ʿAbdallâh el-Zuwâwî,[a]) in Granada wohnhaft, war vielseitig gebildet, besonders in Philosophie und Rechtswissenschaft, auch in Mathematik bewandert. In der genannten Stadt las er mit vielem Erfolg über Rhetorik, Philosophie und Rechtswissenschaft. Er starb daselbst im Rabîʿ II. 757 (1356). (C. II. 96 n. Lisân ed-dîn.)

409. Muh. b. ʿAlî b. Sudat (?),[b]) Abû'l-Qâsim, aus Almeria, widmete sich dem Studium der mathematischen Wissenschaften, der Medizin und der Dichtkunst. Er war i. J. 763 (1361/62) noch am Leben. (C. II. 88 n. Lisân ed-dîn.)

410. Muh. b. ʿAbdallâh b. Ibrâhîm, Abû ʿAmr, bekannt unter dem Namen Ibn el-Ḥaǧǧâǧ, aus Granada, ein Zeitgenosse des vorigen, war ein eleganter Redner und Dichter und besafs auch bedeutende Kenntnisse in Medizin und Mathematik. Er war später Qâḍî von Almeria und kam als Gesandter auch nach Tunis und Ägypten. (C. II. 91 n. Lisân ed-dîn.)

411. Muh. b. Muh. b. ʿAbdelqawî, el-Qorešî, bekannt unter dem Namen Ibn el-Ketânî el-Âlâtî, der Rechner, schrieb 747 (1346/47) in Kairo: *Gedâwil el-irtifâʿ* (Höhentafeln), in Kairo (241, Übers. 166).

412. Muh. b. el-Ġazûlî,[c]) Šems ed-dîn, lebte um die Mitte des 8. Jahrh. d. H., wo, habe ich nicht ausfindig machen können. Er schrieb: Abhandlung über den Gebrauch des Oktanten, in Berlin (5838), in Kairo (286, Übers. 169), i. J. 746 (1345/46) verfafst. Über den Gebrauch des Instrumentes, genannt *el-ǵaib el-ǵâjib* (der verborgene Sinus),[d]) in Berlin (5837), Paris (2519, 11°); dasselbe hat eine Halbkreisteilung in 90 Teile, der Radius ist in 60 Teile geteilt. Abhandlung über den Gebrauch des „ersetzenden Astrolabiums" (*el-aṣṭorlâb el-moǵnî*), in Berlin (5799). Abhandlung über den verhüllten (?) Quadranten (*rubʿ el-musâtara*),[e]) in Kairo (251), ist nicht etwa identisch mit dem „verborgenen Sinus".

413. Šihâb ed-dîn b. Faḍlallâh b. Aḥmed el-ʿOmrî, war ein hervorragender Imâm, sehr beredt, einer der ersten Litteraturkenner, einzig

---

[a]) d. h. vom berberischen Stamme „Zuwâwa" oder „Zûâwa", zwischen Fes und Oran angesiedelt, daher der heutige Name „Zuaven".

[b]) So schreibt Casiri, vielleicht Sadât oder Sadad?

[c]) Ahlwardt liest „Ġozûlî".

[d]) d. h. wohl das Instrument „ohne Sinuslinien".

[e]) Vergl. Sédillot, Mém. sur les instr. astron. des Arabes, p. 151, wo *mésatirah* gelesen und das Wort gar nicht übersetzt wird (s. auch Art. 432).

zu seiner Zeit in der Schriftkunst und Korrespondenz. Er war auch ein Kenner der Klimate und ihrer Grenzen, der Länder und ihrer Eigentümlichkeiten, der Astronomie, besonders des Gebrauches des Astrolabiums, der Einrichtung der Kalender, der Sternbilder, etc. Er wurde geboren zu Damaskus im Šauwâl 700 (1301) und starb wahrscheinlich nach 764 (1362/63), da el-Kutubî, der in diesem Jahre starb, seinen Tod nicht mehr erwähnt. Er schrieb ein geographisches Werk, das unter den Arabern seiner Zeit eine grofse Berühmtheit hatte, es ist betitelt: *kitâb mesâlik el-abṣâr fî memâlik el-amṣâr* (das Buch der Wege der Blicke in die Herrschaften der Städte und Länder) und befindet sich u. a. O. noch in Oxford (I. 900). (Kut. I. 9.)

414. Muh. b. Ibrâhîm el-Abbelî,[a]) Abû ʿAbdallâh, war der Lehrer Ibn Chaldûns in den sog. Verstandeswissenschaften (im Gegensatz zu den überlieferten oder Glaubenswissenschaften), also besonders in der Philosophie und Mathematik. Ibn Chaldûn giebt über seinen Lehrer ziemlich ausführliche Nachrichten. Nach ihm wohnte seine Familie in Tlemsen (im westlichen Algier), wo er seine Jugend zubrachte und sich hauptsächlich mathematischen und philosophischen Studien hingab. Ums Jahr 735 (1334/35) machte er die Wallfahrt nach Mekka; in die Heimat zurückgekehrt, machte er sich an das Studium der Theologie und des Rechtes. Von Tlemsen begab er sich dann nach Marokko, wo er den berühmten Abû'l-ʿAbbâs Ibn el-Bennâ (s. Art. 399) in den mathematischen Wissenschaften hörte und bald seinen Rang und Ruf erhalten sollte. Nach dem Tode Ibn el-Bennâs begab er sich auf die Einladung des ʿAlî b. Muh. b. Tarumît[b]) hin in die Berge von Heskûra (im Atlas), um demselben Unterricht in den Wissenschaften zu erteilen. Später wurde er von dem Sultan Abû'l-Ḥasan als Lehrer nach Marokko berufen, mehrte daselbst stets seinen Ruf und hatte eine grofse Zahl von Schülern. Als er mit dem Sultan Abû'l-Ḥasan nach Tunis kam,[c]) hörte Ibn Chaldûn (wahrscheinlich zwischen 750 und 55) bei ihm die Logik, die Prinzipien der dogmatischen Theologie und der Rechtswissenschaft, sowie Philosophie und Mathematik; er bemerkt dazu, dafs er so gute Fortschritte gemacht habe, dafs sein Lehrer ihm oft seine grofse Befriedigung darüber ausgesprochen habe. Ibn Chaldûn führt keine Werke von el-Abbelî an. Er wird ca. 770 (1368/69) gestorben

---

[a]) de Slane leitet dies von Abbela, einem Orte im nördlichen Spanien, ab, vielleicht das heutige Avila in Alt-Kastilien.

[b]) Es war dies der Fürst eines grofsen Berberstammes.

[c]) Im J. 748 (1347) bemächtigte sich der Sultan Abû'l-Ḥasan, der Merinide, der Stadt Tunis und brachte unter seinem Gefolge eine grofse Zahl bedeutender Gelehrter mit, unter andern auch unsern Abbelî.

sein. (Ibn Chaldûns Selbstbiographie in den Notices et extr. T. 19, Introd. p. VI etc.)

415. ʿAbdelʿazîz b. ʿAlî b. Dâʾûd el-Huwârî,[a]) ein Schüler des Ibn el-Bennâ, schrieb einen Kommentar zum *Talchîṣ* seines Lehrers, der noch vorhanden ist im Escurial (948, 2⁰ u. 949), Oxford (I. 217, 3⁰), Ind. Off. (770, 3⁰). Der Codex 949 des Escurial enthält eine Widmung des Wezirs Abû Muh. b. Omad (?) an den Fürsten von Granada Abû Naṣr Ismâʿîl[b]) vom Jahre 761 (1360) datiert. (C. 380—81; H. Ch. II. 400.)

416. ʿAlî b. Ibrâhîm b. Muh. el-Moṭʿim el-Anṣârî, Abû'l-Ḥasan, bekannt unter dem Namen Ibn el-Šâṭir, der Gebetsrufer in der Omeijaden-Moschee zu Damaskus, geb. im Rabîʿ I. 704 (1304), gest. 777 (1375/76), nach andern 781 (1379/80). Er bestimmte 765 (1363/64) zu Damaskus die Schiefe der Ekliptik zu 23⁰ 31′. Er schrieb: Astronomische Tafeln, genannt *el-zîǧ el-ǧedîd* (die neuen Tafeln), in Leiden (1113 u. 14), Oxford (I. 876, II. 275 u. 278), Paris (2522) unvollständig (vergl. auch Art. 426 u. 428). *Tuḥfet el-sâmiʿ* (das Geschenk des Hörenden), über den Gebrauch des umfassenden (*ǧâmiʿ*) Quadranten, ein von ihm selbst i. J. 738 erfundenes Instrument, nur wenig abweichend von der *Ṣafîḥa* des Zarqâlî;[c]) diese Abhandlung ist nicht mehr vorhanden, dagegen ein Auszug daraus: *nuzhet el-sâmiʿ* (die Unterhaltung des Hörenden), in Oxford (I. 1030, 3⁰), in Kairo (281 u. 326). *Nihâjet el-suʾl* (der höchste Wunsch), über die Richtigstellung der Anfangsgründe (der Astronomie), in Leiden (1116), Oxford (I. 920, 2⁰, 934 u. 979). *Îḍâḥ el-muǵaijeb* (die deutliche Auseinandersetzung des Verborgenen), über den Gebrauch des Sinusquadranten, in Kairo (273, Übers. 168). *El-nafʿ el-ʿâmm* (der allgemeine Nutzen), über den Gebrauch des vollkommenen (*tâmm*) Quadranten, in Leiden (1115), Berlin (5816), Vatikan (318, 6⁰), Kairo (281). *Arǧûza* (Gedicht) über die Gestirne, in Leiden (1112). Abhandlung über das Astrolabium, im Brit. Mus. (407*, 1⁰ u. 408, 5⁰). Kompendium (*mochtaṣar*) über den Gebrauch des Astrolabiums, des Muqanṭarât- und Sinusquadranten, im Brit. Mus. (977, 2⁰), unvollständig. Über den Gebrauch des ʿAlâʾischen Quadranten, in Oxford (I. 1030, 1⁰). Über die Operationen mit den Sechziger-Beziehungen (*biʾl-nisbe el-sittînîje*), in Oxford (I. 1030, 2⁰). *El-rauḍât el-muzhirât* (die blühenden Gärten), über den Gebrauch des Muqanṭarâtquadranten, in Mailand (Ambr. 276).

417. Muh. Abû ʿAbdallâh el-Ḥâsib (der Rechner) verfaſste eine

---

a) Nach Dozy (Geographie des Edrîsî) ist el-Huwâra der Name eines Berberstammes; im Kat. von Oxford steht „el-Maṣrânî el-Huwâzî“, bei C. „Maṣrâtî“ statt „Maṣrânî“.

b) Es ist dies der nur 2 Jahre (760—761) regiert habende Naṣrîde Ismâʿîl II.

c) Vergl. Sédillot, Mém. sur les instr. astron. des Arabes, p. 192.

Abhandlung über die Kenntnis der Schatten (*fî ʿilm el-ẓilâl*),[85] beendigt am 6. Rabîʿ I. 762 (1361) in Sevilla, im Escurial (913, 7⁰). (C. I. 352.)

418. Muh. b. Muh., Abû ʿAbdallâh, Šems ed-dîn el-Chalîlî, der Gebetsrufer in der Jalbaġâ-Moschee[a]) zu Damaskus, schrieb ums Jahr 780 (1378/79) astronomische Tafeln, deren Titel nirgends bestimmt angegeben ist, zur Bestimmung der Zeiten, Sonnenhöhen, Gebetsrichtung etc., in Berlin (5754—56),[b]) Brit. Mus. (977, 31⁰), Oxford (I. 961, 1039, 2⁰), Escurial (926, 8⁰)?, Paris (2558). *El-nuǧûm el-zâhira* (die glänzenden Sterne), über den Gebrauch des Sinus(-quadranten), ohne Zeiger und Kreis(?), in Kairo (312).

419. ʿAlî b. ʿOṯmân b. Muh., Abû'l-Baqâ', Ibn el-Qâṣiḥ (?), gest. 801 (1398/99) schrieb: *Tuḥfet el-ṭullâb* (das Geschenk der Studierenden), über den Gebrauch des Quadranten und des Astrolabiums, in Kairo (232, Übers. 164).

420. ʿAbderraḥmân b. Muh. b. Chaldûn, Abû Zeid, bekannt unter dem Namen Ibn Chaldûn, von edler Familie aus Sevilla stammend, geboren am 1. Ramaḍân 732 (Mai 1332) in Tunis, wohin seine Familie nach der Eroberung Sevillas durch die Christen i. J. 1248 ausgewandert war, ist der Verfasser des berühmten Geschichtswerkes über die Araber und Berber und der noch berühmteren *Moqaddamât* (Prolegomena) zu diesem, der letzte und gröſste Historiker der spanischen Araber. Im Alter von 20 Jahren wurde er zum Geheimsekretär des Ḥafṣidensultans Abû Isḥâq Ibrâhîm ernannt, ging aber bald nachher (755) nach Fes, wo er Sekretär des Meriniden Abû ʿInân wurde. Im Jahr 763 ging er nach Granada, wo er von dem Fürsten Muh. V. Ibn el-Aḥmar und seinem Wezir Ibn el-Chaṭîb Lisân ed-dîn (vergl. Anmerkg. 67) höchst ehrenvoll aufgenommen wurde. Bald aber regte sich bei Ibn el-Chaṭîb der Neid über das gute Verhältnis, in welchem Ibn Chaldûn zum Fürsten stand, und der Wezir brachte es dahin, daſs jener seine Entlassung nahm, nach Afrika zurückkehrte (766) und dort an verschiedenen Höfen nach einander Dienste nahm, unter andern auch am Hofe des Mamlukensultans el-Melik el-Nâṣir in Kairo. Diesen begleitete er auf einem Feldzuge nach Syrien (803) und traf daselbst auch mit dem Eroberer Tîmûr zusammen, der ihn sehr huldvoll empfing. Nach Kairo zurückgekehrt, wurde er Qâḍî dieser Stadt und starb daselbst am

---

[a]) Nach dem Berliner Ms. 5754 in der Omeijaden-Moschee.

[b]) Diese Tafeln zerfallen hier in drei Teile, erster und dritter ohne Titel, beim zweiten ist am Schlusse hinzugefügt: *el-ǧedwal el-âfâqî* (die für alle Horizonte dienende Tafel); welchen von diesen drei Teilen, oder ob alle drei, die Mss. im Brit. Mus., in Oxford, Paris und im Escurial enthalten, kann ich nicht entscheiden.

25. Ramaḍân 808 (März 1406). — Ibn el-Chaṭîb selbst, der schon 776 (1374/75) starb, widmet seinem groſsen Nebenbuhler in seiner *Iḥâṭa* (umfassende Geschichte Granadas und seiner berühmten Männer) einen gröſsern ehrenden Artikel. Hierin nennt er ihn auch als Verfasser eines Buches über die Rechenkunst, das leider verloren gegangen ist. Auch Ibn Chaldûn gedenkt in seiner Selbstbiographie (s. Art. 414) mit Achtung seines unglücklichen Gegners. (Ibn Chaldûns Selbstbiographie; Maq. K. IV. 6—17; C. II. 105: dieser Auszug aus der *Iḥâṭa* ist sehr kurz und flüchtig; so erwähnt C. in demselben die „Geschichte der Araber", die Ibn el-Chaṭîb noch gar nicht gekannt haben kann, da Ibn Chaldûn sie erst nach dessen Tode geschrieben hat.)

421. ʿAbdallâh b. Chalîl b. Jûsuf, Ǧemâl ed-dîn el-Mâridînî,[a]) der Groſsvater mütterlicherseits des bekannteren Sibṭ el-Mâridînî und mit diesem öfters verwechselt in den Katalogen, so daſs es oft schwer ist, zu entscheiden, welchem von beiden das eine oder andere Werk angehöre (vergl. auch Art. 445). Er war nach C. I. 368 Gebetsrufer in der Omeijaden-Moschee zu Damaskus[b]) und starb i. J. 809 (1406/07), nach andern 804. Er schrieb: Über den Muqanṭarâtquadranten,[c]) in 20 Kap., in Berlin (5841 u. 42), Escurial (963, 1⁰), Leiden (1121), Kairo (305, 315 u. 329), wird in den letzten beiden Mss. dem Sibṭ el-Mâridînî zugeschrieben. Über den Sinusquadranten, auch in 20 Kap., in Leiden (1119 u. 20), Escurial (926, 2⁰), ein Auszug oder eine Bearbeitung davon in Kairo (292). *El-durr el-manṯûr* (die zerstreuten Perlen), über den Gebrauch des Dustûrquadranten,[d]) in Berlin (5840), Escurial (926, 7⁰), Oxford (I. 967, 8⁰ u. 1042, 1⁰), Paris (2519, 2⁰), Kairo (287 u. 291), wird hier dem Enkel zugeschrieben. *El-šabake* (das Netzwerk), trigon. und astron. Tafeln, in Paris (2525, 1⁰).

422. Aḥmed b. el-Ḥasan b. el-Qonfûd el-Qosṭanṭînî (oder auch Qosanṭînî geschrieben), schrieb einen Kommentar zu der *Arǧûza* über die Astrologie von ʿAlî b. Abî'l-Riǧâl (vergl. Art. 219), im Escurial (904, 3⁰), Oxford (I. 971, 1⁰, II. 285, 2⁰), Brit. Mus. (977, 29⁰). Ebenso verfaſste er einen Kommentar zu einem astrologischen Werke des Abû Jaḥjâ el-Merwazî

---

[a]) d. h. von Mâridîn (oder Mârdîn), einer Stadt im nördlichen Mesopotamien, in der Nähe von Niṣîbîn, stammend.

[b]) Im Kat. von Oxford (I. 1042) steht: Gebetsrufer in der Stadt Kairo; es könnte möglich sein, daſs er erst später hieher übergesiedelt wäre, jedenfalls hat sein Enkel hier gewohnt.

[c]) Diese Abhandlung führt auch den Titel: *waraqât* (Blätter) über den Gebrauch des Muqanṭarâtquadranten (vergl. auch Art. 442 und 445).

[d]) Ahlwahrdt übersetzt *rubʿ el-dustûr* mit „Musterquadrant"; H. Ch. (III. 192) nennt den Autor Ǧemâl ed-dîn Muh. b. Muh. el-Mâridînî, worin die Namen von Groſsvater und Enkel vermengt sind.

(s. Art. 96), der noch im Escurial zusammen mit dem Werke des Abû Jaḥjâ vorhanden ist (911, 2⁰).[a]) Über die Lebenszeit unsers Autors giebt uns der Codex 977 des Brit. Mus., sowie der von Oxford (II. 285) Aufschlufs, es heifst daselbst, der Kommentar sei i. J. 774 (1372/73) beendigt und für Abû Bekr b. Abî Muǧâhid Ġâzî, den Wezir des Chalifen Mutawakkil, geschrieben worden. — Ob Aḥmed b. el-Ḥasan b. el-Qonfûd mit Aḥmed b. el-Ḥasan b. ʿAlî el-Chaṭîb, Abû'l-ʿAbbâs, el-Qosṭanṭînî,[b]) dem Verfasser des dem Emir Abû Fâris ʿAbdelʿazîz, dem Meriniden, gewidmeten Geschichtswerkes über die Ḥafṣidendynastie, betitelt *„el-fârisîje"*, das er bis zum Jahre 805 (1402/03) fortgesetzt hat, identisch sei, wie Steinschneider[c]) glaubt, ist ungewifs, aber nicht unwahrscheinlich. Ebenso könnte der von H. Ch. I. 247 als Verfasser einer *Arǧûza* über die Medizin genannte Aḥmed b. el-Ḥasan el-Chaṭîb el-Qosṭanṭînî dieselbe Persönlichkeit sein, obgleich als Abfassungszeit der *Arǧûza* 712 angegeben ist.

423. Aḥmed b. Muh. b. ʿImâd, Abû'l-ʿAbbâs Šihâb ed-dîn, bekannt unter dem Namen Ibn el-Hâ'im, geb. i. J. 753 oder 756 (1355) zu Kairo, war ein bedeutender Kenner der Erbteilung und der Rechenkunst. Er lebte längere Zeit in Jerusalem als Professor an der Ṣalâḥîje, der von Ṣalâḥ ed-dîn (Saladdin) i. J. 584 (1188/89) gestifteten Schule. Er starb daselbst i. J. 815 (1412), nach einigen im Raǧeb, nach andern im Ǧumâdâ II. (Ibn Š. p. 95.)

Seine Werke gehören wie diejenigen seines Kommentators, Sibṭ el-Mâridînî (vergl. Art. 445), zu den verbreitetsten der arabischen Litteratur. Er schrieb: 1. *El-maʿûne* (der Beistand), Abhandlung über die Rechenkunst, in Berlin (5984), Mailand (Ambr. 245), Kairo (190, Übers. 14). 2. *El-wasîle* (der Weg oder das Mittel), über die Rechenkunst, ein Auszug aus dem vorhergehenden Werke, in Berlin (5985), Kairo (188 u. 192, Übers. 13 u. 15). 3. *El-lumaʿ* (die Lichtblitze), über die Rechenkunst mit besonderer Rücksicht auf die Erbteilung, in Berlin (5986 u. 87), Oxford (I. 971, 6⁰), Brit. Mus. (421, 1⁰), Paris (2471 u. 72, 4162, 2⁰), Gotha (1483), Algier (1447, 1⁰), Kairo (186, Übers. 11). 4. *Muršidet el-ṭâlib* (Rechte Leitung des Studierenden) zur Rechenkunst, in Berlin (5978), Brit. Mus. (420, 5⁰). 5. *Nuzhet el-ḥossâb* (oder auch *nuzhet el-aḥbâb* und *nuzhet el-nuẓẓâr*) (die Unterhaltung der Rechner), über die Rechenkunst, ein Auszug aus dem vorhergehenden Werke, in Berlin (5979 u. 80), Gotha (1479, 2⁰ u. 1481), Oxford (I. 489, 2⁰, II. 287, 2⁰), Brit. Mus. (894, 2⁰)?, Kairo (188, 189 u. 191,

---

[a]) Vergl C. I. 350.

[b]) Wüstenfeld (W. G. 455) nennt ihn Abû'l-ʿAbbâs Aḥmed b. Ḥosein b. ʿAlî, genannt Ibn el-Chaṭîb, Ibn el-Qonfûd fehlt.

[c]) Vite di matematici arabi di Bern. Baldi, con note etc. p. 78.

Übers. 12, 13 u. 15). 6. *El-moqni*ʿ (das Überzeugende), ein Gedicht über die Algebra, in Berlin (5991)[a]) mit Kommentar von dem Verfasser selbst, Gotha (1484 u. 85, 1491, 3⁰). 7. *Ġâjet el-suʾl* (der höchste Wunsch) in der Bestätigung (der Wahrheit) durch die Unbekannte, Abhandlung über Algebra, in Kairo (212, Übers. 45). 8. Kommentar zur *Jâsmînîje* des ʿAbdallâh b. Muh. b. el-Jâsimîn (s. Art. 320), in Oxford (I. 966, 6⁰ und 1238, 1⁰), Kairo (189 u. 212, Übers. 13 u. 45). 9. H. Ch. (III. 13)[b]) hat noch: *Ḥâwî fî'l-ḥisâb* (das Umfassende über die Rechenkunst), und VI. 28: *Miftâḥ fî'l-ḥisâb* (Schlüssel zur Rechenkunst). (Vergl. auch Art. 445, 452, 461, 468, 472, 479, 505, 506.)

424. ʿAlî b. Muh. el-Seijid el-Šerîf el-Ǧorǧânî, ein bedeutender vielseitiger Gelehrter, geb. 740 (1339/40), gest. 816 (1413/14) in Šîrâz. Er zeichnete sich besonders in Sprach- und Rechtswissenschaft, in Philosophie und Astronomie aus, wurde von Tîmûr in hohen Ehren gehalten und schrieb eine grofse Zahl von Werken, von denen hier zu nennen sind: Kommentar zum *Mulachchaṣ* des Ǧaġmînî (s. Art. 403), in Leiden (1084 u. 85), Oxford (II. 291, 3⁰), Brit. Mus. (403, 1⁰, 1342, 1⁰ und 1343, 1⁰), Gotha (1388), Paris (2505), Escurial (951), Konstant. (2649—55). Kommentar zur *Tadkira* des Naṣîr ed-dîn, in Leiden (1094 und 95), Oxford (II. 292), Berlin (5681), Ind. Off. (746 u. 47), Kairo (223, Übers. 162) Konstant. (2644).

424ᵃ. ʿAbderraḥmân el-Lachmî, Abû Zeid, bekannt unter dem Namen el-Ǧâdarî, schrieb i. J. 794 (1391/92) (nach dem Kat. des Brit. Mus.) ein Gedicht, betitelt: *Rauḍat el-azhâr fî ʿilm waqt el-leil we'l-nahâr* (der Blumengarten, über die Kenntnis der Zeit von Tag und Nacht), im Brit. Mus. (411, 2⁰) und in Kairo (291), am erstern Orte mit Kommentar von Muh. b. Aḥmed b. el-Ḥabbâk (s. Art. 435).

425. ʿAbdelwâḥid b. Muh. schrieb i. J. 797 (1394/95) einen Kommentar zu den *sî faṣl* des Naṣîr ed-dîn, in Leiden (1179) u. Paris (2511, 2⁰). H. Ch. schreibt ihm VI. 114 einen Kommentar zum *Mulachchaṣ* des Ǧaġmînî und VI. 192 eine *Manẓûme* (Gedicht) über das Astrolabium zu, verfafst für seinen Schüler Muh. Šâh el-Fenârî. Von einem Abû ʿObeid ʿAbdelwâḥid b. Muh. el-Ǧûzǧânî[c]) existiert in Oxford (I. 940, 4⁰) eine Abhandlung „über die Zeiten, Finsternisse etc.“, in Leiden (1069) ein Aus-

---

[a]) Es heifst hier *el-musri*ʿ (das schnelle), es ist aber auf Blatt 1 bemerkt, dafs es dasselbe sei wie *el-moqni*ʿ; es soll ein Auszug aus seinem gröfsern Werke *el-mumatti*ʿ (das Nutzen bringende) sein, das ich in keinem Kat. gefunden habe.

[b]) Hier steht als Todesjahr Ibn el-Hâʾims unrichtig 887.

[c]) d. h. aus Ǧûzǧân, einem Bezirk im östlichen Chorâsân, in der Gegend von Balch gelegen.

zug aus einem Werke, betitelt: *keifîje tarkîb el-aflâk* (Art und Weise der Zusammensetzung der Sphären) und im Brit. Mus. (978, 12⁰) ein pers. Anhang zu der philos. Encyklopädie des Ibn Sînâ, betitelt: *el-naǧât*. Ob diese beiden Autoren identisch seien, oder ob der letztere nach H. Ch.'s Angaben (VI. 303) der Freund und Schüler Ibn Sînâs, Abû ʿObeid el-Ǧûzǧânî (vgl. Art. 198, p. 88) sei, können wir nicht entscheiden, doch ist letzteres wahrscheinlich.

426. Muh. b. ʿAlî b. Ibrâhîm, bekannt unter dem Namen Ibn Zarîq el-Chairî,[a]) der Gebetsrufer in der Omeijaden-Moschee zu Damaskus, lebte Ende des 8. und Anfang des 9. Jahrhunderts d. H. (ca. 770—830). Er schrieb: *El-rauḍ el-ʿâṭir* (der wohlriechende Garten), ein Kompendium (*talchîṣ*) der astron. Tafeln des Ibn el-Šâṭir (s. Art. 416), in Gotha (1403), Paris (2520, 2⁰). *El-našr el-muṭaijeb* (der angenehme Duft), über den Gebrauch des Sinusquadranten, in Berlin (5828), Kairo (326). *Talchîṣ el-ʿibârât we îḍâḥ el-išârât* (Auszug der Kommentare und Erklärung der Zeichen), über die Binomialen und Apotomeen, in Algier (1450, 1⁰).

427. Mûsâ b. Muh. b. ʿOṯmân el-Chalîlî, Šaraf ed-dîn Abû ʿImrân, schrieb ums Jahr 805 (1402/03): *Talchîṣ fî maʿrifet auqât el-ṣalât* (Kompendium über die Kenntnis der Gebetszeiten etc.), in Berlin (5684), Oxford (I. 1023, 10⁰).

428. Aḥmed b. Ġolâmallâh b. Aḥmed, Šihâb ed-dîn el-Kaum el-Rîšî,[b]) der Gebetsrufer an der Moschee el-Mu'aijed zu Kairo, gest. 836 (1432/33).[c]) Er schrieb: *El-lamʿa* (der Lichtblitz), über die sieben Planeten, in 12 Kap. und 60 Tafeln, in Berlin (5685 u. 86), Gotha (1389), Paris (2526 u. 27), Kairo (272); es ist dies ein Auszug aus seinem gröſsern Werke: *nuzhet el-nâẓir* (die Unterhaltung des Beobachters), welches wiederum ein Auszug (*talchîṣ*) der astron. Tafeln des Ibn el-Šâṭir (s. Art. 416) ist. *Kifâjet el-taʿlîm* (das Genügende der Belehrung), über die Herstellung des Kalenders, in Kairo (270 u. 284).

429. Ǧemšîd b. Mesʿûd b. Maḥmûd, Ġijâṯ ed-dîn el-Kâšî, war der erste Vorsteher der Ulûġ Beg'schen Sternwarte in Samarqand und Mitarbeiter an den astronomischen Tafeln; neben seinen mathematischen und astronomischen Studien beschäftigte er sich auch mit Medizin. Er wird ca. 840 (1436/37) gestorben sein.[d]) Er schrieb: *Miftâḥ el-ḥisâb* (Schlüssel

---

[a]) Wird auch gelesen: el-Ǧabarî, el-Ǧîzî, el-Ḥarîrî (Ms. Kairo, 326), el-Ḥadî (Ms. Algier 1450, mit Fragezeichen); Ahlwardt liest Zoreiq statt Zarîq, n. H. Ch. III. 557.

[b]) Der Kat. von Kairo hat el-Kûmî, Ahlwardt im Berliner Kat. el-Kaumrîšî.

[c]) Nach dem Berliner Kat., der keine Quelle angiebt.

[d]) H. Ch. (III. 610) hat als Todesjahr 919, der Petersburger Kat. (p. 118) 887,

der Rechenkunst), in Berlin (5992), St. Petersb. (131), Leiden (1036), Brit. Mus. (419), Ind. Off. (756, 2⁰); die Vorrede dazu wurde übersetzt von F. Woepcke (Passages relat. à des sommat. de séries de cubes, Rome 1864). *Talchîṣ el-miftâḥ* (Kompendium des Schlüssels), ein Auszug aus dem vorigen Werke, im Ind. Off. (757). *El-risâle el-kemâlîje* (die Kemâlische Abhandlung), auch betitelt *sullam el-samâ'* (die Himmelsleiter), über die Gröfsen und Entfernungen der Himmelskörper, in Oxford (I. *881, 4⁰), Leiden (1141), Ind. Off. (755). Abhandlung über die Auffindung der Sehne und des Sinus für den Drittel eines Bogens, dessen Sehne und Sinus bekannt sind, in Kairo (210, Übers. 44).[a] Die Châqânischen[b] Tafeln, eine Ergänzung der Îlchânischen, in Konstant. (2692) pers.; diese müssen von den Ulûġ Beg'schen oder wie sie auch heifsen Gûrgânischen Tafeln verschieden sein, da er sie selbst unter diesem Namen in der Vorrede zu seinem *miftâḥ* zitiert; er bemerkt dazu, er habe darin alles zusammengestellt, was er an solchen Verfahrungsarten der Astronomen habe finden können, die in andern Tafeln nicht vorkommen und alles mit geometrischen Beweisen versehen. *Zîǧ el-tashîlât* (Tafeln der Erleichterungen) mit verschiedenen Tabellen. *El-risâle el-moḥîṭîje* (die Umfangsabhandlung) über das Verhältnis von Durchmesser zum Umfang eines Kreises. *Nuzhet el-ḥadâ'iq* (der Gartenspaziergang), Beschreibung des von ihm erfundenen astronomischen Instrumentes, genannt *ṭabaq el-manâṭiq* (Platte der Zonen). *Istichrâǧ ǧamîʿ ǧedâwil el-zîǧ el-îlchânî bi-adaqq ʿamal* (Herleitung sämtlicher Tabellen der îlchânischen Tafeln nach dem genauesten (feinsten) Verfahren).[c] (Aus der Vorrede zu seinem *miftâḥ*, Berliner Kat. V. 344.)

430. Mûsâ b. Muh. b. Maḥmûd, bekannt unter dem Namen Qâḍîzâdeh el-Rûmî (d. h. der Sohn des Richters aus Kleinasien), gebürtig aus Brussa; wandte sich später nach Chorâsân und von hier nach Transoxanien, um seine Studien zu vervollkommnen. Hier trat er in den Dienst Ulûġ Begs (1393—1449), des Beherrschers von Samarqand, der den mathematischen Wissenschaften sehr zugethan war. Unter dessen Führung wurden

---

beide Angaben sind unrichtig; im Berliner Ms. des *miftâḥ* (5992) steht, dafs der Verfasser diese Abhandlung i. J. 830 geschrieben habe, damals hatte er schon alle oben genannten Schriften verfafst.

[a]) Sie heifst hier „über die Auffindung des Sinus eines Grades vermittelst Operationen, die sich auf Geometrie und Arithmetik stützen"; H. Ch. macht aus dieser Abhandlung zwei (III. 364 u. 452). Vergl. auch Cantor, Vorlesgn. I. p. 671 (1. Aufl.), p. 737 (2. Aufl.).

[b]) Châqân bedeutet Grofs-Chân.

[c]) Er setzt vor den Titel dieses Werkes das Wort *ista'naftu* = ich habe begonnen; will er vielleicht damit den Beginn seiner Arbeit an den Ulûġ Beg'schen Tafeln bezeichnen, deren Abschlufs er nicht mehr erlebt hat? (vergl. Art. 430 u. 438).

die berühmten astronomischen Tafeln, die seinen Namen tragen, verfafst und Qâḍîzâdeh war einer der bedeutendern Mitarbeiter an denselben; er folgte als Direktor der Sternwarte in Samarqand auf Ġijâṯ ed-dîn Ǧemšîd (s. Art. 429) und auf ihn folgte dann ʿAlî b. Muh. el-Qûšǧî (s. Art. 438), der erst die Beobachtungen für die Tafeln zu Ende geführt hat. Qâḍîzâdeh wird zwischen 840 u. 850 (1436 u. 1446)[a]) gestorben sein. Er schrieb: Kommentar zu den „Fundamentalsätzen" des Muh. b. Ašraf el-Samarqandî (s. Art. 382), vollendet i. J. 815 (1412/13), in Berlin (5943 und 44), Gotha (1498 u. 99), München (849), Brit. Mus. (388, 1332 u. 33), Escurial (947), Florenz (Pal. 280), mit den Elementen des Euklides und der Lebensbeschreibung dieses Mathematikers von Qâḍîzâdeh, St. Petersb. (133, 3⁰ u. 241, 2⁰), Kairo (196, Übers. 18), Konstant. (2640, 2661, 2743 u. 44). Kommentar zum *mulachchaṣ fî'l-heï'a* (Kompend. der Astronomie) des Ǧaǧmînî (s. Art. 403), geschrieben i. J. 814,[b]) in Berlin (5675 u. 76), München (854), Leipzig (Ref. 115), Cambridge (250, 2⁰), Oxford (I. 967, 1⁰ u. 1027, II. 276 u. 291, 4⁰), Brit. Mus. (401), Ind. Off. (751—53 u. 768, 3⁰), im letztern Ms. unvollständig, Leiden (1086—88), Paris (2503, 2504, 1⁰ u. 2⁰, 4386, 3⁰), Florenz (Pal. 280), mit einer Astronomie von Qâḍîzâdeh selbst (?) in 2 Büchern, St. Petersb. (127), Kairo (223 u. 224, Übers. 162), Konstant. (2657—62) (vergl. auch Art. 443 u. 456). Florenz (Pal. 311) hat noch einen Kommentar zur *taḏkira* des Naṣîr ed-dîn von Qâḍîzâdeh, und Berlin (5657) Glossen von demselben zu dem Kommentar zum Almagest von el-Ḥasan b. Muh. el-Nîsâbûrî (s. Art. 395). (Ṭâšk. p. 17—20.)

431. Muh. b. Muh. b. Aḥmed b. el-ʿAṭṭâr,[c]) Abû ʿAbdallâh el-Bekrî, schrieb ums Jahr 830 (1426/27) eine astronomische Abhandlung, betitelt: *kašf el-qināʿ* (das Wegheben des Schleiers), über die Konstruktion (Zeichnung) der Quadranten, in Paris (2546, 1⁰), Kairo (269, 275, 286) (vergl. auch Art. 511). In Oxford (I. 974) befinden sich von ihm astronomische Tafeln, mit dem Titel *taḥrîr* (Redaktion, Rezension).

432. Aḥmed b. Raǧeb b. Ṭîboġâ, Šihâb ed-dîn Abû'l-ʿAbbâs, bekannt unter dem Namen Ibn el-Meǧdî, wurde geboren i. J. 760[d]) (1359), war einer der ersten Gelehrten in Rechenkunst und Erbteilung, in Geometrie und Astronomie. Seine Werke waren sehr verbreitet. Er lebte in Ägypten und starb im Ḏû'l-Qaʿda 850 (1447). (S. I. 250.)

---

[a]) H. Ch. hat als Todesjahr 815, was unrichtig ist (vergl. auch Art. 429).

[b]) Nach dem Pariser Ms. 2503 i. J. 815.

[c]) d. h. der Droguist; im Kairenser Ms. p. 269 steht „el-Beiṭâr", dagegen im Ms. p. 286 „el-ʿAṭṭâr".

[d]) Im Berliner Kat. V. p. 168 steht 767, doch an andern Stellen z. B. p. 257 wieder 760.

Er schrieb: 1. *Iršâd el-ḥâ'ir* (die rechte Leitung des Verwirrten), über die Konstruktion der Linien der Stundenwinkel, in Berlin (5688), Leiden (1130), Kairo (227 u. 287). 2. *Zâd el-musâfir* (der Proviant des Reisenden), über die Sonnenuhren mit Tafeln, ein Auszug aus dem eben genannten gröſsern Werke, in Paris (2541, 4⁰), Oxford (I. 1023, 5⁰, II. 286, 1⁰), Berlin (5689), Escurial (963, 3⁰), Algier (1457, 2⁰), Kairo (260, 287, 296, 312). 3. Über den Gebrauch des Muqanṭarâtquadranten, in Berlin (5846), Gotha (1417, 1⁰, 1418, 1419, 1⁰, 1420), Leiden (1128 u. 29), München (856—58), Oxford (I. 967, 14⁰, 1023, 8⁰), Escurial (956, 2⁰), Paris (2547, 3⁰), Kairo (248, 302, 306). 4. *Taʿâdîl el-qamar* (Gleichungen des Mondes), in Kairo (233, Übers. 164). 5. *ʿIqd el-durar* (das Perlenhalsband), Tafeln der Länge und Breite des Mondes, in Kairo (310), vielleicht identisch mit dem vorigen. 6. *Taʿdîl zuḥal* (Gleichung des Saturns), in Kairo (233, Übers. 165). 7. *El-muftakarât el-ḥisâbîje* (arithmetische Betrachtungen), im Escurial (948, 3⁰), mit Kommentar von Nûr ed-dîn ʿAlî el-Faraḍî, verfaſst i. J. 866 (1461/62).[a]) 8. *Kitâb el-taqrîb* (das Buch der Annäherung), über die Auflösung und Zusammensetzung astronom. Tafeln, in Oxford (I. 967, 13⁰), München (855), Kairo (278). 9. *Ǧedâwil el-sumût* (Tafeln der Azimute), in Kairo (240, Übers. 166). 10. *Tuḥfet el-aḥbâb* (das Geschenk der Freunde), über die Bestimmung der *Qible,* in Berlin (5690), Kairo (280, 292, 304). 11. Kurze Abhandlung über den Sonnenstand und die Schattenwerfung (Titel fehlt), in Berlin (6021). 12. *El-rauḍ el-azhar* (der glänzende Garten), über den Gebrauch des verborgenen oder verhüllten (*musattar*) Quadranten (s. auch Art. 412), in Oxford (1023, 3⁰). 13. *Cholâṣat el-aqwâl* (Auswahl der Worte oder Aussprüche), über die Kenntnis der Zeit mit Hilfe des Sinusquadranten, in Leiden (1126), Oxford (I. 1023, 4⁰), Kairo (292, 310). 14. *Kašf el-ḥaqâ'iq* (die Enthüllung der Wahrheiten), über die Rechnung mit Graden und Minuten, in Oxford (I. 1023, 1⁰), Algier (1456). 15. *Ġonjet el-fahîm* (der Reichtum oder das Genügen des Verständigen), über den Weg zur Kenntnis des Kalenders, in Oxford (I. 982, 1⁰), Paris (2531, 3⁰). 16. *Dustûr el-naiyirain* (Kalender (eig. Verzeichnis) der beiden Leuchten, d. i. der Sonne und des Mondes), in Kairo (246, 275). 17. *El-manhal el-ʿaḏb* (die wohlschmeckende Tränke), Kalender der Planeten und Neumonde, in Kairo (307). 18. *El-durr el-jatîm*

---

[a]) Bei dieser Gelegenheit will ich noch zwei Autoren nennen, deren Lebenszeit unbekannt ist, die aber mit dem genannten Nûr ed-dîn ʿAlî el-Faraḍî identisch sein könnten, nämlich: 1. Nûr ed-dîn el-Chafâǧî, den Verfasser von zwei astron. Abhandlungen, die eine über den Gebrauch des Sinusquadranten, die andere über den Gebrauch des Muqanṭarâtquadraten, in Berlin (5829 u. 5865); 2. Nûr ed-dîn ʿAlî b. Aḥmed el-Balchî, den Verfasser einer „Einleitung in die Astrologie", in Kairo (316).

(die unvergleichlichen Perlen); dieses Buch ist nicht mehr vorhanden, dagegen die Abhandlung, die er über den Gebrauch dieses Buches, gleichsam als Kommentar dazu, geschrieben hat, *fî tashîl ṣinâʿat el-taqwîm* (über die Erleichterung der Kalenderherstellung), in Leiden (1127), Escurial (956, 3⁰)?, Kairo (252 u. 282); nach einer Randbemerkung des Oxforder Ms. 967, 13⁰ scheint diese Abhandlung mit Nr. 8 identisch zu sein (vergl. auch Art. 445).

433. Chalîl b. Ibrâhîm, Chair ed-dîn, ein Perser, schrieb ums Jahr 840 (1436/37) eine Abhandlung über die arithmetischen Operationen, betitelt: *Miftâḥ-i kunûz-i arbâb-i qalam* (der Schlüssel zu den Schätzen der Meister der Schrift), im Brit. Mus. P. (Add. 7693); ferner: *Muškil gušâ-i ḥisâb u muʿdil numâ-i kitâb* (das schwierig zu Erschliefsende der Rechenkunst und das schwierig Darzustellende des Buches oder der Schrift), in Konstant. (2731) pers.

434. Aḥmed b. Ibrâhîm b. Chalîl el-Ḥalebî, Šihâb ed-dîn Abû'l-ʿAbbâs, Gebetsrufer an der Omeijaden-Moschee in Damaskus, gest. 859 (1455), schrieb: *Biġjet el-ṭullâb* (der Wunsch der Studierenden), über den Gebrauch des Quadranten des Astrolabiums, in Leiden (1133), Paris (2524, 10⁰). *Nubde* (kurze Darstellung) über den Gebrauch der Sexagesimaltafeln, in Oxford (I. 1035, 1⁰). Vielleicht ist dieser Autor der Übersetzer der Îlchânischen Tafeln ins Arabische (s. Art. 368), der im Kat. v. Oxford (I. 897) nur genannt ist: Šihâb ed-dîn el-Ḥalebî.

435. Muh. b. Aḥmed b. el-Ḥabbâk, Abû ʿAbdallâh, gest. 867 (1462/63),[a]) schrieb: *Biġjet el-ṭullâb* (der Wunsch der Studierenden), ein Gedicht über die Kenntnis des Astrolabiums, in Berlin (5800), unvollständig, Algier (1458, 1⁰), Kairo (285). (Vergl. auch Anmerkg. 88 u. Art. 424ᵃ.)

436. Ibrâhîm b. Ibrâhîm b. Muh., Abû Isḥâq el-Nawâwî, lebte ums Jahr 850 (1446/47) und schrieb: *Manẓûme fîʿilm el-farâ'iḍ we'l-ǧebr we'l-moqâbale* (Gedicht über die Erbteilung und die Algebra) in ca. 1000 Versen, beendigt i. J. 854 (1450), in Berlin (5993).

437. ʿAbdelʿazîz b. Muh., Abû'l-Faḍâ'il[b]) ʿIzz ed-dîn el-Wefâ'î, der Gebetsrufer in der Moschee el-Mu'aijedî,[c]) gest. 876 (1471/72), nach andern 874, schrieb: Über den Gebrauch des Sinusquadranten, in Kairo (249, Übers. 167). *El-lulu'e el-muḍî'e* (die glänzende Perle), über die Operationen mit den Sexagesimalbeziehungen (Grade, Minuten und deren trigon. Funktionen), Auszug aus seinem gröfsern Werke *nuzhet el-ṭullâb* (die Unterhaltung der Studierenden), in Oxford (I. 967, 5⁰ u. 1034, 2⁰), Kairo (275

---

[a]) Nach dem Berliner Kat. V. p. 234.

[b]) Meistens so, doch auch Abû'l-Faḍl und Abû'l-Jumn.

[c]) Bald so, bald Omeijaden-Moschee, bald Moschee el-Azhar in Kairo; ich halte dafür, dafs derselbe in Kairo gelebt hat.

u. 285, Übers. 169). Über den Gebrauch des Muqanṭarâtquadranten, in Leiden (1123), Paris (2531, 1⁰, 2544, 15⁰), Kairo (260, 267, 304, 325). Über das Instrument, genannt der Äquatorialkreis (*dâ'iret el-mo'addil*), in Leiden (1124), Paris (2521, 10⁰, 2532, 1⁰ u. 2544, 7⁰). *Nuzhet el-naẓar* (das Vergnügen der Betrachtung), über die auf Sonne und Mond sich beziehenden Operationen, in Paris (2531, 2⁰); ein Kompendium dieses Buches befindet sich in Leiden (1125). Über den Sextanten, in Oxford (I. 971, 8⁰). *Tuḥfet el-ṭullâb* (das Geschenk der Studierenden), über die Rechnungsoperationen, ein Auszug aus seinem gröfsern Werke *'omdet el-ṭullâb* (Stütze der Studierenden), in Oxford (II. 286, 2⁰).

438. 'Alî b. Muh. 'Alâ ed-dîn el-Qûšǧî war der Sohn eines Beamten Ulûġ Begs, studierte die mathematischen Wissenschaften unter Qâḍîzâdeh, reiste dann nach Kirmân und machte unter den dortigen Gelehrten weitere Studien. Nach Samarqand zurückgekehrt wurde er Nachfolger Qâḍîzâdehs als Vorsteher der Sternwarte und vollendete in dieser Stellung die Ulûġ Beg'schen Tafeln. Nach dem Tode dieses Fürsten (853, 1449) trat er in die Dienste des Sultans Muh. II., den er auf seinen Feldzügen begleitete und für den er zwei Werke verfafste, eine Abhandlung über Rechenkunst und Geometrie, genannt *el-Muḥammedîje*, und eine solche über die Astronomie, genannt *el-Fatḥîje.*[a]) Er starb in Konstantinopel i. J. 879 (1474/75) nach H. Ch. (III. 438). (Ṭâšk. p. 177 ff.)

Die *Muḥammedîje* befindet sich in Leiden (1034), ein Auszug daraus in pers. Sprache ebenda (1035), in Oxford (I. 73, 7⁰ u. 85, 1⁰) ebenfalls pers., in Konstant. (2640) auch pers. Die *Fatḥîje* existiert noch arabisch in Paris (2504, 4⁰) mit Kommentar von Mîram Čelebî (s. Art. 457), persisch in Oxford (I. 73, 8⁰), Brit. Mus. P. (Add. 7696, 4⁰, 23440, 2⁰, 23569, 1⁰, Or. 1560), Cambridge (206), Berlin P. (331), München P. (346, 1⁰), Wien (1423), St. Petersb. (315, 1⁰), an beiden letztern Orten mit Kommentar von Muh. el-Lârî el-Anṣârî (vergl. Art. 467), Konstant. (2639 u. 40). Dieselbe wurde in türkischer Übersetzung herausgegeben in Konstant. 1824, unter dem Titel *mirât el-'âlam* (Spiegel der Welt).[b]) Er schrieb ferner einen Kommentar zu *el-tuḥfet el-šâhîje* (das königliche Geschenk) von Qoṭb ed-dîn el-Šîrâzî (s. Art. 387), in Kairo (223), in Konstant. (2643). Oxford (I. 72, 2⁰) besitzt einen pers. Kommentar zu den Ulûġ Beg'schen Tafeln von 'Alî el-Qûšǧî; es ist dies aber wahrscheinlich ein Kommentar zu dem Werke des Ǧemšîd b. Mes'ûd, betitelt: *sullam el-samâ'*, dieser Name kommt nämlich im Titel des Kommentars vor; allerdings soll nach H. Ch. (III. 560) 'Alî

---

[a]) Zur Erinnerung an die Eroberung (*fatḥ*) des pers. 'Irâq durch Muh. II.

[b]) Im Berliner Ms. 331 heifst der Titel dieser Übersetzung *marqât el-samâ'* (die Himmelsleiter).

el-Qûšǧî auch einen Kom. zu den Tafeln Ulûǧ Begs verfaſst haben. H. Ch. führt noch von unserem Autor an: III. 430, *fî ḥall aškâl el-qamar* (über die Erklärung der Mondphasen) und V. 528, *masarrat el-qolûb fî dafʿ el-kurûb* (die Freude der Herzen über die Verscheuchung der Betrübnisse), eine astronomische Abhandlung. Die III. 458 genannte Abhandlung über die Astronomie ist jedenfalls die *Fatḥîje.* — Die Tafeln des Ulûǧ Beg sind vorhanden: arabisch in Oxford (II. 273 u. 289, 2⁰), im letztern Ms. unvollständig, Leiden (1139) nur die Tafeln ohne Text, Paris (2534 u. 35), Ind. Off. (741, 3⁰), Kairo (261 u. 315, Übers. 167), Vatican (269), Florenz (Pal. 283) unvollständig, wahrscheinlich an allen genannten Orten, jedenfalls in Oxford, Paris und im Vatican, in der Übers. des Jaḥjâ b. ʿAlî el-Rifâʿî; persisch in Oxford (I. 65, 70, 71), Brit. Mus. P. (Add. 7699, 11637, 16742 u. 43) im letzten Ms. nur der Text ohne Tafeln, Cambridge (214), Paris (Anc. fonds pers. 164, 171 u. 172), Berlin P. (337 u. 38), Konstant. (2693). Diese Tafeln wurden vielfach kommentiert und für andere Orte (geogr. Breiten) bearbeitet, ich komme gelegentlich auf solche Kommentare und Bearbeitungen zu sprechen (vergl. Art. 447, 456 u. 457). Von denselben, die aus den Prolegomena und 4 Teilen bestehen, wurden im Druck veröffentlicht: der 1. Teil und das 1. Kap. der Prolegomena von J. Greaves (Joh. Gravius) pers. u. lat., London 1650 u. 1652;[a]) der 4. Teil, der Katalog der Fixsterne, von Th. Hyde, pers. und lat., London 1665;[b]) die Prolegomena, pers. mit franz. Übers. und Kommentar von L. A. Sédillot, Paris 1846—53.[85a]

439. ʿOmar b. ʿAbderraḥmân b. Abî'l-Qâsim el-Qorešî el-Tûnisî[c]), schrieb: *Ichlâṣ el-naṣâ'iḥ* (Aufrichtigkeit der Ratschläge), über das Zeichnen der Linien auf den Scheiben des Astrolabiums etc., im Brit. Mus. (407*, 8⁰), beendigt i. J. 851 (1447/48).

440. ʿAbderraḥmân b. ʿAlî b. Muh. el-Aqfahsî schrieb um 860 (1456): *El-ǧauhar el-maknûn* (die wohl verwahrte oder kostbare Perle), über die Kenntnis der Berechnung astronomischer Tafeln, in Berlin (5692).

441. Ibrâhîm b. ʿOmar b. el-Ḥasan el-Ribâṭ el-Biqâʿî, gest. 885 (1480/81), schrieb einen Kommentar, betitelt: *Ibâḥat el-bâḥa* (Erschlieſsung der Meerestiefe oder des Vorhofes) zu dem Gedicht *el-bâḥa,* über die Rechenkunst und die Ausmessungslehre, von unbekanntem Verfasser, in Kairo (177, Übers. 3).

---

[a]) Epochae celebriores astronomiae, Lond. 1650. — Binae tabulae geograph., una Nassir-Eddini, altera Ulug-Beighi, Lond. 1652.

[b]) Tabulae long. et latit. stellar. fixar., ex observ. Ulugh-Beighi, etc., London 1665.

[c]) Wird auch gelesen „el-Tûzarî“.

442. El-Ḥasan b. Chalîl b. ʿAlî el-Karâdîsî el-Ṭobnî (d. h. aus Tobna in Algier), der Gebetsrufer an der Ašrafîje in Kairo, geb. 823 (1420), gest. 887 (1482), schrieb: *Aškâl el-wasâ'iṭ* (die Sätze der Vermittlungen), über die Konstruktion (Zeichnung) der ebenen und schiefen Sonnenuhren, in Paris (2543), Kairo (228 u. 272). *Kifâjet el-moḥtâǵ min el-ṭullâb* (das Genügende für denjenigen unter den Studierenden, der es nötig hat), über die Kenntnis (Auflösung) der sphärischen Probleme durch Rechnung, in Gotha (1391), Kairo (270). *Moqaddame fî ʿamal el-hilâl* (Einleitung in die Neumondrechnung), in Kairo (318). *El-nukat el-zâhirât* (die glänzenden Spitzchen, d. h. Feinheiten), Kommentar zu den *waraqât* des ʿAbdallâh b. Chalîl el-Mâridînî (s. Art. 421), in Leiden (1122).[86]

443. Jûsuf b. Chiḍrbeg, bekannt unter dem Namen Sinân Pâšâ, Wezir des türkischen Sultans Muh. II., gest. 891 (1486),[a]) war sehr gelehrt in Philosophie und Astronomie. Er war der Sohn Chiḍrbegs, des ersten Richters von Konstantinopel nach Eroberung dieser Stadt durch die Türken, und „in seiner Jugend ein grofser Zweifler, so dafs ihm sein Vater einmal ein kupfernes Gefäfs an den Kopf warf, weil er bezweifelte, ob Kupfer wirklich Kupfer sei, später Mathematiker, Prinzenlehrer und Wezir", er war nach seinem Wezirat auch Lehrer in Adrianopel.[b]) Er schrieb: Glossen zum Kommentar des Qâḍîzâdeh (s. Art. 430) zum *mulachchaṣ* des Ǧaǵmînî (s. Art. 403), im Escurial (954). H. Ch. nennt noch von ihm: VI. 397 Glossen zur *nihâjet el-idrâk* von Qoṭb ed-dîn el-Šîrâzî (s. Art. 387); III. 446 eine Abhandlung mit dem merkwürdigen Titel: *risâle fî'l-munfariǵe* (Abhandlung über den stumpfen Winkel oder die stumpfwinklige Figur), in welcher gezeigt wird, wie dieser (oder diese) spitzwinklig gemacht werden kann, bevor sie rechtwinklig wird (?).[c])

444. ʿAlî b. Muh. b. Muh. b. ʿAlî el-Qorešî el-Basṭî,[d]) Abû'l-Ḥasan, bekannt unter dem Namen el-Qalaṣâdî, der fromme, der gesetzeskundige, einer der letzten Imâme Spaniens, die Schriften hinterlassen haben. Die meisten seiner Werke handeln über die Erbteilung und die Rechenkunst, wie seine beiden „wunderbaren" Kommentare zum *Talchîṣ* des Ibn el-Bennâ (s. Art. 399) und zum Ḥaufî[87] u. a. „Es gereicht ihm zum Ruhme, dafs der Imâm el-Senûsî,[88] der Verfasser der ʿ*aqâ'id* (Glaubens-

---

a) So nach H. Ch., nach Andern 886 (1481).

b) Hammer-Purgstall, Gesch. des Osman. Reiches, II. 241.

c) H. Ch. fügt hinzu: Haec res singularis est, quam mens aversatur. At Molla eam descripsit possibilemque esse contendit, ut mentis acumine eam cognitam redderet.

d) So und nicht el-Busṭî ist zu lesen, von der Stadt Basṭa (heute Baza) in der Provinz Granada.

artikel) das Ganze der Rechenkunst und der Erbteilung bei ihm hörte und ihm hinwiederum die Lizenz für seine Traditionen erteilte.“ — Er stammte aus Baza, siedelte dann nach Granada über, wo er seinen ständigen Wohnsitz aufschlug. Er hörte daselbst eine gröfsere Zahl von Gelehrten, wie Ibn Futûḥ, el-Saraqosṭî u. a. Dann reiste er nach dem Osten, passierte Tilimsân (jetzt Tlemsen), hörte dort den sehr gelehrten Imâm Ibn Marzûq und den Qâḍî Abû'l-Faḍl Qâsim el-ʿOqbânî und den Abû'l-ʿAbbâs b. Zâġ u. a. Dann reiste er weiter und traf in Tunis mit Schülern des Ibn ʿOrfa (oder ʿArafa, gest. 803, 1400/01), wie Ibn ʿOqâb, el Qalašânî (gest. 863, 1459) u. a., zusammen. Hierauf machte er die Wallfahrt nach Mekka und fand dort weitere Belehrung; dann kehrte er nach Granada zurück und blieb dort, bis das Unglück über die Stadt hereinbrach;[a]) mit List entging er den Händen der Christen, wandte sich nach Tlemsen und fand dort Unterkunft bei el-Kafîf b. Marzûq, dem Sohne seines Lehrers. Hierauf erneuerte sich bei ihm die Reiselust und er zog weiter, bis ihn bald hernach in Bâǵe in der Provinz Ifrîkîje (Tunis) der Tod ereilte, in der Mitte des Ḏû'l-Ḥiǵǵe 891 (Ende 1486). — Nachdem el-Maqqarî seine Werke genannt hat, fügt er noch hinzu: „Er hörte in Kairo bei dem Ḥâfiẓ Ibn Ḥaǵar[89] und bei el-Zein Ṭâhir el-Nowairî und Abû'l-Qâsim el-Nowairî, bei dem gelehrten und ruhmvollen el-Maḥallî (gest. 864), bei el-Taqî el-Šumunnî, bei Abû'l-Fatḥ el-Merâǵî[b]) u. a., wie er dieses in seiner berühmten Reisebeschreibung erwähnt, in welcher seine Lehrer alle im Osten und Westen und ihre Lebensverhältnisse aufgeführt sind.“ — Seine mathematischen und astronomischen Werke sind folgende: 1. *El-tabṣira fîʿilm el-ḥisâb* (die Einsicht bringende, oder die Belehrung über die Rechenkunst).[c]) 2. *Kašf el-ǵilbâb ʿan ʿilm el-ḥisâb* (das Aufheben des Schleiers von der Kunst des Rechnens), in Paris (2463, 3⁰), ein Kommentar zum vorhergehenden Werke.[d]) 3. *Kašf el-asrâr ʿan ʿilm el-ġobâr* (die Enthüllung der Geheimnisse von der Wissenschaft des Ġobâr), ein Auszug aus dem vorhergehenden Werke, in Paris (2473), Brit. Mus. (418), Escurial (848, 4⁰), Algier (1448), Kairo (185 u. 189, Übers. 11 u. 13);[e])

[a]) Da er schon 1486 gestorben ist, so sollte es genauer heifsen „herannahte“ oder „hereinzubrechen drohte“; in der That war schon einige Jahre vor der Einnahme der Stadt (1492) die Lage der Einwohner Granadas keine beneidenswerte.

[b]) Also nicht el-Faḍl b. Ḥâtim el-Nairîzî, wie Wüstenfeld (die Übers. arab. Werke ins Latein. p. 76) vermutet hat; Abû'l-Fatḥ Muh. b. Abî Bekr el-Ḥosein el-Merâǵî starb 859 (n. H. Ch. II. 527).

[c]) H. Ch. II. 180 hat: *el-tabṣira fî ḥisâb el-ġobâr*.

[d]) Vergl. Woepcke, Journal asiat. V. Série, T. XIX. p. 110, und Kat. v. Paris, p. 435.

[e]) Hier und im Ms. Algier steht *el-astâr* (der Schleier) statt *el-asrâr* (der Geheimnisse).

hiervon wurde eine französische Übersetzung von F. Woepcke veröffentlicht (nach dem Pariser Ms. 2473) in den Atti dell' accad. pontif. de' nuovi lincei, T. XII. 1859, unter dem Titel: Traduction du traité d'arithmétique d'Aboul-Hasan Ali b. Moh. Alkalsadi etc.; dasselbe wurde auch arabisch herausgegeben in Fes, 1310 (1892/93). 4. *Qânûn el-ḥisâb fî qadr el-talchîṣ* (Kanon der Rechenkunst, über den Wert (Inhalt) des Talchîṣ), in Berlin (5995), und Kommentar dazu, betitelt *inkišâf el-ǧilbâb* (das Aufheben des Schleiers) von dem Kanon des Rechnens, in Kairo (178, Übers. 4). 5. Zwei Kommentare, ein grofser und ein kleiner, zum *Talchîṣ* des Ibn el-Bennâ,[a]) der gröfsere in Paris (2464, 1⁰), Gotha (1477), der kleinere wahrscheinlich in Paris (2464, 2⁰), wo der Verfasser fehlt, aber bemerkt ist, er habe einen gröfsern Kommentar zu demselben Werke verfafst; aus dem Pariser Ms. 2464, 1⁰ hat ebenfalls Woepcke einige Stellen in Übersetzung mitgeteilt, in den Annali di matem. pura ed applic. T. V. Nr. 3 (Sep.-Abdr.: Passages relat. à des sommat. de séries de cubes, Rome 1864), und im Journal asiat. VI. Série, T. I. 1863, p. 58—62. 6. Ein Kommentar zur Algebra des Ibn el-Jâsimîn (s. Art. 320) und ein Auszug aus demselben. 7. Kommentar zum Raǧez-Gedicht seines Lehrers Abû Isḥâq b. Futûḥ über die Gestirne, welches beginnt:

subḥâna râfiʿi 'l-samâ'i saqfan
nâṣibihâ dalâlatan lâ tachfâ

„Preis sei dem, der den Himmel erhöht hat zum Dache,
„Der ihn aufgepflanzt hat als ein Zeichen, das nie vergeht."

8. *Hidâjet el-naẓẓar fî tuḥfet el-aḥkâm we'l-asrâr* (die richtige Leitung des Umsichtigen zur Gabe der Weissagungen und der Geheimnisse), ein astrologisches Werk. 9. Das Ganze der Erbteilung und Kommentar dazu. (Maq. K. II. 45 u. 46 nach el-Sachâwî.)[90]

El-Qalaṣâdî ist der letzte bedeutende Mathematiker der Araber, sein Haupt aber durfte er nicht mehr in seinem Heimatlande zur Ruhe legen; nicht lange vor dem letzten Fürsten auf spanischem Boden, dem unglücklichen Boabdil (Abû ʿAbdallâh Muh.) von Granada, nahm auch der letzte namhafte Gelehrte muhammedanischen Glaubens in Spanien Abschied von seinem Vaterlande, das seine Glaubensgenossen über 750 Jahre lang im Besitze gehabt und zu hoher wirtschaftlicher und wissenschaftlicher Blüte gebracht hatten.

445. Muh. b. Muh. b. Aḥmed, Abû ʿAbdallâh, Bedr ed-dîn (auch Šems ed-dîn) el-Miṣrî el-Dimišqî, bekannt unter dem Namen Sibṭ el-Mâridînî (Enkel des Mâridînî),[90a] geb. im D̲û'l-Qaʿda 826 (1423),

---

a) Es ist möglich, dafs der eine oder andere dieser Kommentare schon in den vorhergehenden Nummern unter anderm Titel genannt ist.

lebte wahrscheinlich anfänglich in Damaskus, wo sein Grofsvater mütterlicherseits, ʿAbdallâh b. Chalîl el-Mâridînî (s. Art. 421), Gebetsrufer an der Omeijaden-Moschee war, und siedelte dann nach Kairo über, wo er Gebetsrufer an der Moschee el-Azhar wurde. Er war ein Schüler Ibn el-Meǧdîs (s. Art. 432) und starb ca. 900 (1494/95).[a]) Er war ein äufserst fruchtbarer Schriftsteller über Rechenkunst und Astronomie, allein seinen Werken kommt, obgleich sie sehr verbreitet sind, keine gröfsere Bedeutung zu, weshalb man mich entschuldigen mag, wenn ich auf die Aufsuchung derselben in den Katalogen nicht dieselbe Sorgfalt verwendet habe, wie bei den Werken anderer Autoren; folgende Aufzählung mag also verschiedene Lücken haben.

Schriften: 1. *Risâle fî'l-ʿamal bi'l-rubʿ el-muǧaijib*[b]) (Abhandlung über den Gebrauch des Sinusquadranten, in 20 Kap., in Berlin (5818 u. 19), Gotha (1417, 3⁰, 1419, 2⁰, 1421, 2⁰, 1422, 1426, 2⁰), Leiden (1144 u. 45), Escurial (963, 4⁰), Vatican (318, 3⁰), Brit. Mus. (407*, 2⁰, 408, 2⁰ und 6⁰), Oxford (I. 1041, 4⁰), Wien (1420, 1⁰), Paris (2502, 7⁰), Algier (613, 7⁰, 1457, 4⁰, 1460, 1⁰, 1461), Kairo (266, 276, 277, 302, Übers. 168) (vergl. auch Art. 470 u. 512). 2. *Raqâ'iq el-ḥaqâ'iq* (Subtile Fragen der Wahrheiten), über das Rechnen mit Graden und Minuten, Auszug aus dem *kašf el-ḥaqâ'iq* seines Lehrers Ibn el-Meǧdî, in Berlin (5694 u. 95), Gotha (1390), Oxford (I. 967, 4⁰), Paris (2560, 15⁰, 2541, 1⁰), Algier (1463), Kairo (247, Übers. 167) (vergl. auch Art. 460). 3. *Zubd el-raqâ'iq* (Auswahl von subtilen Fragen), über die Rechnung mit Graden und Minuten, wahrscheinlich ein Auszug aus der vorhergehenden Abhandlung, im Escurial (963, 2⁰), Kairo (278). 4. *Moqaddame* (Einführung) in die Berechnung der Sinusprobleme und die sphärischen Operationen, in München (862), mit Kommentar von Aḥmed b. ʿÎsâ el-ʿAǧabî, Oxford (II. 286, 6⁰). 5. *El-ṭoraf el-sanîje* (die herrlichen Seltenheiten) über die Sechziger-Beziehungen, Auszug aus Nr. 2, im Escurial (965, 1⁰), Kairo (264 u. 294). 6. *Laqṭ el-ǧewâhir* (das Auflesen der Perlen), über die Wissenschaft der Zeitbestimmung, in Berlin (5693), Kairo (271, 276, 284 u. 286). 7. *El-nuǧûm el-zâhirât* (die glänzenden Sterne), über den Muqanṭarâtquadranten, ein Auszug daraus in Paris (2547, 17⁰), wo die Abhandlung dem Grofsvater zugeschrieben wird. 8. *Qaṭf el-zuharât* (das Pflücken der Blumen), ein Auszug aus der vorhergehenden Abhandlung, in Berlin (5851), Algier (1460, 2⁰); hier heifst sie fehlerhaft *qoṭb el-zâhirât*. 9. *Hâwî el-mochtaṣarât* (die Sammlung der Auszüge), eine andere Abhandlung über den Muqanṭarâtquadranten, in Berlin

[a]) Der Katalog des Vaticans hat 880 ohne Quellenangabe.

[b]) Wird auch *el-fatḥîje fî'l-aʿmâl el-ǧaibîje* (die Fathische Abhandlg. über die Sinusoperationen) genannt und auch seinem Grofsvater zugeschrieben (vergl. auch Art. 510).

(5850), Escurial (926, 6°), Kairo (243, 302). 10. Dritte Abhandlung über den Muqanṭarâtquadranten, ein Auszug aus den *„waraqât“* seines Grofsvaters, in Berlin (5843), Paris (2541, 6°)?, Escurial (963, 5° und 965, 3°?). 11. *Iẓhâr el-sirr el-mauḍû'* (Erklärung des aufbewahrten Geheimnisses), über den „abgeschnittenen“ Quadranten, in Leiden (1143), Oxford (I. 1041, 4°), Escurial (965, 2°)?. 12. *Kifâjet el-qanû'* (das Genügende des Zufriedenen), über den Gebrauch des „abgeschnittenen“ Quadranten, ein Auszug aus dem vorhergehenden Werke, in Berlin (5848 u. 49), Gotha (1426, 1°), Oxford (I. 971, 7°), Paris (2521, 8°, 2542, 1°, 4580, 3°), Kairo (270, 299, 302, 312). 13. *Hidâjet el-'âmil* (die richtige Leitung des Arbeitenden), über den vollkommenen Quadranten, in Berlin (5853), Gotha (1417, 2°). 14. *Hidâjet el-sâ'il* (die richtige Leitung des Fragenden), über den vollkommenen Quadranten, verschieden von der vorigen Abhandlung, in Berlin (5854), Gotha (1428), Leiden (1146), Oxford (I. 1041, 4°), dies kann auch die Abhandlung Nr. 13 sein, Kairo (328). 15. *El-maṭlab* (das Gesuchte oder der vergrabene Schatz), über den Sinusquadranten (in 150 Kap.), in Gotha (1425), Paris (2519, 3°), Escurial (926, 2°), Kairo (299). 16. *El-qaul el-mubdi'* (das schaffende Wort), Kommentar zum *moqni'* des Ibn el-Hâ'im (s. Art. 423), in Gotha (1491, 3°). 17. *Iršâd el-ṭullâb* (die richtige Leitung der Studierenden) zur *wasîle fî'l-ḥisâb,* d. i. Kommentar zur *wasîle* des Ibn el-Hâ'im, in Oxford (I. 962 u. 977?), Leipzig (Ref. 424), Kairo (177, 189, Übers. 3 u. 13). 18. Kommentar zu *el-luma' fî'ilm el-ḥisâb* (die Lichtblitze in der Rechenkunst) des Ibn el-Hâ'im, in Berlin (5988), Gotha (1483), St. Petersburg (126, 1°), Brit. Mus. (421, 1°), München (371), Paris (2471), Kairo (187, Übers. 12). 19. Kommentar zur *Jâsmînîje,* über die Algebra, in Berlin (5966 u. 67), Kairo (190, Übers. 13), Konstant. (2752). 20. *El-lam'a el-mâridînîje* (der mâridînische Lichtblitz), Abkürzung des vorigen Kommentars, in Berlin (5968), Gotha (1475), Paris (4162, 4°), Kairo (213 u. 214, Übers. 46 und 47). 21. *Tuḥfet el-aḥbâb* (das Geschenk der Freunde), über die Rechenkunst, mit besonderer Berücksichtigung der Erbteilung, in Berlin (5994), Gotha (1486), Kairo (179, Übers. 6) (vergl. auch Art. 472). 22. *Wasîlet el-ṭullâb* (der Weg der Studierenden), über die Kenntnis der Zeiten durch Rechnung, in München (863), Oxford (II. 286, 4°). 23. *El-tuḥfe el-manṣûrîje* (das manṣûrische Geschenk) über den Quadranten und die Kenntnis der Gebetzeiten, im Brit. Mus. (421, 2°), Paris (2519, 7°). 24. *Moqaddame* (Einführung) in die Konstruktion der geneigten Sonnenuhren, mit Tafeln, in Oxford (II. 286, 3°), und wahrscheinlich in Kairo (238 u. 282). 25. Abhandlung über den Äquatorialkreis in Oxford (I. 1041, 4°). 26. Abhandlung über den Quadranten, das Astrolabium und den immerwährenden Kalender, in Florenz (Pal. 320).

446. ʿAlî b. Muh. b. Ismâʿîl el-Zemzemî el-Mekkî, schrieb im J. 878 (1473/74) in Mekka ein Gedicht über die Rechenkunst, betitelt: *Fatḥ el-wahhâb* (der Beistand des Gebers, d. i. Gottes), in Kairo (183, Übers. 9) (s. auch Art. 458).

447. Muh. b. Abîʾl-Fatḥ Šems ed-dîn el-Ṣûfî el-Miṣrî,[a]) gest. ca. 900 (1494/95), schrieb: 1. Kommentar zu den Tafeln Ulûġ Begs und Einrichtung derselben für die Breite von Kairo (233, Übers. 164), vielleicht auch in Gotha (1379). 2. *Sullam el-menâre* (Treppe des Minarets), Tafeln über die Bahnen der Planeten, vielleicht ein Teil des eben genannten Kommentars, in Gotha (1405), Algier (1465). 3. *El-risâle el-šemsîje* (die sonnige oder Šemsische Abhandlung), über die Operationen mit dem Sinusquadranten, in Berlin (5817), Leiden (1136). 4. *Kitâb el-ǧewâhir fî maʿrifet el-semt we faḍl el-dâʾir* etc. (das Buch der Perlen) über die Kenntnis des Azimutes und Stundenwinkels, in Oxford (I. 1040). 5. *Risâlet el-mufaṣṣil* (Abhandlung des Einteilers), über den Gebrauch des Äquatorialkreises, in Leiden (1137). 6. *El-ʿamal el-moṣaḥḥaḥ bi'l-rubʿ el-muǧannaḥ* (der verbesserte Gebrauch des „geflügelten“ Quadranten), in Berlin (5844). 7. Kurze Abhandlung über den Gebrauch des Instrumentes, genannt *ṣandûq el-jawâqît* (die Edelsteinschachtel), in Berlin (5845). 8. Über den vollkommenen (*el-kâmil*) Quadranten, im Escurial (926, 3⁰). 9. Über den Zenit, im Escurial (926, 4⁰). 10. Über den Aufgang, die Länge und Breite des Mondes und den Neumond, im Escurial (926, 5⁰). 11. *Fi'l-basîṭa el-musammât bi'l-rochâme,* über die Sonnenuhr, in Kairo (290). 12. *Risâle fî ḥisâb mawâqiʿ el-sumût we'l-muqanṭarât* (Abhandlung über die Azimute und Muqanṭarâte), in Kairo (295). 13. *Netâʾiǧ el-fikr* (die Ergebnisse der Überlegung), über die koptischen und griechischen Monate etc., in Kairo (320). 14. *Risâlet el-qabbân* (Abhandlung über die Wage), in Kairo (217 u. 219, Übers. 49 u. 50). 15. *Nuzhet el-nâẓir* (die Unterhaltung des Beobachtenden), über die Festsetzung der Linien der Stundenwinkel, in Kairo (326), verfaſst i. J. 878 (1473/74).

448. Muh. b. el-Qâsim, Moḥjî ed-dîn el-Achwîn, gest. 904 (1498/99),[b]) Lehrer an verschiedenen Schulen des osmanischen Reiches unter Sultan Muh. II., schrieb für Sinân Pâšâ (s. Art. 443): *el-aškâlât* (die (astronomischen) Figuren) der sieben Planetensphären, in Wien (1422); ferner nach Ṭâšk. (p. 212) einen Kommentar zum Sinusquadranten (Verfasser nicht genannt).

---

[a]) d. h. der Ägypter; C. I. 368 macht aus ihm einen Sevillaner aus dem 5. Jahrh. d. H.

[b]) Ṭâšk. (l. c.) hat „am Ende des 9. Jahrh. d. H.“

449. ʿAbderraḥmân b. Abî Bekr b. Muh., Ǧelâl ed-dîn Abû'l-Faḍl el-Sujûṭî (oder el-Osjûṭî), wurde i. J. 849 (1445/46) zu Kairo geboren. Er stammte aus Siut in Ober-Ägypten, begann i. J. 864 (1459/60) seine wissenschaftlichen Studien, die sich besonders auf das Recht, die Traditionen und die Geschichte erstreckten. Aber auch in einer Reihe anderer Wissenschaften versuchte er sich und wurde einer der gröſsten Vielschreiber der Araber, er schrieb über 500 Abhandlungen, von denen allerdings manche nur ein oder wenige Blätter umfaſsten. Er starb zu Kairo im Ǧumâdâ I. 911 (1505). (W. G. 506.) — Er schrieb: *Kitâb el-hei'a el-sanîje fî'l hei'a el-sunnîje* (das Buch der erhabenen Astronomie, über die sunnitische Astronomie, d. h. die im Koran und den Traditionen überlieferte), eine Sammlung von Aussprüchen des Korans, der Tradition und der Geschichtswerke über Gegenstände der Astronomie, in Berlin (5697 u. 98), Gotha (52, 4⁰ u. 1383), Paris (4253, 3⁰), Ind. Off. (1035, 4⁰), München (133), im Auszug, Konstant. (2680—83).

450. Muh. b. Muh. b. Abî Bekr el-Tîzînî, Abû ʿAbdallâh, der Gebetsrufer an der Omeijaden-Moschee zu Damaskus, lebte ums Jahr 900 (1494/95); er war aus Aleppo gebürtig, daher wird er auch bisweilen el-Ḥalebî genannt. Er schrieb: Über den Gebrauch des Muqanṭarâtquadranten, in Berlin (5803), Gotha (1421, 1⁰) unvollständig, Paris (2547, 9⁰ u. 21⁰), Kairo (308). *Fî ʿilm el-waqt* (über die Wissenschaft der Zeitbestimmung), in Berlin (5804). Über den Gebrauch des Sinusquadranten, in Paris (2547, 22⁰), Kairo (315). Über den vollkommenen (*el-kâmil*) Quadranten, in Oxford (I. 967, 9⁰). Tafeln des Sinus, Sinus versus, der Tangente und der Deklinationen (?), in Oxford (I. 1035, 2⁰), verfaſst i. J. 896 (1490/91). Astronomisch-chronologische Tafeln, in Oxford (1039, 1⁰).[91]

451. Muh. b. Aḥmed b. Muh. b. ʿAlî b. Ġâzî el-ʿOṯmânî, Abû ʿAbdallâh, wurde in Meknâsa (jetzt Meknes westlich von Fes) geboren, war ein bedeutender und vielseitiger Gelehrter, der hauptsächlich in Fes seine Wirksamkeit hatte und eine groſse Zahl von Werken hinterlieſs, worunter ein Gedicht über die Rechenkunst, betitelt: *binjet el-ḥisâb* (Bauwerk der Rechenkunst), mit Kommentar dazu, betitelt: *biġjet el-ṭullâb* (der Wunsch der Studierenden), im Brit. Mus. (420, 1⁰), Escurial (928, 2⁰ u. 3⁰), Algier (1459), Kairo (179, Übers. 5); das Gedicht ohne Kommentar befindet sich im Brit. Mus. (1005, 4⁰)[a]) und im Escurial (943, 7⁰ u. 959, 9⁰).

---

[a]) Hier, sowie in Ms. 420 derselben Bibliothek und auch in Kairo heiſst das Gedicht *minjet* (od. *munjet*) *el-ḥossâb* (Wunsch der Rechner); im Kairenser Ms. ist bemerkt, daſs der Kommentar im Ramaḍân 895 (1490) beendigt worden sei; im Londoner Ms. 1005 ist angeführt, daſs das Gedicht ungefähr das behandle, was im *Talchîs* des Ibn el-Bennâ enthalten sei.

Muh. b. Aḥmed el-ʿOṯmânî starb in Meknâsa im Ǧumâdâ I. 919 (1513). (C. I. 369.)

452. Zakarîjâ b. Muh. b. Aḥmed, el-Anṣârî, Zein ed-dîn,[a]) geb. in Sanîka 826 (1423) (?), gest. in Kairo 926 (1520), schrieb einen Kommentar zur *nuzhe* des Ibn el-Hâ'im (s. Art. 423), in Kairo (183, Übers. 9), und ebenso einen solchen, betitelt: *fatḥ el-mubdiʿ* (der Sieg (oder Eröffnung, Hilfe) des Erfinders) zum *moqniʿ* desselben Autors, in Kairo (189, Übers. 13).

453. Jaʿîš b. Ibrâhîm b. Jûsuf el-Omawî el-Andalusî,[b]) lebte nach dem Berliner Ms. 5949 ums Jahr 900 und schrieb: *Rafʿ el-iškâl* (die Beseitigung des Unklaren), über die Ausmessung der Figuren, in Berlin (5949), geschrieben i. J. 895 (1489/90). *Risâle fî ʿilm el-qabbân* (Abhandlung über die Kenntnis der Wage), in Kairo (218, Übers. 50).

454. ʿAbderraḥmân b. Muh. el-Ṣâliḥî el-Ǧauharî, Zein ed-dîn el-Dimišqî, der Gebetsrufer in der Omeijaden-Moschee zu Damaskus, lebte ums Jahr 900 und schrieb: *El-durr el-naẓîm* (die schön geordneten Perlen), über die Erleichterung der Kalenderherstellung, mit Tafeln aus den Ulûġ Beg'schen ausgezogen, in Berlin (5757), Gotha (1377, 2⁰), Oxford (I. 998, 1⁰, II. 288, 2⁰—7⁰).[c]) *El-kawâkib el-zâhira* (die glänzenden Sterne), über den Gebrauch des Sinusquadranten, in Paris (2521, 9⁰).[d])

455. Muh. b. Kâtib Sinân el-Qûnawî, war Wezir von Šâhinšâh b. Bâjezîd el-ʿOṯmânî, dem Sohne Bâjezîds II. (gest. 1512) und wird so gegen 930 (1523/24) gestorben sein. Er schrieb: *Mûḍiḥ el-auqât* (der Erklärer der Zeiten), über die Kenntnis der Zeiten mit Hilfe der Muqanṭarâtkreise, gewidmet dem Sultan Bâjezîd II., in Konstant. (2708). *Mîzân el-kawâkib* (die Wage (oder das Mafs oder die Menge) der Sterne), in Konstant. (2710). H. Ch. führt von ihm noch an: II. 234, *tuḥfet el-foqarâ'* (das Geschenk der Armen), über die Bestimmung der Zeiten mit Hilfe des Muqanṭarâtquadranten; VI. 499, *hadîjet el-mulûk* (das Geschenk der Könige), über die Festsetzung der Muqanṭarâtkreise.

456. ʿAbdelʿalî[e]) b. Muh. b. el-Ḥosein, Niẓâm ed-dîn el-Barǧendî, ein eifriger Kommentator astronomischer Werke, gest. ca. 930.[f])

---

[a]) Dieser Beiname steht nur bei H. Ch. V. 218 u. 236; als Todesjahr hat H. Ch. an letzterer Stelle 910, dagegen II. 547 das Jahr 926.

[b]) Dieses Relativum steht nur im Katalog von Kairo.

[c]) Das gleiche oder aber ein ganz gleich betiteltes Werk wird in Leiden (1140) und in Oxford (II. 277) dem Taqî ed-dîn Muh. b. Maʿrûf (s. Art. 471) zugeschrieben.

[d]) Hier und auch im Berliner Ms. 5757 heifst der Verfasser ʿAbderraḥmân b. Benefšâ, mit der Kunje Abû Huraira.

[e]) An einigen Stellen kommt unrichtig nur ʿAlî vor.

[f]) Nach dem Katalog von Rieu soll er 930 noch am Leben gewesen sein, da

Von ihm sind noch vorhanden: Glossen zum Kommentar des Qâḍîzâdeh zum *Mulachchaṣ* des Ǧaġmînî, in Berlin (5677), St. Petersburg (126, 2⁰), Ind. Off. (754), Kairo (221 u. 224, Übers. 161). Kommentar zum *taḥrîr* (Rezension) des Almagestes von Naṣîr ed-dîn, im Ind. Off. (742). Kommentar zu der Abhandlung des Naṣîr ed-dîn über das Astrolabium, betitelt: *bîst bâb* (zwanzig Kapitel), im Brit. Mus. P. (Add. 22752), St. Petersburg (315, 2⁰ und 317, 2⁰) pers., Konstant. (2648) pers. Kommentar zu den Tafeln des Ulûġ Beg, im Brit. Mus. P. (Add. 23567), in Cambridge (233) pers. *Risâle-i hei'at* (Abhandlung über die Astronomie), in Oxford (I. 73, 10⁰) pers., wahrscheinlich einer seiner genannten Kommentare. *Risâle dar maʿrife-i taqwîm* (Abhandlung über die Kenntnis des Kalenders), in Oxford (73, 12) pers., München P. (346, 5⁰).

457. Maḥmûd b. Muh. b. Qâḍîzâdeh el-Rûmî, bekannt unter dem Namen Mîram Čelebî, der Enkel (nicht Sohn, wie verschiedene Autoren angeben) Qâḍîzâdehs, war zuerst Lehrer in Gallipoli, hierauf in Adrianopel, dann in Brusa. Später ernannte ihn Bâjezîd II. zu seinem Hauslehrer und studierte selbst unter ihm die mathematischen Wissenschaften, in denen er als der erste Gelehrte seiner Zeit betrachtet wurde. Unter Sultan Selim war er einige Jahre Qâḍî in Anatolien; er war auch sehr bewandert in Sprachwissenschaft und Geschichte. Er starb i. J. 931 (1524/25) in Adrianopel. Er schrieb: Kommentar zu den Ulûġ Beg'schen Tafeln, im Auftrag Bâjezîds II. persisch geschrieben, in Paris (Ms. persan 171, anc. fonds),[a]) Konstant. (2697) pers. Kommentar zur *Fatḥîje* des ʿAlî b. Muh. el-Qûšġî (s. Art. 438), in Paris (2504, 5⁰). *Risâle fî taḥqîq semt el-qible* (Abhandlung über die Richtigstellung des Azimutes der Qible), in Konstant. (2628). *Risâlet el-ǧaib el-ǧâmiʿa* (die umfassende Sinusabhandlung), über den Sinusquadranten, dem Sultan Bâjezîd II. gewidmet, in Berlin (5855); es wäre möglich, dafs diese Schrift ein Teil des Kommentars zur *Fatḥîje* wäre. (Ṭâšk. p. 367 f.)

458. ʿOrfa[b]) b. Muh. Zein ed-dîn el-Dimišqî, gest. im Šauwâl 931 (1525), schrieb einen Kommentar zu dem Gedicht *fatḥ el-wahhâb* des ʿAlî b. Muh. b. Ismâʿîl el-Zemzemî (s. Art. 446), in Kairo (183, Übers. 9).

458ª. Aḥmed b. Muh. el-Qasṭalânî el-Miṣrî (der Ägypter), Abû'l-ʿAbbâs, gest. 932 (1525/26), schrieb: *Risâle fî'l-rubʿ el-muǧaijeb* (Abhandlung über den Sinusquadranten). (H. Ch. III. 402.)

459. Muh. b. Dallâl el-Wefâ'î, Šems ed-dîn el-Sujûṭî (oder

Chândamîr, der Verfasser des *Ḥabîb el-sijar*, der sein Werk 927—930 geschrieben hat, von ihm als von einem Lebenden spricht.

[a]) Vergl. auch Journal asiat. V. Série, T. II. 1853, p. 333—56.

[b]) oder ʿArafa.

Osjûṭî), gebürtig aus Siut in Ober-Ägypten, war ein Schüler von Muh. b. Abî'l-Fatḥ el-Ṣûfî (s. Art. 447), wird ca. 940 (1533/34) gestorben sein. Er schrieb: *Nuzhet el abṣâr* (die Unterhaltung der Augen oder Blicke), über die Verrichtungen des Tages und der Nacht, in Kairo (325). *El-ǧewâhir el-naijirât* (die glänzenden Perlen), über die Konstruktion der ebenen und geneigten Sonnenuhren; dieses Werk ist nicht mehr vorhanden, dagegen ein Auszug daraus, betitelt: *el-waḍʿ ʿalâ'l-ǵihât* (das (Zeichnungs-)Verfahren auf den Oberflächen) der ebenen und geneigten Sonnenuhren, von seinem Schüler ʿAlî el-Mâlaqî[a]) el-Andalusî, in Berlin (5715), Gotha (1381, 5⁰), Kairo (284 u. 329). Der Letztere schrieb noch eine Fortsetzung oder Erweiterung dieser Abhandlung, betitelt *nuzhet el-nâẓir* (die Unterhaltung des Beobachtenden), über die Zeichnung der Stundenlinien etc., in Berlin (5716).

460. Muh. b. Muh. Neǵm ed-dîn Abû'l-Fatḥ el-Miṣrî, vielleicht der Sohn von Nr. 447, schrieb: *Nihâjet el-rutbe* (die höchste Stufe), über den Gebrauch der Sexagesimaltafeln, ein Kompendium der *raqâ'iq el-ḥaqâ'iq* des Sibṭ el-Mâridînî (s. Art. 445), in Oxford (I. 1042, 3⁰). Astronomische und chronologische Tafeln, in Oxford (944 u. 995). *El-risâle el-ḥiṣâbîje fî'l-aʿmâl el-afaqîje* (die arithmetische Abhandlung über die Horizont-Operationen), in Mailand (Ambr. 277, a).[b])

461. Aḥmed b. Mûsâ b. ʿAbdelǵaffâr, Šaraf ed-dîn, schrieb: Kommentar zu den *lumaʿ* des Ibn el-Hâ'im (s. Art. 423), in Berlin (5989) unvollständig, Paris (2472, 1⁰), verfaſst i. J. 920 (1514) zu Mekka. *Silk el-durrain* (die Schnur der beiden Perlen), über die Erklärung der (Bewegungen der) beiden Lichter (d. i. Sonne und Mond), in Kairo (261, 277, 313).

462. Manṣûr b. Ṣadr ed-dîn Muh., Gijâṯ ed-dîn el-Ḥoseini el-Šîrâzî, ein Perser, gest. 949 (1542/43).[c]) Er beschäftigte sich hauptsächlich mit Philosophie, aber auch mit den mathematischen Wissenschaften und schrieb: *El-kifâje fî'l-ḥisâb* (das Genügende über die Rechenkunst), in Leiden (1037).

463. Seijid ʿAlî b. el-Ḥosein (auch el-Ḥoseinî) Kâtib-i Rûmî (oder auch Kâtib-i Rûm), bedeutender türkischer Admiral, Astronom und Dichter, gest. 970 (1562/63), schrieb: *Cholâṣat el-hei'a* (Essenz der Astronomie), im Vatican (Cod. pers. 19, 3⁰) türk.,[d]) vollendet in Aleppo i. J. 955 (1548), Konstant. (2591 u. 2615) türk. *Mirât-i kâ'inât* (der Spiegel alles Seienden), über Astronomie, in Konstant. (2674. u. 75) türk. Er verfaſste

---

[a]) d. h. aus Malaga gebürtig oder stammend.

[b]) In diesem Ms. und den beiden Oxforder Mss. 944 u. 945 steht allerdings die Kunje Abû ʿAbdallâh statt Abû'l-Fatḥ, doch halte ich beide für identisch.

[c]) Nach H. Ch. II. 201 u. 365.

[d]) Hier heiſst er: Seijid ʿAlî Ǧelebî el-Rûmî.

auch noch ein bedeutendes Werk über Nautik, betitelt *el-moḥîṭ,* in Wien (1277) türk.; die topographischen Kapitel desselben wurden herausgegeben von Bonelli (in d. Rendic. della cl. di sc. mor. della R. accad. dei Linc. 1894 u. 95) und ins Deutsche übersetzt von M. Bittner, mit einer Einleitung von W. Tomaschek, Wien, 1897.[92]

464. Muh. b. Ibrâhîm b. Jûsuf, Raḍî[a]) ed-dîn Abû ʿAbdallâh, bekannt unter dem Namen Ibn el-Ḥanbalî, geb. in Aleppo, daher auch el-Ḥalebî genannt, war ein vielseitiger Gelehrter, besonders in Rechtswissenschaft, Geschichte, Mathematik und Medizin bewandert. Er starb im Ǧumâdâ I. 971 (Ende 1563). (W. G. 528.) Er schrieb: *Taḏkira man nasija* (Erinnerung, Notiz für denjenigen, welcher vergessen hat), über die geometrischen Grundlagen, in Oxford (I. 967, 3⁰). *Machâ'il el-malâḥa* (Anzeichen der Schönheit, Güte), über Probleme der Ausmessungslehre, Kommentar zur *ġonjet el-ḥassâb* (das Genügen oder der Reichtum des Rechners) von Ǧemâl ed-dîn Aḥmed b. Ṯâbit (s. Art. 366), in Paris (2474). *ʿUddet el-ḥâsib* (das Rüstzeug des Rechners), Kommentar zur *nuzhet el-ḥossâb* (Unterhaltung der Rechner) des Ibn el-Hâ'im (s. Art. 423) in Berlin (5981). *Rafʿ el-ḥiǧâb* (das Wegheben des Schleiers) von den Grundlagen der Rechenkunst, nach H. Ch. III. 474.

465. Chalîl b. Aḥmed el-Naqîb, Ġars ed-dîn el-Ḥalebî,[b]) gest. 971 (1563/64) wahrscheinlich in Aleppo, schrieb: *Risâle fî'l-ʿamal birubʿ el-ġaib* (Abhandlung über den Gebrauch des Sinusquadranten), in Berlin (5825), Leiden (1150), Vatican (318, 2⁰), Paris (2544, 1⁰ und 2547, 5⁰). *Risâle fî maʿrifet el-qible* (Abhandlung über die Kenntnis der Qible), in Kairo (250).

466. Aḥmed b. ʿAlî Zunbul el-Maḥallî, bekannt unter dem Namen Ibn Zunbul, der Wahrsager (el-Rammâl) und Astrolog, lebte in Ägypten und nahm an der Eroberung des Landes durch Sultan Selim I. und seinen Nachfolgern teil und wird wahrscheinlich in den Jahren 975—80 (1567—72)[c]) gestorben sein. Er schrieb: *El-qânûn fî'l-dunjâ* (der Kanon über die Welt), ein astron.-geogr.-astrologisches Werk, in Berlin (5889), unvollständig. *Tuḥfet el-mulûk* (das Geschenk der Könige), ein kosmographisches Werk, in Oxford (I. 892); überdies noch verschiedene Werke über Astrologie und Geomantie. (W. G. 523.)

467. Muh. b. Ṣalâḥ el-Lârî el-Anṣârî,[d]) Moṣliḥ ed-dîn, gest.

---

[a]) So Wüstenfeld und Ahlwardt, andere lesen Riḍâ ed-dîn.

[b]) Im Berliner Kat. heifst er: Ġars ed-dîn b. Ibrâhîm b. Aḥmed el-Ḥalebî, im Vatican: Ġars ed-dîn Aḥmed b. Šihâb ed-dîn el-Naqîb.

[c]) Nach dem Berliner Kat. V. p. 287.

[d]) H. Ch. hat im Index el-ʿAbbâdî.

979 (1571/72),[a]) ein eifriger Kommentator philosophischer, traditionistischer und anderer Werke, aus Lâr in Persien gebürtig, schrieb auch einen Kommentar zur *Fatḥîje* des ʿAlî b. Muh. el-Qûšǧî (s. Art. 438), in Wien (1423), St. Petersburg (315, 1⁰), an beiden Orten pers.

468. Aḥmed b. Muh. b. Muh. el-Ġazzî, Šihâb ed-dîn, geb. 931 (1524/25), gest. 983 (1575/76),[b]) schrieb: Kommentar zur *nuzhet el-naẓẓâr* des Ibn el-Hâ'im (s. Art. 423), in Berlin (5982), Oxford (I. 966, 4⁰).

469. ʿAlî b. Aḥmed b. Muh. el-Šarqî el-Ṣafâqisî (d. h. von Sfaks in Tûnis gebürtig oder stammend), verfaſste ein astron.-geographisches Werk mit Tafeln und Karten, die südlichen Mittelmeergegenden umfassend. De Slane (im Pariser Kat. p. 399) nennt es „un beau monument de la cartographie chez les arabes au XVI. siècle"; in Paris (2278), dat. vom J. 958 (1551) und vielleicht in Oxford (I. 935), dat. vom J. 979 (1571/72); ob dieses Werk, das hier nicht näher beschrieben, sondern nur „astron.-geographisches Werk mit Tafeln" genannt ist, mit dem Pariser Ms. identisch sei, können wir nicht entscheiden.

470. Aḥmed b. Aḥmed b. ʿAbdelḥaqq el-Sunbâṭî (od. Sanbâṭî), gest. 990 (1582),[c]) schrieb: Kommentar zu der Abhandlung über den Sinusquadranten von Sibṭ el-Mâridînî (s. Art. 445), in Berlin (5821), Brit. Mus. (407*, 2⁰), Wien (1420, 2⁰), Algier (1462), Kairo (262 u. 301).

471. Muh. b. Maʿrûf b. Aḥmed, Taqî ed-dîn, geb. 932 (1525/26) in Damaskus, gest. 993 (1585) wahrscheinlich in Konstantinopel, schrieb: *Charîdet el-durar we ǧarîdet el-fukar* (die ungebohrten Perlen und die Rolle (Blatt, Register) der Gedanken), ein astronomisches Werk über die notwendigen Kenntnisse zur Bestimmung der Gebetszeiten und Gebetsrichtung, in Berlin (5699); es ist dieses Werk deshalb interessant, weil in demselben, was bisher in keinem andern der Fall war, Tafeln der Sinus und Tangenten nach Dezimalteilung statt nach Sexagesimalteilung auftreten. *Raiḥânet el-rûḥ* (Wohlgeruch des Geistes), über die Sonnenuhren, in Oxford (I. 881, 1⁰ u. 927), im letztern Ms. mit Kommentar von ʿOmar b. Muh. el-Fâriskûrî (s. Art. 478), in Kairo (259). *Kitâb el-ṯimâr el-jâniʿa* (das Buch der reifen Früchte), über das umfassende Instrument (*el-âle el-ǧâmiʿa*), in Oxford (I. 881, 2⁰). *Kitâb el-nisab el-mutašâkale* (das Buch der übereinstimmenden oder zusammenpassenden Verhältnisse), über die Wissenschaft der Algebra, in Oxford (I. 881, 3⁰). *Raǧez*-Gedicht über den Dustûrquadranten, mit Kom. eines Ungenannten, in Berlin (5834), Kairo (262). *Fîʿilm el-binkâmât* (über

---

[a]) Nach H. Ch. III. 458 etc.

[b]) Nach dem Berliner Kat. V. 338.

[c]) So nach dem Kat. v. Kairo, nach dem Berliner Kat. 995.

die Uhrmacherkunst), in Paris (2478). *Kitâb nûr ḥadîqat el-abṣâr we nûr ḥadîqat el-anẓâr* (das Buch des Lichtes des Gartens der Augen oder Blicke), ein optisches Werk, in Oxford (I. 930). — Es wird ihm auch die Abhandlung *el-durr el-naẓîm* des ʿAbderraḥmân b. Muh. el-Ṣâliḥî (s. Art. 454) zugeschrieben. — H. Ch. führt von ihm noch folgende Abhandlungen an: II. 288, *dustûr el-tarǧîḥ fî qawâʿid el-tasṭîḥ* (das Muster der Vorzüglichkeit, über die Grundlagen der (Kugel-)Projektion); III. 401, *risâle fî'l-rubʿ el-šakkâzîje* (Abhandlung über den Šakkâzischen Quadranten); III. 587, *sidret muntahâ el-afkâr* (der Lotosbaum des siebenten Himmels der Gedanken, d. h. die höchste Stufe der Gedanken), über das Reich der rotierenden Sphäre; III. 376, Kommentar zur *risâlet el-teǧnîs fî'l-ḥisâb* (Abhandlung der Klassifizierung, über die Rechenkunst) von Seǧâwendî; II. 59, *biǵjet el-ṭullâb* (der Wunsch der Studierenden), über die Rechenkunst, ein arithm.-algebraisches Werk, aus 3 Teilen bestehend: 1. über das indische Rechnen, 2. über das astronomische Rechnen, 3. über die Algebra. Er soll nach H. Ch. I. 390 auch eine verbesserte Ausgabe (Rezension) der Sphärik des Theodosius verfaſst haben.

472. ʿAbdallâh b. Muh. el-Šanšûrî,[a]) Behâ ed-dîn el-Faraḍî, gest. 999 (1590/91) in Kairo, schrieb: Kommentar zur *muršidet el-ṭâlib* des Ibn el-Hâ'im (s. Art. 423), betitelt *biǵjet el râǵib* (der Wunsch des Begehrenden), in Gotha (1478), Kairo (178, Übers. 5). *Qorret el-ʿain fî misâḥat ẓarf el-qollatain* (der Augentrost, über die Ausmessung der beiden (zu den religiösen Waschungen notwendigen) Gefäſse), in Berlin (5951 und 52), Gotha (1078, 1⁰ und 1079). Kommentar zur *tuḥfet el-aḥbâb* des Sibṭ el-Mâridînî (s. Art. 445), in Gotha (1486).[b]) *Muršide* (richtige Leitung) zur Kunst des *Ġobâr;* ein Auszug daraus verfaſst von seinem Sohne, dessen Name nicht angegeben ist, befindet sich in Berlin (5996).

473. ʿAbdelmunʿim el-ʿÂmilî schrieb i. J. 970 (1562/63) eine Abhandlung über die astronomischen Instrumente, welche in Alexandria, Merâġa und Samarqand gebraucht worden sind, im Brit. Mus. P. (Add. 7702).

474. ʿAbdellaṭîf b. Ibrâhîm b. el-Qâsim el-Dimišqî, bekannt unter dem Namen Ibn el-Kaijâl (Sohn des Kornwägers), schrieb ums Jahr 970 Tafeln (*ǵedâwil*) für die Zeitrechnung und die Kalenderkenntnis für die Jahre über 1000 d. H. hinaus, gegründet auf diejenigen von Ibn el-Šâṭir (s. Art. 416) und Šems ed-dîn el-Tîzînî (s. Art. 450), in Berlin (5758—60), Brit. Mus. (1162, 7⁰).

---

[a]) Ahlwardt liest „Šinšaurî“.

[b]) Hier und auch in Ms. 1478 heiſst der Verfasser Muh. b. ʿAbdallâh statt ʿAbdallâh b. Muh.

475. Muh. b. ʿOmar b. Ṣadîq el-Bekrî el-Fawânisî[a]) lebte in Ägypten und starb ums Jahr 1000 (1591/92). Er schrieb: *Netîǵet el-afkâr* (das Resultat der Gedanken), über die astronomischen Verrichtungen bei Tag und bei Nacht (d. h. über die Zeitbestimmung für die Gebetsstunden etc.), in Oxford (I. 1032), Paris (2545).

476. ʿAbdelqâdir b. ʿAlî el-Sachâwî, Moḥjî ed-dîn Abû'l-Ǧûd,[b]) wahrscheinlich etwas nach 1000 gestorben, schrieb: *Mochtaṣar fî ʿilm el-ḥisâb* (Auszug aus der Rechenkunst),[c]) in Berlin (6000 u. 6001), Paris (2463, 2°) mit Kom. von Ḥosein b. Muh. el-Maḥallî (gest. 1756), Gotha (1487 u. 88), Kairo (182, 187, 188, Übers. 8 u. 12). Diese Abhandlung wurde mit dem Kom. des Maḥallî im Druck herausgegeben in Kairo 1310 (1892/93).

477. Ibrâhîm b. Muh. b. Muh. el-Maǵrebî el-Andalusî, gest. zwischen 989 u. 1010 (1581 u. 1601),[d]) schrieb: *Risâle fî ʿilm el-falak* (Abhandlung über die Wissenschaft der Sphäre), über die Kenntnis der Zeiten, vollendet i. J. 988 (1580), in Leiden (1147), Berlin (5717). *Ġarîb el-nâqilîn* (das Seltsame der Erzähler), über die Zustände der Lichter, worin über Finsternisse und über Folge von Tag und Nacht gehandelt wird, vollendet i. J. 989 (1581), in Leiden (1148).

478. ʿOmar b. Muh. el-Fâriskûrî el-Miṣrî Sirâǵ ed-dîn lebte in Ägypten und starb nach H. Ch. VI. 290 i. J. 1018 (1609/10). Er schrieb: Kommentar zur *raiḥânet el-rûḥ* des Taqî ed-dîn b. Maʿrûf (s. Art. 471), betitelt *asnâ el-futûḥ*[e]) (der herrlichste der Siege), vollendet i. J. 980 (1572/73), in Oxford (I. 927). H. Ch. (l. c.) hat noch: *Nâšiʾet el-leil* (die erste Stunde der Nacht), giebt aber nicht an, worüber die Schrift handle.

479. ʿAbdelqâdir b. Muh. el-Faijûmî el-Aufî,[f]) lebte in Kairo als Lehrer der Rechtswissenschaft, beschäftigte sich daneben aber auch mit Mathematik, Astronomie und Musik. Er starb i. J. 1022 (1613/14). (W. G. 574.) Er schrieb: Kommentar zur *nuzhet el-ḥossâb* des Ibn el-Hâʾim (s. Art. 423), in Gotha (1482), unvollständig. *Ǧedâwil maḥlûl el-maṭâliʿ el-falakîje* (Tafeln der Aufgänge der Sphäre), beginnend mit dem Anfang des Zeichens des Steinbocks, nach den Tafeln Ulûǵ Begs von Minute zu Minute berechnet, in Kairo (239). *Ǧedâwil ichtilâf manẓar el-qamar* (Ta-

---

[a]) H. Ch. VI. 298 hat: Qawânisî.

[b]) Diese beiden Beinamen befinden sich nur im Berliner Ms. 6000.

[c]) Diese Schrift heifst auch: *el-risâle* (oder auch *el-moqaddame*) *el-sachâwîje* (die Sachâwische Abhandlung oder Einleitung).

[d]) Nach dem Leidener Ms. 1147.

[e]) H. Ch. hat *fatḥ el-futûḥ* (der Sieg der Siege).

[f]) Kat. v. Kairo hat Manûfî oder Munawwafî.

feln der Abweichung des Mondes) in Länge und Breite, nach den Tafeln Ulûġ Begs berechnet, in Kairo (235). *Rafʿ el-chilâf* (die Wegschaffung des Widerspruches), über das Verfahren mit den sehr geringen Abweichungen, in Kairo (258 u. 292), beendigt 980. *Naẓm el-ǧewâhir we'l-jawâqît* (die Perlen- und Edelsteinschnur), über die Richtigstellung (od. Aufzeichnung) der Verrichtungen der Zeitbestimmung, in Kairo (326), beendigt 981 (1573/74).

480. Muh. b. el-Ḥosein, Behâ ed-dîn el-ʿÂmilî,[a]) wahrscheinlich ein Perser, geb. zu Baʿalbek im Ḏû'l-Ḥiǧǧe 953 (1547), gest. zu Ispahân im Šauwâl 1031 (1622), ist der letzte arabische Mathematiker und Astronom, den wir in unsere Arbeit aufzunehmen gedenken; seine Werke zeigen keinen Fortschritt mehr, sondern im Gegenteil einen Rückschritt, von Selbständigkeit oder Originalität ist bei ihm und seinen Nachfolgern keine Spur mehr zu finden, was freilich noch von einer grofsen Zahl der von uns der Aufnahme würdig Erachteten gelten wird. — Er schrieb: 1. *Cholâṣat el-ḥisâb* (Essenz der Rechenkunst), in Berlin (5998), München (851) mit Kommentar, und ebenda unter den pers. Mss. (346, 6⁰), aber doch in arabischer Sprache, Brit. Mus. (1345, 2⁰), Ind. Off. (758), Kairo (180, Übers. 7), Konstant. (2717 u. 26); in persischer Sprache befindet sich die Abhandlung im Brit. Mus. P. (Add. 23569, 5⁰). Ausgaben derselben: Arabisch, mit persischer Übersetzung und Kommentar, Calcutta 1812, ebenso in Konstant. 1268 (1851/52); arabisch und deutsch von Nesselmann, Berlin 1843; in französ. Übers. von A. Marre, Rom 1864. In Kairo existieren mehrere lithographierte Ausgaben dieses Buches. Das Werk wurde auch vielfach kommentiert, auf die Kommentare trete ich nicht weiter ein. 2. *Tašrîḥ el-aflâk* (Erklärung der Sphären), in Berlin (5703), in diesem Ms. steht eine Widmung an Abû'l-Moẓaffar Šâh Ismâʿîl el Ḥoseinî el-Ṣafawî; Brit. Mus. (1345, 1⁰) und ebenda unter den pers. Mss. (Add. 23569, 2⁰), aber in arabischer Sprache, im Ind. Off. (1043, 6⁰), in Cambridge (250) pers. 3. *El-ṣafîḥa,* über den Gebrauch des Astrolabiums, in Berlin (5801), Brit. Mus. (1346, 1⁰), St. Petersburg (130, 3⁰).

Damit schliefse ich die Reihe derjenigen Gelehrten, deren Lebenszeit nach den Quellen mehr oder weniger genau bestimmt werden konnte; es folgen nun noch eine Reihe von Autoren auf dem Gebiete der Mathematik und Astronomie, für deren Lebenszeit ich nur eine obere oder nur eine untere, oder beide dieser Grenzen anzugeben vermag.

---

[a]) O. Loth (Z. D. M. G. 29. Bd. p. 677) leitet dieses Wort von ǧebel ʿâmil, dem südlichen Ausläufer des Libanon her, wo der Sitz einer schiʿitischen Bevölkerung gewesen sein soll; eine andere Lesart ist Âmulî, d. h. aus Âmul, einer Stadt in Ṭabaristân, die Abstammung ist also unsicher.

481. ʿAlî b. Ismâʿîl, Abû'l-Ḥasan ʿAlam ed-dîn el-Ǧauharî,[b]) bekannt unter dem Namen el-Rakkâb Sâlâr,[a]) aus Bagdad, ein bedeutender Gelehrter, ausgezeichnet und scharfsinnig in den mathematischen Wissenschaften, sowie auch in der Verfertigung und dem Gebrauche astronomischer Instrumente. Seine vorzüglichen Werke waren sehr verbreitet. (C. I. 412 n. Ibn el-Q.) Lebte vor 646 (1248), dem Todesjahr Ibn el-Qifṭîs.[b])

482. ʿAlî b. Faḍlallâh, Ḥosâm ed-dîn el-Sâlâr,[a]) wird nur von Naṣîr ed-dîn in einem *šakl el-qaṭṭâʿ* (p. 20 u. 27, Übers. 23 u. 30, vergl. Art. 368) erwähnt als Verfasser einer ausgezeichneten Schrift über denselben Gegenstand, die er für die seinige zur Grundlage genommen hat. Die Übereinstimmung des Vornamens (ʿAlî) und Beinamens (el-Sâlâr) und der Umstand, daſs ʿAlam ed-dîn und Ḥosâm ed-dîn leicht verwechselt werden können, machen es nicht unwahrscheinlich, daſs dieser Autor mit dem vorigen identisch ist.

483. Šâkir b. Halîl, Abû'l-Ḥasan, schrieb: *Kâmil el-ṣinâʿa el-nuǧûmîje* (das Vollkommene oder Ganze der astrologischen Kunst), der dritte Teil desselben befindet sich in München (872). Lebte vor 557 (1162), aus welchem Jahre die Handschrift datiert ist.

484. Aḥmed b. Zarîr (?) Abû Naṣr schrieb vor 610 (1213/14) eine Abhandlung über die verschiedenen Arten von Astrolabien und ihren Gebrauch, in Leiden (1075).

485. Muh. b. Muh. b. Ibrâhîm b. el-Chiḍr, Muhaḏḏab ed-dîn Abû Naṣr, bekannt unter dem Namen Ibn el-Burhân, aus Ṭabaristân gebürtig, in Aleppo wohnhaft, wird von Ibn Ch. (II. 255, Übers. IV. 138) als Rechner und Astrolog bezeichnet und als Verfasser einiger Verse zitiert. Er lebte vor 629 (1231/32).

486. ʿOmar b. Ḥossân[c]) b. ʿIjâḍ, Ǧemâl ed-dîn Abû Ḥafṣ, genannt Ibn el-Mîlî, schrieb: *Munqiḏ el-hâlik weʿomdet el-sâlik* (der Retter des Untergehenden und die Stütze des Wanderers), ein Kompendium der Arithmetik und Geometrie, in Leiden (1028). Da er Abû Bekr el-Karchî (s. Art. 193) zitiert und der Codex, in welchem obige Abhandlung sich

---

[a]) el-rakkâb ist arabisch und heiſst „der Reiter", sâlâr ist persich und bedeutet „der Kommandant, General", also vielleicht: der Reiterführer, Reitergeneral, Kavallerie-Kommandant; C. übersetzt: nobilis eques.

[b]) Der Beiname el-Ǧauharî könnte dazu verleiten, ihn für einen Sohn des Grammatikers und Lexikologen Abû Naṣr Ismâʿîl b. Ḥammâd el-Ǧauharî (gest. 393, 1002) zu halten, was nicht unmöglich wäre.

[c]) Der Kat. von Leiden hat „Ḥassân".

befindet, i. J. 653 (1255) geschrieben worden ist, so mufs er zwischen 420 (1029) und 653 gelebt haben.

487. Aḥmed b. Jûsuf b. el-Kemâd,[a]) Abû'l-ʿAbbâs (?), aus Spanien[b]) oder Nordafrika, bekannt unter dem Namen Ibn el-Kemâd, soll der Verfasser von astronomischen Tafeln sein, die er nach den Beobachtungen des Zarqâlî zusammengestellt hatte (s. Art. 255) und zwar werden ihm drei verschiedene Tafeln zugeschrieben: 1. *el-kaur ʿalâ'l-daur* (die Kreisbewegung); 2. *el-amed ʿalâ'l-abed* (das endlose Ziel); 3. *el-moqtabas* (das (aus den beiden andern) Entlehnte). Die zweite Tafel wird von el-Ḥasan b. ʿAlî el-Marrâkošî (p. 135 der Übers. von Sédillot) zitiert und als sehr korrekt, besonders in Bezug auf die Sonnenörter, gerühmt. Auch Ibn Chaldûn nennt in seinen Prolegomena (Not. et extr. des mss. T. 21, p. 148, und arab. Text von Beirût, 1886, p. 427) den Ibn el-Kemâd als Verfasser von astronomischen Tafeln, giebt ihm aber keinen nähern Namen. H. Ch. (III. 556 u. 568—70) hat über diesen Autor eine grofse Verwirrung angerichtet, bald nennt er ihn Ibn Ḥammâd, bald Ibn el-Kemmâd, hier Aḥmed b. ʿAlî b. Isḥâq, dort Aḥmed b. Jûsuf, hier mit dem Beinamen Abû'l-ʿAbbas, dort mit Abû Ǧaʿfar. Es ist sehr wahrscheinlich, dafs H. Ch. zwei Persönlichkeiten mit einander verwechselt oder zu einer zusammenschmelzt, nämlich den in Art. 356 behandelten Aḥmed b. ʿAlî b. Isḥâq el-Temîmî und unsern Aḥmed b. Jûsuf b. el-Kemâd. — Aufser diesen Tafeln, die verloren zu sein scheinen, schrieb er noch: *miftaḥ el-asrâr* (Schlüssel der Geheimnisse), ein astrologisches Werk, im Escurial (934).[c]) Er lebte nach Zarqâlî (gest. ca. 480) und vor el-Ḥasan b. ʿAlî el-Marrâkošî (gest. ca. 660).

488. El-Ḥasan b. ʿObeidallâh, Abû Zeid, el-Fârisî, schrieb: *el-masâ'il el-ḥisâbîje* (die arithmetischen Probleme), über die Grundoperationen, in Leiden (1022), dieses Ms. enthält nur die Addition und Subtraktion. Er lebte vor 615 (1218/19), dem Datum der Abschrift des Leidener Ms.

489. Muh. b. Ismâ'îl el-Tenûchî, der Astrolog, machte zur Vervollkommnung seiner Kenntnisse in dieser Disziplin grofse Reisen, unter anderm auch nach Indien, woher er seltsame Theorien mitgebracht haben soll, so z. B. die Lehre von der Trepidation der Fixsterne (wörtlich die

---

[a]) El-Ḥasan b. ʿAlî el-Marrâqošî hat in seinem Werke nach der Übers. Sédillots (p. 135) nur el-Kemâd, nicht b. el-Kemâd; neben Kemâd kommt auch Kemmâd, Ḥammâd und Ǧemmâd vor.

[b]) Ahlwardt (Berliner Kat. V. p. 219) nennt ihn el-Išbîlî (d. h. der Sevillaner) und giebt sein Todesjahr auf 591 (1195) an, nach welcher Quelle weifs ich nicht.

[c]) C. verwechselt ihn hier (I. 372) oder hält ihn identisch mit Aḥmed b. Jûsuf el-Miṣrî (s. Art. 79).

Bewegung des Herankommens und des Zurückweichens). Lebte wahrscheinlich nach 400 (1009/10), da er im Fihr. nicht genannt ist, und vor 646 (1248/49), dem Todesjahre Ibn el-Q.'s. (C. I. 429—30 n. Ibn el-Q.)

490. Ǧemâl ed-dîn Abû'l-Qâsim b. Maḥfûẓ, der Astrolog aus Bagdad, verfaſste astronomische Tafeln (*zîǧ*), in Paris (2486); ferner *risâle fî ʿamal el-aṣṭorlâb* (Abhandlung über den Gebrauch des Astrolabiums), im Brit. Mus. (1002, 24⁰), unvollständig. — Nach H. Ch. (III. 365 u. 559) soll er zur Zeit des Chalifen el-Moqtadir billâh (gest. 320, 932) gelebt haben, was aber etwas zweifelhaft ist, da er weder im Fihr. noch bei Ibn el-Q. erwähnt wird; jedenfalls aber hat er vor 684 (1285/86) gelebt, in welchem Jahre das Pariser Ms. seiner Tafeln geschrieben worden ist.

491. El-Ḥasan b. el-Ḥâriṯ el-Ḥabûbî (?)[a]) lebte vor 639 (1241/42), aus welchem Jahre die Abschrift seiner Abhandlung datiert ist, betitelt *kitâb el-istiqṣâ'* (das Buch der Ergründung), ein Kompendium über die Anwendung der Rechenkunst, Algebra und Regula falsi auf die Probleme der Testamentsrechnung, in Oxford (I. 986, 1⁰).

492. ʿAlî b. Soleimân el-Hâšimî (vielleicht identisch mit Nr. 191) schrieb: *Kitâb ʿilal el-zîǧât* (das Buch der Fehler der Tafeln), in Oxford (I. 879, 4⁰). Er lebte vor 687 (1288), in welchem Jahre das Oxforder Ms. geschrieben worden ist.

493. Muh. b. ʿOmar, Abû ʿAbdallâh, bekannt unter dem Namen Ibn Bedr, aus Sevilla, schrieb ein Kompendium (*ichtiṣâr*) der Algebra, im Escurial (931, 1⁰). Einen Kommentar dazu in Versen verfaſste i. J. 711 (1311/12) Muh. b. el-Qâsim el-Ġarnâṭî (d. h. aus Granada), im Escurial (931, 2⁰).

494. ʿAbdallâh b. Muh. el-Chaddâm, ʿImâd ed-dîn el-Baġdâdî, schrieb vor 720 (1320), da sein Kommentator Muh. b. el-Ḥasan el-Fârisî (s. Art. 389) um diese Zeit gestorben ist: *el-fawâ'id el-behâ'îje fî'l-qawâʿid el-ḥisâbîje* (die Behâ'ischen[b]) Nützlichkeiten über die Grundlagen der Rechenkunst), die Arithmetik, Algebra, Flächen- und Körperberechnung und Erbteilung umfassend, in Berlin (5976),[c]) Ind. Off. (771, 2⁰).

495. Muh. b. ʿAbdallâh b. ʿAijâš, Abû Zakarîjâ, bekannt unter dem Namen el-Ḥaṣṣâr (der Schilfmattenflechter), schrieb eine Abhandlung über Arithmetik, die sich ohne Titel in Gotha (1489) befindet und wahrscheinlich identisch ist mit der im Vatican sub Nr. 396 in hebräischer

---

[a]) H. Ch. I. 274 hat Ǧenûbî, Flügel bemerkt aber, daſs in verschiedenen Mss. auch die Lesart Ḥabûbî oder Ḥobûbî vorkomme.

[b]) So genannt, weil das Buch einem Behâ' ed-dîn Muh. b. Muh. gewidmet ist.

[c]) Die Notiz in diesem Ms., daſs die Schrift i. J. 736 verfaſst worden sei, ist jedenfalls unrichtig.

Übersetzung existierenden Abhandlung von Abû Bekr Muh. b. ʿAbdallâh el-Ḥaṣṣâr.[a]) Er lebte vor Ibn el-Bennâ (gest. gegen 740, 1339/40), da dessen *Talchîṣ* ein Auszug aus der Abhandlung unsers Autors sein soll (vergl. Art. 399 u. 202).[93]

496. Muh. b. Mesʿûd b. Muh. el-Zekî el-Ġaznawî (d. h. von Ġazna stammend), Ẓahîr ed-dîn Abû'l-Maḥâmid, schrieb: *Kifâjet el-taʿlîm* (das Genügende der Belehrung), über Astronomie und Astrologie, in Berlin (5891), Kairo (270). Das Werk war ursprünglich persisch verfafst unter dem Titel: *Ǧihân-dâniš* (Welterkenntnis), in dieser Sprache ist es noch vorhanden in Berlin P. (328), Konstant. (2601 und 2699); Auszüge daraus in Leiden (1196, 9^0 u. 16^0). — Er lebte vor 762 (1360/61), da er von dem Grammatiker Ibn Hišâm angeführt wird, der im genannten Jahre gestorben ist (vergl. H. Ch. II. 39).

497. El-Moẓaffar b. ʿAlî b. el-Moẓaffar, Abû'l-Qâsim, bekannt unter dem Namen Ibn Abî Ṭâhir, schrieb: *el-mochtaṣar fî'l-qarânât* (Abrifs über die Konjunktionen), ein astrologisches Werk, im Brit. Mus. (426, 9^0). Er lebte vor 639 (1241/42), in welchem Jahre das genannte Ms. geschrieben worden ist.

498. Abû'l-Meǧd b. ʿAṭija b. Abî'l-Meǧd el-Kâtib, lebte aus dem gleichen Grunde ebenfalls vor 639 und schrieb: Über die indische Multiplikation und Division ohne Auswischen (der Ziffern) und Umstellung (Versetzung), nach seiner eigenen Erfindung, im Brit. Mus. (426, 21^0).

499. Muh. b. ʿAlî b. Jaḥjâ b. el-Naṭṭâḥ schrieb eine Abhandlung über den Gebrauch des Astrolabiums, im Brit. Mus. (405, 1^0). Er lebte wahrscheinlich vor 800 (1398), da der Verfasser des Katalogs zu dem Codex bemerkt: exaratus saec. ut videtur XIV.

500. Muh. b. Aḥmed b. Maḥmûd, el-Ṣâliḥî el-Muršidî, schrieb: *el-lafẓ el-moṣarraḥ* (das klare Wort), über den Gebrauch des geflügelten (*muǧannaḥ*) Quadranten, in Kairo (271, Übers. 168), Abschrift vom J. 794 (1392).

501. Muh. b. Muh. b. ʿOmar, Abû ʿAbdallâh Zein ed-dîn el-Fenûchî (vielleicht el-Tenûchî), aus Nord-Afrika, schrieb: Liber de algebra cubicarum aequationum, sive de problematum solidorum resolutione, in 4 section. distrib., im Vatican (317, 2^0). Liber detectionis velaminis de subducenda et invenienda rectitudine ex lineis, ibid. (317, 3^0).[b]) Er lebte vor 800 (1397/98), da der Codex im 14. Jahrhundert geschrieben worden sein soll.

---

[a]) Vergl. M. Steinschneider in Abhandlgn. zur Gesch. d. Mathematik 3. Heft, Leipzig 1880, p. 109 und meine Notiz in der Biblioth. math. 13 (1899), p. 87.

[b]) Die Titel sind im Kat. des Vaticans nur in latein. Übers. gegeben.

501[a]. Sa'îd b. Chafîf, Abû'l-Fatḥ el-Samarqandî,[a]) schrieb: Tafeln der Tangente, in Kairo (280, Übers. 169). Abhandlung über die Konstruktion und Anwendung der Sonnenuhren, in Paris (2506, 1⁰), dieses Ms. stammt aus dem 14. Jahrhundert.

502. Taqî ed-dîn b. 'Izz ed-dîn el-Ḥanbalî schrieb: *Ḥâwî el-lubâb min 'ilm el-ḥisâb* (das das Mark (Beste) der Rechenkunst enthaltende Buch), in Paris (2469). Carra de Vaux veröffentlichte in der Biblioth. math. 13 (1899) p. 35 eine Stelle aus dieser Schrift, die über die Rechnungsproben handelt, in franz. Übersetzung. Er lebte vor 812 (1409/10), in welchem Jahre das Pariser Ms. geschrieben wurde.

503. Muh. el-Išbîlî (d. h. der Sevillaner) Abû Zakarîjâ, verfaſste einen Kommentar zum *Talchîṣ* des Ibn el-Bennâ (s. Art. 399), im Escurial (929), unvollständig. Er lebte vor 835 (1431/32), da das Ms. dieses Datum trägt und wahrscheinlich nach 740 (1339/40).

504. Jûsuf b. Aḥmed el-Nîsâbûrî, Abû'l-Ḥaǧǧâǧ, schrieb: *bulûġ el-ṭilâb* (das Erreichen des Verlangens) nach den Wahrheiten der Rechenkunst, in Leiden (1033), Abschrift v. J. 843 (1439/40).

505. Muh. b. Fachr ed-dîn b. Qais el-'Orḍî, schrieb einen Kom. zur *nuzhe* des Ibn el-Hâ'im (s. Art. 423), betitelt *el-nubhe* (die Aufmerksamkeit), in Oxford (I. 966, 5⁰). Er lebte wahrscheinlich nach 815 (1412/13), dem Todesjahre Ibn el-Hâ'ims.

506. Muh. b. Muh. b. Abî Bekr el-Azharî, Ibn el-Bilbîsî,[b]) schrieb: *Ḥâšije* (Anhang) zur *ma'ûne* des Ibn el-Hâ'im, in Kairo (180, Übers. 7). Kommentar zur *wasîle* des Ibn el-Hâ'im, in Leipzig (Ref. 270). Von seiner Lebenszeit gilt was von der des vorhergehenden Autors.

507. Abû Manṣûr el-Ṭûsî schrieb: *Risâle fî'ilm el-ḥisâb* (Abhandlung über die Rechenkunst), in Florenz (Pal. 317); ebenso eine solche über die Algebra, ibid. Nach dem Kat. von Florenz lebte er im 9. Jahrh. d. H. (15. n. Chr.).

508. Aḥmed b. el-Sirâǧ (oder vielleicht Sarrâǧ),[c]) schrieb: *el-durr el-ġarîb* (die seltenen Perlen), über den Gebrauch des Sinusquadranten, dem Sultan Bâjezîd II. (?) (886—918, 1481—1512) gewidmet, in Leiden (1142). Abhandlung über den geflügelten (*muǧannaḥ*) Quadranten oder über die

---

[a]) H. Ch. hat IV. 113 einen Sa'îd el-Samarqandî als Verfasser eines Werkes, betitelt: *ṣaidîje*, über die Jagd, türk.

[b]) H. Ch. V. 640 hat „Belîsî"; im Katalog der Refâ'îje nur „el-Bilbîsî".

[c]) So im Kat. von Berlin. M. Cantor, Vorlesgn. I. 663 (1. Aufl.), 728 (2. Aufl.) hat als Kommentator des Fachrî von el-Karchî einen Aḥmed b. Abî Bekr b. 'Alî b. el-Sirâǧ el-Qalânisî, ob dieser mit dem unsrigen identisch sei, können wir nicht entscheiden, doch ist es wahrscheinlich.

Kenntnis des Sinus aus dem Bogen und des Bogens aus dem Sinus, in Kairo (274, Übers. 169). Über den Muqanṭarâtquadranten, in Berlin (5859). *Masâ'il handasîje* (geometrische Aufgaben), in Kairo (205, Übers. 23). — Seine Lebenszeit ist unsicher: nach der erstgenannten Abhandlung würde er um 900 (1495) gelebt haben, wenn nicht etwa die Widmung Bâjezîd I. gelten sollte, im Berliner Kat. (V. 264) steht „um 726 (1326) am Leben", und im Kat. von Kairo (p. 274) steht „beendigt 803 (1400/01)"; jedenfalls lebte er vor Muh. b. Abî'l-Fatḥ el-Ṣûfî (s. Art. 447), gest. ca. 900, der seine Abhandlung über den geflügelten Quadranten zu einer eigenen mit demselben Titel benutzt hat (vergl. Kat. von Berlin, V. p. 256).

509. Muh. b. Abî'l-Qâsim el-Andalusî, Abû ʿAmr (oder auch Abû ʿAbdallâh),[a] schrieb ein Buch, betitelt: *bajân el-ṣowar* (Erklärung der Figuren) des Jahres, der Monate, der Mondstationen etc., ein astron.-astrologisches Werk, in Berlin (5714). H. Ch. II. 78 zitiert dieses Werk ebenfalls, daneben aber noch II. 79: *bajân el-qadr* (Erklärung des Einflusses), ungefähr mit demselben Inhalt wie das genannte, wahrscheinlich sind beide identisch. Er lebte vor 915 (1509/10), in welchem Jahre das Berliner Ms. geschrieben wurde.

510. Jûsuf b. Muh. b. Manṣûr, Abû Muh., el-Maḥallî el-Mesdî, schrieb: Kommentar zur *fatḥîje* des Sibṭ el-Mâridînî (s. Art. 445), in Kairo (263). Über die Konstruktion des abgeschnittenen (*maqṭûʿ*) Quadranten, in Gotha (1427). Lebte nach 900 (1494/95).

511. Muh. b. Abî'l-Chair el-Ḥosnî (oder el-Ḥasanî),[b] lebte nach dem Kat. von Kairo im 10. Jahrh. d. H. (16. n. Chr.) und schrieb: Kommentar zum *kašf el-qinâʿ* des Muh. b. Muh. b. el-ʿAṭṭâr (s. Art. 431), betitelt *el-raij we'l-išbâʿ* (das Löschen des Durstes und die Sättigung), in Kairo (260 und 310) und vielleicht auch in Berlin (5763), aber unvollständig. *Nuzhet el-châṭir* (die Unterhaltung des Geistes oder Gedankens), über die Festsetzung der Linien (wörtl. Grenzen, Bereiche) auf dem Instrument, genannt *zâd el-musâfir* (Proviant des Reisenden), in Kairo (288). *El-manhal el-sâkib* (die reichlich sich ergiefsende Tränke), über die Aufzeichnung der Sterne, in Kairo (319). *El-nuǵûm el-šâriqât* (die aufgehenden Gestirne), über die Kunstfertigkeiten, die in der Astronomie (zur Zeitbestimmung) notwendig sind, in Gotha (1413) und Kairo (325).

512. ʿAbderraḥmân b. Muh. (auch ʿAbdallâh) b. Aḥmed el-Ṭarâbulusî (d. h. von Tripolis) el-Tâǵûrî,[c] schrieb: *Risâle fî'l-fuṣûl el-*

---

[a]) Vielleicht identisch mit dem in Art. 493 genannten Muh. b. el-Qâsim el-Ġarnâṭî.

[b]) Im Katalog von Kairo kommt an einer Stelle auch „el-Ḥoseinî" vor.

[c]) Im Berliner Ms. 5712 steht el-Nâḥûrî.

arba'a (Abhandlung über die vier Abschnitte), d. h. die vier Jahreszeiten, die Teile der Nacht, die Gebetsstunden etc., in Berlin (5712), Paris (4580, 5⁰), Vatican (318, 1⁰), Kairo (289 u. 318) und wahrscheinlich auch in Oxford (I. 971, 11⁰). Kommentar zu der Abhandlung des Sibṭ el-Mâridînî über den Sinusquadranten, in Berlin (5820), Brit. Mus. (408, 3⁰), Escurial (926, 1⁰), Algier (613, 9⁰). Abhandlung über den Muqanṭarâtquadranten, in Kairo (287 u. 288) und wahrscheinlich auch in Leipzig (Ref. 329). Über seine Lebenszeit bestehen verschiedene Angaben: Ahlwardt (Berl. Kat. V. p. 245) giebt sein Todesjahr auf ca. 960 an, H. Ch. VI. 78 giebt als Zeit der Abfassung seiner Abhandlung über die Jahreszeiten das J. 999 an; jedenfalls lebte er vor 981 (1573/74), in welchem Jahre das Ms. des Vaticans geschrieben wurde.

513. El-Zobeir b. Ǧa'far b. el-Zobeir, Abû Muh., schrieb: *Tad̲kira d̲awî el-albâb* (Notiz der (für die) Besitzer von Geist oder von Herzen), über die erschöpfende Darstellung des Gebrauches des Astrolabiums, im Brit. Mus. (407, 1⁰), Algier (1466). Lebte vor 1008 (1600), aus welchem Jahre die Abschrift des Ms. des Brit. Mus. datiert ist.

514. Maḥmûd (auch Muh.) b. Aḥmed el-Aufî, schrieb: *Fî keifîjet istichrâǧ el-taqwîm* (über die Art und Weise der Herstellung des Kalenders), in Berlin (5778), Gotha (1430), Konstant. (2690). Lebte vor 1045 (1635/36), dem Jahre der Abschrift des Gothaer Ms.

515. 'Alî b. 'Alî el-Ḥoseinî, Ġijâṯ ed-dîn el-Iṣfahânî, ein Perser, schrieb ein pers. Buch, astronomisch-astrologisch-physikalischen Inhaltes, betitelt: *dâniš-nâme-i ǧihân* (des Erkenntnisbuch der Welt), in Berlin P. (353), Brit. Mus. P. (Add. 16829) und ibid. Kat. d. arab. Mss. (982, 1⁰), Cambridge (187). H. Ch. V. 609 schreibt einem 'Alî el-Ḥoseinî ein pers. Werk zu, betitelt: *Ma'âriǧ el-wuṣûl fî'l-hei'a* (die Stufen zum Erreichen, über die Astronomie); vielleicht ist diese Schrift von unserm Autor und enthalten im Ms. von Oxford (I. Pers. 86, 4⁰), das den Titel trägt: Libellus de orbium coelestium. Er lebte nach 600 (1204), da er den im J. 606 gestorbenen Fachr ed-dîn el-Râzî (s. Art. 328) zitiert und sehr wahrscheinlich vor 1000 (1591/92).[a])

Zum Schlusse führe ich noch einige Autoren an, von denen ich Schriften in den benutzten Katalogen gefunden habe, für deren Lebenszeit ich aber

---

[a]) Nachträglich finde ich bei Pertsch (Verz. d. pers. Mss. d. kgl. Bibl. zu Berlin, p. 373) die Angabe, 'Alî el-Hoseinî habe zur Zeit des Sultans Maḥmûd Gûrkân gelebt; es ist dies wahrscheinlich Maḥmûdchân, ein Nachkomme Ǧengizchâns, Titular-Chân der Čagatâi, der um 800 (1397) über Transoxanien geherrscht hat.

gar keine Angaben zu machen vermag, bei denen aber auch keine Gründe mich zwingen, dieselben in die Zeit nach 1600 n. Chr. zu versetzen.

516. Aḥmed b. el-Ḥasan, Abû Jûsuf, schrieb ein Buch über die Algebra, in Kairo (213, Übers. 46).

517. Muh. b. Muh. el-Baġdâdî schrieb: Tafeln des Sinus von Minute zu Minute, in Kairo (280, Übers. 169). Ist dies vielleicht der Bearbeiter des Euklidischen Buches „über die Teilung der Flächen"?[a]) Nach welcher Quelle Steinschneider (Z. D. M. G. 50. Bd. p. 172) diesen „Muh. Bagdadinus" ins 10. Jahrh. n. Chr. versetzt, weiſs ich nicht.

518. ʿAbdallâh b. Jûsuf b. ʿAbdallâh el-Ḥalebî, schrieb: *Tuḥfet el-achjâr* (das Geschenk der Guten), über die Rechenkunst (*ʿilm el-ġobâr*), in Gotha (1492, 1⁰).

519. Muh. b. Muh. el-Lâḏiqî, Šems ed-dîn, schrieb: *Netîǵet el-afkâr* (das Resultat der Gedanken), über die astronomischen Verrichtungen bei Tag und bei Nacht, bestehend aus Tafeln mit Erläuterungen, in Berlin (5765 u. 66), Gotha (1399). *Biǵjet el-nafs* (der Wunsch der Seele), Tafeln über die Bewegung der Sonne, in Berlin (5764), Paris (2553), Kairo (230). Tafeln über die Kenntnis der koptischen und arabischen Jahre, über die Kalendereinrichtung nach dem Laufe der Sonne etc., in Kairo (239).

520. Muh. b. Aḥmed, ʿAbû ʿAbdallâh el-Ḥâzimî el-Saʿîdî, schrieb ein Kompendium des Almagestes, in Oxford (I. 920, 1⁰).

521. ʿOmar b. Muh. b. Ibrâhîm el-Wekîl el-Maġrebî, stammte aus Tunis und lebte in Alexandria, er schrieb: Über den Gebrauch des Sinusquadranten, in St. Petersburg (129, 1⁰). *Tuḥfet el-sâmiʿ* (das Geschenk des Hörenden), über das, was in Beziehung steht zu den Häusern des Tierkreises und den Aufgängen (der Gestirne), ibid. (129, 2⁰).

522. Zakarîjâ b. Jaḥjâ b. Zakarîjâ el-Telbîsî (?) schrieb: Abhandlung über den Gebrauch des Muqanṭarâtquadranten, in Berlin (5864).

523. Ibn Zakarîjâ el-Ausî schrieb: *Masâ'il fî'l-ǵebr we'l-moqâbale* (Probleme aus der Algebra), aus seinem Werke *biǵjet el-ṭâlib el-mustafîd we ʿomdet el-râǵib el-mustazîd* (der Wunsch des nach Vorteil Verlangenden etc.) ausgezogen, im Brit. Mus. (420, 2⁰).

524. ʿAbderraḥmân b. ʿAlî b. ʿOmar, Abû Zeid el-Dalâ'ilî (?) aus Cordova, schrieb: *Talchîṣ fî aʿmâl el-ḥisâb* (Kompendium der Rechnungsoperationen), im Escurial (930), mit Kommentar von Saʿîd b. Muh. el-ʿOqbânî, Abû ʿOṯmân, aus Granada.

---

[a]) Vergl. M. Cantor, Vorlesgn. I. 247 (1. Aufl.), 272 (2. Aufl.). H. Ch. V. 566 hat einen Muh. b. Muh. el-Wâsiṭî el-Baġdâdî Ibn el-ʿAqûlî, gest. 797 (1394/95).

525. ʿAbdelʿazîz b. Abî Ǧumʿa (oder Ǧâmiʿ?), Abû'l-Faḍl, aus Sevilla, verfafste ein Gedicht über die Arithmetik, im Escurial (943, 4⁰).

526. Muh. b. Aḥmed el-Ḍachrî, aus Algier, schrieb eine Abhandlung über die Astrologie, in Paris (2568, 5⁰).

527. Muh. b. Muh. b. Soleimân el-Maġrebî el-Rûdânî schrieb: *Tuḥfet aulâ el-albâb* (das Geschenk des vorzüglichsten der Herzen), über Einrichtung und Gebrauch des Astrolabiums, in Gotha (1415).

528. ʿAlî, Abû'l-Ḥasan, bekannt unter dem Namen Ibn el-Maġrebî, schrieb eine *Arǧûza* über das Finger- oder Handrechnen (*ḥisâb el-jed*), in Gotha (1495), mit Kommentar von Moḥjî ed-dîn ʿAbdelqâdir b. ʿAlî b. Šaʿbân el-Ṣûfî.[a])

Wenn wir am Schlusse unserer Arbeit einen Rückblick werfen auf die wissenschaftliche Thätigkeit der Araber auf dem Gebiete der Mathematik und Astronomie in dem langen Zeitraum von 750—1600, so treten uns, wie dies naturgemäfs bei der geistigen Entwicklung jedes Volkes der Fall zu sein pflegt, drei Hauptperioden des wissenschaftlichen Lebens deutlich vor Augen, diejenigen des Aufschwungs, der Blüte und des Niedergangs. In der Kulturgeschichte jedes Volkes, und bei dem arabischen mehr als bei irgend einem andern, zeigt sich uns die Erscheinung, dafs das geistige Leben gewöhnlich mit der politischen Machtentfaltung parallel geht; wir werden sehen, dafs bei den Arabern in allen drei Perioden das wissenschaftliche Leben sich vor allem an den Höfen gewisser Herrscher-Geschlechter konzentriert hat, denen jeweilen die höchste Macht, die führende Rolle im Gesamtreiche oder in einzelnen Teilen desselben zukam. So ist also die arabische Wissenschaft und Kunst zum grofsen Teile eine höfische zu nennen; doch erfreuten sich keineswegs alle wissenschaftlichen und künstlerischen Disziplinen in gleichem Mafse der fürstlichen Gunst, diese erstreckte sich in erster Linie auf die Medizin, Astronomie (bezw. Astrologie), die Geschichtschreibung und die Dichtkunst; denn jeder Fürst hatte einen oder mehrere Leibärzte, einen Hofastrologen (sehr oft mit dem Arzt identisch), öfters auch einen Geschichtschreiber, der seine Thaten verherrlicht der Nachwelt überliefern mufste, und einen Dichter, der sein Lob zu singen hatte. Keineswegs aber konzentrierte sich alles wissenschaftliche Leben nur um die Höfe, mancher grofse Gelehrte der Araber hat unabhängig von fürstlicher Gunst, fern vom Leben des Hofes, wissenschaftlicher Arbeit sein Leben gewidmet.

Die erste der genannten Perioden, diejenige des Aufschwungs, ist die

a) Vielleicht identisch mit ʿAbdelqâdir b. ʿAlî el-Sachâwî (s. Art. 476).

Zeit der abbasidischen Chalifen el-Manṣûr, Hârûn el-Rašîd, el-Mâmûn und seiner nächsten Nachfolger, in welcher das erste Bekanntwerden mit den wissenschaftlichen Erzeugnissen der Griechen und Indier ein rasches und glänzendes Aufleben des arabischen Geistes bewirkt hat. Diese Periode, die man die Zeit der Übersetzerthätigkeit nennen kann und die naturgemäſs noch keine gröſsere Selbständigkeit der wissenschaftlichen Arbeit aufweist, reicht etwa von 750—900, von el-Fazârî bis auf Qosṭâ b. Lûqâ. Die zweite Periode, diejenige der Blüte der Wissenschaften, müssen wir für die Mathematik und Astronomie in die Jahre 900 bis ca. 1275 legen, allerdings zerfällt sie durch eine etwa hundert Jahre umfassende Ruhepause in zwei getrennte Teile, der erste reicht von 900 bis 1100, der zweite von ca. 1200 bis 1275. Sie ist diejenige des eigentlichen selbständigen Schaffens oder besser des intensiven Verarbeitens und der weitern Ausdehnung der in der ersten Periode gewonnenen Kenntnisse, es ist die klassische Zeit der arabischen Mathematik und Astronomie. Das geistige Leben konzentrierte sich im ersten Teile dieser Periode an verschiedenen Fürstenhöfen, die dem Chalifat von Bagdad die Herrschaft streitig machten, so bei den persischen Samaniden in Transoxanien, wo Ibn Sînâ seine Studien machte; am Hofe des Türken Maḥmûd von Ġazna, wo el-Bîrûnî seine ausgezeichneten Werke schrieb; bei den persischen Bujiden, an deren Sternwarte in Bagdad die Astronomen el-Kûhî, Abû'l-Wefâ, el-Ṣâġânî etc. beobachteten, unter denen ferner die Mathematiker el-Siġzî, el-Choġendî, Abû'l-Ǧûd, el-Nasawî, el-Karchî u. a. lebten; dieser Zeit gehören auch noch an: el-Battânî, el-Fârâbî, Abû Ǧaʿfar el-Châzin, ferner Sohn und Enkel Ṯâbit b. Qorras u. a.; dann bei den Fatimiden Ägyptens, unter denen Ibn Jûnis und Ibn el-Haiṯam als hervorragende Gelehrte unserer Richtung zu nennen sind; endlich bei den türkischen Seldschuken Alp Arslân und Melikšâh in Raj und Nîšâpûr, an deren Hof ʿOmar el-Chaijâmî gelebt hat. Der zweite Teil dieser Periode führt uns an den Hof Hôlâgûs, des Eroberers von Bagdad, wo Naṣîr ed-dîn seine ausgezeichnete Thätigkeit in verschiedenen Wissenschaften entfaltet hat; seine nächsten und bedeutendsten Vorgänger waren Aṯîr ed-dîn el-Abahrî und Kemâl ed-dîn ibn Jûnis. Aus dieser Periode stammen die Hauptwerke der Araber über Rechenkunst, Algebra, Geometrie, Trigonometrie und Astronomie; mit ʿOmar el-Chaijâmî hat die Algebra, mit Naṣîr ed-dîn Trigonometrie und Astronomie den Höhepunkt ihrer Entwicklung im Mittelalter erreicht, mit des letztern *šakl el-qaṭṭâʿ* und seinen îlchânischen Tafeln schlieſst diese reiche und fruchtbare Zeit ab. Die dritte Periode von 1275—1600 und weiter hinab ist diejenige des Niedergangs der arabischen Mathematik und Astronomie; unter den fast unzählbaren Produkten auf dem Gebiete

dieser Wissenschaften, deren grofse Mehrzahl sich auf die Beschreibung der Konstruktion und des Gebrauches der verschiedensten Arten von Astrolabien und Quadranten und auf die Ausarbeitung elementarer Rechenbücher erstrecken, findet sich nichts hervorragendes mehr; als einziger erfreulicher Punkt ragt aus dieser Verflachung des geistigen Lebens der Kreis der Astronomen Ulûġ Begs hervor, mit dem letzten der Betrachtung würdigen Erzeugnis der arabischen Astronomie, den Tafeln Ulûġ Begs.

Spanien und Nordafrika sind getrennt von dem Osten zu betrachten, sie nehmen eine besondere Stellung ein, ihre Blütezeit in Mathematik und Astronomie beginnt etwas später, sie bewahren aber auch etwas länger als der Osten eine gewisse Selbständigkeit und Originalität. In die Glanzzeit des Chalifats von Cordova unter ʿAbderraḥmân III., Ḥakem II. und Hišâm II., also ca. 900—1000, fällt zwar auch der Höhepunkt des geistigen Lebens in Spanien, aber weniger nach der Richtung der mathematischen und Naturwissenschaften hin, als nach derjenigen der sog. überlieferten Wissenschaften, der Koran-Exegese, Tradition und Geschichte und dann der Poesie. Es ist nämlich zu bemerken, dafs die oben genannten Herrscher trotz ihrer Vorliebe für Wissenschaft, Kunst und Prachtentfaltung in hohem Grade abhängig waren von der damals in Spanien sehr mächtigen Orthodoxie der Faqîhs, die jede freiere Richtung der wissenschaftlichen Forschung, wie vor allem aus den Einflufs der Moʿtaziliten, fernzuhalten wufsten (vergl. auch Art. 170). In diese Zeit fällt allerdings das Leben und Schaffen eines bedeutenden Mannes dieser Richtung unter den spanischen Arabern, des Maslama b. Aḥmed el-Maġrîṭî, allein ihm verdankt man eigentlich blofs die Einführung der im Osten schon längst bekannten mathematischen und astronomischen Kenntnisse in Spanien, er machte seine Landsleute mit den Schriften des Ptolemäus, Muh. b. Mûsâ el-Chowârezmî und el-Battânî bekannt. Bedeutendere und selbständige Leistungen trifft man in Spanien erst bei den Astronomen el-Zarqâlî und Ǧâbir b. Aflaḥ im 11. und 12. Jahrhundert, als das Chalifat von Cordova schon untergegangen war, dann bei den Maġrebinern el-Ḥasan b. ʿAlî el-Marrâkošî, Jaḥjâ b. Muh. b. Abî'l-Šukr und Ibn el-Bennâ im 13. und Anfang des 14. Jahrhunderts, und endlich bei el-Qalaṣâdî, dem letzten spanischen Gelehrten, im 15. Jahrhundert.

Es ist auch von Interesse, die Nationalität der behandelten Autoren etwas näher ins Auge zu fassen, wenn wir auch nicht gerade eine Statistik hierüber aufzustellen gewillt sind; eine solche wäre mit Schwierigkeiten verbunden, indem bei manchem Gelehrten die Abstammung nicht mit Sicherheit festzustellen ist. Immerhin ist schon längst bekannt und wird durch unsere Arbeit auch nach der mathematisch-astronomischen Richtung hin be-

stätigt, dafs die persische Nation zu den arabisch schreibenden Gelehrten ein grofses Kontingent gestellt hat; schon der zweite Muslim, von dem man weifs, dafs er sich mit Astronomie (bezw. Astrologie) beschäftigt hat, el-Nûbacht, war ein Perser, dann sein Sohn (Art. 7) und seine Enkel (Art. 27 u. 28), der Astronom Ḥabaš, hierauf die Gelehrten aus dem Geschlecht der Barmekiden, die Farruchâne aus Ṭabaristân, die meisten der Mathematiker und Astronomen unter den Bujiden, der in indischer Wissenschaft bewanderte, sehr gelehrte el-Bîrûnî, vor allem aber drei der hervorragendsten, ja vielleicht die drei gröfsten Mathematiker des Islams, nämlich Abû'l-Wefâ,[a]) ʿOmar el-Chaijâmî und Naṣîr ed-dîn el-Ṭûsî. Welchen Ursachen haben wir diese Erscheinung zuzuschreiben? Ich will keine Untersuchung anheben über die natürlichen Anlagen, die die eine oder andere dieser Nationen zu der oder jener Richtung der geistigen Thätigkeit zu prädestinieren geeignet sein konnten, ich will auch keine Vergleichung zwischen der geistigen Befähigung von Semiten und Ariern ziehen; ich suche vielmehr die Erklärung hauptsächlich, wenn auch keineswegs ausschliefslich, in der Verschiedenheit der Glaubensrichtung. Die Araber waren in der grofsen Mehrzahl Sunniten, d. h. sie hingen der orthodoxen Richtung an und ihre geistige Thätigkeit wandte sich daher mehr den sogen. überlieferten oder Glaubens-Wissenschaften zu; die Perser aber waren meistens Schiʿiten, oder, wenn sie sich auch äufserlich zur Rechtgläubigkeit bekannten, doch im Geheimen einer freigeistigeren Richtung zugeneigt, sie wandten sich daher mehr den vom Glauben mehr oder weniger unabhängigen Wissensgebieten, der Mathematik, Astronomie, Medizin etc. zu, so waren z. B. auch die zwei gröfsten Ärzte unter den Arabern, el-Râzî und Ibn Sînâ, Perser.

Aber auch Juden, Griechen und Türken finden wir unter den arabisch schreibenden Gelehrten unserer Richtung, die erstern in beträchtlicher Zahl, sehr oft allerdings zum Islam übergetreten, die Griechen seltener, meistens als Übersetzer der ältern Zeit, die Türken repräsentiert in hervorragender Weise der Philosoph el-Fârâbî.

Unter den spanischen und nordafrikanischen Gelehrten finden wir auch eine Anzahl von Berbern, welche Nation nach dem Untergang des Chalifats von Cordova die Herrschaft über einen grofsen Teil des arabischen Spaniens an sich gerissen hatte, im allgemeinen aber für geistige Bestrebungen keine grofsen Anlagen und kein grofses Interesse gezeigt hat. Endlich haben auch christliche Spanier arabisch geschrieben, besonders die arabische Dichtkunst gepflegt; der Bischof Alvaro von Cordova brach in

---

[a]) Bei diesem Gelehrten steht dies nicht ganz fest, ist aber sehr wahrscheinlich.

bittere Klage darüber aus, dafs seine Glaubensbrüder das Lateinische gänzlich vernachlässigten, dagegen in arabischer Sprache schrieben und dichteten.[a]) Einen solchen christlichen Spanier und sogar einen Bischof, haben wir in Art. 163 angeführt als Verfasser eines dem Chalifen Ḥakem II. gewidmeten astrologischen Werkes. — Auch in Sicilien mögen geborne Sicilianer ihren Beitrag zur arabischen Litteratur geleistet haben, wir können dies hier nicht mit Beispielen belegen, wir erinnern nur an die intimen Beziehungen, in denen die Hohenstaufen Friedrich II. und sein Sohn Manfred zu arabischer Sitte und Bildung gestanden sind.

Aus diesen wenigen Betrachtungen über die Entwicklung des wissenschaftlichen Lebens der Araber und die Beteiligung der einzelnen Nationalitäten an demselben mag man wohl den wunderbaren Einflufs erkennen, den der arabisch-islamitische Geist auf die verschiedensten, ja sogar in ihrer Naturanlage rohe Völker ausgeübt hat — eine Erscheinung, die dem denkenden Forscher auf dem Gebiete der Kulturgeschichte sich stets als eine interessante, des tiefern Studiums würdige aufdrängen mufs.

---

[a]) Vergl. meinen Vortrag „die Araber als Vermittler der Wissenschaften in ihrem Übergang vom Orient in den Occident“, Aarau 1897 (2. Aufl.).

Anmerkungen.

1. Dieser Ibrâhîm b. Ḥabîb el-Fazârî ist nicht zu verwechseln mit dem bei Ibn Qoteiba p. 257, Abû'l-Maḥâsin I. 529 und el-Ḏahabî I. 60 genannten Traditionisten Ibrâhîm b. Muh. b. el-Ḥâriṯ, Abû Isḥâq el-Fazârî, der 188 (804) gestorben ist. Unser Fazârî ist höchstwahrscheinlich identisch mit dem bei Ja'qûbî (Kitâb el-buldân, p. 13, edid. Juynboll, Leiden 1861) genannten, als Baumeister el-Manṣûrs beim Bau von Bagdad beteiligten Ibrâhîm b. Muḥ. el-Fazârî (s. auch Art. 'Omar b. el-Farruchân el-Ṭabarî). — **2.** Nicht zu verwechseln mit dem spanischen Astronomen Ǧâbir b. Aflaḥ, was oft geschehen ist und sogar noch Brockelmann (Gesch. d. arab. Litteratur, Weimar 1897, I. 241) passiert ist, der als 26. Werk des Alchymisten Ǧâbir anführt: Gebri astronomia, Norimb. 1534 (!). — **3.** Vielleicht ist dieser Autor ein Verwandter (Onkel?) des bedeutenden Sprachgelehrten Muḥ. b. Zijâd b. el-A'râbî aus Kûfa, der i. J. 231 gestorben ist (vergl. Ibn Ch. Übers. III. 23), deshalb habe ich ihn an dieser Stelle eingereiht; allerdings heifst es von diesem Sprachgelehrten nicht, dafs er zum Stamme „Šeibân" gehört habe; es wird diesem auch ein Buch über die helischen Untergänge der Mondstationen zugeschrieben. — **4.** Die beiden genannten Berliner Mss. haben 'Amr statt 'Omar und bezeichnen das Werk als einen Auszug aus dem Fragenwerk des Qaṣrânî (oder Qaiṣarânî, s. d. Art. Ja'qûb b. 'Alî el-Qaṣrânî), was ziemlich unwahrscheinlich ist, da in dem Buche Qaṣrânîs el-Kindî zitiert wird; in der That heifst es im Katalog von Kairo nur, das Werk des 'Omar b. el-Farruchân sei ein Auszug aus den Büchern der Gelehrten. — **5.** Hier hat der Übersetzer noch den Beinamen el-ḥâsib (der Rechner); neben ihm ist als Übersetzer noch genannt Serǧûn (Serǧis?) b. Heliâ el-Rûmî. E. Meyer (Geschichte der Botanik, III. 34—37) hält diesen Sergius für identisch mit Serǧis el-Râsî, d. h. von Râs 'Ain, einer Stadt bei Ḥarrân, gebürtig, der nach Abulfar. im 6. Jahrh. n. Chr. gelebt hat. Nach der oben zitierten Angabe des Leidener Ms. kann man dieser Ansicht kaum beistimmen, es müfste denn jene Angabe so gemeint sein, dafs Sergius den Almagest früher (also im 6. Jahrh.) ins Syrische und dann Ḥaǧǧâǧ diesen syrischen Almagest ins Arabische übersetzt hätte. Als Jahr der Übersetzung wird 214 (829/30) angegeben, Steinschneider (Z. D. M. G. 50, p. 201) hat 212. — **5**[a]. In neuerer Zeit ist der Orientalist Spitta Bey in den Besitz eines Ms. einer Schrift, betitelt *ṣûrat el-arḍ* (das Bild der Erde), gekommen, die dem Muh. b. Mûsâ el-Chowârezmî zugeschrieben wird und wahrscheinlich eine Bearbeitung einer ältern syrischen Übersetzung der Geographie des Ptolemäus ist. Vielleicht ist sie auch nur ein Auszug aus einer seiner Tafeln. — **5**[b]. Am 12. internationalen Orientalisten-Kongrefs machte C. A. Nallino in Neapel einige interessante Mitteilungen über das

Berliner Ms. der astronomischen Tafeln des Ḥabaš; nach diesem soll das Berliner Ms. die kleinsten der drei genannten Tafeln, also die Tafeln des Šâh (oder die königlichen) enthalten; auch ergiebt sich aus denselben die interessante Thatsache, daſs Ḥabaš schon die Tangente und Cotangente gekannt hat, diese also nicht erst von Abû'l-Wefâ in die Trigonometrie eingeführt worden sind. — **6.** Über diese arabische Gradmessung existieren drei verschiedene Berichte: zwei derselben werden von Caussin (Notices et extraits VII. 94—96) aus Ibn Jûnis' ḥâkimitischen Tafeln angeführt; nach dem ersten, aus Sind b. ʿAlîs Schriften entnommen, wurde die Länge eines Grades zu gleicher Zeit von Sind b. ʿAlî und Châlid b. ʿAbdelmelik einerseits zwischen Wamia (Apamea?) und Tadmor, und von ʿAlî b. ʿÎsâ und ʿAlî b. el-Baḥtarî (?) andrerseits (vielleicht in der Ebene Singâr?) gemessen. Die erste Messung ergab eine Länge von 57, die zweite eine solche von $56\frac{1}{4}$ arab. Meilen, die Meile zu 4000 sog. schwarzen Ellen gerechnet; man nahm nun aus beiden Messungen ungefähr das Mittel und setzte die Länge eines Grades zu $56\frac{2}{3}$ Meilen an. Nach dem zweiten Bericht, aus Ḥabaš entnommen, sollen einfach die Verfasser der „erprobten“ Tafeln (es sind keine Namen genannt) von el-Mâmûn beauftragt worden sein, die Gradmessung vorzunehmen, und diese sei dann in der Ebene Singâr ausgeführt worden. Ein dritter Bericht befindet sich bei Ibn Ch. (Übers. III. 315) und nach ihm bei Abulfid. (II. 241), nach welchem die Gradmessung von den Söhnen Mûsâs zuerst in der Ebene Singâr und nachher zur Kontrolle noch einmal bei Kûfa ausgeführt worden sein soll und zwar auf Befehl el-Mâmûns. Dieser Bericht ist jedenfalls unrichtig, denn der älteste der drei Brüder starb erst 259, el-Mâmûn aber schon 218. — **7.** Abulfid. (II. 245) erwähnt unter dem Jahre 260 den Tod des el-Ḥasan b. el-Ṣabbâḥ el-Zaʿfarânî, eines šâfiʿitischen Juristen und Traditionisten, ebenso hat Ibn Ch. (Übers. I. 373) einen Artikel über diesen Gelehrten, nennt ihn aber el-Ḥasan b. Muh. b. el-Ṣabbâḥ. Abû'l-Maḥâsin (I. 764) giebt das Todesjahr eines el-Ḥasan b. Ṣabbâḥ el-Bazzâz (= der Tuchhändler) auf 249 an. Ob eine dieser Persönlichkeiten identisch sei mit unserm Astronomen und Geometer, kann ich nicht entscheiden. Ferner ist noch anzuführen, daſs Abulfid. (III. 333 u. 425) erwähnt, der bekannte ismaelitische Missionar el-Ḥasan b. el-Ṣabbâḥ (gest. 518), der Herr von Alamût, sei ein in Geometrie und Rechenkunst sehr gelehrter Mann gewesen. Daſs dieser nicht der im Fihrist genannte el-Ḥasan b. el-Ṣabbâḥ sein kann, ist klar, da der Fihrist i. J. 377 geschrieben wurde, daſs er aber mit dem bei Ibn el-Q. (C. I. 413) behandelten el-Ḥasan b. Miṣbâḥ identisch sein könnte, wäre möglich, zumal auch Elmacinus (= el-Makîn) in seiner Hist. saracen. edid. Erpenius, Lugd. Bat. 1625, p. 286 diesen Ismaeliten el-Ḥasan b. Miṣbâḥ nennt. Übrigens halte ich es für wahrscheinlich, daſs Abulfid. sich hier geirrt und die einem ältern Autor gleichen Namens zukommenden Eigenschaften dem Ismaeliten el-Ḥasan b. el-Ṣabbâḥ zugeschrieben hat, fügt er doch (p. 425) selbst die Worte Šahrastânîs an: „Er (el-Ḥasan) hielt die Menge von der Pflege der Wissenschaften ab und die Vornehmen (wohl Gelehrten, Gebildeten) vom Lesen der Werke der Alten.“ Und ein solcher Mann sollte eine groſse Gelehrsamkeit in den mathematischen Wissenschaften besessen haben? Es wäre denn, daſs er an sich selbst die Erfahrung gemacht hätte, die Beschäftigung mit solchen Dingen führe vom wahren Glauben ab. Allerdings war el-Ḥasan ein Jugendgefährte ʿOmar el-Chaijâmîs (vergl. Müller, der Islam im Morgen- und Abendland, Bd. II. p. 97 f.), und es wäre möglich, daſs er in seinen frühern Jahren sich mit Mathematik und Astronomie beschäftigt hätte,

nachher, wie er sich den Ismaeliten in die Arme geworfen hatte, jedenfalls nicht mehr. — **8.** Dieser Ḥâriṯ ist wohl kaum identisch mit dem von Ibn Ch. I. 126, Übers. I. 365 und im Fihr. 184 behandelten Ṣûfiten und Asketen Abû ʿAbdallâh Ḥâriṯ b. Asad, gest. 243 (857/60), vielleicht aber mit dem bei H. Ch. I. 382 unter den Kommentatoren des Euklides genannten Abû Ḥafṣ el-Ḥâriṯ el-Chorâsânî, über den ich keine weitern Angaben kenne. — Was meine irrtümliche Vermutung anbetrifft, der bei ʿAlî b. Abî'l-Riğâl in seinem Werke de judiciis astrorum als Verfasser einer geographischen Tafel zitierte „Harix" sei mit unserm Ḥâriṯ identisch, so vergleiche man hierüber Biblioth. math. **13** (1899) p. 86 u. 118. — **9.** Der Fihr. und C. haben nur „el-Qaṣrânî" ohne jeden weitern Namen, letztere habe ich nur in den Katalogen von Berlin und Kairo gefunden. Qazwînî (Kosmographie, edid. Wüstenfeld, II. p. 295) sagt: „Von Qaṣrân, einem Städtchen im Gebiet von Raj, stammt el-Qaṣrânî der Geometer, ohne Gleichen zu seiner Zeit; er verfaſste berühmte Werke über die Geometrie. Es wäre möglich, daſs dieser Qaṣrânî ein anderer als der im Art. 58 behandelte Astrolog wäre und daſs der Verf. des Fihr., da er ihn unter seine Zeitgenossen eingereiht hat, diesen später (ca. 370) lebenden Qaṣrânî gemeint hätte. — **10.** Jaḥjâ b. Jaḥjâ el-Leiṯî, ein mâlikitischer Jurist und Traditionist, soll dem berberischen Stamme Maṣmûda angehört haben, machte Reisen nach dem Orient und starb 234 (848/49) zu Cordova (Maq. K. I. 327; Ibn Ch. II. 216, Übers. IV. 29). — **11.** Abû Merwân ʿAbdelmelik b. Ḥabîb, geb. ca. 180 (796) in Ḥiṣn Wâṭ bei Granada, war ein bedeutender Grammatiker, Historiker und Jurist. Er starb 238 oder 239 (853/54) in Cordova (W. G. 56; Maq. K. I. 326; C. II. 107 hat als Todesjahr 289, was unrichtig ist). — **12.** Über diesen Autor habe ich keine Angaben gefunden, vielleicht ist es der bei H. Ch. I. 185 als Verfasser einer Geschichte der Omeijaden genannte Châlid b. Hišâm el-Omawî. — **13.** Es ist dies der bedeutende Historiker Aḥmed b. Muh. b. Mûsâ el-Râzî, gest. 325 (937), dessen Vater Muh. b. Mûsâ aus Raj in Chorâsân nach Spanien eingewandert war und 273 oder 275 in Cordova gestorben ist (W. 105[a] und Maq. K. II. 103). — **14.** Wahrscheinlich soll es heiſsen Aḥmed b. Muh. b. ʿAbdrabboh (oder ʿAbdrabbihi), ein namhafter Historiker und Sprachgelehrter aus Cordova (246—328). (W. G. 107 und Ibn Ch. I. 32, Übers. I. 92.) — **15.** Qâsim b. Aṣbaġ von Cordova war ein hervorragender Rechtsgelehrter, Grammatiker und Traditionist. Er schrieb auch eine Geschichte der spanischen Omeijaden. Nach de Slane (Übers. von Ibn Ch. III. 85) starb er 341 (952/53), nach Ibn ʿAḏârî (Histoire de l'Afrique et de l'Espagne, publ. par R. Dozy, I. Introd. p. 21) wurde er 247 geboren und starb in Cordova 340 (951/52). — **16.** Es ist dies entweder der eben genannte Aḥmed b. Muh. b. ʿAbdrabboh, oder dann wahrscheinlicher der unter 13. genannte Historiker Aḥmed b. Muh. b. Mûsâ el-Râzî. — **17.** Vergl. H. Ch. I. 184: *Achbâr el-aṭibbâ'* (Geschichten der Ärzte) von Ibn Dâja. Ibn Abi U. hat I. 182: *Jûsuf b. Ibrâhîm fî achbârihi el-mutaqaddame* (in seinen vorangegangenen (= vorerwähnten) Erzählungen oder Geschichten); es ist also nicht ganz richtig, wenn Steinschneider (Bibl. math. 2 (1888), p. 50) sagt: „Oseibia führt Jûsuf mehr als 30 Male als Gewährsmann an, ohne auch nur ein einziges Mal den Titel einer Schrift desselben anzugeben." — **18.** Hiezu bemerkt Dozy: „Quia scilicet inter arithmeticos eandem celebritatem nactus erat atque el-Hârith ibn Obâd inter antiquos heroës." Worauf sich diese Erklärung Dozys stützt, weiſs ich nicht. — In der Bibl. math. **11** (1897) p. 84 hatte ich darauf aufmerksam gemacht, daſs dieser Ibn el-Ḥassâb vielleicht identisch sein könnte mit

el-Ḥaṣṣâr, dem Verfasser des von Ibn Chaldûn in seinen Prolegomena gerühmten Buches über die Rechenkunst, mufste aber nach weitern Studien über diese Frage diese Ansicht widerrufen (vergl. Bibl. math. 13 (1899) p. 87). — **19.** Wahrscheinlich ein Fehler, es sollte heifsen: Ismâʿîl b. Muh. b. el-Ḥârit̲ el-Chazraǧî aus Sevilla, gest. 421 (1030); dieser schrieb: *kitâb el-intiqâʾ* (Buch der Auslese), eine Geschichte spanischer Gelehrter (W. G. 183 nach C. II. 141). — **20.** Soll wahrscheinlich heifsen Soleimân Abû Eijûb, mit vollem Namen: Soleimân b. Beiṭâr b. Soleimân, Abû Eijûb, aus Cordova, oder vielmehr Adamuz bei Cordova, welcher eine Bibliotheca Cordubensis in 8 Büchern geschrieben hat und 404 (1013/14) zu Malaga gestorben ist (C. II. 141). — **20**[a]. In der Neu-Ausgabe der Tafeln durch C. A. Nallino steht, diese Fixsterntafeln seien für das Jahr 1191 der Seleukid. Ära (879 n. Chr., 266 d. H.) berechnet worden, dies könnte dafür sprechen, dafs das Ms. des Escurial die erste Ausgabe dieser Tafeln enthalten würde. — **21.** Es ist dies Abû Bekr Muh. b. el-Ḥasan b. ʿAbdallâh el-Zobeidî el-Išbîlî, einer der ersten Grammatiker und Historiker Spaniens; er schrieb unter anderem das *„kitâb ṭabaqât el-naḥwîjîn we'l-loġawîjîn bi'l-mašriq we'l-andalus“* (das Buch der Klassen der Grammatiker und Lexikographen des Ostens und Spaniens). Er war Lehrer von Hišâm, dem Sohne Ḥakems II., in Sprache und Rechenkunst und ein Schüler von Qâsim b. Aṣbaġ und Saʿîd b. Fatḥûn (oder Faḥlûn, vergl. Art. 170) und And.; er stammte ursprünglich aus Emessa in Syrien und starb im Ǧumâdâ II. 379 (989) in Sevilla (Ibn Ch. I. 514, Übers. III. 83). — **22.** Ob Abû'l-Qâsim el-Balchî oder Abû Zeid el-Balchî ist zweifelhaft, doch eher der erstere. Beide waren Philosophen und Zeitgenossen, der letztere, Aḥmed b. Sahl el-Balchî Abû Zeid, schrieb unter anderm ein Buch „über die Vortrefflichkeit der mathematischen Wissenschaften“ und eines „über das Sichere in der Astrologie“. Er starb 322 (934). (Fihr. 138, und Flügel, grammat. Schulen d. Araber, p. 204.) — **23.** Aus diesen zwei Werken machen der Fihr. und C. nur eins: Einen Kommentar zu den schwierigen Partien des Euklidischen Buches über das Verhältnis. Ich kann mich mit Hammer (V. 308) und Steinschneider (Z. D. M. G. 50. p. 168) einverstanden erklären, dafs hier zwei verschiedene Werke gemeint seien, doch halte ich auch hier wieder die schon in meiner Fihristübersetzung (p. 60) und nachher in Z. D. M. G. 51. p. 427 aufgestellte Konjektur aufrecht, es könnte statt „nisbe“ zu lesen sein „qisme“, und dann das Buch der Teilung (der Figuren) des Euklides gemeint sein. — **24.** Dafs Pappus und nicht Vettius Valens, wie Woepcke vermutet hat, der Verfasser dieses Kommentars sei, kann kaum mehr bezweifelt werden, findet sich doch in dem von Woepcke selbst veröffentlichten arabischen Text desselben an mehreren Stellen geschrieben (vokalisiert) „babus“; allerdings ist das arab. „b“ etwas hoch, so dafs auch gelesen werden könnte „balus“, aus dem dann Woepcke ohne weitere thatsächliche Anhaltspunkte (vergl. meine Übers. aus dem Fihr. p. 54, Anmerkung 92) „valens“ gemacht hat. — **25.** So hat Ibn Jûnis; C. n. Ibn el-Q. hat „el-Herawî“ (d. h. von Herat); das *„min aulâd el-farâġine“*, das im Fihr. und bei C. nachher folgt, habe ich mit C. übersetzt durch „aus dem Stamme der Pharaonen“, das richtige aber wird sein, wie Caussin (Not. et extr. VII. 122 und 168) übersetzt: „zu den Bewohnern Farġânas (in Turkestân) gehörend“. — **26.** Über Nekûr haben drei Fürsten des Namens Ṣâliḥ regiert, es ist dies jedenfalls Ṣâliḥ III., der ums Jahr 305 (917) an der Regierung war. — **27.** Abû Muh. ʿAlî b. Aḥmed b. Saʿîd b. Ḥazm el-Ẓâhirî, allgemein bekannt unter dem Namen Ibn Ḥazm,

geb. 384 (994) in Cordova, war ein vielseitig gebildeter und freidenkender Gelehrter, besonders in Rechtswissenschaft und Geschichte hervorragend; er wurde später Wezir, dann von seinen orthodoxen Gegnern scharf verfolgt, und zog sich deshalb auf sein Landgut bei Niebla zurück, wo er im J. 456 (1064) starb (Ibn Ch. I. 340, Übers. II. 267). — **28.** Woher C., der nach der gleichen Quelle wie ich zitiert, diese Jahreszahl hat, weifs ich nicht, in der mir vorliegenden Ausgabe von B. III. befindet sie sich nicht; es ist zu bedauern, dafs wir über diesen, wie es scheint, bedeutenden spanischen Mathematiker keine weiteren Angaben haben: B. I. 19 hat einen Aḥmed b. Naṣr b. ʿAbdallâh el-Bekrî aus Cordova, kennt ihn aber nur als Traditionisten, nicht als Mathematiker; da er Schüler von Chalaf b. el-Qâsim, der in den Jahren 370—400 lehrte, war, so müfste er jedenfalls nach 400 gestorben sein, vielleicht ist bei C. 432 statt 332 zu lesen. — **29.** Woepcke (L'algèbre d'Omar Alkhayyâmî, p. 118) hält diesen Autor für identisch mit einem Abû'l-Ḥasan el-Šemsî el-Herawî, von dem er (l. c.) eine Trisektion des Winkels, entnommen aus dem Leidener Ms. 996, zitiert; worauf sich diese Ansicht gründet, weifs ich nicht. Ich vermute, er könnte identisch sein mit dem bei Ibn Abi U. (I. 321) genannten Schüler el-Râzîs, mit Jûsuf b. Jaʿqûb, dem der Lehrer ein medizinisches Werk gewidmet hat, der aber nicht selbst Arzt war, wenigstens wird er von Ibn Abi U. nicht als solcher genannt. El-Râzî war auch ein Gegner der Astrologie und diese Eigenschaft mag vielleicht auf seinen Schüler übergegangen sein. — **30.** Was diese nur von Ibn el-Q. genannte *Arǧûza* anbetrifft, so bin ich der Ansicht, dafs hier ein Irrtum des Verfassers des *târîch el-ḥokamâ* vorliege. Der Verfasser der *Arǧûza* heifst nämlich in allen vier genannten Mss. Abû ʿAlî b. Abî'l-Ḥosein (Ḥasan) el-Ṣûfî. Man könnte nun an einen Sohn von ʿAbderraḥmân denken, allein im Ms. von Kairo steht, dafs er die *Arǧûza* für einen Fürsten seiner Zeit, nämlich für Šâhinšâh, verfafst habe, Nun ist dies entweder el-Melik el-Afḍal Šâhinšâh, der Wezir des Chalifen el-Âmir. gest. 515 in Kairo, oder dann Nûr ed-daula Šâhinšâh, der älteste Bruder Saladdins, gest. 543. In beiden Fällen wäre es möglich, dafs dieser Abû ʿAlî b. Abî'l-Ḥosein identisch wäre mit dem ums Jahr 530 lebenden Abû ʿAlî el-Miṣrî, dem Geometer und Dichter (s. Art. 283). — **31.** Es wäre dies die erste Beobachtung eines Durchgangs der Venus vor der Sonnenscheibe, wenn nicht die Sache durch die beigefügte Bemerkung, der Flecken sei während 91 Tagen sichtbar gewesen, etwas zweifelhaft gemacht würde. Es kann aber dieser Zusatz wohl eine spätere Einschiebung sein, um diese Erscheinung mit dem um jene Zeit erfolgten Tode des Chalifen el-Moʿtaṣim in Einklang bringen zu können. — **32.** Wenn dieser Ibn el-ʿAmîd der Wezir Rukn ed-daulas, Abû'l-Faḍl b. el-Amîd, ist, der in der Astronomie und den philosophischen Wissenschaften bewandert war und 359 oder 360 (971) in Raj od. Bagdad gestorben ist (s. Art. 125), so wäre die Lebenszeit dieses Autors ungefähr gegeben. — **33.** Da dieser Autor im Fihrist unmittelbar nach el-Iṣṭachrî (s. Art. 103) folgt, dem keine weiteren Namen beigegeben sind, und beiden genau das gleiche Werk zugeschrieben wird, so ist die Vermutung nicht unbegründet, dafs hier durch Abschreiber Fehler begangen worden seien und dafs Muh. b. Lurra und el-Iṣṭachrî eine und dieselbe Persönlichkeit sei. — **34.** Solche *libri anoë* (Kalender mit Witterungs-, landwirtschaftlichen und anderen Angaben) gab es bei den Arabern viele, so z. B. auch einen von ʿArîb b. Saʿd, dem Historiker und Sekretär Ḥakems II., den Dozy i. J. 1873 zu Leiden publiziert hat unter dem Titel: Le Calendrier de Cordoue de l'année 961,

texte arabe et ancienne traduction latine. — **35.** C. I. 434 n. Ibn el- Q. erzählt, er sei nach ʿIrâq gereist und habe dort Arithmetik und Geometrie bei Abû Jaḥjâ el-Bâwardî (sic) und Abû'l-ʿAlâ b. Karnîb studiert, nachher habe er selbst Vorlesungen über diese Disziplinen gehalten und unter seinen Zuhörern hätten sich seine beiden genannten Oheime befunden. Ich folge der Darstellung des Fihr. — **36.** Was diesen Kommentar anbetrifft, so verweise ich auf meine Übers. aus dem Fihr. (p. 54, Anmerkg. 97); ich glaube nicht, dafs es hier Hipparchus heifsen mufs, in der That hat auch Ibn el-Q. „Ibn Jaḥjâ"; ich vermute nun, dafs dieser Ibn Jaḥjâ der im Fihr. (p. 282, Übers. 38) genannte Muh. b. Jaḥjâ b. Akṯam sei (vergl. Art. 54), der ein Buch über Zahlenprobleme geschrieben hat. — **37.** Der Beiname dieses Mannes zeugt für seine Berühmtheit und läfst uns weitere Angaben über ihn nur ungern vermissen; vielleicht ist er der Sohn des von Ibn el-Faraḍî (B. VII. 62) hauptsächlich als Dichter genannten Ismâʿîl b. Bedr b. Ismâʿîl b. Zijâd, Freigelassenen der Benî Omeija, aus Cordova, der i. J. 351 (962) gestorben ist. — **38.** Diese Angabe stützt sich auf eine ihm in den Philos. Transactions v. J. 1684, p. 724 zugeschriebene astronomische Beobachtung aus d. J. 992, und auf folgende Stelle im 5. Kap. des 5. Buches des *šakl el-qaṭṭâʿ* von Naṣîr ed-dîn (Ausgabe von Caratheodory, Konstant. 1891, p. 108, Übers. 140): „Denn nach der Meinung des Abû Rîḥân (el-Bîrûnî) hat er (nämlich Abû Naṣr b. ʿIrâq) zuerst diese Regel (den sphärischen Sinussatz) auf alle Fälle angewandt, wenn auch zwei andere Gelehrte, Abû'l-Wefâ el-Bûzğânî und Abû Maḥmûd Ḥâmid b. el-Chiḍr el-Choğendî Anspruch auf die Priorität hierin geltend machen." Und an einer andern Stelle (p. 125, Übers. 162) heifst es: „Abû Maḥmûd el-Choğendî hat diesem Satze (sphär. Sinussatz) den Namen „Regel *(qânûn)* der Astronomie" gegeben. Hieraus folgt, dafs Abû'l-Wefâ und el-Choğendî etwas älter sind oder wenigstens früher wissenschaftlich gearbeitet haben, als Abû Naṣr b. ʿIrâq (s. d. Art.) und dafs alle drei vor el-Bîrûnî wissenschaftlich thätig gewesen sind. Das Todesjahr 390 wird also nicht weit von der Wahrheit entfernt sein. — **39.** Wüstenfeld (die Übers. arab. Werke ins Latein. etc. p. 51) giebt den Art. aus Ibn Abi U. über Maslama b. Aḥmed vollständig und hat hier folgenden Schlufssatz, der nicht in der Müllerschen Ausgabe des Ibn Abi U. steht: „Ich (Ibn Abi U.) sage, dafs el-Mağrîṭî (noch andere) vorzügliche Schriften verfafst hat, in denen er das von seinen Vorgängern gebrachte vermehrt und durch Verbesserung der Wahrheit näher gerückt hat, so z. B. das Buch der 10 Abhandlungen über die Lösung (der Schwierigkeiten) der vornehmsten Wissenschaften." — **40.** Wahrscheinlich ist dies der i. J. 433 in Sevilla gestorbene Dichter und Gelehrte Abû Ğaʿfar Aḥmed b. Muh. el-Chaulânî, mit dem Zunamen Ibn el-Abbâr (Ibn Ch. I. 44, Übers. I. 125). — **41.** Dieser Autor ist oft verwechselt worden mit Abû'l-Qâsim Chalaf b. ʿAbbâs el-Zahrâwî, dem berühmten Arzt (lat. Albucasis), der 1106 gestorben sein soll, so von Mac Guckin de Slane (Traduction des prolégom. d'Ibn Khaldoun, l. c. p. 138) und wie es scheint auch von Ibn Baškuwâl (B. I. 406), aber mit einer dritten Persönlichkeit; denn er nennt ihn wohl el-ḥassâb (der Rechner), führt aber nur ein theologisches Werk von ihm an und bemerkt, dafs er Imâm an der grofsen Moschee zu Granada gewesen sei. — **42.** D'Herbelot (Biblioth. orient. p. 934) und nach ihm Sédillot (Prolégom. des tables astron. d'Oloug-Beg, introd. p. LXXIX) und nach letzterem H. VI. 428 erwähnen einen Aḥmed b. el-Mesîḥ, Abû'l-Qâsim el-Ġarnâṭî (von Granada), bekannt unter dem Namen Ibn el-Mesîḥ, als Verfasser astronomischer Tafeln, gest. 476; ich ver-

mute, dieser Ibn el-Mesîḥ möchte mit unserm Ibn el-Samḥ identisch sein. — **42ª.** Einige Stellen aus dieser Schrift hat E. Wiedemann im Bullet. Boncomp., Aprilheft 1881 veröffentlicht; vergl. auch einen Aufsatz desselben Verf. über diesen Gegenstand in Z. D. M. G. Bd. 38, p. 145 ff. Ein Auszug aus derselben, betitelt *taḥrîr maqâlet el-ḍau'* (Redaktion der Abhandlung über das Licht) befindet sich in Leiden (1011, Cod. 201 Gol., ist im Katalog nicht angegeben) und wurde ebenfalls von E. Wiedemann übersetzt, in Annal. d. Phys. u. Chem. von Poggendorf und G. Wiedemann, N. F. 20. Bd. (1883) p. 337 f. — **43.** Gayangos erwähnt I. 385 die Werke, die für Alfons X. aus dem Arabischen ins Spanische übersetzt worden sind und deren Manuskripte sich in der Nationalbibliothek in Madrid befinden; unter diesen ist auch eine Abhandlung (L. 97. fol. 175 ff.) in fünf Kapiteln „über den Gebrauch eines astronomischen Instrumentes" von ʿAlî b. Chalaf, verfaſst für den König el-Mâmûn; es ist dies der Chalife Qâsim b. Ḥammûd, genannt el-Mâmûn, von Cordova, der um das Jahr 410 (1019/20) regiert hat und ʿAlî b. Chalaf vielleicht mit unserm Autor identisch. — **44.** Woher C. II. 148 den Zusatz über die astronomischen Tafeln hat, die el-Ǧuhanî verfaſst haben soll, weiſs ich nicht, in dem mir vorliegenden Text des Ibn Baškuwâl steht nichts davon; doch liegt immerhin die Wahrscheinlichkeit nahe, daſs die unter den von Gerard von Cremona übersetzten Werken genannten „tabulae Jahen" (vergl. Wüstenfeld, die Übers. aus dem Arab. ins Latein. etc. p. 66) von diesem el-Ǧuhanî herstammen (vergl. auch Bibl. math. 11 (1897) p. 83 u. 84). — **45.** Die Etymologie des Wortes „Bîrûnî" ist zweifelhaft; die Einen wollen es ableiten von Bîrûn, einer Stadt in Sind (das Land am südlichen Indus), Andere vom persischen „bîrûn" = das äuſsere, auſserhalb, so daſs el-Bîrûnî heiſsen würde „der von auſserhalb (der Stadt) Stammende"; er soll nämlich in einer Vorstadt oder auf dem Landgebiete von Chowârezm (jetzt Chiwa) geboren sein. — **46.** Steinschneider (Vite di matematici arabi di Bernardino Baldi etc. p. 76) findet in den aus dem Texte der Abenragel'schen Astrologie angeführten Stellen einen Widerspruch darin, daſs der Fürst, dem Abenragel diente, also Moʿizz b. Bâdîs (1016—1062), von ihm verlangt habe, er solle ihm die Regierungszeit des Emirs von Sicilien Aḥmed b. el-Ḥasan b. Abî Ḥosein (953—969) voraussagen; da läge nun allerdings in den Zeitverhältnissen ein Widerspruch, dieser löst sich aber sofort, wenn mit dem im Text genannten Hamech filius Abensuzeith gemeint ist der Kelbitische Fürst von Sicilien, Aḥmed ben Abî'l-Futûḥ Jûsuf, der von 1019—1037 (so nach A. Müller, der Islam etc. II. 624, nach Ibn Chaldûn, Hist. de l'Afrique et de la Sicile etc., trad. par N. des Vergers, p. 180, dagegen von 1019—1026) regiert hat, was also mit den 17½ Jahren, die Abenragel vorausgesagt hat, nicht übel stimmt, und der auch in Palermo ermordet worden ist, während Aḥmed b. el-Ḥasan eines natürlichen Todes gestorben ist. — **47.** Soleimân b. Ḥossân b. Ǧulǧul, gewöhnlich Ibn Ǧulǧul genannt, war ein gelehrter Arzt unter Hišâm II. (976—1013), beschäftigte sich auch eifrig mit botanischen Studien, namentlich mit dem Werke des Dioskorides über die Arzneipflanzen. Er schrieb einen Kommentar über die Namen der einfachen Heilmittel, die im Buche des Dioskorides vorkommen, geschrieben i. J. 372 (982/83) in Cordova, ferner ein biographisches Werk, enthaltend die Lebensbeschreibungen berühmter Ärzte und Philosophen in Spanien u. a. (W. A. 111 n. Ibn Abi U.). — **48.** Ibn Ḥaijân, mit vollem Namen Abû Merwân Ḥaijân b. Chalaf b. Ḥosein b. Ḥaijân, einer der hervorragendsten und zuverlässigsten Historiker Spaniens, Nachkomme eines Freigelassenen des Emirs ʿAbderraḥmân b. Moʿâwija b.

Hišâm, aus Cordova, schrieb: Das Buch desjenigen, der sich über die Geschichte von Andalusien unterrichten will, in zehn Bänden, u. a. Er wurde geboren 377 (987/88) und starb im Rabîʿ I. 469 (1076). (Ibn Ch. I. 168, Übers. I. 479.) — **49.** Gayangos I. 430 verwechselt diesen Gelehrten mit dem Sohne des in Anmerkung 10 genannten Juristen Jaḥjâ b. Jaḥjâ, mit Muh. b. Jaḥjâ el-Leiṯî, der ziemlich früher gelebt hat. — **50.** C. I. 424 giebt die Biographie des Alchymisten Ǧâbir b. Ḥaijân nach Ibn el-Q.; in dieser ist unser Muh. b. Saʿîd el-Saraqosṭî erwähnt und von ihm berichtet, er habe in Kairo ein Buch über den Gebrauch des Astrolabiums von jenem Ǧâbir gesehen, das über 1000 Probleme enthalten habe (vergl. Art. 3); in diesem Art. über Ǧâbir trägt er auch noch den Namen „el-Asṭorlâbî", er wird sich also hauptsächlich mit der Verfertigung solcher Instrumente befaſst haben. Vielleicht ist er auch identisch mit dem bei C. I. 392 genannten Verfasser einer Abhandlung über das Astrolabium, das nach dem Sternbild des Krebses das Saraṭânische genannt wird, mit Muh. b. Naṣr b. Saʿîd, welcher seine Abhandlung i. J. 511 (1117/18) verfaſst haben soll, nur könnte dann dieses Datum nicht richtig sein, das sich allerdings auch bei H. Ch. III. 366 vorfindet, vielleicht bezieht sich dasselbe auf die Zeit der Abschrift. — **51.** Jûsuf b. ʿAbdallâh b. Muh., Abû ʿOmar, bekannt unter dem Namen Ibn ʿAbdelbarr, geb. 368 (978/79) zu Cordova, war ein berühmter Traditionist, Rechtsgelehrter und Historiker, war auch eine Zeitlang Qâḍî von Lisabon und Santarem und starb 463 (?) zu Játiva. — **52.** Es ist dies der Logiker aus Bagdad, Abû ʿAlî el-Ḥasan b. el-Samḥ, der Kommentator der Physik des Aristoteles, ein Zeitgenosse des Ibn el-Haiṯam, wohl zu unterscheiden von dem Spanier Abû'l-Qâsim Aṣbaġ b. Muh. b. el-Samḥ (allerdings ein Zeitgenosse des ersteren), dem Verfasser der „Einleitung zum Euklides". Steinschneider vermengt beide zu einer Person und wundert sich, daſs im Index zu Ibn Abi U. aus dieser einen Person zwei gemacht sind. (Beiheft XII. zum Centralblatt f. Biblioth. p. 53 und Z. D. M. G. 50 p. 406 (Index).) — **53.** Muh. b. Muh. b. Ḥâmid, Abû ʿAbdallâh, ʿImâd eddîn el-Kâtib el-Iṣfahânî, geb. 519 (1125), studierte in Bagdad das Recht, ferner Litteratur und Traditionen. Er trat später in die Dienste Saladdins ein und nahm hier bald eine hohe und ehrenvolle Stellung ein. Nach dem Tode des letztern zog er sich ins Privatleben zurück und starb zu Damaskus im Ramaḍân 597 (1201). Er schrieb verschiedene historische und geographische Werke, so die Geschichte der Kriegszüge Saladdins gegen die Kreuzfahrer, und Dichterbiographien. (Ibn Ch. II. 74, Übers. III. 300; W. G. 284.) — **54.** ʿAlî b. Ǧaʿfar b. ʿAlî, Abû'l-Qâsim, bekannt unter dem Namen Ibn el-Qaṭṭâʿ, war ein bedeutender Sprach- und Litteraturkenner und Dichter, wurde im Ṣafar 433 (1041) in Sicilien geboren aus der Familie der Aglabiden, studierte in Spanien, reiste ums Jahr 500 nach Ägypten, wo er im Ṣafar 515 (1121) starb. Er schrieb eine Geschichte Siciliens und eine Auswahl aus 170 Dichtern Siciliens, genannt „die köstliche Perle". (Ibn Ch. I. 339, Übers. II. 265; W. G. 228.) — **55.** Der Astronom el-Ḥasan b. ʿAlî b. ʿOmar von Marokko erwähnt in seinem von J. J. Sédillot übersetzten „Traité des instruments astronomiques des Arabes" p. 127, daſs Ibrâhîm b. Jaḥjâ el-Zarqâla (sic) im Jahre 453 (1061) in Toledo astronomische Beobachtungen gemacht habe. Auch in den Mss., die für Alfons X. aus dem Arabischen ins Spanische übersetzt worden sind (vergl. Anmerkg. 43), findet sich folgende Stelle über el-Zarqâli: „Wir gehen nun zur Abhandlung über die *Ṣafîḥa* über, welche der gelehrte Verfertiger von Astrolabien, el-Zarqâl (sic), ein Einwohner von Toledo, für

den König el-Mâmûn (1038—75) gemacht hat und welche er daher *el-Mâmûnîje* genannt hat. Später liefs er sich in Sevilla nieder, wo er eine andere, vollkommenere *Ṣafîḥa* konstruierte und über deren Einrichtung und Gebrauch eine Abhandlung schrieb, welche er *el-ʿAbbâdîje* nannte zu Ehren des Muh. b. ʿAbbâd (1069—91), des Königs von Sevilla." (Gayangos I. 385.) — Dafs er auch die berühmte Wasseruhr in Toledo konstruiert haben soll, die ihm Hammer, Gayangos u. a. zuschreiben, ist mehr als unwahrscheinlich, denn der arabische Schriftsteller, der allein ausführlich darüber berichtet hat, el-Maqqarî, nennt (Maq. K. I. 96) als Verfertiger derselben einen ʿAbderraḥmân ohne weitern Zunamen. Merkwürdigerweise hat A. Wittstein (Z. f. M. Ph., 39. Jahrg. hist.-litt. Abtlg. p. 41 ff.), der, mit Unrecht oder Recht sei hier nicht untersucht, die Geschichte dieser Wasseruhr ins Gebiet der Märchen verweist, den richtigen Namen el-Zarqâlîs nicht erkannt und den letztern deshalb für den Verfertiger der Wasseruhr gehalten, er sagt p. 42: „Seine eigentlichen Namen anlangend, halte ich mich an das, was M. Steinschneider zu Recht erkannt hat, darnach hiefs er Abû'l-Qâsim Ibn ʿAbderraḥmân..." M. Steinschneider aber sagt in seiner oben (Anmerkg. 46) zitierten Abhandlung p. 97: „Leggendo questa nota sospettai di qualche inesattezza o confusione dalla parte del Gayangos. Il nome Abû'l-Qâsim b. ʿAbderraḥmân — onde l'Hammer non ha esitato di adottare una parte, omittendo il vero nome del Zarqâlî (Abû Isḥâq Ibrâhîm b. Jaḥjâ), assicurato da tutti i fonti — era per me cosa assai strana." — **56.** Es ist dies ein spanischer Rechtsgelehrter und Historiker von Ruf, geb. 451 (1059) zu Tortosa, reiste nach dem Orient, studierte dort unter verschiedenen berühmten Lehrern und hielt später Vorlesungen in Damaskus und Alexandria; am letztern Orte starb er 520 (1126), nach Andern 525 (W. G. 229 nach Ibn Ch. I. 479, Übers. II. 665). Nach Ibn Ch. hatte er auch Vorlesungen über Rechenkunst gehört in seiner Vaterstadt, also jedenfalls bei ʿAbdallâh b. Fîrah. — **57.** Abû'l-Ḥasan ʿAlî b. Ismâʿîl (Maq. K. II. 234 hat „Aḥmed"), bekannt unter dem Namen Ibn Seijide, aus Murcia, war sehr bewandert in der Sprachwissenschaft, Poetik, Logik und andern Disziplinen und schrieb verschiedene bedeutende Werke; er starb ums Jahr 460 (1068) nach el-Ḥomeidî (B. I. 410); Ibn Ch. (I. 342, Übers. II. 272) giebt das Todesjahr auf 458 an und bemerkt, سيدة sei auszusprechen „Sîdah". Nach dem Index librorum des Abû Bekr Muh. b. Chair (IX. Bd. der Bibl. arab.-hispana p. 423) schrieb er auch eine *Arǧûza,* es ist aber nicht angegeben, worüber dieselbe handelte; immerhin ist es kaum zweifelhaft, dafs es dieselbe *Arǧûza* über die Rechenkunst sei, welcher ʿAbderraḥîm el-Šamûqî (s. Art. 296) eine andere entgegengestellt hat. — **58.** Muh. b. Aġlab b. Abî'l-Daus, Abû Bekr, aus Murcia, bewandert in Sprachwissenschaft und Litteratur, starb in Marokko 511 (1117/18). (B. V. 147.) Es ist dies vielleicht der Abhabuchr, qui dicebatur Deus (oder Heus), dessen Liber de mensuratione terrarum Gerard von Cremona ins Lateinische übersetzt hat, welche Übersetzung noch in Paris (Anc. fonds lat. 7266, 3⁰ u. 7377 A, 3⁰) vorhanden ist. (Vergl. Wüstenfeld, die Übers. arab. Werke ins Lat. etc. p. 79; Libri, hist. des sc. mathém. en Italie, I. 299, II. édit. und Bibl. math. 11 (1897), p. 84—85.) — **59.** Über ʿIjâḍ el-Qâḍî sagt Ibn Ch. (I. 392, Übers. II. 417): El-Qâḍî Abû'l-Faḍl ʿIjâḍ b. Mûsâ b. ʿIjâḍ el-Sebtî (von Ceuta) war einer der ersten Traditionisten seiner Zeit, ebenso bewandert in der Sprachwissenschaft; er kam aus seiner Vaterstadt nach Cordova, um dort zu studieren, war dann längere Zeit Qâḍî von Ceuta und starb in Marokko im Ǧumâdâ II. 544 (1149). (Vergl. auch W. G. 246.) — **60.** Muh. b. Jûsuf b. ʿAb-

dallâh, Abû ʿAbdallâh, bekannt unter dem Namen Ibn ʿIjjâd aus Liria (Provinz Valencia), ein Schüler von Ibn Baškuwâl, war ein bedeutender Traditionist und Historiker, schrieb eine Sammlung von Biographien berühmter Männer, betitelt *„maǧmûʿ“* (Sammlung), eine Fortsetzung zur *mašîcha* (Versammlung oder auch Würde der Scheiche) seines Vaters; er wurde geboren im Šaʿbân 544 (1150) und starb 603 (1206/07). (B. V. 288.) Er wird von Wüstenfeld, die Geschichtschreiber der Araber etc., nicht erwähnt. — **61.** Über Ibn Seijid habe ich keine Angaben in den Quellen gefunden; es ist nicht wohl möglich, dafs es der in Art. 259 genannte Ibn Seijide sei, denn dieser starb schon 460 (s. Anmerkg. 57). — **62.** Der *Ṣaḥîḥ* (oder *el-ǧâmiʿ el-ṣaḥîḥ*) ist ein berühmtes Traditionswerk des Abû ʿAbdallâh Muh. b. Ismâʿîl el-Bochârî (gest. 256), zu dem Abû ʿAbdallâh Muh. b. Manṣûr el-Siǧilmâsî einen Kommentar geschrieben hat (vergl. H. Ch. II. 533 und W. G. 62). — **63.** Aḥmed b. Ibrâhîm b. el-Zobeir, Abû Ǧaʿfar, aus Granada, geb. 627 (1230), ein Sprach- und Traditionskenner, schrieb eine *ṣilet el-ṣile,* d. i. eine Ergänzung der Gelehrtengeschichte des Ibn Baškuwâl, wie auch Ibn el-Abbâr (s. Vorwort); er starb i. J. 708 (1308/09). (W. G. 380.) — **64.** Es ist dies der bekannte Astronom el-Zarqâlî (s. Art. 255); da ihn Ibn el-Abbâr hier erwähnt, so hat er wohl auch einen eigenen Artikel über ihn geschrieben, aber es fehlen in dem noch vorhandenen Ms. leider die Buchstaben ا bis ث. Die Stelle zeigt uns also, dafs el-Zarqâlî über mathematische Wissenschaften Vorlesungen gehalten hat. — **65.** M. Amari (Storia dei Musulmani di Sicilia, Vol. III. p. 689) versetzt den Muh. b. ʿÎsâ an den Hof Rogers II. nach Palermo; woher er dies hat, weifs ich nicht, es ist wohl nur eine Vermutung, da Roger der Astrologie sehr zugethan war; immerhin hat er zur Zeit Rogers (gest. 1154) gelebt, da sein Vater ʿÎsâ b. ʿAbdelmunʿim ein Zeitgenosse Abû'l-Ṣalts (gest. 1134) war. Es ist sehr wahrscheinlich, dafs dieser Muh. b. ʿÎsâ b. ʿAbdelmunʿim identisch ist mit dem von Ibn Chaldûn in den Prolegomena (Not. et extr. des mss. T. 21. p. 134) genannten Ibn el-Munʿim, dem Verfasser einer arithmetischen Abhandlung, betitelt *„fiqh el-ḥisâb“* (das Verständnis der Rechenkunst), (s. H. Ch. IV. 459), die von Ibn el-Bennâ zu seinem Kommentar zum *Talchîṣ* als Grundlage genommen wurde. Über den neben Ibn el-Munʿim von Ibn Chaldûn genannten el-Aḥdeb kann ich keine weitern Angaben bringen, H. Ch. V. 27 erwähnt nichts anderes als den Titel seines arithmetischen Werkes *„el-kâmil fî'l-ḥisâb“* (das Vollständige über die Rechenkunst), wahrscheinlich ist seine Quelle auch nur Ibn Chaldûn. (Vergl. auch Cantor, Vorlesgn. I. p. 689, II. Aufl. p. 756.) (Merkwürdigerweise fehlt diese Stelle über die beiden Abhandlungen des Ibn el-Munʿim und des el-Aḥdeb in der Beiruter Ausgabe der Proleg.) — **66.** C. II. 99 hat vielleicht richtiger *„bi'l-waǧh nâfich“* (der ins Gesicht Blasende); so wurden Leute jener Zeit genannt, die vorgaben, durch Anhauchen des Menschen Krankheiten, besonders die Hundswut, heilen zu können; im Spanischen hiefsen sie „Saludadores“. C. macht übrigens aus dieser Persönlichkeit zwei, p. 99 einen ʿAbdallâh b. Sahl Abû Muh., bekannt unter dem Namen *bi'l-waǧh nâfich,* den er in Atalaya (?) i. J. 553 sterben läfst, und p. 128 einen ʿAbdallâh b. Muh. b. Sahl el-Ḍara (?), den er zum Erzieher des Sohnes des Emirs Abû ʿAbdallâh b. Saʿd macht und dem er das Todesjahr 571 beilegt. — **67.** Muh. b. ʿAbdallâh b. Saʿîd b. el-Chaṭîb Lisân ed-dîn el-Qorṭubî, Abû ʿAbdallâh, meistens bekannt unter dem Namen Ibn el-Chaṭîb, wurde in Granada 713 (1313/14) geboren, studierte besonders Rechtswissenschaft, Geschichte und Philosophie, beschäftigte sich aber auch mit Medizin und Mathe-

matik. Er wurde von dem Fürsten von Granada, Abû'l-Ḥaǧǧâǧ Jûsuf (733—55) zum Wezir ernannt, dann aber von seinen Neidern der Verräterei angeklagt, ins Gefängnis geworfen und 776 (1374/75) umgebracht. Er ist der zweitletzte der hervorragenden arabischen Historiker Spaniens (der letzte ist Ibn Chaldûn) und hat eine grofse Zahl von Schriften verfafst, so die *Iḥâṭa fî târîch Ġarnâṭa* (eine Geschichte Granadas und seiner berühmten Männer), aus welcher C. eine Anzahl Biographien in Übersetzung veröffentlicht hat. (C. II. 71 ff.; Gayangos II. 363; Maq. K. III. u. IV. Bd., diese beiden Bände enthalten das Leben Lisân ed-dîns.) — **68.** S. Munk hat im Diction. des sciences philos. Paris 1852, VI. p. 907 Folgendes über Ibn Tofeil: C'est dans le même sens qu'Abou Ishâk el-Bitrôdjî parle de son maître Tofeil; dans l'introduction de son traité d'astronomie, où il cherche à substituer d'autres hypothèses à celles de Ptolémée, il s'exprime ainsi: „Tu sais, mon frère, que l'illustre Kâdhi Abou Bekr ibn Tofeil nous disait, qu'il avait trouvé un système astronomique et des principes pour ces différents mouvements, autres que les principes qu'a posés Ptolémée et sans admettre ni excentrique ni épicycle, et avec ce système, disait-il, tous ces mouvements sont avérés et il n'en résulte rien de faux.“ Il avait aussi promis d'écrire là-dessus, et son rang élevé dans la science est connu. — **69.** H. Ch. III. 63 hat über diese Rechnung der Drachmen und Dinare folgendes: „Ars drachmas et denarios computandi, qua ratio cognoscitur quantitates ignotas arithmeticas eliciendi, quarum numerus aequationes algebraïcas excedit, et hujus quantitatis excedentis caussa illae quantitates ignotae Drachma, Denarius, Obolus (el-fals) et aliter cognominantur. Ejus utilitas eadem est quae reductionis per aequationem (h. e. algebrae), quatenus hic genera aequationis multiplicata sunt.“ Nach diesem wäre also diese Kunst die Auflösung der unbestimmten Gleichungen. — **70.** Vergl. M. Cantor, Vorlesgn. über Gesch. der Math. I. p. 636 (II. Aufl. p. 697) und Ibn Chaldûns Prolegom. in den Not. et extraits des mss. T. 21. p. 189, 194, 195 u. 198. Über den gleichen Stoff schrieben auch die spanischen Araber Abû'l-Ḥasan ʿAlî b. Mûsâ, bekannt unter dem Namen Ibn Arfaʿ Râs, gest. 500 (1106/07) nach H. Ch. (593 nach Kut.) und Moḥjî ed-dîn b. el-ʿArabî (genannt der gröfste Scheich), gest. 638 (1240/41). — **71.** Riḍwân erzählt in der Einleitung, sein Vater habe in Damaskus solche Uhren verfertigt, deren Schäden nach seinem Tode niemand, auch nicht Muhaḏḏab ed-dîn b. el-Naqqâš (vergl. Art. 312), der sich über dieselben absprechend geäufsert hatte, zu reparieren imstande gewesen sei. Er habe sie nun aber wieder hergestellt und Verbesserungen an denselben vorgenommen und sich entschlossen, seine Kunst in diesem Buche niederzulegen. — Das Buch enthält viele Zeichnungen, unter anderm auch eine ganze Uhr. — **72.** Hier ist bemerkt, dieses Buch sei verfafst worden für die Bibliothek des Sultans el-Melik el-Moẓaffar Jûsuf b. el-Melik el-Manṣûr, welch' letzterer i. J. 617 als Fürst von Ḥamât gestorben ist; H. Ch. III. 567 aber hat: el-Melik el-Moẓaffar Abû Manṣûr Jûsuf b. ʿOmar, Herr von Jemen, was unmöglich ist, da dieser ums Jahr 680 regiert hat (s. Art. 394). H. Ch. bemerkt auch, el-Fârisî stütze sich nach seiner eigenen Angabe in seinem Buche, dem H. Ch. blofs den Titel *„zîǧ“* (astron. Tafeln) giebt, hauptsächlich auf die Beobachtungen des Farîd ed-dîn Abû'l-Ḥasan ʿAlî b. ʿAbdelkerîm el-Širwânî, bekannt unter dem Namen el-Fehhâd, des Verfassers verschiedener Tafeln, dessen Beobachtungen sich ungefähr über die Jahre 540—570 erstreckt hätten; über diesen Astronomen habe ich keine weitern Angaben gefunden. — **73.** Mag auch an dieser Geschichte ein wahrer Kern sein, ihre Einkleidung zeigt

doch deutlich, dafs sie zu dem Zwecke gemacht resp. ausgeschmückt worden ist, den ungläubigen Franken gegenüber die Überlegenheit der Gläubigen des Islams in den Wissenschaften recht deutlich hervortreten zu lassen. — **74.** L. A. Sédillot bestimmt in der Einleitung (p. 13—14) zu der veröffentlichten Übersetzung des Hauptwerkes des Ḥasan b. ʿAlî b. ʿOmar aus astronomischen Daten desselben die Zeit seiner Abfassung auf das Jahr 1229 oder 1230, allein diese Bestimmung ist nicht absolut sicher. — **75.** Brockelmann, Gesch. d. arab. Litteratur I. p. 464 hat 663 (1264) und bemerkt in einer Note, Barhebraeus (hist. dynast. p. 485) habe als Todesjahr 1262, was unrichtig ist, Barhebr. giebt gar kein Todesjahr an; das erstere Datum stammt wohl aus Casiri I. 188, wo der 19. Rabîʿ II. 663 als Todestag angegeben ist und unrichtig hinzugefügt ist: a. Chr. 1264, der 19. Rabîʿ II. 663 fiel in den Febr. d. J. 1265. H. Ch. hat nach seiner gewohnten Oberflächlichkeit in solchen Daten drei verschiedene Angaben: I. 502 steht: c. ann. 700, III. 538: post 660, IV. 473: c. 660. — **76.** H. Ch. führt IV. 259 ein Werk an, betitelt: *ʿomdet el-râʾiḍ we ʿuddet el-fâriḍ fîʾl-ḥisâb,* ein Buch über Rechenkunst und Erbteilung, von Ǧemâl ed-dîn Abûʾl-ʿAbbâs Aḥmed b. ʿAlî b. Ṯamât Qâḍî el-Hemmâmîje, der vielleicht mit unserm Autor identisch ist. — **77.** Dieser von el-Maqqarî viel zitierte Ibn Saʿîd ist ein spanischer Historiker, dessen voller Name ʿAlî b. Mûsâ b. Muh. b. ʿAbdelmelik b. Saʿîd, Abûʾl-Ḥasan ist. Er wurde geboren in Granada aus vornehmer Familie im Šauwâl d. J. 610 (1214), nach andern 605. Er machte grofse Reisen, besuchte die Städte Kairo, Damaskus, Moṣul, Bagdad und Mekka und traf auch mit dem Eroberer Bagdads, Hôlâgû Chân, zusammen, dessen Gast er einige Zeit war. Er verfafste eine Reihe von historischen, biographischen und geographischen Werken, unter andern auch eine Bearbeitung der Geographie des Ptolemäus, in Oxford (I. 1015). Er starb nach den Einen in Damaskus 673 (1274/75), nach Andern in Tunis 685 (1286). (Maq. K. I. 446—502; W. G. 353.) — **78.** Jaḥjâ b. Abîʾl-Šukr bemerkt in der Vorrede zum Ms. 1101, er habe, nachdem er ein Kompendium (*cholâṣa*) des Almagestes verfafst hatte, noch einen Nachtrag oder Ergänzung dazu geschrieben, in welchem er mehr die neuern Beobachtungen, besonders die in Merâġa gemachten, zu Grunde gelegt habe. Am Schlusse der Vorrede sagt er, er habe dieses Buch nach seiner Vollendung der Bibliothek des Abûʾl-Ḥasan ʿAlî b. Muh. b. el-Ḥasan el-Ṭûsî zum Geschenk gemacht; es ist dies der Sohn Naṣîr ed-dîns, der ihm als Vorsteher der Sternwarte in Merâġa nach seinem Tode gefolgt ist (vergl. Art. 368). — **79.** Er schrieb für ihn eine Logik, betitelt: *el-imbarûrîje* (die kaiserliche). Die Darstellung, die Abulfid. von seinem Aufenthalt bei Manfred giebt, ist historisch und kulturhistorisch interessant. Ich verweise den Leser auf die latein. Übersetzung, die Reiske (l. c. p. 144—151) davon giebt. — **80.** Dieses Werk wurde nach Useners Ansicht i. J. 1323 durch einen unbekannten Gelehrten (wahrscheinlich Byzantiner) aus dem Persischen ins Griechische übersetzt, ein Exemplar dieser Übersetzung befindet sich in Florenz (Cod. Laurent. plutei XXVIII), die Eingangsworte desselben lauten: *ἀπὸ φωνῆς τοίνυν τοῦ Σὰμψ πουχαρὴς ἀνδρὸς τὸ γένος Πέρσου πᾶσαν λογικὴν παιδείαν εἰς ἄκρον ἐξησκημένου ταύτην . . . τὴν διδασκαλίαν ἀκήκοα· ἣν καὶ εἰς μνήμην γραφῇ παραδέδωκα, ὡς ἂν μὴ τῷ χρόνῳ καὶ αὖθις ἡ θαυμασία ἐπιστήμη τοῖς τῆς λήθης βυθοῖς ἐναποκρυβῇ* etc. Ich kann diese Stelle nicht anders verstehen, als dafs der Schreiber des Buches diese Wissenschaft (d. h. die Astronomie) bei Šems ed-dîn el-Bochârî seiner Zeit gehört hatte und jetzt das Gehörte schriftlich in diesem Buche niedergelegt hat, damit es nicht in Vergessenheit ge-

rate, sondern der Nachwelt überliefert werde. Es ist also nicht eine direkte Übersetzung eines persischen Buches, sondern wohl mehr eine Ausarbeitung und Übertragung eines persischen Kollegienheftes ins Griechische. Nehmen wir nun an, der Verfasser habe ca. 10 Jahre vor der Niederschrift dieses Buches bei Šems ed-dîn gehört, also i. J. 1313, so mag dieser damals ca. 30—40 Jahre alt gewesen sein, es ist also nicht notwendig, wie Usener und nach ihm M. Cantor (Vorlesgn. I. 430, 1. Aufl., 474, 2. Aufl.) es thun, auf Šems ed-dîn el-Samarqandî zurückzugreifen, der wohl i. J. 1313 kaum mehr am Leben war; immerhin war diese Persönlichkeit die gegebene, wenn man, wie Usener bemerkt, den Namen Šems eddîn el-Bochârî in der arabischen Litteraturgeschichte vergeblich gesucht hat; ich habe allerdings über sein Leben auch keine weitern Angaben gefunden. Es ist möglich oder sogar wahrscheinlich, dafs er der Sohn des ums Jahr 700 (1320) über Transoxanien geherrscht habenden Mubârakšâh war, der nach Deguignes (Hist. générale des Huns, des Turcs, des Mongols etc., Paris 1756, T. I. p. 285) ein Ururenkel Ǧengiz-Châns (Mubârakšâh b. Kara Hôlâgû*) b. Menouka b. Čagatâi b. Ǧengiz-Chân) gewesen sein soll. — Unter den etwas entstellten arab.-persischen Namen, die in einer von Usener (l. c. p. 13—14) mitgeteilten Stelle eines Werkes von Theodorus Meliteniotes, betitelt *ἀστρονομικὴ τρίβιβλος*, vorkommen, habe ich noch denjenigen identifizieren können, zu dem Usener hinzufügt: memoria prorsus obscura et vitii suspecta; *Χουσάμη σαλάρ* ist ʿAlî b. Faḍlallâh Ḥosâm ed-dîn el-Sâlâr (vergl. Art. 482). — **81.** Der Biograph Ibn el-Bennâs, Aḥmed Bâbâ el-Timbuktuwî (geb. 1556), giebt zwei Daten für seine Geburt an, 649 (1251) und 654 (1256) (vergl. Biographie d'Ibn el-Bennâ par Aristide Marre, l. c. p. 1 etc.), el-Qalaṣâdî in der Einleitung zu seinem Kommentar zum Talchîṣ (Gothaer Ms. 1477) giebt das Jahr 656 (1258) an. Da die Angaben so verschieden sind, so wäre ich versucht, noch eine spätere Zeit anzunehmen, da ich nach den jedenfalls zuverlässigern Angaben Ibn Chaldûns seinen Tod kaum oder nur wenig vor 740 annehmen darf, obgleich el-Qalaṣâdî in dem genannten Kommentar das Todesjahr auf 721 ansetzt. Es könnte ja allerdings möglich sein, dafs Ibn Chaldûn die Lebensdaten seines Lehrers el-Abbelî (s. Art. 414) nicht in der richtigen Reihenfolge aufgezählt hätte, so dafs dieser den Ibn el-Bennâ vor seiner Wallfahrt nach Mekka, die 735 stattfand, in Marokko gehört haben könnte; da aber Aḥmed Bâbâ zwei und el-Qalaṣâdî anderthalb Jahrhunderte nach Ibn el-Bennâ gelebt hat, Ibn Chaldûn aber noch beinahe sein Zeitgenosse war, so verdienen des letztern Angaben das gröfsere Vertrauen und möchten mithin sowohl Geburt als Tod des Ibn el-Bennâ mit 654 resp. 721 zu früh angesetzt sein. — **82.** Es ist möglich, dafs dieser Abû Isḥâq el-Ǧezûlî der Verfasser des Kommentars zu der kleinern Bearbeitung der Euklidischen Elemente durch Naṣîr ed-dîn ist, der in den Katalogen des Brit. Mus. und der Aja Sofia nur Abû Isḥâq genannt ist (vergl. Art. 368). — **83.** M. Cantor sagt in seinen Vorlesungen (I. 689, 1. Aufl., 757, 2. Aufl.): „Auffallenderweise fehlt in diesem von einem Landsmanne Albannâs herrührenden Verzeichnisse die durch Ibn Chaldûn so hoch gestellte Aufhebung des Schleiers, fehlt in ihm auch der Auszug aus dem kleinen Sattel.“ Dies ist unrichtig, im Verzeichnis der Schriften Ibn el-Bennâs steht: „Der Talchîṣ der Rechenkunst und Kommentar dazu“; der Talchîṣ (d. h. der Auszug aus dem sog. kleinen Sattel, vergl. Art. 495) ist also erwähnt, und nach der Einleitung zum Kommentar des

---

*) Nicht zu verwechseln mit Hôlâgû-Chân, einem Enkel Ǧengiz-Châns.

Talchîṣ von el-Qalaṣâdî (Gothaer Ms. 1477) ist die Abhandlung, betitelt „das Aufheben des Schleiers“, eben jener Kommentar zum Talchîṣ; el-Qalaṣâdî sagt nämlich in jener Einleitung, wo er die Werke Ibn el-Bennâs anführt: „Das Aufheben des Schleiers, womit er einen Kommentar zu dem Werke, das wir hier behandeln (wörtlich: auf dessen Wege wir sind), zu geben beabsichtigt hat.“ Also ein Kommentar zum Talchîṣ und nicht zum „kleinen Sattel“ ist die Abhandlung „das Aufheben des Schleiers“. M. Cantor hat sich wahrscheinlich durch die von A. Marre beigefügte Note (3) irreführen lassen, die ungeschickt abgefafst ist. — Das Verzeichnis der Werke des Ibn el-Bennâ durch Aḥmed Bâbâ zeigt einige Abweichungen von demjenigen des Qalaṣâdî, das übrigens, wie er selbst bemerkt, nicht vollständig ist, in den vorhandenen Angaben aber wohl genauer als dasjenige des später lebenden Aḥmed Bâbâ sein wird; so zieht dieser die Abhandlungen 5), 7) und 8) in eine zusammen mit dem Titel: „Die vier Abhandlungen, die Regeln, die Prinzipien und die Einleitungen.“ Die Abhandlungen 10), 12 und 13) sind in keinem der beiden Verzeichnisse genannt. — **84.** Meine Quellen für dieses Datum sind folgende: 1. Im Brit. Mus. (1342, 2⁰) befindet sich ein Kommentar von Kemâl ed-dîn el-Turkomânî zu dem *Mulachchaṣ*, gewidmet dem Sulṭân b. Sulṭân Maḥmûd Ǧâni-Beg Chân, sehr wahrscheinlich der Chân der goldenen Horde von Kiptschak, Ǧâni-Beg, der Sohn Oesbegs, gest. i. J. 758 (1357). 2. In München (808, 3⁰) und in Gotha (1928 u. 29) befindet sich noch der *Qânûnče* (kleine Kanon) des Ǧaġmînî; die Abschrift des erstern Ms. ist aus dem Jahre 741 datiert; in der Beschreibung des zweiten Ms. sagt Pertsch, Ǧaġmînî sei nach einer Randbemerkung auf fol. 1ᵇ des Gothaer Ms. 1930, welches einen Kommentar zum *Qânûnče* enthält, i. J. 745 d. H. gestorben. Vergl. auch Z. D. M. G. 53. Bd. p. 539. — **85.** Ich glaube nicht, dafs hier *ẓilâl* mit „Tangenten“ zu übersetzen sei, denn das Werk handelt nach C.'s Angaben über die Sonnenuhren. Dieser Autor ist vielleicht trotz der Jahrzahl 762, auf die man sich bei C. nicht verlassen kann, identisch mit dem in Art. 388 behandelten Muh. b. Ibrâhîm b. Aḥmed Abû ʿAbdallâh, zumal C. noch hinzufügt: plurima etiam exhibet sciotherica inventa demonstratque. Es ist allerdings zu bemerken, dafs man hier auf die Übereinstimmung der Namen nicht zu grofses Gewicht legen darf, denn der Name Muh., mit der Kunje Abû Abdallâh verbunden, kommt aufserordentlich häufig vor. — **85ᵃ.** Dem Fürsten Ulûġ Beg habe ich keinen eigenen Artikel gewidmet, weil die Tafeln jedenfalls nicht von ihm, wie verschiedene Gelehrte zu glauben scheinen, sondern von den von ihm angestellten Astronomen (s. Art. 429, 430 und 438) verfafst worden sind; wahrscheinlich hat er nur das Vorwort zu den Prolegomena (in der franz. Übers. von L. A. Sédillot die Seiten 1—6) geschrieben. — **86.** Nach dem Gothaer Ms. 1391 wäre dieses Werk von einem Muh. Šems ed-dîn el-Karâdîsî verfafst, und Ḥasan b. Chalîl el-Ṭîbî (so steht es hier statt Ṭobnî) wäre nur der Abschreiber, der mit der Abschrift i. J. 1137 (1724/25) fertig geworden sei; nach dem Pariser Ms. 2543, das von der Hand des Autors Ḥasan b. Chalîl i. J. 882 selbst geschrieben wurde, kann dies aber nicht richtig sein. — **87.** Es ist dies eines der bedeutendsten Werke über die Erbteilung von Abû'l-Qâsim Aḥmed b. Muh. b. Chalaf el-Ḥaufî aus Sevilla, gest. 588 (1192). — **88.** Ein grofser Rechtsgelehrter und bedeutender Philosoph, Abû ʿAbdallâh Muh. b. Jûsuf el-Senûsî, gest. in Maġreb (Tlemsen?) 895 (1490), schrieb einen Kommentar zu dem Gedicht *biġjet el-ṭullâb* (der Wunsch der Studierenden), über das Astrolabium, von Abû ʿAbdallâh Muh. b. Aḥmed b. Ḥabbâk (s. Art. 435), in Algier (613, 8⁰ und 1458, 2⁰). —

89. Abû'l-Fadl Ahmed b. ʿAlî b. Muh. b. Hağar el-ʿAsqalânî, ein bedeutender Historiker und Traditionist, geb. 773 zu Askalon, gest. 852 zu Kairo, schrieb nach H. Ch. III. 419 ein arithmetisches Werk, betitelt: *el-risâle el-ʿizzîje fî'l-hisâb* (die ʿIzz ed-dîn'sche Abhandlung über die Rechenkunst). (W. G. 487.) — **90.** Muh. b. ʿAbderrahmân, Abû'l-Chair, Šems ed-dîn el-Sachâwî, ein trefflicher Historiker, Schüler des eben genannten Gelehrten, hielt um 897 Vorlesungen in Mekka und starb i. J. 902 (1496/97). (W. G. 504.) — **90ª.** Brockelmann, Gesch. d. arab. Litt. II. p. 167, unterscheidet einen Sibt el-Mâridînî den Ältern von seinem Sohne Muh. dem Jüngern, der 934 (1527/28) gestorben sein soll. Dies ist unrichtig, die Verwechslungen von Arbeiten, von denen Brockelmann spricht, beziehen sich nicht auf Vater und Sohn, sondern auf Groſsvater und Enkel; ʿAbdallâh b. Chalîl b. Jûsuf el-Mâridînî ist der Groſsvater mütterlicherseits von Bedr ed-dîn Sibt el-Mâridînî. Warum Brockelmann den Groſsvater unter die Astronomen und den Enkel unter die Mathematiker eingereiht hat, verstehen wir nicht, gehören doch die Hauptwerke des Enkels der Astronomie an; diese beiden Wissenschaften sind überhaupt bei den Arabern schwer zu trennen. — **91.** Wahrscheinlich veröffentlichte aus diesem Ms. Th. Hyde die Tafeln der Fixsterne von Muh. b. Abî Bekr el-Tîzînî, die er seinen in Oxford i. J. 1665 herausgegebenen Tabul. longit. ac. latit. stellar. fixar. Ulugh Beighi angefügt hat (vergl. Art. 438). Im Titel dieser Sterntafeln des Tîzînî heiſst es, sie seien für das Jahr 940 (1533/34) aufgestellt worden, dies würde nicht gut mit dem im Texte angegebenen Datum 896 stimmen, wäre aber keineswegs absolut unmöglich; es ist übrigens noch daran zu erinnern, daſs es auch vorgekommen ist, daſs astronomische Tafeln für ein späteres Datum als dasjenige der Herausgabe berechnet worden sind. — **92.** Vergl. die Besprechung dieser Übersetzung von C. A. Nallino in der Rivista geografic. italiana, anno V, Fasc. IV. 1898; hier fügt C. A. Nallino noch die Notiz bei, daſs die Nautik des türkischen Admirals sich auf die Werke zweier arabischer Nautiker stütze, die im Pariser Ms. 2559 noch vorhanden sind, nämlich des Ahmed b. Mâğid b. Muh. el-Saʿdî (9. Jahrh. d. H.) und des Soleimân b. Ahmed b. Soleimân el-Mahrî (10. Jahrh. d. H.). — **93.** Bekanntlich wurde, bevor Steinschneider das genannte hebr. Ms. des Vaticans entdeckt hatte, die Stelle Ibn Chaldûns in seinen Prolegomena, wo er von einem vortrefflichen Buche über die Rechenkunst, betitelt *kitâb el-hassâr el-sagîr,* spricht, so verstanden, als habe dieses Buch den Titel *el-hasâr el-sagîr* (der kleine Sattel) gehabt; wenn nun aber *el-hassâr* (mit zwei s = der Schilfmattenflechter) der Beiname des Verfassers sein soll (was freilich nicht eher als sicher hingestellt werden darf, bevor das Ms. von Gotha genau geprüft worden ist), so mag wohl der Titel des Buches etwa *el-kitâb el-sagîr fî'l-hisâb* (das kleine Buch über die Rechenkunst) gelautet haben, denn es ist wohl nicht anzunehmen, daſs der Beiname des Verfassers *el-hassâr el-sagîr* (der kleine Schilfmattenflechter) gewesen sei (was freilich nicht unmöglich wäre); vielleicht hat derselbe noch ein gröſseres Werk über Arithmetik verfaſst, wie dies ja bei sehr vielen Gelehrten der Fall gewesen ist.

Nachträge und Berichtigungen.

Zum Vorwort p. III: Von Brockelmanns Geschichte der arabischen Litteratur ist nun auch noch der 1. Teil des 2. Bds. erschienen.

Zu den Quellen p. VIII: Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, 1. Bd. (1. Aufl. 1880, 2. Aufl. 1894). — Hankel, H., Zur Geschichte der Mathematik im Alterthum und Mittelalter. 1874. — M. Reinaud, Mémoire géogr., histor. et scientifique sur l'Inde, Paris, 1849.

Z. D. M. G. = Zeitschrift der Deutschen Morgenländischen Gesellschaft. Leipzig.

Z. f. M. Ph. = Zeitschrift für Mathematik und Physik, begründet durch O. Schlömilch, gegenwärtig herausgegeben von R. Mehmke und M. Cantor. Leipzig.

Bibl. math. = Bibliotheca mathematica, Zeitschrift für Geschichte der Mathematik, herausgegeben von G. Eneström. Stockholm. Neue Folge.

Nach Art. 3 ist einzuschalten: **3**[a]. Ṯâ'ûfîl b. Ṯûmâ, d. h. Theophilus, der Sohn des Thomas, ein maronitischer Christ aus Edessa gebürtig, das Haupt der Astrologen des Chalifen el-Mahdî (158—169, 775—785), sehr geschickt in seinen Prophezeiungen; er soll auch den Homer aus dem Griechischen ins Syrische übersetzt haben. Er starb beinahe 90 Jahre alt i. J. 169 (785). (Abulfar. 228, Übers. 148; Ibn el-Q. n. d. Münchener Ms. 440, fol. 44[b].)

Nach Art. 16 ist einzuschalten: **16**[a]. Salam (oder Salm oder Salmân) (wird von G. Flügel im Index zum Fihr. unterschieden von Sallâm el-Abraš, dem Übersetzer der Physik des Aristoteles) war mit Sahl b. Hârûn (gest. 245, 859 n. Ibn Ch. Übers. I. 511) zusammen Vorsteher der Bibliothek (beit el-ḥikme = Haus der Weisheit) el-Mâmûns; er verbesserte und kommentierte mit Abû Ḥossân zusammen die von andern gemachte Übersetzung des Almagestes des Ptolemäus; von einer eigenen Übersetzung dieser beiden Gelehrten spricht nämlich der Fihr. nicht, er nennt auch den Salam p. 120 nur als Übersetzer aus dem Persischen ins Arabische. (Fihr. 120, 243, 268 und 305, Übers. 20.)

Zu Art. 29: Nachträglich finde ich bei Masʿûdî (Trad. par Barbier de Meynard, VII. 287) die Angabe, daſs Abû Zakarîjâ Jaḥjâ i. J. 233 (847/48) im Alter von 75 Jahren in Medina gestorben sei.

Zu Art. 39: Statt „Über die Berechnung der sieben Klimata, unvollständig", soll es heiſsen: Über die Kenntnis der Zeiten, während deren der Mond über oder unter der Erde sich befindet (nur 1 Blatt), und über die Berechnung (?) der sieben Klimata (ebenfalls nur 1 Blatt), ...

Zu Art. 53: p. 29, Z. 17 v. o. ist mit dem „Buch der Tausende" nicht das vorher (Z. 12) genannte „Buch der Tafeln *el-hazârât*" (die Tausende, oder Jahr-

tausende) gemeint, sondern dasjenige, dessen arabischer Titel lautet: *kitâb el-ulûf*. Das Buch der Tafeln *el-hazârât* könnte vielleicht das von Athelard von Bath übersetzte Werk, betitelt: *zîǵ Ǧaʿfar* sein (vergl. Art. 19).

Zu Art. 55: Als Quelle ist aufser dem Fihr. noch hinzuzufügen: Münchener Ms. 440 des Ibn el-Q., fol. 88ᵃ; hier steht el-Dâbirânî (?) statt el-Dandânî.

Zu Art. 66: p. 37, Z. 17 v. u. haben wir als Schrift v. Ṯ. b. Q. angeführt: de horometria, Escurial (955, 7⁰); dies ist sehr wahrscheinlich seine Schrift „über die Sonnenuhren" (s. p. 35, Z. 15 v. u.), sie befindet sich auch in der von Köprîlizâdeh gegründeten Bibliothek zu Konstantinopel, unter dem Titel: *kitâb fî'l-rochâmât* (vergl. H. Ch. VII. 126).

Zu Art. 77: Die Sphärik des Theodosius in der Übers. des Q. b. L., gemacht für Abû'l-ʿAbbâs, den Sohn des Chalifen Moʿtaṣim, befindet sich auch in Cambridge (13).

Zu Art. 96: Es ist hier zu verweisen auf Art. 422. Ferner ist als Quelle aufser dem Fihr. noch anzuführen: Münchener Ms. 440 des Ibn el-Q., fol. 161ᵇ.

Zu Art. 104: Nachträglich finde ich in Ibn Doreids genealog.-etymol. Handbuch (herausg. v. Wüstenfeld, Göttingen, 1854) p. 171 den Eigennamen „Naǧabe", es wird also diese Lesart des Ibn el-Q. derjenigen des Fihr. „Naǧîje" oder „Naǧije" vorzuziehen sein.

Zu Art. 108: Der hier genannte Jûsuf el-Qass wird der Vater des in Art. 131 behandelten Jûḥannâ b. Jûsuf b. el-Ḥâriṯ el-Qass sein, denn dieser selbst kann es aus zeitlichen Gründen nicht sein; er hat also das Buch der Dreiecke des Archimedes ganz oder teilweise ins Arabische übersetzt; da dieses Buch an mehreren Stellen (s. auch den Art. „Archimedes" im Fihr. p. 266, Übers. 18 und 50) genannt wird, so mufs ein solches zu jener Zeit noch existiert haben.

Zu Art. 157ᵃ: Am Schlusse dieses Art. verweise ich auf die im Fihr. (p. 284 f., Übers. 41 f.) aufgezählten Instrumentenkünstler; darunter befindet sich ein Ǧâbir b. Sinân el-Ḥarrânî, der möglicherweise der Vater von el-Battânî sein könnte.

Zu Art. 164: Dieser Autor ist der Neffe von Nr. 129.

Zu Art. 166: Das Münchener Ms. 440 des Ibn el-Q. fol. 151ᵇ hat b. el-Qalânisî statt b. el-Balensî.

Zu Art. 167: Abû Saʿîd (so nach dem Fihr. p. 283, Übers. 40, das Münchener Ms. 440, fol. 151ᵃ hat Abû'l-Ḥasan), der Onkel Abû'l-Wefâs, war sehr bewandert in den alten Wissenschaften, besonders auch in der Mathematik; er schrieb ein Buch mit c. 600 Blättern „über die Anfänge *(maṭâliʿ)* der Wissenschaften" für Schüler.

Zu Art. 169: Zeile 9 v. o. statt „Abî Ḥâkim" hat das Münchener Ms. 440, fol. 89ᵇ „Abî Ḥâtim".

Zu Art. 176: Über Konstruktion und Gebrauch des Astrolabiums ist auch in latein. Übers. des Joh. Hispalensis vorhanden zu Oxford (Coxe, P. I. Colleg. Merton. Nr. 259, 3⁰) und Paris (7292, 14⁰).

Zu Art. 185: Zu der Schrift Nr. 1 ist zu bemerken: Diese Abhandlung hat Woepcke in franz. Übersetzung, aber etwas verkürzt, veröffentlicht in seinem Buche: L'Algèbre d'Omar Alkhayyâmî, p. 117—124. — Zu Nr. 9 ist zu bemerken: Eine kurze Stelle aus dieser Schrift wurde in franz. Übersetzung

veröffentlicht von Woepcke in seiner Abhandlung „Trois traités arabes sur le compas parfait“, p. 112—114 (in den Notices et extr. des mss. T. XXII. 1).

Zu Art. 186: Nach den *čahâr maqâle* (Vier Abhandlungen) von Nizâmî-i ʿArûḍî-i Samarqandî, ins Englische übersetzt von E. G. Browne, M. A. (s. the Journal of the royal asiat. Soc. of Gr. Brit. and Irel. Oct. 1899, p. 824) war Abû Naṣr b. ʿIrâq (Browne transskribiert ʿArrâq) der Neffe von Mâmûn Chowârezmšâh, dem 387 (997) gestorbenen Beherrscher Chowârezmiens, dem Vater von Mâmûn b. Mâmûn (gest. 407, 1016/17) und ʿAlî b. Mâmûn Chowârezmšâh (vergl. p. 88 und 99).

Zu Art. 192 (Note d) und Art. 214: Der hier genannte Šaraf el-mulûk, Meǧd ed-daulas Nachfolger, ist jedenfalls Maḥmûd v. Ġazna, der i. J. 420 (1029) Meǧd ed-daula seines Thrones beraubte und sein Gebiet in Besitz nahm.

Zu Art. 196: Seine Abhandlung über den Gebrauch des Astrolabiums wurde von Plato von Tivoli ins Lateinische übersetzt und ist noch vorhanden im Vatican (Cod. Ottob. Nr. 309) unter dem Titel: Liber Abualcasin (Abû'l-Qâsim) in operibus astrolabii a Platone Tyburtino translatus ad amicum suum Johannem David (Joh. Hispalensis). (Nach Wüstenfeld, die Übers. aus d. Arab. ins Lat. p. 43.)

Zu Art. 197: In Note c) soll noch verwiesen werden auf Anmerkung 48.

Zu Art. 198: Zwei Stellen aus dem Kap. über Arithmetik des Buches *el-šifâ'* (die Heilung), die über die Teilbarkeit der Zahlen durch neun und die Neunerprobe handeln, hat Woepcke veröffentlicht und übersetzt im Journal asiatique, VI. Série, T. I (1863) p. 502—504. — Das *kitâb el-naǧât* wurde im Druck herausgegeben in Rom 1593.

Zu Art. 218: Die Abhandlung el-Bîrûnîs „das Buch der Schlüssel zur Astronomie“ wird zitiert von Naṣîr ed-dîn in seinem *šakl el- qaṭṭâʿ* (Ausgabe von Caratheodory, p. 108, Übers. 140); die Übersetzung hat aber ungenau: Les clefs de la connaissance des figures superficielles sphériques et autres; nach dem arab. Text soll es heifsen: Die Schlüssel der Astronomie, (d. h.) das was sich ergiebt auf der Oberfläche der Kugel und and. Der Haupttitel ist also „die Schlüssel der Astronomie“, mit dem Nachsatz soll nur der Inhalt näher angedeutet werden. Es wäre nach meiner Ansicht von grofsem Interesse, wenn das Pariser Ms. 2497 eine nähere Prüfung erfahren würde.

Zu Art. 228: Von Mubaššir b. Fâtik existiert noch ein Werk in Leiden (1487), betitelt: *kitâb muchtâr el-ḥikam we maḥâsin el-kalim* (das Buch der Auswahl der Weisheiten und der Schönheiten der Aussprüche), welches Aussprüche weiser Männer, besonders griechischer Philosophen, worunter auch Ptolemäus sich befindet, enthält.

Zu Art. 266: In dem Buche *mîzân el-ḥikme,* das wir unten (s. zu Art. 293) anführen werden, ist die Kunje el-Chaijâmîs Abû Ḥafṣ statt Abû'l-Fatḥ. Note b) (p. 113) ist dahin richtigzustellen, dafs ich aus dem erst kürzlich erschienenen 10. Bd. des Berliner Kat. v. Ahlwardt, der die Register enthält, ersehen habe, dafs dieses Werk el-Chaijâmîs in den Kat. aufgenommen worden ist; es befindet sich im 2. Bd. (Nr. 2369 und 70) unter den dogmatischen (!) Werken, unter den philosophischen hatte ich es vergeblich gesucht.

Zu Art. 268: Moẓaffar el-Isfarledî war nach den oben genannten *čahâr maqâle* Zeitgenosse von ʿOmar el-Chaijâmî, und kam öfters mit ihm zusammen, er heifst aber daselbst der Imâm Moẓaffar el-Isfizârî; in dem

eben genannten Buche *mîzân el-ḥikme* wird er als einer derjenigen Autoren, die sich mit der Bestimmung des spezifischen Gewichtes einfacher und zusammengesetzter Körper beschäftigt haben, genannt der Imâm Abû Ḥâtim el-Moẓaffar b. Ismâ'îl el-Isfazârî; beide Nisbe-Namen sind aber nach Jâqût unrichtig, es soll heissen: el-Asfizârî, d. h. aus Asfizâr, einer Stadt in Siǧistân stammend. Er starb vor 515 (1121/22).

Zu Art. 293: El-Châzinî schrieb auch eine physikalische Abhandlung, betitelt *mîzân el-ḥikme* (Wage der Weisheit); dieselbe handelt über die hydrostatische Wage, d. h. hauptsächlich über die Bestimmung der spezifischen Gewichte einfacher und zusammengesetzter Körper; das Werk ist für die Geschichte der Physik von grofsem Interesse, es werden darin als Gelehrte, die sich mit diesen Fragen beschäftigt haben, genannt: Archimedes, Menelaus (vergl. meine Übers. aus dem Fihr. p. 19 und 52; Wenrichs Übersetzung des Titels des Werkes des Menelaus, nämlich de cognitione quantitatis discretae corporum permixtorum, ist also richtig), Sind b. 'Alî (s. Art. 24), Jûḥannâ b. Jûsuf (s. Art. 131), Aḥmed b. el-Faḍl el-Massâḥ (d. h. der Feldmesser), Muh. b. Zakarîjâ el-Râzî (s. Art. 93), und zwar handelt letzterer über diese Fragen im zweiten Buche seines Werkes „über die Beweise", das 12 Kapitel enthält (vergl. meine Übers. aus dem Fihr. p. 43), die hier in Frage kommende Wage nennt er „die physikalische Wage" *(el-mîzân el-tabî'î)*, Ibn el-'Amîd (s. Art. 125), Ibn Sînâ (s. Art. 198), el-Bîrûnî (s. Art. 218), el-Chaijâmî (s. Art. 266) und Moẓaffar b. Ismâ'îl el-Asfizârî (s. Art. 268). Auch der Grieche Fûfus (= Pûpus, vielleicht Pappus) wird erwähnt als der Erfinder eines Aräometers, das in der Abhandlung ausführlich beschrieben und durch eine Zeichnung dargestellt wird. Ein Ms. dieses Werkes war früher im Besitz des russischen Konsuls in Tebrîz, N. Khanikoff, und befindet sich jetzt in der k. Bibliothek zu St. Petersburg (ich kenne die Nummer nicht, da es noch nicht in den 1852 erschienenen Kat. aufgenommen ist, in der Schrift: Die Sammlung von Handschriften, welche die k. Bibl. in St. Petersburg i. J. 1865 von H. v. Khanikoff erworben hat, v. B. Dorn, St. Petersburg 1865, trägt es die Nr. 117); das wesentlichste daraus ist arabisch mit englischer Übersetzung veröffentlicht im Journal of the Americ. Orient. Soc. Vol. VI. p. 1—128, von N. Khanikoff. Das Werk wurde i. J. 515 (1121/22) vollendet.

Zu Art. 309: Was das *„Châtûn"* anbetrifft, so war dies allerdings, wie ich in Note a) bemerkt habe, eine Moschee in Damaskus, allein ich glaube, die Niẓâmîje befand sich nicht dort; es gab verschiedene Schulen dieses Namens, die berühmteste war diejenige in Bagdad; es ist aber wahrscheinlich, dafs der Chalife el-Nâṣir noch eine gleichbenannte an einem andern Orte gestiftet hat, im arabischen Text des Ibn el-Q. (bei C. I. 429) heifst dieser Ort *el-ribât el-châtûnî el-selǧûqî* (die châtûnische seldschukische Grenzstation, Grenzfeste); was dies für ein Ort ist, habe ich nicht ausfindig machen können, ich vermute, der arabische Text sei verdorben.

Zu Art. 335: Der Name 'Abdelmelik steht nicht bei Ibn Abi U., ich fand ihn in der Gesch. der Almohaden von 'Abdelwâḥid el-Marrâkošî (p. 171 der Ausgabe von R. Dozy, 1881).

Zu Art. 344: Dieses Werk befindet sich auch im Brit. Mus. (1661), betitelt *kitâb el-banâkîm,* ebenso in Konstant. (3606), betitelt: *el-kitâb el-ǧâmi' bein el-'ilm*

we'l-amal el-nâfi' fî sinâ'at el-hijal (das die Theorie und die nützliche Praxis vereinigende Buch über die Kunst der Mechanik). Es wurde geschrieben für den Ortoqiden el-Melik el-Sâlih Mahmûd b. Muh. b. Qara Arslân (597—618, 1201—1221) in Âmid (im Gebiet von Dijâr-Bekr). Der zweite Teil dieses Werkes befindet sich auch in Paris (2477). Im Kat. des Brit. Mus. heifst der Verfasser Abû Bekr el-Mo'izz b. Ismâ'îl b. el-Razzâz.

Zu Art. 359: Er schrieb ferner: *Nisâb el-habr fî hisâb el-ǧabr* (der Beginn oder auch das richtige Mafs der Freude, über die Rechnung (Rechnungsart) der Algebra), in Berlin (5972).

Zu Art. 364: Im Brit. Mus. (395, 3°) befinden sich astronomische Tafeln, betitelt: *el-zîǧ el-šâmil* (die umfassenden Tafeln), von denen der Verfasser des Kat. vermutet, es könnten diejenigen des Atîr ed-dîn sein.

Zu Art. 371[a]: Der Codex Leid. 965 (399, 1° Warn.), der die 6 ersten Bücher der Elemente des Euklides in der Übersetzung des Haǧǧâǧ b. Jûsuf b. Matar enthält, soll nach dem Kat. von de Jong und de Goeje III. 38 auch Glossen dazu von Sa'îd b. Mes'ûd b. el-Qass enthalten; dieser Sa'îd ist also wohl identisch mit unserm Ġars el-Na'ma, welcher nicht zu verwechseln ist mit Ġars el-Na'ma abû'l-Hasan Muh. b. Hilâl, dem Sohne des in Art. 126, 138 und 139 genannten Geschichtschreibers Hilâl b. el-Muhsin el-Sâbî (gest. 448, 1056). (Vergl. Ibn Ch. II. 202, Übers. III. 628.)

Zu Art. 384: *El-šarrât* heifst nach Dozy (Suppl. aux diction. arabes) „der Schröpfer", merkwürdigerweise aber auch „der Seiler".

Zu Art. 396: Ferner schrieb er nach Sédillot (Tables astron. d'Oloug-Beg, Introd. p. XCIX) einen Auszug aus den îlchânischen Tafeln, benannt *el-zîǧ el-šâhî,* in Paris (Fonds pers. Nr. 173).

Zu Art. 399: Oxford (II. 285, 4°) hat: Tabulae motuum variabilium solis, lunae et planetarum von Ibn el-Bennâ. Ob diese Schrift mit einem der genannten Werke Ibn el-Bennâs identisch (vielleicht mit Nr. 6), oder eine andere Abhandlung dieses Autors sei, kann ich nicht entscheiden. Es ist hier noch zu erwähnen, dafs im Oxforder Ms. I. 873, das diese Abhandlung 6 *(el-minhâǧ)* enthält, folgende Worte Ibn el-Bennâs stehen: „Diese Astronomie habe ich zusammengestellt nach der Methode (Beobachtungen) des sehr gelehrten Abû'l-'Abbâs Ahmed b. 'Alî b. Ishâq el-Tûnisî, des Beobachters in Marokko (vergl. Art. 356); nach dieser Stelle wäre also Ibn Ishâq aus Tunis gebürtig, hätte aber in Marokko seine astronomischen Beobachtungen gemacht.

Zu Art. 401: In gewissen Codices des Ibn Qutl. fehlt el-Ǧûzǧânî und es steht dafür el-Mâridînî ibn el-Turkomânî, was ihn dann natürlich noch besser als Bruder von Nr. 405 erkennen läfst (Ibn Qutl. p. 92).

Zu Art. 406: Statt „Abhandlung über den gefalteten Quadranten" sollte es dem Wortlaut gemäfs eigentlich heifsen: Abhandlung über die gefalteten Muqantarâte; doch ist damit sehr wahrscheinlich ein Quadrant gemeint.

Zu Art. 422: Der hier genannte Chalife Mutawakkil ist entweder der Merinide 'Abdel'azîz, Sultan von Marokko (gest. 774, 1372/73), oder dann sein Sohn Abû Bekr el-Sa'îd, welchen beiden Abû Bekr b. Ġâzî als Wezir gedient hat. Die im Kat. des Brit. Mus. angegebene Regierungszeit el-Mutawakkils von Marokko, nämlich 763—785, ist also jedenfalls unrichtig, mag nun der

Vater oder der Sohn den Beinamen el-Mutawakkil getragen haben, was ich nicht zu entscheiden vermag.

Zu Art. 432: Ibn el-Meğdî schrieb auch einen Kommentar zum Talchîṣ des Ibn el-Bennâ, der noch vorhanden ist im Brit. Mus. (417) (vergl. auch Art. 399); ein Auszug daraus wurde von Woepcke in franz. Übersetzung veröffentlicht (in Passages relat. à des sommat. de séries de cubes, Rome 1864).

Zu Art. 446 und 458: Der Katalog von Kairo hat wohl unrichtig „el-Zemezî" statt „el-Zemzemî"; Zemzem ist der Name des Hâgar-Brunnens in Mekka.

Zu Art. 457: Mîram Čelebî verfaſste nach H. Ch. III. 401 auch eine Abhandlung über den Šakkâzischen Quadranten auf Befehl des Sultans Bâjezîd II., geschrieben i. J. 913 (1507/08).

Zu Art. 471: Muḥ. b. Maʿrûf war nach Hammer (Gesch. des Osmanischen Reiches, IV. 43) der Astrolog Murâds III. (gest. 1003, 1595); der von H. Ch. III. 401 angeführte Šakkâzische Quadrant ist sehr wahrscheinlich identisch mit der Šakârischen Ṣafîḥa, über welche Ibn el-Bennâ geschrieben hat (vergl. Art. 399).

Zu Art. 485: Dieser Autor wurde aus Versehen aufgenommen; man vergleiche, was ich über denselben p. 117, Art. 278 gesagt habe.

Zu Art. 494: Das genannte Werk befindet sich auch in Paris (2470), wo der Verfasser genannt ist: ʿAbdallâh b. Muh. b. el-Chawwâm, und der Anfang des Titels des Buches lautet: *el-risâle el-šemsîje fî* etc.

Zu Art. 496: Dieser Autor lebte vor ʿAlî-šâh b. Muh. el-Chowârezmî (s. Art. 396), gest. c. 720—730 (1320—30), denn dieser zitiert ihn in seinen *aḥkâm el-aʿwâm* (vergl. Pertsch, Verz. d. pers. Handschriften der k. Bibl. zu Berlin, p. 364).

Zu Anmerkg. 1: Als beim Bau von Bagdad Beteiligte werden bei Jaʿqûbî (p. 9 und 13) noch weiter genannt: die Astrologen el-Nûbacht (s. Art. 2), el-Ṭabarî (s. Art. 13), Mâsâllâh (s. Art. 8), und die Geometer ʿImrân b. el-Waḍḍâḥ, ʿAbdallâh b. Moḥriz, Šihâb b. Keṯîr und Ḥağğâğ b. Jûsuf (s. Art. 16).

Zu Anmerkg. 28: B. VII. 47 hat: Aḥmed b. Naṣr b. Châlid, Abû ʿOmar, aus Cordova, ursprünglich aus Toledo stammend, ein Schüler von Aḥmed b. Châlid, Muh. b. ʿOmar b. Lubâba, Qâsim b. Aṣbağ u. a., war Polizei- und Marktaufseher und Richter in Jaen. Er starb im Rağeb 370 (981) im Alter von 80 Jahren.

Zu Anmerkg. 29: Vielleicht ist dieser Abû'l-Ḥasan el-Šemsî el-Herawî derselbe wie der Verfasser einer in Leiden (994) befindlichen Abhandlung darüber, daſs die Elemente des Euklides in ihren Prämissen gegründet seien auf die logische Ordnung, und in ihrem ersten Teil (Buch ?) auf das Aufstellen von Beispielen hiezu (?) etc., welcher genannt ist ʿAbdallâh b. Muh. el-Herawî. Und noch einen vierten Herawî haben wir anzuführen, der die Sphärik des Menelaus vom 10. Satze des 2. Buches an, bis wohin die Verbesserung des Mâhânî geht, verbessert hat, er wird in der Naṣîr ed-dîn'schen Redaktion dieses Werkes (Ms. 5930, Berlin) genannt: Aḥmed b. Abî Saʿîd Abû'l-Faḍl el-Herawî; seine Verbesserung befindet sich in Leiden (988), welcher Codex i. J. 539 (1144/45) geschrieben worden ist.

Zu Anmerkg. 37: In der Z. D. M. G. Bd. 51, p. 429 habe ich darauf aufmerksam gemacht, daſs der von H. Ch. II. 496 erwähnte Kommentator des Centiloquiums des Ptolemäus, Abû Jûsuf el-Uqlîdisî, identisch sein möchte mit ʿAbderraḥmân b. Ismâʿîl b. Bedr, genannt der Euklides von Andalusien.

Diesem ist beizufügen, dafs der Fihr. p. 156 unter den berühmten Schachspielern einen Abû Isḥâq Ibrâhîm b. Muh. b. Ṣâliḥ b. el-Uqlîdisî, und ebenso unter den Instrumentenkünstlern (p. 285, Übers. 42) einen ʿAlî b. Saʿîd el-Uqlîdisî erwähnt; dieser Beiname scheint also nicht so selten gewesen zu sein. Im Übrigen ist zu bemerken, dafs es zwei Orte gibt, Iqlîd und Uqlîš, der erste in Persien, der zweite in Spanien, von denen die Relativa el-Iqlîdî und el-Uqlîšî leicht mit el-Uqlîdisî verwechselt werden, bezw. in das letztere übergehen können.

Register.

(Der Artikel *el* und die Wörter *ibn* (*b.*), *abû, abî, benî* wurden bei der alphabetischen Anordnung unberücksichtigt gelassen und deshalb und der bessern Übersicht wegen mit kleinen Anfangsbuchstaben gedruckt; immerhin folgen die mit *abû* beginnenden Namen jeweilen nach denjenigen, die mit dem auf das *abû* folgenden Hauptnamen beginnen, so z. B. die *abû Muh.* nach den *Muh.* Diejenigen Namen, die man unter K nicht findet, suche man unter Q. Nur die wichtigsten Autoren findet man mehrfach im Register verzeichnet, nämlich unter dem Hauptnamen, der Kunje und der Nisbe, so z. B. *Abû'l-Wefâ* unter *Muh., abû'l-Wefâ* und *el-Bûzǧânî,* wenn ich dies bei allen Autoren hätte durchführen wollen, so wäre das Register zu umfangreich geworden. Die Zahlen bezeichnen die Seitenzahl, die fett gedruckten jeweilen diejenige Seite, auf der dem betreffenden Autor ein eigener Artikel gewidmet ist.)

A.

B.

C.

D.

E.

F.

G.

H.

I.

J.

K.

L.

M.

N.

O.

P.

Q.

R.

S.

T.

U.

V.

W.

Z.

Corrigenda.

S. VI, Z. 2 v. o. lies Ṣâlḥânî statt Ṣâliḥânî.
S. 14, 26 und 28 lies ḥâkimitische Tafeln statt ḥakemitische.
S. 19, Z. 8 v. u. lies Chorzâḏ statt Chorzâd.
S. 20, Z. 12 v. u. lies Mechanik statt Mathematik.
S. 27, Z. 12 v. u. ist nach *el-ḫarâfât* hinzuzufügen: vergl. Fihr. Übers. p. 68, Anmerkg. 220.
S. 33, Z. 9 v. o. lies Ṭaijib statt Ṯaijib.
S. 46, Z. 20 v. o. lies 239 statt 229.
S. 46, Z. 21 v. o. lies ein Drittel statt die Hälfte.
S. 59, Z. 1 v. u. lies die Quellen statt Vorwort.
S. 60, Z. 5 v. o. lies Marzubân statt Marzûbân.
S. 70, Z. 3 v. u. lies 520 statt 20.
S. 72, Z. 5 v. u. ist hinzuzufügen: vergl. auch Carra de Vaux, ibid. Sér. VIII. T. XIX. p. 408 ff.
S. 79, Z. 4 v. u. lies 387 statt 406 oder 407.
S. 89, Z. 3 v. o. lies *kulli* statt *kullî*.
S. 94, Z. 17 v. o. ist nach epistola hinzuzufügen: vergl. auch Steinschneider im Bullet. Boncomp. T. XIV. (1881) p. 721 ff.
S. 94, Z. 19 v. o. ist nach (734, 20°) hinzuzufügen: vergl. auch E. Wiedemann in Sitzungsber. der phys.-med. Soc. in Erlangen, 24. Heft (1892) p. 83.
S. 94, Z. 2 v. u. lies *munâẓara* statt *munâẓira*.
S. 96, Z. 7 v. o. lies Riḍâ statt Raḍâ.
S. 127, Z. 20 v. u. ist nach „Šeibânî" einzuschalten: bekannt unter dem Namen Ibn Zabâda.
S. 136, Z. 6 v. o. lies Moḥjî statt Mḥojî.
S. 160, Z. 5 v. u. lies *ʿilm* statt *ilm*.
S. 166, Z. 20 v. u. lies *Ǧedâwil* statt *Gedâwil*.
S. 182, Z. 3 u. u. ist nach (1423) hinzuzufügen: n. Kat. Kairo (p. 177).
S. 182, Z. 17 v. u. lies *naẓẓâr* statt *naẓẓar*.
S. 183, Z. 9 v. u. ist zu streichen: „wo die Abhandlung dem Grofsvater zugeschrieben wird."
S. 183, Z. 10 v. u. ist zu streichen: „ein Auszug daraus."
S. 187, Z. 10 v. u. lies II. 236 statt 236.
S. 187, Z. 9 v. u. füge nach 547 hinzu: u. a. a. O.
S. 196, Z. 17 v. o. lies ʿAbbâs statt ʿAbbas.
S. 198, Z. 19 v. o. lies ʿAṭîja statt ʿAṭija.
S. 218, Z. 10 v. o. lies Ṭofeil statt Tofeil.
S. 238, n. Z. 17 v. u. ist einzuschieben: ibn el-ʿArabî s. Moḥjî ed-dîn b. el-ʿArabî.

ABHANDLUNGEN ZUR GESCHICHTE DER MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN MIT EINSCHLUSS IHRER ANWENDUNGEN.
BEGRÜNDET VON MORITZ CANTOR. XI. HEFT.

EUCLID

UND DIE SECHS PLANIMETRISCHEN BÜCHER.

MIT BENUTZUNG DER TEXTAUSGABE VON HEIBERG.

VON

DR. **MAX SIMON**
STRASSBURG I. ELS.

MIT 192 FIGUREN IM TEXT.



LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1901.

Mitteilung.

Von dem vorliegenden Hefte ab werden die von MORITZ CANTOR begründeten Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften nicht mehr als Supplement zur Schlömilch'schen Zeitschrift für Mathematik und Physik, die von 1901 ab lediglich als Organ für angewandte Mathematik dienen wird, herausgegeben, sondern erscheinen als selbständiges Unternehmen.

Die unterzeichnete Verlagsbuchhandlung bittet die Herren Fachgelehrten um freundliche weitere Unterstützung dieser Abhandlungen durch Einsendung geeigneter Beiträge. Umfangreichere Arbeiten werden wie bisher Hefte für sich bilden, während kleinere Beiträge in Sammelbänden vereinigt werden.

Leipzig.

B. G. Teubner.

JOHANNA SIMON

GEB. BURG

IN TREUER LIEBE GEWIDMET.

Vorwort.

Da ich nun einmal in Baumeister's Handbuch der Erziehungs- und Unterrichtslehre die Mathematik bearbeitet habe, — wenngleich, wie mein hochverehrter früherer Chef bezeugen wird, ich hier, wenigstens für die Realschulen, erst eingetreten bin, nachdem eine Reihe anderer, ich nenne Bertram und Lampe, abgelehnt hatten — so erfordert es die Konsequenz, dafs ich gewissermafsen als Fortsetzung und Abschlufs meiner Methodik und Didaktik die Lehrer auf den erhabenen Meister aller mathematischen Pädagogik hinweise, der, in Deutschland wenigstens, in eine ganz unverdiente Vergessenheit geraten ist. Man mag über die verschiedenen Arten der 9-klassigen Lehranstalten und ihre Berechtigungen denken, wie man will, und ebenso über die Notwendigkeit des griechischen Unterrichts und der Verba auf μι in den höheren Schulen, aber ein Unterricht an irgend einer dieser Anstalten, der nicht ganz und gar von hellenischem Geist durchtränkt ist, ist für die Geistes- und Herzensbildung keinen Schufs Pulver wert. Und das gilt ganz besonders für die Mathematik, die ja jetzt auch noch die philosophische Propädeutik ersetzen mufs, wenn sich auch, wie ich erst vor kurzem ausgesprochen, zur Zeit die Neigung zeigt, die Mathematik nicht etwa von dem „praktischen“ Standpunkt des Architekten und Ingenieurs, sondern von dem noch praktischeren des Maurerpoliers und Zimmergesellen zu betreiben. Da wird die Trigonometrie zerrissen und auf drei verschiedene Klassen verteilt, der Binom auf ganze Potenzen, wo er zwecklos ist, beschränkt; da wird in der Kl. II den Schülern ein buntscheckiges Sammelsurium von Brocken vorgeworfen, der Untersekundaner wird auf Logarithmenaufschlagen dressiert, und der gymnasiale Primaner soll mit Storchschnabel und Rechenschieber handwerkern.

Von einem wirklichen Einblick in den Zusammenhang der Elementarmathematik kann und soll nicht die Rede sein. In den Real- und noch mehr in den Oberrealschulen, am meisten aber in dem berühmten sogen. Reform-Gymnasium wird gerade den jüngern Schülern der für Knaben so schwer verdauliche Stoff in einer Fülle zugeführt, die bei der grofsen Menge nur Ekel erzeugen kann. Vier Stunden reiner Mathematik in allen Klassen aller höheren Lehranstalten sind nötig, aber auch hinreichend.

Nach mehr als dreifsigjähriger Lehrthätigkeit kann ich nur sagen, es giebt für die Geometrie, wenn ein propädeutischer Unterricht in der Quarta vorausgegangen ist, keinen besseren Lehrgang als den des Euclid, wenn der Lehrer den Einblick in den so durchsichtigen als einfachen Aufbau der Elemente sich angeeignet hat, und den Schülern diesen Aufbau genetisch klar machen kann.

Was die Herausgabe selbst betrifft, so habe ich die Definitionen, Petita, Axiome so wörtlich als möglich übersetzt; Zusätze meinerseits durch eckige Klammern gekennzeichnet und unübersetztes aus dem Euclid durch runde. Von den Beweisen und Konstruktionen sind nur die wichtigsten wortgetreu. Die Breite der Darstellung, welche bei Euclid angebracht ist, da es sich um ein Kollegienheft zum mündlichen Vortrag handelt, wobei die Wiederholung des Resultats nötig, ist beim Druck, um mit Saccheri zu reden, ein Makel, und ich glaubte, wie schon Lorenz und Mollweide gethan, den Euclid „von jedem Makel befreit“ edieren zu sollen. Soviel wie möglich habe ich für das erste Buch Proclus ausgenutzt, es stand mir aufser dem griech. Text von Friedlein nur die lat. Übersetzung des Barocci von 1560 zu Gebote, die gerade in allen kritischen Fällen nur Worte giebt.

Sollte diese Herausgabe die Lehrerwelt, die der Hochschulen eingeschlossen, für das Studium des Euclid und der griech. Geometrie interessieren, so wäre ihr Zweck erreicht.

Strafsburg, 30. Juni 1900.

Max Simon.

Inhaltsübersicht.

§ 1.

Biographisches.

Von dem Verfasser des Werkes, das unter allen mathematischen Schriften auf das Geistesleben der Menschheit den weitaus gröfsten Einflufs gehabt, ist nicht einmal der Ort und die Zeit seiner Geburt und seines Todes bekannt. Seinen Zeitgenossen und der nächstfolgenden Generation war Euclid schlechtweg der „Stoicheiótes“, der Verfasser der Elemente, und bald ging die Kunde seiner Personalien verloren. Viele Jahrhunderte hindurch ist er mit dem Philosophen Euclid von Megara verwechselt worden, der nach dem Tode des Sokrates dessen Schule zusammenhielt, und dieser Irrtum findet sich schon bei Valerius Maximus um 30 n. Chr. und ist dort aus einer falschen Auffassung einer Stelle bei Geminus (im Proclus Friedl. S. 68) entstanden.

Das Wenige, was wir von ihm wissen, verdanken wir einer Stelle bei Proclus, der etwa um 450 n. Chr. einen uns erhaltenen Kommentar zum 1. Buch der „Elemente“ verfafste (Friedlein S. 68): „Nicht viel jünger als diese (Hermion und Philippos, der Schüler Platons) ist Euclid, der die Elemente (Stoicheia) verfafste, wobei er vieles, was von Eudoxos herrührt, in systematischen Zusammenhang brachte, vieles, was Theätet begonnen, vollendete und aufserdem vieles, was früher ohne die nötige Strenge bewiesen wurde, auf unantastbare Beweise zurückführte. Es hatte aber der Mann seine Blütezeit unter Ptolemaios dem ersten. Denn Archimedes, dessen Lebenszeit sich an die des ersten Ptolemaios anschliefst, erwähnt des Euclid [Arch. peri sph. kai ky. Heiberg I, 2 p. 14], und zwar erzählt er: Ptolemaios frug einmal den Euclid, ob es nicht einen bequemeren Weg zur Geometrie gäbe, als den durch die „Elemente“. Jener aber antwortete: Zur Geometrie giebt es für Könige keinen Privatweg. Er ist also jünger als die

[unmittelbaren] Schüler des Platon und älter als Eratosthenes und Archimedes.“

Demnach ergiebt sich für Euclid etwa 300 v. Chr. als Zeit seines Mannesalters. Zur Charakterisierung des Euclid haben wir noch eine Stelle bei Stobaios, welche Heiberg (Litteraturgesch. Studien über Euc. Leipz. 1882) anführt: Jemand, der angefangen hatte, bei Euclid Geometrie zu treiben, frug, nachdem er den ersten Satz (der Elemente) gelernt hatte, was habe ich nun davon, dafs ich das gelernt habe. Euclid rief seinen Sklaven und sagte: Gieb ihm 3 Obolen, da er lernt, um Profit zu machen.

Die Stellen zeigen uns, dafs Euclid in der Tradition seines Volkes als ein hochgesinnter, rein der Wissenschaft hingegebener Mann lebte.

§ 2.

Die Schriften des Euklid aufser den Elementen.

Wir geben zunächst eine Besprechung der Schriften des Euclid, wie sie teils von Proclus, teils von Pappus, dem Verfasser der für die Hellenische Mathematik und ihre Geschichte so wichtigen Kollektaneen, erwähnt werden, und folgen dabei im wesentlichen dem dänischen Gelehrten Heiberg, von dem die letzte und zur Zeit mafsgebende Ausgabe der „Elemente“ herrührt.

Im griechischen Urtext sind erhalten: a) die Dedomena (lat. Data), Gegebenes, mit einer Vorrede des Marinus von Neapolis in Palästina, einem Schüler des Proclus. Die Echtheit des Textes wird durch die Inhaltsangabe bei Pappus (300 n. Chr.) bestätigt, welche im wesentlichen mit dem Text der Codices übereinstimmt. Die Schrift enthält 95 Sätze (Pappus 90), welche aussagen, dafs, wenn gewisse geom. Gebilde gegeben sind, andere dadurch ebenfalls gegeben sind; also eine Art geom. Funktionentheorie. Beispiele Satz 2: Wenn eine gegebene Gröfse zu einer zweiten ein gegebenes Verhältnis hat, so ist die zweite ebenfalls gegeben.

S. 33. In einem gegebenen Streifen ist durch die Winkel, welche eine Querstrecke mit den Grenzen bildet, die Länge der Querstrecke gegeben.

Dem Inhalt nach gehen die Data nicht über die „Elemente“ hinaus, doch war eine solche Zusammenstellung praktisch im hohen Grade wertvoll für die Anwendung der seit Platon sich immer mehr aus-

breitenden analytischen Methode, deren Wesen gerade darin besteht, die durch die gegebenen Stücke mitbestimmten Punkte, Linien, Figuren aufzusuchen, bis man zu einer konstruierbaren Nebenfigur gelangt. Die Data sind daher eine eng an die Elemente sich anschliefsende Anleitung zum Konstruieren nach der analytischen Methode, etwa entsprechend unserm Petersen.

Erhalten ist unter dem Titel „Phänomena" eine Schrift über Astronomie mit den Anfangsgründen der Sphärik. Die Schrift zeigt wesentliche Fortschritte gegenüber dem unmittelbaren Vorgänger, dem Autolycos. Sie beginnt mit dem Satz: „Die Erde liegt in der Mitte der Welt und vertritt in Bezug auf dieselbe die Stelle des Mittelpunktes" und schliefst mit dem 18. Satz: „Von zwei gleichen Bogen des Halbkreises zwischen dem Äquator und dem Sommerwendekreis durchwandelt der eine, beliebig genommen, in längerer Zeit die sichtbare Halbkugel, als der andere die unsichtbare." Das Wort „Horizont" stammt aus der Schrift, welche von Pappus im 6. Buch der Sammlung erläutert und ergänzt wurde (A. Nokk, deutsche Übersetzung im Programm von Freiburg i. Breisg. 1850). Heiberg hat, was schon Nokk bemerkt, eingehend bewiesen, dafs die Schrift des Euclid einen sehr wesentlichen Bestand der für unsere Sphärik grundlegenden Schrift des Theodosius (von Tripolis, etwa 100 v. Chr.) gebildet hat.

Echt Euclidisch ist auch nach der Wiederherstellung des griechischen Textes von Heiberg die Schrift „Optica", deren gewöhnlicher Text (nach Heiberg) auf ein Kollegienheft nach Theon (dem Vater der Hypatia) zurückgeht. Die Schrift gehörte zu der Sammlung, welche unter dem Titel „Mikros Astronoumenos" (der kleine Astronom) neben den „Elementen" das Rüstzeug des Astronomen bildete, ehe er an das grofse Kompendium des Ptolemaios, den Almagest (megale syntaxis) gehen konnte. Die Schrift giebt die Anfangsgründe der Perspektive. Unecht dagegen ist die andere Schrift über Optik, welche unter Euclids Namen gedruckt wurde, die Katoptrik. Heiberg macht es im hohen Grade wahrscheinlich, dafs die von Proclus unter diesem Titel erwähnte Schrift des Euclid rasch durch das bedeutendere Werk des Archimedes über den gleichen Gegenstand verdrängt wurde.

Noch über einen andern Zweig der angewandten Mathematik haben wir eine Schrift des Euclid, die Katatome kanonos, die Lehre von den musikalischen Intervallen, 20 Sätze, wissenschaftlich auf dem Standpunkte der Pythagoräer, der Erfinder des Monochords.

Die zweite musikalische Schrift, die unter dem Namen des Euclid geht, die Einleitung in die Harmonielehre (Eisagoge harmonice), rührt,

wie schon Joh. Grotius 1599 erkannte, von dem Aristoxenianer Kleionides her. —

Aus arabischen Quellen ist uns durch Dee 1563 eine Bearbeitung und durch Woepcke 1851 eine Übersetzung der von Proclus an zwei Stellen erwähnten Schrift des Euclid „über Teilungen“ (peri diaireseōn) erhalten. Die Schrift (Inhaltsangabe bei Heiberg l. c.), an zwei Stellen von Proclus erwähnt, enthielt wichtige Aufgaben über Flächenteilungen, so die noch im Unterricht stets vorkommende Teilung des Dreiecks durch Gerade von gegebener Richtung in Teile, die ein gegebenes Verhältnis haben, Teilung von Vierecken, von Kreisen, von Figuren, die von Kreisbogen und Geraden begrenzt sind. Werden auch keine andern Sätze benutzt, als solche, die in den Elementen vorkommen oder sich mühelos an die Sätze der Stoicheia anschliefsen, so zeigen sie doch Euclid als einen sehr bedeutenden Konstrukteur. Verloren sind die Schriften des Euclid, welche sich auf die eigentliche höhere Mathematik seiner Zeit bezogen. Zunächst die zwei Bücher „topoi pros epiphanaia“, Oberflächen als geometrische Orte, die Proclus und Pappus erwähnt. Was ein geometrischer Ort ist, wird schon von Proclus gerade so wie heute definiert: die Gesamtheit aller Punkte, denen ein und dieselbe bestimmte Eigenschaft (Symptom) zukommt; und jenachdem diese Gesamtheiten eine Linie oder Fläche bilden, heifsen sie Linien- oder Flächenorte. Die Schrift des Euclid scheint nach Angaben des Pappus wesentlich die Ortseigenschaften der Cylinder-Kegel- (und Kugel-)Fläche behandelt zu haben. Sie scheint in der bedeutenden Arbeit des Archimedes über Konoide und Sphäroide aufgegangen zu sein.

Mehr wissen wir von den drei Büchern „Porismata“, von denen uns durch Pappus die Inhaltsangabe erhalten ist, so dafs der grofse französische Geometer Chasles eine Rekonstruktion versucht hat. Es wäre möglich, dafs aus arabischen Manuskripten, von denen besonders in Leyden noch eine grofse Anzahl der Entzifferung harrt, eine Kritik dieser Rekonstruktion möglich wird. Das Wort „Porisma“ selbst bildet noch eine Streitfrage. Es hat zwei Bedeutungen: erstens Zusatz, so kommt es vielfach in Handschriften der Elemente vor; zweitens aber bedeutet es ein Mittelding zwischen einem gewöhnlichen Lehrsatz und einem sogenannten Ortssatz, d. h. einem Satze, der ausspricht, dafs eine bestimmte Kurve eine bestimmte Eigenschaft hat, wie z. B. der Satz: Der Ort der Punkte, deren Abstände von zwei festen Punkten ein festes Verhältnis haben, ist der Kreis (des Apollonius), dessen Durchmesser die beiden in diesem Verhältnis zu den gegebenen harmonischen ver-

bindet. Ein Porisma wäre demzufolge in der Geometrie das Analogon dessen, was wir in der Arithmetik einen Existenzbeweis nennen, es spräche aus, dafs ein bestimmter Ort existiert, ohne ihn direkt zu konstruieren. Die Porismata bildeten vermutlich das Seitenstück für die synthetische (direkte) Konstruktionsmethode zu den Daten als Hilfsmethode für die analytische Methode (vgl. aber S. 41). Nach den Proben bei Pappus gingen sie weit über die Elemente hinaus, und mit Chasles und Zeuthen müssen wir annehmen, dafs sie die Grundlage zu der projektiven Behandlung der Kegelschnitte enthielten.

Auch über diese zur Zeit des Euclid höchste Mathematik hat Euclid geschrieben, vier Bücher konika. Ebenso wie die Elemente des Euclid die Arbeiten seiner Vorgänger benutzten und verdrängten, wurde auch diese Schrift, Zeuge ist Pappus, von dem grofsartigen Werk der acht Bücher Konika des Apollonius verdrängt, in dessen ersten vier Büchern sie vermutlich ganz Aufnahme gefunden hat. Sie wird daher auch schwerlich aus arabischen Quellen je zum Vorschein kommen, und ist, wenn sie nicht etwa zufällig, z. B. als Einwickelung einer ägyptischen Mumie, gefunden wird, hoffnungslos verloren.

Verloren ist auch eine Schrift mathem. philos. Inhalts „über Trugschlüsse“ (pseudaria), nach der Aussage des Proclus zur Geistesgymnastik der Schüler bestimmt.

Diese Schüler sind, was zu wenig beachtet wurde, Studenten, reife Männer gewesen. Euclid hat den Schwerpunkt der Mathematik von Athen weg, wo er selbst bei den Schülern des Platon und Eudoxus seine Bildung holte, nach Alexandrien verlegt, Archimedes und Apollonius haben in der Euclidischen Schule gelernt. Unsere Übersicht zeigt, dafs der um die Geschichte der Mathematik so hoch verdiente Moritz Cantor mit Recht Euclid nebst jenen beiden zu den drei grofsen griechischen Mathematikern zählt, welche die Blüte hellenischer Mathematik im dritten Jahrhundert herbeiführten.

Wir wenden uns nun zu den „Elementen“.

§ 3.

Die Elemente (στοιχεῖα).

Den 13 Büchern der Elemente des Euclides wurden schon früh zwei Bücher angehängt. Das 14. ist eine tüchtige Arbeit des in

Alexandrien etwa 150 v. Chr. lebenden Mathematikers und Astronomen Hypsikles über die fünf regulären Körper, dessen Wichtigstes der Beweis des Apollonischen Satzes ist: Die Umkreise der Seitenflächen des regulären Ikosaeders und Dodekaeders derselben Kugel sind gleich. Das 15., früher oft ebenfalls dem Hypsikles zugeschrieben, ist eine weit schwächere Arbeit, nach Tannery und Heiberg hat sie einen Schüler des Erbauers der Sophienkirche, Isidorus (um 530 n. Chr.), zum Verfasser.

Den Zweck der Elemente giebt Proclus S. 72 an: Elemente nennt man das, dessen Theorie hinreicht zum Verständnis von allem anderen, und mittelst dessen man imstande ist, die Schwierigkeiten, welche das andere bietet, aus dem Wege zu räumen. Stoicheion bedeutet eigentlich Buchstabe, und l. c. sagt Proclus geradezu: Die Elemente enthalten die Sätze, die als Bestandteile alles folgenden auftreten, wie die Buchstaben im Wort. Die Grundbedeutung von Stoichos ist militärisch, es bedeutet das, was wir einen Zug nennen, also auch da die Grundlage der Formation.

Etwas früher sagt Proclus: „Der Zweck ist, den Schülern behufs Verständnis des ganzen (der Geometrie) die Grundlage zu liefern und die einzelnen Konstruktionen der kosmischen Körper zu geben.“ Die kosmischen Körper sind die fünf regulären Körper, sie bilden den Schlufs, aber nicht den Zweck der Elemente; Kästner (Anfangsgr. 7. 1 S. 455, 5. Aufl.) sagt dazu: „es hat noch niemand gesagt, das Pantheon zu Rom sei seines Doms [Kuppel] wegen gebaut“. Der Zweck ist nie verkannt, und das „καὶ“ der Proclusstelle ist mit sogar zu übersetzen. Die Schüler sind durch die Elemente so weit zu fördern, dafs sie sogar die Konstruktionen der fünf Körper verstehen und, setze ich hinzu, ein Gefühl für die Grofsthat bekommen, mit der die Elemente schliefsen, den Nachweis, dafs es mehr als die fünf Körper nicht geben kann.

Der Zweck und die Notwendigkeit der Elemente folgt ohne weiteres aus der geschichtlichen Entwickelung der hellenischen Mathematik. In der Schule des Pythagoras erwuchs aus den Handwerksregeln ägyptischer Feldmesser und Baumeister im 5. Jahrh. n. Chr. die Geometrie zu einer Wissenschaft; es gelang den Pythagoräern in geometrischer Einkleidung die allgemeine Lösung der quadratischen Gleichung, damit aber auch entdeckten sie (an der Seite und Diagonale des Quadrats) die Irrationalzahl bezw. die Möglichkeit, bezw. Wahrscheinlichkeit, der Inkommensurabilität (Mangel vom gemeinsamen Mafs) zweier Strecken. Damit wurden alle früheren Beweise über Flächenmessung, Ähnlichkeit etc. hinfällig. Das 4. Jahrhundert, Platon und der als Mathematiker

ihn überragende Eudoxus von Knidos und Theätet widmen sich der methodischen Arbeit, die neuen Grundlagen festzustellen; von Eudoxus rührt das fünfte Buch der Elemente, die Lehre von den Proportionen her, er ist vermutlich der eigentliche Schöpfer der Exhaustionsmethode, die sich später unter den genialen Händen des Archimedes (und Apollonius) zur antiken Differentialrechnung auswuchs, und von Theätet wissen wir, dafs er die Einteilung der Irrationalzahlen, die den Inhalt des zehnten Buches ausmachen, begonnen hat. Nach einem Jahrhundert waren die methodischen Arbeiten zum Abschlufs reif, und den gab Euclid.

Die Aufgabe, die er sich setzte, auf Grund der notwendigsten Voraussetzungen, in unantastbarer Weise die Geometrie und in geometrischer Einkleidung auch die Algebra als ein zusammenhängendes Ganze darzustellen, hat er in einer Weise gelöst, die alle Vorgänger spurlos verschwinden liefs und niemals übertroffen wurde.

Daran schliefst sich die Frage: inwieweit Euclid in den Einzelheiten der Elemente eigenes gab. Die Frage ist nur summarisch zu beantworten. Cantor sagt: „Ein grofser Mathematiker wird auch da, wo er anderen folgt, seine Eigentümlichkeit nicht verleugnen, und so war es sicherlich auch bei Euclid." Gewifs, denn so ist es ja bei jedem Schullehrer, der seine Elemente gedruckt oder ungedruckt traktiert. Als gesichert ist durch Proclus (Friedlein S. 426) der Beweis des Pythagoras und die Verallgemeinerung auf beliebige ähnlichen Figuren. Derselbe Proclus sagt uns (Knoche, Programm Herford 1865), dafs das so bedeutende fünfte Buch des Eudoxus Eigentum sei, und Archimedes (Quadr. parab.) vindiciert eben diesem den Exhaustionsbeweis und die Berechnung der Pyramide. Dafs das zehnte Buch zum Teil dem Theätet gehört, wissen wir auch durch Proclus. Cantor, Heiberg und mit ihnen jeder Unbefangene sind auch der Meinung, dafs die eigentümliche Form des Vortrags die (schon von den Ägyptern) überkommene gewesen mit den so berühmten Schlufsformeln: „Was zu beweisen war (ὅπερ ἔδει δεῖξαι)" und „Was zu thun war (ὅπερ ἔδει ποιῆσαι)." Euclid gehören wohl vor allem die Auswahl und die Form der Definitionen, Forderungen (Voraussetzungen) und Grundsätze, dann die strenge Anordnung der Sätze nach dem Prinzip, dafs kein früherer Satz mittelst eines späteren bewiesen, kein Gebilde gebraucht wird, dessen Existenz nicht vorher durch geforderte oder gegebene Konstruktion gesichert ist; dann ein grofser Teil des zehnten Buches, die Vollendung der Einteilung der Irrationalitäten durch Theätet. Dem Euclid gehört der elementare Beweis (ohne Exhaustion bezw. Integralrechnung) des Satzes, dafs die

Pyramide gleich dem dritten Teil des Prisma, das mit ihr gleiche Grundlinien und Höhe hat; ferner viele Sätze des dreizehnten Buches über die Bestimmung von Stücken der regulären Körper und mit gröfster Wahrscheinlichkeit der schon erwähnte Schlufssatz. Etwa um 420 war das Dodekaeder gefunden, wenig früher war überhaupt das logische Element in der Geometrie, die Forderung nach dem Beweis, erst aufgetreten, die Ausbildung des logischen Sinnes bis zum Bedürfnis eines solchen Existenzbeweises erfordert sicher ein Jahrhundert. Der einzige, der noch in Frage kommen könnte, wäre Eudoxus.

§ 4.

Zur Bibliographie der Elemente

Kaum dürfte je ein anderes Buch, von der Bibel abgesehen, in so viel Auflagen und Bearbeitungen verbreitet gewesen sein, als die 13 „Biblia“ des Euclid, dessen Namen geradezu mit der Geometrie identifiziert wurde, z. B. Älian: Die Spinnen ziehen ihren Kreis genau und eines Euclid bedürfen sie nicht. Im Mittelalter heifst die Professur der Geometrie sehr häufig Professur des Euclid. Die Studenten lasen den Euclid, sei es vollständig, sei es im Auszug, und der Professor kommentierte, wobei selten mehr als das erste und zweite Buch erledigt wurde. Savile, der die nach ihm genannte, noch heute in Oxford bestehende Professur des Euclid stiftete, kam bis zum achten Satz des ersten Buches. Auf dem Titel bezeichnen sich die Professoren als Professoren der Arithmetik und des Euclid, so z. B. Scheibl 1555. Noch heute heifst in der englischen Schulsprache die Mathematik einfach „Euklid“.

Es war selbstverständlich, dafs der Text im Laufe der Jahrhunderte entstellt, verdorben, aber auch erweitert wurde; letzteres besonders für die schwierigen bezw. zur Zeit des Euclid „modernen“ Teile des zehnten und des zwölften und dreizehnten Buches.

Eine Bearbeitung ist besonders wichtig, die des Theon, des Vaters der Hypatia, der zur Zeit Theodosius des Grofsen, also etwa 350 n. Chr. in Alexandria lebte und lehrte. Savile macht in seiner Vorlesung (Praelect. tresdecim in principia elementor. Euclidis Oxf. 1621) auf eine Stelle in Theons Kommentar zum Almagest aufmerksam, die schon Petrus Ramus, der auch die Wichtigkeit von Proclus erkannt hatte, erwähnte: „Dafs sich die Sectoren gleicher Kreise wie

ihre Zentriwinkel verhalten, wurde von uns in der Euclidausgabe am Schlufs des sechsten Buches gezeigt." Diese Ausgabe, etwa 400 n. Chr., mufs die früheren im Buchhandel fast völlig verdrängt haben, obwohl sie, wie wir jetzt wissen, eine Verschlechterung gewesen. Alle bekannten Codices, und ihre Zahl ist sehr grofs, alle Drucke und Übersetzungen bis 1800 sind aus dieser Ausgabe hervorgegangen, wenn man von arabischen Quellen absieht. Peyrard, dem wir die erste im heutigen Sinne kritische Ausgabe des Euclid (griechisch, lateinisch, französisch) verdanken, fand 1808 dank der Beraubung aller Bibliotheken, Museen etc. durch Napoleon in einer dem Vatikan entnommenen Handschrift 190 (1814 zurückgegeben), die bis jetzt einzige auf eine Ausgabe, die älter ist als Theon, zurückgehende vollständige Handschrift.

Aus diesem Codex konnte man die Änderungen des Theon feststellen, und auch die Theonschen Codices ihrem Werte nach beurteilen, eine Arbeit, welche für die Elemente von Heiberg in bewunderungswerter Weise geleistet ist.

Auf doppeltem Wege drang die Kenntnis des Euclid im Mittelalter nach Europa. Einmal sind es die von oder nach Boetius (etwa 500) verfafsten dürftigen Auszüge der Elemente, welche sich in den Klöstern hielten und besonders durch Gerbert von Wichtigkeit wurden, dann aber sind es die Übertragungen der arabischen Übersetzungen und Bearbeitungen ins Lateinische. Über den arabischen Euclid hat uns der durch einen unglücklichen Sturz der Wissenschaft zu früh entrissene Schüler von Nöldecke und Landauer, Klamroth, Gymnasiallehrer in Altona, aufgeklärt, Zeitschrift der Deut. Morgenl. Ges. 1881: „Die beiden berühmtesten Übersetzungen sind die des Haǵǵâǵ (spr. Hadjadsch) ibn Iûsuf ibn Maṭar aus dem Anfange und die des Isḥâq ibn Ḥunein aus dem Ende des 9. Jahrh.; jene ist uns teilweise, diese ganz und zwar in mehreren Handschriften erhalten. Die grofsenteils ungünstigen Beurteilungen des arabischen Euclid in den Geschichten der Mathematik beziehen sich nicht auf diese Handschriften, von denen bisher nichts veröffentlicht ist, sondern auf zwei gedruckte Bücher, von denen das eine eine spätere arabische Überarbeitung der ältesten Übersetzungen, das andere eine lateinische Übertragung des arabischen Euclid enthält. Die erstere hat zum Verfasser den Naṣîr ed-dîn († 1273) aus Ṭûs in Chorâsân und erschien im Jahre 1594 zu Rom. Der letztere wird dem Giovanni Campano aus Novara zugeschrieben, der um die Mitte des 13. Jahrh. gelebt haben mufs; sie erschien im Jahre 1482 bei Erhard Ratdolt in Venedig als erste Euclid-Ausgabe."

Nach Klamroth ist der Euclid des Haggag die erste Übersetzung eines griechischen Werkes ins Arabische, die des Ishaq, welche uns nur in der Form vorliegt, wie sie von Thâbit ibn Quorra verbessert ist, „ein Muster von guter Übersetzung eines mathematischen Textes". Wir müssen fortab annehmen, dafs diesen Arabern ein dem ursprünglichen Werke des Euclid viel näherstehender Text, der etwa nur drei Viertel des jetzigen enthielt, vorlag. Klamroth schliefst:

1) Alle Lemmata und Scholia, der Excurs hinter XIII, 5, die meisten Porismata und zweiten Beweise, 22 Sätze, 17 Definitionen in unserer Ausgabe rühren nicht von Euclid her, sondern sind sehr späte Zusätze.

2) Bei den meisten Sätzen, aufser etwa in Buch 7—9, sind einzelne kleinere, begründende, erklärende, zurückverweisende und weiter ausführende Glossen in den Text gedrungen.

3) Nicht wenige Sätze, besonders in Buch 10 und 11—13, hatten früher einen weit kürzeren, einfacheren bezw. unvollkommeneren Beweis, der erst in späterer Zeit erweitert und vervollständigt wurde.

Aber Heiberg beweist (Cantor 29), dafs den Arabern verstümmelte griechische Handschriften nach Art der des Demetrius Cydonius (zu Bologna) aus dem 11. Jahrh. vorlagen, und dafs griechische Handschriften, wie der Vaticanus 190 und der Palimpsest aus dem 7. oder Anfang des 8. Jahrh. (B. M. 17211) auf ältere Quellen zurückgehen. Die Unechtheit der mit ἄλλως bezeichneten zweiten Beweise ist schon von August bemerkt worden. Wenn auch die lat. Vorrede zu Nasur nichts mit Thâbit zu thun hat, so hat doch Heiberg völlig recht, wenn er die Willkürlichkeit der arabischen Übersetzer hervorhebt. Noch 1740 in der 4.? Auflage übersetzt der deutschredende Eucl. d. h. v. Pirckenstein die vierte Def. wie folgt:

„Eine gerade Linie ist, welche Schnur — eben, zwischen zwei Punkten liegt" oder „eine gerade Linie ist die kürzeste unter allen, welche aus einem Punkt in einen andern möge gezogen werden" (Fig. IV).

Die Bearbeitung Tusis ist nach Heiberg 1801 zum zweiten Male in Konstantinopel gedruckt (nach Riccardi 4. Aufl.), sie ist auch für die Parallelentheorie wichtig.

Die ältesten uns erhaltenen lateinischen Übersetzungen gehen beide wahrscheinlich (oder nach Heibergs neuester Arbeit fast sicher) auf eine und dieselbe arabische Bearbeitung zurück, die bis jetzt unbekannt ist; es sind die des Atelhard von Bath um 1120 und die des Campano etwa 1250. Seine Zusätze zeigen ihn als einen tüchtigen Mathematiker (wie Tusi), seine Ausgabe ist auf lange Zeit mafsgebend und 1482

ward sie von dem Augsburger Ratdold gedruckt. Der Titel der sehr seltenen Ausgabe lautet Praeclarissimus liber elementorum Euclidis perspicassimi In artem Geometrie incipiet quam felicissime; sie ist von Kästner genau beschrieben (Gesch. d. Math. Bd. I S. 289 etc.).

Im Beginne der Renaissance wird dann die Existenz griechischer Codices und ihrer Abweichungen von Campanus offenkundig, und so gab 1500—1505 der Venetianer Zamberti den Euclid zum ersten Male vollständig nach griechischem Codex lateinisch heraus. Eu. oper. ed. a Bartolemaeo Z. folio. Gegen diese Ausgabe veröffentlichte 1509 Lucas Paciuolo, der durch seine „summa“ für die Arithmetik epochemachend ist, eine Verbesserung des Campanus, ebenfalls bei Ratdold (ist ist die seltenste E.-Ausgabe, Kästner l. c. S. 299—301). Zamberti hielt noch an dem Irrtum fest, dafs die Sätze vom „Megarenser“ Euclid, die Beweise vom Alexandriner Theon seien. Seine Arbeit, verbunden mit der des Campanus, wird durch den Pariser Druck Lefêvre's (Faber, Mich. Pontanus) 1516 und durch Herwagens Baseler Nachdrucke (unwesentliche Verbesserungen von Herlin) 1537, 1546, 1558 sehr verbreitet und hat 300 Jahre lang den Markt beherrscht, obwohl nach Heiberg der Codex des Zamberti zu den schlechteren Theonischen gehörte.

Von lateinischen Übersetzungen wollen wir nur noch die hervorragendsten erwähnen, die des Commandinus, Pisa 1572, der zuerst die Persönlichkeit unseres Euclids feststellte, und die des Clavius mit Kommentar 1574, „welche ganz durchzustudieren viel Geduld erfordert, aber desto nützlicher ist“. Zitat aus Scheibel, Anleitung zur mathematischen Bücherkenntnis, Breslau 1769, 2. Aufl. 1772, 1781?, wo sich eine Übersicht aller Euclidausgaben findet; von da ab vgl. Kaiser bis 1888 und seine Fortsetzung Hinrichs bis heute für Deutschland.*) Die Arbeit des für seine Zeit hochbedeutenden Jesuiten Clavius ist von allen Historikern der Mathematik gleich gewürdigt, von Montucla, Kästner, Cantor; Kästner nennt sie die Pandekten der Mathematik, aber die 22 Ausgaben, welche Engel und Stäckel in der anerkannten meisterhaften „Theorie der Parallellinien“ angeben, habe ich nicht her-

*) Die umfassendste Zusammenstellung findet sich in den Mem. del. B. Acad. d. Sc. d. Inst. di Bologna Serie IV s. VIII und IX, VII. 1887—1890. Sie ist das hochverdienstliche Werk Riccardi's (Bonola zählt gegen 1700 Ausgaben), leider freilich, wie ich für Deutschland konstatieren konnte, ist sie nicht absolut sicher, was in der Natur der Sache liegt. (So existiert z. B. eine Ausgabe des Lorenz für Deutschland von 1819 nicht, obwohl Kaiser sie angiebt, bei dem 1818 fehlt etc.)

ausbringen können, vielleicht zählt Stäckel die Ausgaben der Ordensbrüder, Grünberger (und Tacquet), mit.

Zu Basel erschien 1533 bei Herwagen, der auch in Strafsburg eine Druckerei besafs, die erste griechische Textausgabe durch Simon Grynaeus (den älteren); leider nach zwei sehr schlechten Handschriften. Das erste und zweite Buch wurde von dem hervorragenden Mathematiker des Sturmschen (Protest.) Gymnasiums zu Strafsburg, Konrad Dasypodius, dem Verfertiger der ersten kunstvollen astronomischen Uhr des Münsters, nach Proclus verbessert 1564

Die griechisch-lateinische Ausgabe des Steph. Gracilis von 1557 hatte bis 1612 zehn Auflagen.

Die grofse Oxforder Ausgabe von David Gregory 1705, beinahe bis auf den heutigen Tag die einzig vollständige, ist für die Elemente ganz von der Baseler Ausgabe abhängig. Von 1814—1818 erschien dann Peyrards grofse Ausgabe der Elemente und Data in drei Quartbänden, griechisch, lateinisch, französisch, in der zuerst der Vaticanus 190 verwertet wurde. Eine sehr tüchtige Arbeit ist die griechische Textausgabe von August (Berlin 1826—1829), die jetzt allerdings durch die Ausgabe von Heiberg (griechisch-lateinisch) Leipzig 1882—1888 veraltet ist.

§ 5.

Euclidausgaben in lebenden Sprachen.

Die erste Übersetzung in eine moderne Sprache ist die des grofsen italienischen Algebraikers Nicolo Tartaglia 1543 (wenn man von der bei Scheibel nicht erwähnten spanischen von 1506? absieht).

Ich gebe zunächst eine ausführlichere Angabe über deutsche Euclid-Ausgaben. Es beginnt 1555. Das siebend acht und neunt Buch des hochberühmten Mathematikers Euclides Meg. etc. durch Mag. Joh. Scheybel, der löbl. Univ. zu Tübingen des Euclidis und Arithmeticae Ordinarien (also nur die arithmetischen Bücher).

1562. Die sechs ersten Bücher des Euclid von anfang oder grund der Geometrie etc. Aus griech. Sprach in die Teutsch gebracht, eigentlich erklast. Auch mit verstentlichen Exempeln, gründlichen Figuren und allerley den nutz für Augen stellenden Anhängen gersiert, dermafsen vormals in Teutscher Sprach niemals gesehen worden etc. Durch Wilh. Holtzmann genannt Xylander von Augspurg (Diophant). 2. Aufl. von

1610 durch Sim. Gunzenhausen, sehr selten, 3. nach der holl. Ausgabe von 1608, von 1615.

1651. Henrich Hoffmanns Teutscher Euclides (1653. 2. Aufl.) Bearbeitung, keine eigentliche Übersetzung.

1694 (Ricc. giebt 1685 nach Zakhartchenko) (1694, 1699). Teutsch redender Euclid, oder acht Bücher von der Meſskunst etc. Zu Nutzen aller Generalen, Ingenieure, Natur- und Wahrheits-Kündiger etc. von A. E. B. v. P. Ausgabe von 1740: Ant. Ernst Burkh. v. Pirckenstein.

1697. In teutscher Sprache vorgestellter Euclides, dessen sechs erste Bücher auf sonderbahre und sehr leichte Art mit algebraischen oder aus der neuesten Lösekunst enthaltenen Zeichen, also daſs man denselben Beweis auch in anderen Sprachen gebrauchen kann, durch Samuel Reyher. Kiel (alle Kunstausdrücke verdeutscht) 1692, 1749.

1699. Euclides erstes Buch (zweites?) durch Henr. Meiſsner. Hamburg. Meiſsner ist der verdiente Gründer der so blühenden Hamburger mathematischen Gesellschaft.

1714. Euclid (15 Bücher). Teutsch durch Christ. Scheſslern Dresden (1721? 1723? 1729).

(Nicht 1771, wie Ricc. nach. Zakh. angiebt, sondern)

1733 erscheint die erste deutsche Übersetzung, welche den Text wortgetreu und sinngetreu wiederzugeben bemüht ist. Die sechs ersten Bücher zum Schulgebrauch aus dem Griechischen von Lorenz, mit Vorrede von J. A. v. Segner (Beweis des Parallelenaxioms). 1781 (elftes und zwölftes Buch); von Mollweide 1809, 4. Aufl.; 1818, 24, Dippe 1840.

1781. Euclids Elemente, fünfzehn Bücher aus dem Griechischen übersetzt von Johann Friedrich Lorenz (Halle) 1798, 1809, 1818, 24. 1840.

Die Ausgaben 1809—1824 sind von Mollweide, dem bekannten Mitarbeiter am Klügel. Im Kaiser steht irrtümlich 1819; die Ausgabe von 1840 ist von Dippe.

1860 werden die acht Bücher nach Lorenz zum letzten Male neu ediert von Hartwig.

Ich erwähne noch

1807. Hauff (acht geometrische Bücher), 1828 dito Hoffmann und einen Versuch, der 1800 gemacht wurde:

1800. Erstes Buch der Elemente des Euclid. Für den ersten Unterricht in der griechischen Sprache und Mathematik (Weimar, Verfasser?). 1900 wird der Versuch wiederholt.

Italien.

1543 Nicola Tartalea. 1575 Commandino (nach seiner lateinischen Ausgabe). 1613 Cataldi (sechs erste), 1621 die drei arithmetischen, 1625 das zehnte. 1718 Viviani. 1731 Guido Grandi (keine Übersetzung, sondern abgekürzte Bearbeitung, die bis 1805 immer wieder aufgelegt wurde). 1736 Martino. 1749 italienische Übersetzung der französischen Ausgabe von Dechales (85, 97). 1752 Ximenes (sechs Bücher). 5. Aufl. 1819. 1818 Flauto (acht geometrische Bücher) Geschichte des Parallelenaxiomes 1827, 54.

Dazu noch Borelli Euclides restitutus 1658 (1663 italienisch von Magni, 79, 95) und 1680. Vitale Giordano Euclide restituto, als Vorläufer von Hieron. Saccheri, Euclides ab omni naevo vindicatus 1733 (Mailand).

Frankreich.

1569 (sechs Bücher) von Forcadel, 1615 (alle 15) von Henrion bis 1676 sieben Auflagen, dann abgelöst von Milliet Dechales Bearbeitung, zunächst 1672 der acht geometrischen Bücher (1—6, 11—12), dann 1677 Wiedergabe der Elemente, immer wieder aufgelegt, auch ins Italienische etc. übersetzt, seit 1709 in der Bearbeitung von Ozanam bis 1778. Zu erwähnen sind als Versuche den Euclid zu beseitigen Petrus Ramus Scholae mathem. 1559 und sehr häufig aufgelegt. 1741 Clairaut (Eléments d. géom.). 1794 Legendre, Elém. d. g. bis 1852 fünfzehn Auflagen (1849 von Crelle deutsch) und den französischen Mittelschulunterricht noch heute beherrschend; obwohl

1867 Hoüel, essai critique und Duhamel, Des méthodes (2. Aufl 1875, T. 2) Euclid gegen Legendre in zutreffendster Weise verteidigen Siehe auch Gino Loria, Della varia fortuna di Euclide. Roma 1893

England.

1570 Billingslai (Vorrede von Dee). 1621 Saviles praelectiones tresdecim. 1655 Barrow (abgekürzte Bearbeitung) 1675, 1705, 22 32; 1781—90 Jam. Williamson (wohl die einzige textgetreue Übersetzung des ganzen Euclid). Pleyfair 1796, bis 1861 acht Auflagen Keill 1708 (elf Auflagen). Entscheidend für den englischen Unterricht ist Robert Simson 1756: the elem. of Euclid etc., die acht geometrischen Bücher. Diese Bearbeitung bis 1885 dreifsig Mal aufgelegt Ich erwähne noch als sich enger an Euclid anschliefsend die Ele

mente von Todhunter 1862. Rob. Simson ist 1806 von Reeder ins Deutsche übersetzt. Die zahllosen neueren englischen Ausgaben betreffen meist die acht geometrischen Bücher und weichen, obwohl sie den Namen Euclids tragen, vom Gange Euclids ebenso ab, wie unsere deutschen Elemente der verschiedensten Lehrer. Noch immer heiſst also in der englischen Schulsprache die Geometrie schlechtweg „Euclid“.

Ruſsland.

1739 Ivan Astaroff (nach Lat.). 1789 Suvoroff (nach dem Griech.). 1880 Vachtchenko-Zakhartchenko, der eine Bibliographie von 1480—1879 gegeben, die aber wohl mit Vorsicht zu benutzen ist. 1807? Czecha. 1817 polnisch.

Schweden und Norwegen.

1744 Marten Strömer (sechs Bücher), 1753 (elftes und zwölftes) bis in die neueste Zeit immer wieder neu aufgelegt bei wechselnder Bearbeitung.

Dänemark.

1745 Ziegenbalg. In Dänemark scheint bald, nachdem das Lateinische als Unterrichtssprache der Gymnasien aufgehört hat, der Gang des Euclid verlassen zu sein. 1803 Lindrup (sechs Bücher). Zur Zeit sind die verbreitetsten Lehrbücher in Geometrie und Arithmetik die von Petersen.

Holland.

1606 (Jan Pieterzoon) Dou (sechs Bücher nach Xylander); oft aufgelegt. 1617 Frans von Schooten (sehr abgekürzt), 1662 vergröſsert; Vooght vollständig mit dem 16. Buche Candallas 1695. Coets (sechs Bücher) 1702 oft aufgelegt bis 1752, dann Steenstra (sechs Bücher) abgekürzt. 1763, 70, 1803, 1810, 25; seit der Zeit keine holländische Euclid-Bearbeitung bei Riccardi. Euclid scheint in Holland ganz durch die modernen französischen Lehrbücher verdrängt zu sein.

Spanien.

1516?? Zamorano (sechs Bücher) 1576; 1689 Kresa (acht erste).

Griechenland.

1820 Benjamin.

China.

1608 Matteo Ricci (sechs Bücher); 1857 auf Befehl des Vizekönigs vervollständigt durch Wylie.

§ 6.

Die Kommentatoren des Euclid.

Der festgefügte Bau der Elemente hat, wie er einerseits die höchste Bewunderung erregte, andererseits die Versuchung erweckt, die Geometrie auf andere Weise ebenfalls zu begründen. Dazu kommt, dafs der Euclid in seinem ersten Buche einen mathophilosophischen Teil enthält, der die Grundbegriffe der Geometrie und die nötigen und hinreichenden Voraussetzungen angiebt, von denen die ersteren ihrer Natur nach unauflösbar, die anderen variabel sind. So hat der Euclid, und das ist vielleicht sein Hauptverdienst, eine staunenswerte Geistesarbeit hervorgerufen, die wir ausführlich bei der Parallelentheorie besprechen müssen. Hier wollen wir nur einen Überblick über die hervorragendsten Interpretatoren geben, welcher zeigt, wie recht Gino Loria hat, wenn er als Prinzip seiner ausgezeichneten Arbeit „Della varia fortuna di Euclide Rom. 1893“ das Gesetz der Kontinuität ausspricht. Es ist ein roter Faden, der von Archimedes und Apollonius bis Hilbert geht. Von Apollonius sind Spuren eigener „Elemente“ erhalten. Darunter eine ganz allgemeine Definition des Winkels (Heiberg V S. 88 nicht 89, wie Loria zitiert). Archimedes gab eine von Euclid abweichende Definition der Geraden (vermutlich auch der Ebene), neue Prinzipien, darunter das nach ihm benannte, für die Exhaustionsmethode, die er zur Integralrechnung umbildete. Ihm schliefst sich würdig Heron, der grofse Mechaniker des 1. Jahrh., an, von seinem Kommentar sind uns Fragmente durch Proclus überliefert.

Aus der Zusammenstellung der Euclid-Stellen bei Heron durch Heiberg geht klar hervor, dafs die Definitionen des Euclid schon zu Herons Zeit die uns überlieferte Form hatten, Euclid also damals schon der unantastbare Klassiker der Elemente war, wie Tannery sagt. Es sei denn, dafs Heron selbst auf diese Formulierung Einflufs gehabt hat.

Es ist das Parallelenaxiom und die Definitionen, überhaupt die ganze Anordnung des ersten Buches, dann gewisse Inkongruenzen zwischen den sechs ersten und den drei letzten Büchern, der sonder-

bare Umstand, dafs Euclid die Lehre von den Proportionen ganz allgemein im fünften Buch begründet, und dann die elementaren für rationale Zahlen noch einmal im siebenten, was von jeher die Kommentatoren in Thätigkeit gesetzt hat.

Die Inkongruenz bezieht sich besonders auf die Bewegung, in den planimetrischen Büchern wird sie ängstlich vermieden, nur zum Beweis des vierten Satzes (ersten Kongruenzsatz) und des achten wird sie herangezogen, dagegen scheut sich Euclid in den stereometr. Büchern absolut nicht die Definition der Körper auf die Bewegung zu stützen. Man hat daraufhin (ich selbst war gleicher Meinung) geschlossen: „Einen Homeros gäb es nicht, sondern acht bis zehn“, aber ich wurde aufmerksam gemacht, dafs nach Platon und besonders Aristoteles der Begriff der Bewegung einen körperlichen Raum voraussetzt. Dies erklärt auch, dafs Euclid die Gleichheit des rechten Winkels als „Forderung“ einführte.

Auf Heron folgt Gemīnos bezw. Géminus, von dem Proclus berichtet, er habe die Verschiebbarkeit in sich der Schraube auf dem Rotationszylinder, wenn nicht gefunden, so doch gekannt. Es folgt eine Ära, in der die zusammenfassende eigentlich philosophische Geistesrichtung unter dem Einflufs des Aristoteles gegen die Ausbildung der Spezialwissenschaften, wie Medizin, Geographie, Astronomie, Mechanik etc. zurücktritt (vgl. Windelband, Geschichte der alten Philosophie). Aus dieser Zeit, in der sich von mathematischen Disziplinen die Trigonometrie (eben und sphärisch) im Anschlufs an die Astronomie entwickelt, wissen wir von besonderen Kommentaren nichts, aber von den Elementen, dafs sie zur Ausbildung des angewandten Mathematikers für unentbehrlich galten. Als gleichzeitig mit dem Christentum gegen diese nüchterne Periode in Anlehnung an den Theosophen Platon zunächst der Neupythagoräismus sich erhob, war es anfangs die arithmetische Seite des Euclid, die in Nikomachus von Gerasa, um 100 n. Chr., den „Elementenschreiber der Arithmetik“ (Cantor) und in Theon von Smyrna ihre Kommentatoren fand. Um 300 (nach Cantor und Zeuthen) lehrte dann zu Alexandria Pappos, dessen Kollektaneen von unschätzbarer Bedeutung sind. Pappos hat sicher einen Kommentar zum zehnten Buche geschrieben, von dem Reste im Vaticanus erhalten sind und der uns nach Heiberg wahrscheinlich ganz in einem noch unedierten Leydner Manuskripte erhalten ist. Mit den Neuplatonikern, jener seltsamen Mischung christlicher und platonischer Mystik, nimmt auch die Mathematik die platonische Richtung auf die Probleme, welche die geometrischen Grundbegriffe und die Methodik bieten, ener-

gisch auf. Wir nennen Jamblichus, Porphyrios, von denen uns Spuren ihrer Scholien erhalten sind, Theon, dessen Ausgabe den „echten“ (Heronischen?) Euclid fast völlig verdrängte, und Proclus, dessen Kommentar zum ersten Buch uns fast ganz erhalten ist. Der Kommentar, der bis auf 1873 nur in der Ausgabe des Grynaeus 1533 (Herwagen) gedruckt war, ist für die Geschichte der Mathematik einzig. Tannery, der zuverlässigste Detailforscher hellenischer Mathematik, nennt sein Verständnis geradezu das Problem der Geschichte dieser Mathematik. Die Ausgabe von Friedlein von 1873 ist philologisch sehr bedeutend, wenn auch nach Heiberg noch nicht das letzte Wort über Proclus, aber griechisch, es existiert nur die lateinische Übersetzung von Barocci(us) 1560, welche oft nur eine Wortübersetzung ist, wie die englische (wörtliche) des Barocci von Taylor.

Als Justinian 529 die Schule von Athen, mit der die hellenische Kultur begann und schlofs, aufhob und die Lehrer vertrieb, kam Euclid mit ihnen nach Persien, und so an die Araber, wo er im achten und neunten Jahrhundert an Haggag und Ishâk Übersetzer fand. Sehr bald darauf mufs es auch arabische Kommentare gegeben haben, wie aus der Ausgabe des Campanus hervorgeht, der schon erwähnte Nasur ed Din im 13. Jahrh. ist keineswegs unbedeutend, der auch zuerst die Trigonometrie als eigenen Zweig behandelt hat.

Die Renaissance macht Proclus bekannt, an ihn schliefst sich Commandinus und Clavius an. Der erstere wirkte besonders auf die Engländer, Savile, der die Professur des Euclid in Oxford begründete, wodurch Wallis und wohl auch Barrow (erste Ausgabe 1652) und durch diesen Newton auf Euclid und die Beschäftigung mit den Grundlagen hingewiesen wurden. Vor allem haben wir Robert Simson zu nennen (der direkt Commandinus zugrunde legt) und der besonders auf die englische Schulmathematik von allerwesentlichstem Einflufs geworden ist. Der Kommentar erschien 1756. Titel: Die sechs ersten Bücher nebst dem elften und zwölften des Euclid mit Verbesserung der Fehler, wodurch Theon und andere sie entstellt haben etc. mit erklärenden Anmerkungen (aus dem Englischen übersetzt von Roeder, her. von Niesert Paderborn 1806). Clavius kennt den Proclus ganz genau, auch er harrt noch der deutschen Herausgabe, der er im hohen Grade wert ist, er hat nebst Borelli sicher auf seinen Ordensbruder Saccheri gewirkt, von dessen Euclides ab omni naevo vindicatus (Mediol. in 4. 1733) die heutige sogenannte nicht-eucl. Geometrie gezählt wird. Es ist wahrscheinlich, dafs Lambert in Chur den Saccheri kennen lernte, und fast sicher, dafs Gaufs wieder Lamberts Abhandlung im

Hindenburgschen Archiv von 1786 gelesen; Gaufs wirkte dann auf die Bolyai (durch den Vater Wolfgang auf den Sohn Johann) und durch Vermittelung von Bartels auf Lobatschewski.

Für Frankreich ist aufser Clavius noch Petrus Ramus, der Besieger der Scholastik, von Bedeutung. Hier geht der Weg über Tacquet 1659 und Arnauld zu Clairaut 1741 und Legendre 1794 und Bertrand 1810. Clairaut hat sich auch auf die deutschen Schulen (des Adels z. B. Ilfeld) verbreitet. Es scheint, als ob auch Lambert ihn gekannt habe. Doch ist der Ausgang vom Rechteck ein so natürlicher, dafs ich selbst um 1880, ohne eine Ahnung von Clairaut oder Lambert zu haben, im Unterricht einen ganz ähnlichen Weg einschlug. Der aufserordentliche Beifall und Verbreitung der Elemente Legendres ist bekannt und berechtigt, noch heute beeinflussen sie den Unterricht auf Mittelschulen, nicht blofs in Frankreich, sondern in Spanien und selbst in Deutschland.

Was die deutschen Schulen betrifft, so möchte ich auf eine Schrift Hubert Müllers aufmerksam machen: „Besitzt die heutige Schulgeometrie noch die Vorzüge des Euclid-Originals"? Ich kann meine Kritik (Deutsch. Litter. 1887 N. 37) jetzt dahin ergänzen: Die deutsche Schulgeometrie hat sie nie besessen. Weder Johannes Vogelin, bekannt durch die Vorrede Melanchthons der Ausgabe von 1536, noch des Dasypodios Volum. I und II, noch die Mathesis juvenilis von Sturm oder Wolffs oder Kästners Anfangsgründe oder Thibauts Grundrifs, von Kambly, Mehler, Henrici (und Treutlein) ganz zu schweigen, sind jemals dem Gange Euclids gefolgt. Dagegen waren die Studenten und die Lehrer bis etwa um die Mitte unseres Jahrhunderts, wie die rasch aufeinander folgenden Ausgaben am besten beweisen, völlig mit dem Euclid vertraut. Von da ab ändert sich die Sache, seit Dinde 1840 ist keine vollständige Ausgabe der Elemente erschienen und 1843 und 1860 keine der geometrischen Bücher, und ich bin sicher, dafs es eine minimale Anzahl Lehrer giebt, die den Euclid gelesen haben. Zum Beweis ein eigenes Erlebnis: Auf dem Umweg über die Abstandslinie der nicht-eucl. Geometrie fand ich eine Konstruktion der Tangente an den Grenzkreis, die mir auch für unsern alten Kreis ebenso einfach, als neu erschien, ich trug sie in München vor, wo über 100 Mathematiker, darunter fast alle Hochschullehrer von Bedeutung, waren, weder ich, noch ein anderer hatte eine Ahnung, dafs es die Konstruktion des Euclid war. Übrigens mufs gesagt werden, dafs auch die Studenten der Zeit von 1500—1700 vielfach nicht über das erste, allenfalls das zweite Buch hinauskamen; die 13 Vorlesungen Saviles gehen bis zu Satz 8,

Buch 1; ferner aber wuchs durch die ungeheure Entwickelung der Analysis von 1650—1750 und der Geometrie von 1750—1850 das Material derartig, dafs der alte ehrwürdige Euclid zurücktreten mufste. Einen Teil des Sinkens trugen auch die ungerechtfertigten Angriffe Schopenhauers, worüber ich besonders meine Besprechung der Schrift „Zur Nieden, der Beweis in der Geometrie“ in der Zeitschrift für Gymnasial-Wesen 1894? zu vergleichen bitte. Schopenhauer hatte als Künstler, der er ist, für die intuitive Erkenntnis vollstes Verständnis, aber um so geringeres für die logische, die oft ebenso unmittelbar als jene ist. Nun ist aber die Geometrie als Wissenschaft eine untrennbare Verbindung von Anschauung und Logik, und darum mufste der Versuch, den z. B. Kosack in dem Nordhausener Programm anstellte, die Geometrie rein auf Anschauung zu begründen, gerade so scheitern, wie der noch berühmtere Bolzanos von 1804 (Betrachtungen über einigs Gegenstände der Elementar-Geometrie), die Geometrie rein logisch zu begründen. Bolzano hat übrigens viel mehr von Leibniz entlehnt, als bekannt ist. Der grofse „Nebenbuhler“ Newtons zeigt sich auch in der Auffassung der Grundlagen als Widerpart.

Während Newton in der Vorrede der Phil. nat. ausdrücklich auf den Ursprung der mathematischen Grundgebilde aus der Mechanik hinweist: „Gerade Linien und Kreise zu beschreiben sind Probleme, aber keine geometrischen“, ist Leibniz bemüht, der Anschauung so wenig als möglich einzuräumen. Es scheint wenig oder gar nicht bekannt, dafs schon bei Leibniz Lebzeiten Ansichten desselben über die Grundlagen der Geometrie veröffentlicht sind in La Montre 1691. Les 47 prop. du I livre d. El. d'E. av. des rem. de G. G. Leibniz. Ähnlich wie für Deutschland liegt die Sache in Frankreich, nur in England folgt Ausgabe auf Ausgabe noch im 19. Jahrh., und noch ist der „Syllabus“ nicht zustande gekommen, der den Euclid verdrängen soll; auch in Schweden und Norwegen scheint noch ziemliches Interesse für Euclid zu herrschen. In neuester Zeit ist das Interesse für historisch-philosophische Ausbildung, Dank sei es dem Altmeister M. Cantor, wieder sehr stark erwacht, schon giebt es historische Vorlesungen in mehreren Universitäten, auch mehren sich die mathophilosophischen, und sie werden vielleicht, ehe das 20. Jahrhundert verflossen, allgemeiner werden.

ELEMENTE

I. [Buch].

Erklärungen [Definitionen].[1]

1) [Der] Punkt ist [das], dessen Teil nichts [ist].[2]

2) [Die] Linie aber breitenlose Länge.[3]

3) [Der] Linie (aber) Äufserstes [sind] Punkte.[4]

4) [Die] Gerade ist [die] Linie, welche gleichmäfsig durch ihre Punkte gesetzt ist[5] (d. h. die Gerade ist die Linie, auf der kein Punkt vor dem andern ausgezeichnet ist).

5) [Die] Fläche ist [das Raumgebilde], was nur Länge und Breite hat.[6]

6) [Die] Ebene ist [die] Fläche, welche gleichmäfsig durch ihre Geraden gesetzt ist.[7]

7) Ein ebener Winkel entsteht, wenn zwei Linien (in) der Ebene zusammentreffen, welche nicht in derselben Geraden liegen, durch die Biegung von der einen Linie zur andern.[8]

8) Falls die den Winkel begrenzenden Linien Strahlen sind, so heifst der Winkel geradlinig.

9) Falls ein auf einer Geraden stehender Strahl[9] die aufeinander folgenden Winkel zu gleichen macht, so ist jeder der beiden gleichen Winkel ein rechter, und der Strahl heifst senkrecht [zu der Geraden], auf der er steht.[10]

10) Stumpf ist der Winkel, der gröfser als der rechte.

11) Spitz aber, der kleiner als der rechte.

12) Grenze ist das, was das Aufserste irgend wovon ist.[11]

13) Figur[12] ist das, was eine oder mehrere Grenzen hat.[13]

14) Kreis heifst eine ebene Figur von einer Linie, (welche Peripherie heifst) [so] umschlossen, dafs alle von einem der im Innern liegenden Punkte zu ihr (zu der Peripherie des Kreises) gezogenen Geraden einander gleich sind.

15) Mittelpunkt (Zentrum[14]) des Kreises wird jener Punkt genannt.

16) Durchmesser des Kreises ist irgend eine Gerade, welche durch den Mittelpunkt gezogen ist und von dem Umfang des Kreises an beiden Seiten begrenzt ist; er halbiert auch den Kreis.

17) Halbkreis heifst die Figur, welche von einem Durchmesser und dem von ihm abgeschnittenen Umfang [Bogen] umschlossen wird. Das Zentrum des Halbkreises ist dasselbe wie das des Kreises.

18) Geradlinige Figuren sind die von Geraden begrenzten. Dreiseitige die von drei, vierseitige die von vier, vielseitige die von mehr als vier Geraden begrenzten.

19) Von den dreiseitigen Figuren ist ein gleichseitiges Dreieck [diejenige] mit drei gleichen Seiten, ein gleichschenkliges mit nur zwei gleichen Seiten, ein ungleich[seitig]es das mit drei ungleichen Seiten.

20) Aufserdem heifst von den dreiseitigen Figuren rechtwinkliges Dreieck das, welches[15]) einen rechten Winkel, stumpfwinkliges das, welches einen stumpfen Winkel hat, spitzwinkliges aber das, welches drei spitze Winkel hat.

21) Aber von den vierseitigen Figuren ist ein Quadrat[16]) die gleichseitig rechtwinklige, ein Rechteck[17]) die zwar rechtwinklige aber ungleichseitige, ein Rhombus die zwar gleichseitige aber nicht rechtwinklige, ein Rhomboid die, deren gegenüberliegende Seiten und Winkel einander gleich sind und die weder gleichseitig noch rechtwinklig ist; die Vierseite aufser diesen sollen Trapeze heifsen.

22) Parallel sind Gerade, welche in derselben Ebene liegen und auf jedem von beiden Teilen ins unendliche[18]) ausgezogen auf keinem von beiden einander treffen.

Anmerkungen zu den Erklärungen.

1) Griech. ὅροι s. v. w. „Abgrenzungen“ scl. der Begriffe. Die Erklärungen des Euclid sind von jeher Gegenstand heftigen Streites gewesen. Man hat der des Punktes vorgeworfen, dafs sie negativ sei, der der Geraden, Fläche etc., dafs sie keine Vorstellungen des Erklärten gebe; und selbst ein Mann wie Loria schliefst sich zustimmend an einen solchen Tadel Tyndals an. Als wenn Euclid auch nur den Versuch hätte machen wollen, jemandem, der kein Bild von der Geraden besitzt, ein solches durch Worte zu erzeugen. Da hätte er ebenso gut einem Blindgeborenen durch Worte die Anschauung der grünen Farbe geben können. Treffend sagt Lambert in: Briefe an Holland (Deutsch.

Gelehrt. Briefwechsel I, Bd. IV): „Dafs Euclid seine Definitionen vorausschickt und anhäuft, das ist gleichsam eine Nomenclatur. Er thut dabei weiter nichts, als was z. B. ein Uhrmacher oder anderer Künstler thut, wenn er anfängt seinem Lehrjungen die Namen seiner Werkzeuge bekannt zu machen.“

2) Das Wort σημεῖον (Semeion) bedeutet „Zeichen“, ein Raumzeichen, kein Raum ist dem Euclid der Punkt. Dem lat. Punkt entspricht genau das in Scholien vorkommende Wort Stigma, das Aristoteles und Archimedes gebrauchen. Zamberti hat signum, Campanus punctum; Holzmann (Xylander): Tipffelein. Die hier gegebene Auslegung ist, wie alles, schon dagewesen, sie findet sich bei Martianus Capella (s. Heiberg) (satyros): Punctum vero est cuius pars nihil est, sonst stets nulla, also Punkt ist, was keinen Teil hat. Verf. glaubt den Sinn des Euclid getroffen zu haben. Der Begriff „Punkt“ gehört zu den „Grenzbegriffen“, den notwendigen Abschlüssen von an sich (vermöge des psychischen Trägheitsgesetzes) unbegrenzt fortgesetzten Vorstellungsreihen. Der Punkt ist der Grenzabschlufs der Lokalisation, wird sie immer schärfer und schärfer fortgesetzt, so führt sie zu dem Grenzbegriff Punkt, besser „Ort“, der (vgl. Kerry System einer Theorie der Grenzbegriffe) zugleich mit einer Begriffsveränderung verbunden ist. Der Rauminhalt verschwindet, die Ortsbeziehung bleibt. Punkt nach unserer Interpretation des Euclid ist also die äufserste Grenze dessen, was wir noch als Raumvorstellung denken (nicht anschauen) können, und wenn wir darüber hinausgehen, hört nicht nur die Ausdehnung, sondern auch die Lagenbeziehung auf, und in diesem Sinne ist der Teil nichts (vgl. Max Simon, zu den Grundlagen nicht-Eucl. Geometrie Strafsburg, 1891).

Die Analogie, die der Punkt des Raumes mit dem der Zeit hat, hebt schon Proclus Fried. S. 93 hervor: er ist unteilbar wie das jetzt (τονῦν) und die Einheit (im Sinne der Pythagoräer).

Aus der Erzeugung des Punktes als Grenzbegriff gelangt man fast unmittelbar zu einer Identifizierung mit dem Unendlichkleinen jeder Art, dem Strecken-, Flächen- und Kugelelement, dem Differential in unserem Sinne, schon Xylander setzt seiner Erklärung hinzu: Das ist Anfang aller Gröfse, jedoch er selbst keine Gröfse, und Proclus S. 88: aber es liegt in ihm verborgen eine unbegrenzte Macht, Längen zu erzeugen. Diese Veränderung im Begriffe des Punktes taucht besonders deutlich bei der Auffassung der Tangente als Gerade, die ein Linienelement mit der Kurve gemein hat, auf. (Vieta.)

3) Euclid definiert den schwierigen Begriff Dimension (vgl. die eben zitierte Schrift) nicht, so wenig wie er den Raum definiert oder „Richtung“. Das sind ihm gegebene Vorstellungen, wie Punkt, Gerade, Ebene in der projektiven Geometrie.

4) *πέρατα* würde am besten wiedergegeben mit: das, bis wohin (sich nämlich eine Linie erstreckt).

5) *εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' αὑτῆς σημείοις κεῖται.* Grammatisch kann der Dativ von *ἐξ ἴσου* abhängig gemacht werden, dann wäre er soziativ: die Gerade liegt in gleicher Weise wie ihre Punkte; so faſst es Proclus (Friedl. 109). Er sagt ausdrücklich: die Gerade ist die einzige Linie, deren Länge zwischen je zweien ihrer Punkte mit dem Abstand ihrer Punkte zusammenfällt. Die Begriffe Abstand und Richtung sind nicht nur nach Bolzano ursprüngliche schlechthin irreducible Grundbegriffe, sondern sicher auch nach der des Euclid. Läſst man den Dativ von *κεῖται* abhängen, so heiſst es: die Gerade liegt für (durch) ihre Punkte gleichmäſsig, und es wäre durchaus gestattet zu ergänzen, in Bezug auf die Richtung. Nimmt man *κεῖται* als Passiv von *τιθημι*, wie sehr oft bei Euclid, so hat man dem Sinne nach unsere Version: die Gerade ist durch ihre Punkte gleichmäſsig gegeben worden. Jedenfalls enthält *ἐξ ἴσου* keinen Zahlbegriff, sondern ist qualitativ, und es ist falsch, es mit „auf einerlei Art“ zu übersetzen, wie nicht nur Lorenz und Mollweide (Klügel), sondern selbst Stäckel und Engel in der ausgezeichneten Theorie der Parallellinien gethan.

Diese Interpretation bringt Auffassungen hinein, die auf Archimedes zurückgehen, von dem auch die Definition als kürzeste Linie herrührt nach Angabe von Proclus (Geminos), wenn auch Killing sagt, daſs er sie bei Archimedes nicht habe finden können; sie entspricht durchaus dem Wesen des groſsen Mathematikers, der von der Erfahrung und Bewegung ausgeht; vgl. die Stelle bei Proclus 109, 17—20. Eben dort finden sich schon fast alle Erklärungen, die bei Schotten in dessen trefflichem: Inh. u. Meth. des plan. Unter. zusammengestellt sind und bei Pfleiderer in dessen so fleiſsigen Scholien.

Die von Schotten Gauſs zugeschriebene, daſs die Gerade beharrt, wenn sie um zwei ihrer Punkte rotiert, ist nicht von Leibniz, sondern ist auch schon bei Proclus. Die hier gegebene Interpretation vindiziert allerdings dem Euclid scheinbar einen logischen Fehler, denn die Erklärung paſst auf den Kreis (und die Schraubenlinie des Rotationszylinders, deren Verschiebbarkeit in sich selbst nicht bloſs dem Geminos, wie Knoche nach Proclus (Progr. Herford 1862) bemerkt, sondern

auch nach Proclus S. 105 dem Apollonius bekannt war). An der Definition der Geraden kann man gut den Weg von der Anschauung zur Logik verfolgen. Platon (Fiedl. 109, 21) definiert die Gerade als eine, „deren Mittleres die Enden beschattet“, d. h. also als Weg des Lichtstrahls, also rein durch die Sinnlichkeit gegeben. Euclid in Definition 4 und den beiden Forderungen 1 und 2 faſst sie auf als die Linie, welche durch zwei Punkte bestimmt ist, rein logisch, ohne auch nur den Versuch zu machen, eine Vorstellung zu erwecken. Ich erwähne die Definition von Archimedes, die uns erhalten ist: Die gerade Linie teilt die Ebene in zwei Teile, die nur durch ihre entgegengesetzte Lage zu unterscheiden sind.

Man trifft sie seit Leibniz oft wieder ohne Quellenangabe. Euclid denkt die Gerade nicht in der Ebene, sondern für sich, und das *ἐξ ἴσου* könnte sich auch beziehen auf die völlige Unterschiedlosigkeit aller Richtungen bei jedem Punkte. Ich hebe noch hervor, daſs die Gerade, wenn sie erscheint, als Gerade erscheint, doch also von jedem Punkte auſser ihr als Gerade projiziert wird, welche „Gleichmäſsigkeit“ der Kreis nicht hat. Wenn ich an der hier gegebenen Version festhalte, so geschieht es, weil der Ausdruck bei der Ebene wiederkehrt und zeigt, daſs *ἐξ ἴσου κεῖται* ein terminus technicus ist, den vielleicht der Eleat Parmenides geschaffen, wo ähnliche Wendungen bei der Kugel und sonst vorkommen (Diels, S. 29; S. 43; S. 49), dann aber ist es mehr als fraglich, ob Euclid eine Verschiebbarkeit in sich selbst mit beständiger Richtungsänderung als eine *ἐξ ἴσου*, als ein wirklich der Qualität nach gleiches liegen oder vielmehr (gesetzt) sein angesehen hat, ja es scheint mir beinahe sicher, daſs wie Parmenides die Kugel, so Euclid den Kreis vom Zentrum aus (aus dem Zentrum griech.), als gleichliegend angesehen hat. Dazu kommt, daſs Euclid den Kreis genau beschreibt, und dabei gar nicht von der Kreislinie, sondern von der Kreisfläche spricht. Noch bemerke ich die Variante *μέρεσι* statt *σημείοις*, wo also wohl die Richtungsgleichung ausgedrückt werden sollte in allen Teilen, und schlieſslich, daſs Duhamel bei seiner Interpretation ganz willkürlich den Artikel *τοῖς* weggelassen hat.

6) Die Fläche ist wohl der älteste, klar bewuſste geometrische Begriff, der aus der Anschauung der physischen Körper (goldener Wein im grünen Römer) erworben ist. In dem „nur“ werden die drei Dimensionen als selbstverständlich vorausgesetzt.

7) Vgl. die Note 5. Die Definition würde auf den Rotationszylinder ebenfalls passen, sie wird eindeutig, wenn man (vgl. Simon,

zu den Grundlagen) statt Gerade „Richtung“ sagt. Die gewöhnlich Robert Simson zugeschriebene Definition: die Ebene ist die Fläche, welche jede Gerade, die mit ihr zwei Punkte gemein hat, ganz enthält, ist schon bei Proclus erwähnt (Friedl. 117, Z. 8), an die sich Kästners eng anschliefst.

Auch von dieser Definition 7 gilt, was von der der Geraden gesagt ist; den aus der Anschauung im Laufe ungezählter Jahrtausende erworbenen Begriff bezw. die Vorstellung der Ebene setzt Euclid bei dem Hörer voraus.

8) Die Definition des ebenen Winkels ist oft getadelt worden, *κλίσις*, hier mit Biegung wiedergegeben, ist meist mit „Neigung“ übersetzt worden, so auch von Heiberg, und bezieht sich zunächst auf die Änderung in der Richtung. Von da aus ist der Weg leicht zu der ebenso verbreiteten als schlechten Erklärung des geradlinigen Winkels als „Richtungsunterschied“ zweier Geraden. Apollonius hebt an der angeführten Stelle die Zweideutigkeit, indem er (Friedl. S. 124) definiert: Der Winkel ist die Verengerung der Ebene oder des Raumes an einem Punkte infolge der Biegung von Linien oder Flächen; auch hier wie bei Euclid handelt es sich also nur um eine Worterklärung (Lambert), nicht um eine die Vorstellung des Winkels in der Anschauung erzeugende. In Schottens vergleichender Planimetrie füllt die Definition des Winkels 40 Seiten, die von mir (?) herrührende findet sich im zweiten Teil erwähnt. Der (geradlinige) Winkel ist die Grenze des Kreissektors bei über jedes Mafs wachsendem Radius. Zu bemerken ist, dafs Euclid vom krummlinigen Winkel nur sehr selten Gebrauch macht; III, 17 etc. Dafs Euclid den Winkel (stets geradlinig) im wesentlichen als eine Flächengröfse auffafst, siehe Definition 9, *περιέχουσαι*, und wenn er stets sagt: der Winkel „*ὑπὸ*“ z. B. $\alpha\beta\gamma$, so ist zu ergänzen *περιεχομένη*, und das *ὑπὸ* ist das Subjekt des Aktivs im Passiv, es heifst also nicht „sub“, sondern „ab“, d. h. der Winkel, welchen der gebrochene Linienzug $\alpha\beta\gamma$ enthält, und das ist auch vollkommen klar, da er unmittelbar vom Winkel als der nicht völlig begrenzten Fläche, zum „*σχῆμα*“, der völlig begrenzten Fläche übergeht.

Ich füge noch hinzu, dafs selbst bei Proclus, noch also 400 n. Chr., die Winkel auf solche, welche kleiner als zwei rechte sind, beschränkt sind. Vermutlich um der Eindeutigkeit der Fläche zwischen zwei Rechten; die Ausschliefsung des „flachen Winkels“ zeigt, dafs das „Richtungselement“ zurücktritt, denn einen schärferen Richtungsunterschied als den zwischen zwei entgegengesetzten Rechten giebt es nicht.

Die Übersetzung von ἁπτομένων mit „sich berührenden“ bringt hier schon ganz unnötig die Frage vom Kontingenzwinkel hinein (vgl. III 17).

9) Euclid unterscheidet nicht wie wir zwischen Strecke, Strahl und Gerade, sondern hilft sich durch Zusätze wie begrenzte Gerade, die beiden Teile (für die beiden Strahlen) an beiden Seiten eines Punktes etc.

10) ἐφεξῆς, der Reihe nach, wird bei Euclid oft für nebeneinanderliegend gebraucht, κάθετος „hinabgesandt“ entspricht unserem „Senkrechte“ und wird sich vermutlich wie dies auf das Bleilot beziehen, das diese Richtung giebt. Übrigens bildeten Definition 10, 11, 12 noch bei Proclus eine.

11) Grenze: ὅρος, das Äufserste: πέρας; beide Worte oft synonym, Proclus sagt: ὅρος wird von Flächen und Körpern, πέρας von Linien gebraucht (Friedl. 136). Rob. Simson hält sie für unecht.

12) Das Wort σχῆμα stammt von ἔχω, haben, halten, und bezeichnet also dasselbe wie unser „Gehalt“ in der Geologie, goldhaltig etc. Unser Figur vom lateinischen fingere ist allgemeiner und bedeutet „Gebilde“. Eine Anzahl zerstreuter Punkte kann man wohl als Figur bezeichnen, aber nicht als „schema“ im Sinne Euclids.

13) Zu dem, was über die Gerade gesagt ist, ist noch zu bemerken, dafs Euclid sich eigentlich gar nicht mit der Kreislinie, sondern mit der Kreisfläche beschäftigt; während wir heute unter Kreis schlechtweg die Linie verstehen, ist bei Euclid die Fläche gemeint. Die Kreislinie wird von ihren Teilen unterschieden, die ebenfalls Peripherie genannt werden; erst die Araber führen das Wort Bogen für den Teil ein. Die Kreislinie heifst bei Proclus ἡ περιφερής.

14) Zentrum von κέντρον der Ochsenstachel, der Nagel, erinnert so recht deutlich an den empirischen Ursprung der Mathematik, deren Ablösung und Befreiung von den irdischen Resten gerade die Arbeit der Pythagoräer und Platoniker galt; doch bleibt ein Erdenrest zu tragen peinlich!

15) Quadrat; griech. Viereck schlechtweg; unter 100 Menschen werden 90, wenn man sie auffordert, ein Viereck zu zeichnen, annähernd ein Quadrat zeichnen, und wenn ein Dreieck, dann ein gleichseitiges, vgl. Simon, Elem. d. Geom. S. 48.

16) ἑτερόμηκες = von verschiedener Länge sc. der Seiten; man sieht deutlich, wie der empirische Gang sich hier geltend macht. Das Quadrat ist das ursprüngliche Viereck des Handwerkers, Baumeisters

u. s. w., dann kommt durch Verschiedenheit der Länge zweier benachbarten Seiten das Rechteck etc.

17) Aus dem Imperativ „καλείσθω" geht deutlich hervor, dafs dieses Wort (Trapez, Tisch) von Euclid neu eingeführt wird.

18) εἰς ἄπειρον, richtiger „Zum Unendlichen", eigentlich das, zu dem es kein Jenseits giebt; die Unendlichkeit des Raumes wird dabei stillschweigend vorausgesetzt.

Die heutige Fiktion, dafs Parallele ihren unendlichfernen Punkt gemein haben, rührt von Desargues 1639 her, und wurde aufser von Steiner auch von Newton gewürdigt. Die Definition, dafs es Gerade sind, die überall von einander den gleichen Abstand haben, die noch neuerdings von Hübner seiner trigon. Planim. zugrunde gelegt ist, hat ihren Ursprung nicht bei Wolf 1730, nicht einmal bei Clavius 1574 oder Petrus Ramus, sondern findet sich nach Proclus (Friedl. 176) schon bei Posidonius und ist nach demselben Autor (S. 178) von dem grofsen Geometer Géminos (etwa 100 v. Chr.) angenommen.

Es verdient bemerkt zu werden, dafs hier schon in der Erklärung die Forderung der unendlichen Länge der Geraden ausgesprochen ist (als selbstverständliche und stillschweigende aus der angewandten Mechanik in die Geometrie hinübergenommene Thatsache), ohne welche die Parallelentheorie hinfällig wäre.

Forderungen.[1])

Es soll gefordert werden, dafs sich

1) von jedem Punkt bis zu jedem Punkt eine und nur eine Strecke führen lasse[2])

2) und diese Strecke sich kontinuierlich auf ihrer Geraden ausziehen lasse.[3])

3) Um jedes Zentrum sich mit jedem Abstand ein und nur ein Kreis zeichnen lasse.[4])

4) Und alle rechten Winkel einander gleich seien.[5])

5) Und wenn eine zwei Geraden schneidende Gerade mit ihnen innere an derselben Seite liegende Winkel bildet, die [zusammen] kleiner sind als zwei rechte, so schneiden sich die beiden [geschnittenen] Geraden bei unbegrenzter Verlängerung auf der Seite, auf der diese Winkel liegen.[6])

Anmerkungen zu den Forderungen.

1) Proclus sagt (vgl. L. Meyer, Progr. Tübingen 1885), dafs die Forderungen von den Grundsätzen sich unterscheiden wie die Aufgaben von den Lehrsätzen. Die ersteren verlangen Konstruktionen, die jeder leicht ausführen könne, die anderen Sätze, die jeder leicht zugäbe. Beiläufig vindiziert Meyer auf S. 15 dem Aristoteles einen ziemlich groben logischen Fehler, durch falsche Übersetzung des „δεῖται“ Friedl. S. 188, Z. 19; es ist hier wiederzugeben mit „ermangelt“ und nicht: bedarf. Aristoteles sagt: die Forderung ermangelt des Beweises, den man gerne geben möchte, wenn man nur könnte, während der Grundsatz von jedem ohne weiteres als richtig anerkannt wird.

Die Unterscheidung des Proclus pafst aber eigentlich nur auf das erste und dritte Petitum, und es darf daher nicht überraschen, wenn in die Handschriften eine Verwirrung eingerissen ist und sich z. B. in vielen Nr. 5 als (11.) Grundsatz findet und das schon vor Theon rezipierte „Gerade schliefsen keinen Raum ein“ sich im Vaticanus als Forderung 6 und in anderen Codices als Grundsatz 9 findet. Im übrigen wird die Fünfzahl der Postulata ausdrücklich hervorgehoben, vgl. Heiberg 7. 1. S. 8 Note. Die Unterscheidung des Proclus ist gewifs nicht die des Euclid, sieht man näher zu, so enthalten die „Aitēmata“ Grundthatsachen der Anschauung, die *κοιναὶ ἔννοιαι* (Axiome) (Grundsätze) aber Grundthatsachen der Logik.

2) Von den drei ersten Forderungen sagt Proclus (Meyer, Progr. Tübingen 1875): Diese drei Sätze sollen ihrer Klarheit wegen und weil darin etwas zu schaffen uns aufgetragen wird, nach Géminos notwendig unter die Forderungen gehören. Wir erinnern an die Bemerkung Newtons, 1 und 3 erhalten Probleme, die von der angewandten Mechanik ihre Lösungen empfangen haben. Darauf deutet auch der Ausdruck Ekbalein, „auswerfen“, der stets für das Verlängern von Strecken gebraucht wird, und er erinnert an die Konstruktion der Geraden mittelst des Seiles, das von einem Punkte aus zum anderen geworfen (und angezogen) wird.

3) *ἐπ' εὐθείας* der Folgerung 2 hat verschiedene Auslegung gefunden. Meyer l. c. sagt „in gerader Richtung“ (meint wohl „in derselben Richtung“), Engel und Stäckel „in gerader Linie“, Mollweide „gerade fort“ (schnureben von Pirkheimer).

Von Richtung steht kein Wort bei Euclid, erst bei Geminos findet sich (nach Proclus) die Erzeugung der Geraden durch „unge-

beugte“ Bewegung, d. h. durch Bewegung ohne Richtuugsänderung. Hätte Euclid sagen wollen: in gerader Linie, so hätte er ἐν mit dem Dativ genommen; ἐπὶ mit dem Genetiv bedeutet entweder „auf der Geraden“ (wovon die begrenzte ein Teil ist) oder giebt bei den Verben der Bewegung das Ziel an, wie nach Thrazien gehen, oder, und so haben es Lorenz und Mollweide aufgefafst, es steht wie bei milit. Ausdrücken, wo unser „4 Mann hoch“ mit ἐπὶ τεττάρων ausgedrückt wird; in allen diesen Fällen drückt es aus, dafs durch die Vorstellung des Teils, der Strecke, die des Ganzen, der Geraden, in der Anschauung erzeugt werden kann.

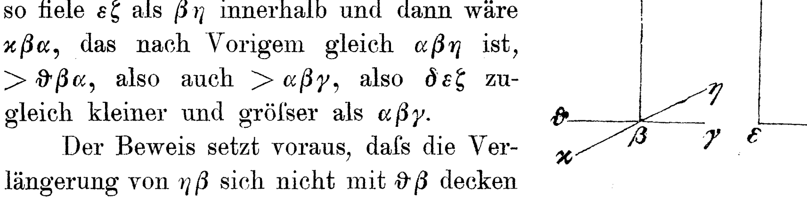
Die 1. Forderung sagt nach griechischem Sprachgebrauch im allgemeinen und dem des Euclid im besonderen, dafs hier die gröfstmöglichste Bestimmtheit herrscht, ausgedrückt durch den Wegfall des Artikels. Genau so, wie bei der Aufgabe Satz 11 und Satz 31, vgl. noch die Anmerkung zu Satz 31. Der bestimmte Artikel wird demonstrativ gebraucht, wenn auf ein Bestimmtes von vielen hingewiesen wird, gerade da, wo wir meistens den unbestimmten Artikel brauchen, also z. B. Satz 11 sagt Euclid: Hier in der gegebenen Geraden τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, wir sagen: Auf eine Gerade, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημαίου, von dem da auf ihr gegebenem Punkte, wir: von einem auf ihr etc. und fährt fort: πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν ἀγαγεῖν, ohne Artikel; wir sagen: Das Lot zu errichten. Proposition 16 steht μίας πλεῦρας, also das Zahlwort gerade, weil Vieldeutigkeit vorhanden ist.

Für unsere Auffassung von ἐπ' εὐθείας sprechen zahlreiche Stellen, z. B. die ἔκθεσις zu Satz 5, noch schärfer Satz 14, und besonders der Schlufs des Beweises, am schärfsten 44, die Konstruktion und dann der Beweis des Pythagoras 48. Die 1. Forderung sagt also aus, dafs zwischen zwei Punkten eine und nur eine Strecke möglich, die zweite, dafs durch eine Strecke die ganze Gerade eindeutig bestimmt ist. Forderung 2 hebt a) die Forderung der Unendlichkeit der Geraden noch einmal hervor, b) exemplifiziert sie das ἐξ ἴσου, insofern jede Strecke die ganze Gerade erzeugt, c) soll diese Forderung und nicht, wie Zeuthen will Nr. 4, die Eindeutigkeit der Fortsetzbarkeit aussprechen, bezw. wird sie als selbstverständlich (vgl. Schlufs der Definitionen) herübergenommen. Den Forderungen 1 und 2 schliefst sich noch die Definition 4 an, zusammen erst definieren sie die Gerade völlig und zwar nicht anschaulich, denn die Anschauung, das wiederhole ich, wird als selbstverständlich vorausgesetzt; zusammen sagen sie aus: die Gerade ist eine unterschiedslose und unendliche Linie, die

durch zwei ihrer Punkte völlig bestimmt ist. Ich verweise auch noch auf Duhamel (Les méthodes II p. 8, 9).

4) In der Annahme des Aorist folge ich Proclus wie August; die Handschriften (Heiberg) haben γράφεσθαι.

5) Forderung 4 ist nach Proclus von Géminos und anderen angegriffen als beweisbar. Wir geben hier den Beweis des Géminos: Wäre $\alpha\beta\gamma > \delta\varepsilon\zeta$ und legte man $\delta\varepsilon\zeta$ auf $\alpha\beta\gamma$, so dafs $\alpha\beta$ und $\delta\varepsilon$ zusammenfallen, so fiele $\varepsilon\zeta$ als $\beta\eta$ innerhalb und dann wäre $\varkappa\beta\alpha$, das nach Vorigem gleich $\alpha\beta\eta$ ist, $> \vartheta\beta\alpha$, also auch $> \alpha\beta\gamma$, also $\delta\varepsilon\zeta$ zugleich kleiner und gröfser als $\alpha\beta\gamma$.



Der Beweis setzt voraus, dafs die Verlängerung von $\eta\beta$ sich nicht mit $\vartheta\beta$ decken könne, d. h. also, dafs eine Strecke sich nur auf eine Weise zu einer Geraden verlängern lasse. Darin hat Zeuthen recht, aber dies zu sagen wäre die Forderung einer seltsamen Form und Euclid hat eine ganze Anzahl stillschweigender Voraussetzungen, ohne die keine geon., d. h. anschauliche Geometrie existieren kann, bezw. hat er diese Forderung in Nr. 1 und 2 ausgesprochen. Dem „Geminos und den anderen“ ist die strenge Arist. Auffassung der „Bewegung“ verloren gegangen, der Beweis verlangt ja auch die Verschiebbarkeit und Drehung der Ebene in sich selbst, bezw. die dritte Dimension, und die will und kann Euclid von seinem Standpunkt nicht zu Hilfe nehmen; so bleibt ihm nur übrig, zur „Forderung“ seine Zuflucht zu nehmen, welche ihm zugleich die Eindeutigkeit des Lotes in einem Punkte auf eine Gerade giebt und die Verschiebbarkeit etc. der Ebene ersetzt.

6) Forderung 5 ist das unter dem Namen des Parallelenaxioms (Parax) bekannte „Kreuz“ der Mathematik, der „Flecken“, mit dem nach Savile und Saccheri das grofse Werk des Euclid behaftet war, bis es durch Gaufs und Schweikart klar wurde, dafs sich, wie stets, aus der Wunde die Neubildung entwickeln mufste. Die Litteratur des Parax füllt bei Riccardi (Mem. d. Bol. S. V T. I. 1890) 20 Quartseiten. Ich nenne die erste selbständige Druckschrift, die des P. A. Cataldi, des Entdeckers der Kettenbrüche, von 1603, und die drei letzten mir bekannten, alle drei noch aus dem Jahre 1891, E. v. Schmidt, Euclids 11 Axiome durch eine neue Definition der geraden Linie bewiesen, Iselin, die Grundlagen der Geometrie und F. Pietzker, kritische Untersuchungen über die Grundlagen der Geometrie. Der Überblick über das Parax, den ich 1890 (gedruckt 1891) im Supple-

mentband der 4. Aufl. des Meyerschen Lexikons gab*), ist jetzt weit überholt durch die Darstellung bei Stäckel und Engel und diese wieder durch den Artikel von Robert Bonola in dem schönen Sammelband, den Enriques unter dem Titel Questioni riguard. la geom. elem. 1900 herausgegeben hat. Aber es ist eine Pflicht, hier der ersten kritischen Sichtung des Materials durch Klügel zu gedenken, der in seiner Dissertation Göttingen 1763 in der bescheidenen Form, wie es dem Anfänger ziemt, seiner Ansicht über die Unbeweisbarkeit des Axioms Ausdruck gab.

Die Forderung 5 heifst häufig 11. Axiom, weil sie in vielen Codices als solche steht, aber schon Zamberti hat sie richtig. Durch Proclus wissen wir, dafs sie eigentlich beständig angegriffen wurde, z. B. von Ptolemäus, und zwar ist der Grund klar. Die Erfahrung der Männer der Praxis schuf die Geometrie, die Geometrie vertiefte die angewandte Mathematik, aber die Skrupel eines Euclid über die Bewegung wurden von den Ingenieuren und Astronomen nicht geteilt; von ihrem Standpunkt aus war die Forderung des Euclid unanschaulich, da die wirkliche Bewegung das Nichtschneiden gar nicht, und das Schneiden in praxi meistens auch nicht konstatieren konnte. In dieser Hinsicht ist der Beweis von der Unrichtigkeit der Euklid. Forderung bei Proclus S. 570 ganz ungemein lehrreich. Euclid war weit schärfer. Er wollte, was Proclus ganz richtig bemerkt, den Satz B. I. 6: „in jedem Dreiecke sind zwei Winkel zusammen kleiner als zwei Rechte“ umkehren. Der Beweis gelang ihm, aller Bemühung ungeachtet, nicht, er erkannte, dafs hier eine neue Forderung nötig sei, um der Thatsache, dafs in unserm Raume zwei richtungsverschiedene Geraden sich nach unserer Anschauung schneiden, gerecht zu werden. Proclus kritisiert zuerst den Beweis des Ptolemäus, dann stellt er das Axiom auf: Der Abstand zweier hinlänglich entfernten Punkte, zweier sich schneidender Geraden wächst über jedes Mafs. Er beruft sich auf Aristoteles, der es aufgestellt „als er die Endlichkeit der Welt bewies“, gerade dann ist es falsch! Proclus beweist dann: wenn eine Gerade die eine von zwei parallelen Geraden schneidet, so schneidet sie auch die andere. Das ist das Parax in der Fassung unserer Lehrbücher: Durch einen Punkt ist zu einer Geraden nur eine Parallele möglich. Die Kritik des Beweises durch Clavius, der sich Saccheri anschliefst, ist falsch; der Fehler liegt darin, dafs

*) Für die 5. Aufl. übernehme ich nur die Verantwortung für die Artikel von A bis O.

der Abstand zweier Nichtsichschneidender ebenfalls unendlich werden kann. Clavius ersetzt dann das Parax durch ein anderes, das er allerdings durch seine Auffassung der Definition 4 zu beweisen glaubt: Der Ort der Punkte, welche von einer Geraden gleichen Abstand haben, (die Abstandslinie), ist eine Gerade. Es mag gleich hier bemerkt werden, dafs alle die Beweisversuche darauf hinauskommen, das Parax des Euclid durch ein anderes zu ersetzen, bezw. es implicite enthalten. Beinahe unmittelbar klar ist, dafs das Parax des Euclid sich deckt:

1. mit der Existenz des Rechtecks oder, was dasselbe ist, mit dem Satz: Die Winkelsumme im Dreieck ist zwei Rechte,

2. mit der Existenz ähnlicher Dreiecke,

3. mit dem Satz: Der Peripheriewinkel im Halbkreis ist ein Rechter,

4. mit dem Satz: Durch drei Punkte, die nicht in einer Geraden liegen, ist stets ein Kreis möglich, oder, was dasselbe ist: Zwei Gerade, welche auf sich schneidender senkrecht stehen, schneiden sich ebenfalls.

Weniger unmittelbar ist die Identität bei der Fassung Legendre's: Durch jeden Punkt (nicht wie es bei Balzer 3. Aufl. irrtümlich heifst „durch einen“) im Innern eines Winkels läfst sich eine Gerade ziehen, welche beide Schenkel schneidet. Noch indirekter ist der Zusammenhang bei Gaufs (Brief an Bolyai 1799): wonach ein (einziges) geradliniges Dreieck, dessen Inhalt gröfser als jede gegebene Fläche, genügt zum Ersatz des Parax. Noch abstrakter ist die Fassung: Man kann mit Flächen rechnen, d. h. es gilt das kommutative und assoziative Gesetz, denn dies Axiom verlangt den Pythagoras und dieser das Parax (Simon 1890).

An Clavius schliefst sich Borelli, dessen Euclides restitutus seit 1658 rasch eine Reihe von Auflagen erlebte; hier findet sich die wesentliche Auffassung der Parallelen als Geraden, welche auf derselben dritten senkrecht stehen, sowie Wallis, der als Savilischer Professor von amtswegen sich mit Euclid beschäftigen mufste. Er gab 1651 eine Kritik der Parallelentheorie Nasur ed Dins und hielt 1665 eine Vorlesung in Oxford, wo er das Parax des Euclid durch die Forderung der Ähnlichkeit ersetzte. Von diesen Vorgängern, in erster Linie von seinem Ordensbruder Clavius, angeregt, folgt Saccheri, von dem die nichteuclidische Geometrie gezählt wird. Saccheri zeigt zuerst die aprioristische Gleichberechtigung dreier Geometrien, und indem er zwei widerlegt, bezw. zu widerlegen sucht, bleibt als dritte die Euclidische übrig. Auf Saccheri folgt Lambert, vielleicht das gröfste Genie des

18. Jahrh.; über Saccheri hinausgehend, bemerkt er, daſs die eine der beiden „fremden“ Geometrien auf der Kugel, die andere auf einer imaginären Kugel ihre Gestaltung fände. Lambert und Saccheri zeigen sehr viel Übereinstimmung, das würde mich nicht veranlassen, an einen direkten Einfluſs Saccheri's auf Lambert zu glauben, ich würde auch niemandem als mir selbst glauben, daſs, als ich 1890 meine Elemente der Geometrie mit Rücksicht auf die abs. Geometrie schrieb, ich von Lambert keine Ahnung hatte. Aber Lambert wurde durch Klügel wieder an die Parallelentheorie erinnert, bei Klügel ist Saccheri besprochen; das Werk Saccheri's war schon durch seine Stellung im Orden ein verbreitetes; es ist eigentlich stets erwähnt worden, z. B. hat Pfleiderer S. 87 Saccheri und Lambert voll gewürdigt. Lambert lebte in Chur in engstem Zusammenhang mit der gelehrten Welt Churs, wo er den eigentlichen Grund zu seiner wissenschaftlichen Bedeutung gelegt hat, es wäre sehr unwahrscheinlich, daſs er in dieser speziell von jesuitischer Gelehrsamkeit durchtränkten Atmosphäre den Saccheri nicht kennen gelernt hätte.

Lamberts Abhandlung erschien als Nachlaſs-Werk in Hindenburgs Archiv von 1786, dem angesehensten deutschen wissenschaftlichen Journal der Zeit; daſs Gauſs es las, wissen wir, und so wirkt das Gesetz der Kontinuität auf Gauſs, der als der erste die Zufälligkeit der euclid. Raumform erkannte, dem die logische Gleich- ja Überberechtigung der anderen Geometrien klar war, und der mit vollem Bewuſstsein die Konsequenzen der logischen Unbeweisbarkeit der 5. Forderung zog.

Nur darf man nicht glauben, daſs Gauſs je an der thatsächlichen Richtigkeit des Satzes für unsern Raum gezweifelt habe, so wenig, wie an der der Dreidimensionalität des Raumes, obwohl er auch hier das logisch Hypothetische erkannte. Gauſs ist also der Begründer der nichteucl. Geometrie, obwohl er seiner Gewohnheit nach so gut wie nichts darüber veröffentlichte. Unabhängig von Gauſs gelangte etwa 1818 Schweikard zu einer von der 5. Forderung unabhängigen Geometrie. Zum Verständnis diene folgendes:

Es seien g und h zwei Gerade, welche auf derselben Dritten in A und B senkrecht stehen, dann sind zwei Hauptfälle denkbar, welche sich wieder in je zwei Unterfälle spalten: g und h können sich nicht schneiden, oder können sich schneiden. Im Falle 1) kann a) die Gerade h die einzige g Nichtschneidende durch A sein, b) kann ein ganzes Bündel davon existieren, gehälftet von h, welches von den Schneidenden durch zwei symmetrisch zu AB gelegenen Grenzgeraden

— die beiden Parallelen — getrennt wird. Im Falle 2) können g und h sich a) in seinem Punkte x schneiden, der dann links und rechts gleich weit von AB entfernt ist, oder b) in zwei Punkten x und y, symmetrisch zu AB gelegen. Zeigt man, dafs AB eine Mitte hat, so ist vermöge des Axioms von der Ebene leicht zu zeigen: Wenn einer dieser Fälle einmal eintritt, so mufs eben dieser immer eintreten. Je nachdem werden vier Geometrien als Euclidische, Lobatschewskische, Klein-Cliffordsche und Riemannsche unterschieden.

Die ersten, welche nichteucl. Geometrie veröffentlichten, waren Lobatschewski (Vortrag zu Kasan 12. Febr. 1826) und Johann Bolyai im Appendix 1832. Durch die Veröffentlichung von Riemann's Habilitationsvortrag: Über die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen 1861, in der die Möglichkeit einer Endlichkeit des Raumes und einer n-Dimensionalität zugelassen wurde, wurde dann die Beschäftigung mit der Grundlage der Geometrie zu einer der brennendsten Tagesfragen.

Wir haben noch einen Seitenweg zu verfolgen:

Im Jahre 1639 (Brouillon project. ed. Poudra 1864) beseitigte der eigentliche Begründer der modernen projektiven Geometrie, Desargues, durch Einführung des unendlich fernen (uneigentlichen) Punktes den Unterschied zwischen sich schneidenden und parallelen Geraden. Da bei Projektion eigentliche und uneigentliche Punkte in einander übergehen, so wurden die bei beliebigen Projektionen bleibenden projektiven Eigenschaften als vom Parax unabhängig erfunden. Die Geometrie der Lage, welche in Staudt und Reye ihre hervorragendsten Vertreter fand, kam nun ebenfalls zu der Notwendigkeit Mafsbestimmungen projektiv zu definieren. Indem Cayley und Felix Klein die Möglichkeiten dieser Mafsbestimmungen untersuchten, ergaben sich ihnen wieder die verschiedenen Geometrien, welche nach Klein mit Rücksicht auf die Polarkurve bezw. Fläche Elliptische (Riemann, Klein), Parabolische (Euclid), Hyperbolische (Lobatschewski) Geometrie heifsen.

Jede der Geometrien hat, soweit sie planim., ihre Versinnlichung auf einer Fläche, die Riemannsche auf der Kugel, die Klein-Cliffordsche im Strahlenbüschel, die Euclidsche auf der Ebene (bezw. Halbkugel, wenn man $\frac{\pi}{2} = \infty$ setzt), die nichteucl. auf der Pseudosphäre bezw. im Innern eines Kegelschnitts. Die wesentlichen Abweichungen der nichteucl. Planimetrie von der gewöhnlichen sind:

1. Durch jeden Punkt giebt es zu jeder Geraden zwei Parallelen, oder die Gerade hat zwei uneigentliche unendlich ferne Punkte.

2. Im Dreieck ist die Winkelsumme kleiner als zwei Rechte.

3. Die Fläche des Dreiecks ist dem sphärischen Exzefs

$$(\pi - (\alpha + \beta + \gamma))$$

proportional, und es giebt ein absolut gröfstes Dreieck mit der Winkelsumme 0.

4. Der Ort der Punkte, die von einer Geraden gleichen Abstand haben, ist eine Kurve, deren Tangente auf den Loten senkrecht steht.

5. Der Kreis mit unendlich grofsem Radius ist keine Gerade, sondern eine, wie die Abstandslinien, in sich verschiebbare Kurve Grenzkreis.

6. Zwei Nichtsichschneidende besitzen eine gemeinsame Senkrechte.

7. Alle Streifen (d. h. Stücke der Ebene zwischen zwei Parallelen) sind kongruent.

8. Der Parallelenwinkel hängt von der Distanz und einer Konstanten ab.

Das Verdienst, die Lehrer Deutschlands auf die neue Entwickelung hingewiesen zu haben, hat zunächst Balzer, der sie, wie auch Frischauf Elem. der abs. Geometrie 1876, wohl durch Hoüel's französische Übersetzung kennen lernte. Balzer hat Legendre (Noten), Lobatschewski, Bolyai in seinen Elementen der Mathematik erwähnt, die leider stark in Vergessenheit geraten zu sein scheinen. Wie gering das Verständnis für das System und die Verkettung und gegenseitige Abhängigkeit der Voraussetzungen, welche der Geometrie zugrunde liegen, noch heute ist, bewies ein Vortrag, den vor wenigen Jahren Herr Schotten unter dem Beifall der Zuhörer im Verein für Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts hielt.

Grundsätze.[1]

1) Was demselben [dritten] gleich ist, ist unter sich gleich.[2]

2) Und wird Gleiches zu Gleichem hinzugesetzt, so sind die Ganzen gleich.

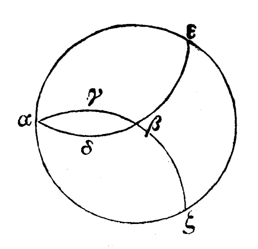
3) Und wird [Gleiches] von Gleichem weggenommen, so sind die Reste gleich.

8) Und das Ganze ist gröfser als sein Teil.[3]

7) Und einander Deckendes ist gleich.[4]

Anmerkungen.

1) Euclid hat *κοιναὶ ἔννοιαι*. „Allen Vernünftigen gemeinsame Annahme". Proclus „Axiome" eigentlich „Meinungen", aber nach dem Sprachgebrauch des Aristoteles allgemein angenommene logische Sätze, die man nicht beweisen kann, weil sie die logischen Grundlagen des Beweises sind. Proclus hat nur die fünf angeführten, und korrekterweise 8 vor 7, da 7) nicht rein logisch ist, sondern von dem Zusammenfallen in der Anschauung ausgeht, um daraus den logischen Schlufs der Gleichheit zu ziehen. Proclus erwähnt die apokryphen 4, 5, 6, 9, von denen 9 (in etwas anderer Form bei Proclus): Gleiches zu Ungleichem giebt Ungleiches, nach Proclus von Pappus herrührt, 5 und 6 offenbar überflüssig sind und 9): Zwei Gerade schliefsen keinen Raum ein, unter die Forderungen gehört, wo er sich auch oft findet, und von Proclus als überflüssig bekämpft wird. Den Beweis von Proclus (F. S. 239) macht die Figur klar: Wenn $\alpha\delta\beta\varepsilon$ und $\alpha\gamma\beta\zeta$ zwei Durchmesser wären, so müfsten die Bogen $\alpha\varepsilon$ und $\alpha\varepsilon\zeta$ gleich sein, was unmöglich (aufser, wenn wie in der Riemannschen Raumform beide gleich 0 sein könnten); aber Proclus setzt hinzu: Der „Stoicheiotes", der das wufste (nämlich: zwei Gerade etc.), sagte in der 1. Forderung, dafs sich von jedem Punkt zu jedem Punkt eine gerade Linie ziehen lasse, d. h. dafs eine Gerade stets die beiden Punkte verbinden könne, aber nicht zwei. Somit ist also meine Auslegung der Forderung 1 durch Proclus bestätigt.



2) Das Wort „Gröfse" ist vermieden, Proclus erklärt die Unbestimmtheit, die in dem Plural des Neutr. liegt, ganz richtig [mit der allgemeinen Giltigkeit für Raum, Zahl, Zeit etc.

3) Axiom 4 gilt nur für endliche Gröfsen, in der nichteucl. Geometrie ist der halbe Streifen dem Ganzen kongruent; in der Euclidischen kann das Parax auch ersetzt werden durch den Satz: Mit den unendlichen Flächengröfsen kann nach den für endliche giltigen Regeln gerechnet werden, was Euclid übrigens ganz naiv thut, z. B. 1. Prp. 15.

4) Axiom 7 ist von Schopenhauer „Welt als W. u. V." Th. 2 S. 143 angegriffen, weil es entweder eine Tautologie ist oder Bewegung voraussetzt. Es ist von Bolzano und Grafsmann durch das Prinzip: „Dinge, deren bestimmende Stücke gleich sind, sind gleich" ersetzt. Sch. hat Euclid gar nicht verstanden, Euclid braucht Axiom 7 zuerst

beim Beweis des ersten Satzes. Nur aus diesem Axiom folgt, dafs $AB = BA$ ist, ein Satz, an dessen rein logischem Beweis verzweifelnd, Bolzano die rein logische Begründung der Geometrie aufgab.

Technologie.

Es folgen nun die 48 „Protasis" (Propositionen, Sätze) des ersten Buches. Die Sätze zerfallen in „Probleme" [Aufgaben, die zur Erzeugung (γενεσις) eines Gebildes führen] und „Theoreme" (Lehrsätze). Den Unterschied definiert Proclus (S. 201), wo er von der „Technologie" des Euclid, um mit Tannery (Géom. grecque 1887) zu sprechen, handelt, wie folgt: „Bei den Problemen handelt es sich darum, Fehlendes sich zu beschaffen, anschaulich hinzustellen und mit den Kunstmitteln (Lineal und Zirkel) zu erzeugen. Im „Theorem" nimmt man sich vor das Vorhandensein einer Eigenschaft bezw. das Nichtvorhandensein zu sehen, zu erkennen, zu beweisen. Jedes Problem aber und jedes Theorem, das aus seinen vollständigen Teilen zusammengesetzt ist, mufs folgendes in sich enthalten: 1) Vorlage (Prótasis), 2) Feststellung des Gegebenen (ékthesis), Voraussetzung, 3) Feststellung des Geforderten (Diorismós), Behauptung, 4) Konstruktion (Kataskeuē), 5) Beweis (Apódeixis), 6) Schlufs (Sympérasma). „Die Protasis sagt aus, was gegeben und was gefordert wird, denn die vollständige Protasis besteht aus beidem. Die Ekthesis [Voraussetzung] setzt das Gegebene an und für sich [d h. ohne Rücksicht auf das Geforderte] genau auseinander und arbeitet dadurch der Untersuchung vor. Der Diorismos [Forderung, Behauptung] aber macht das Gesuchte, es sei, was es sei, an und für sich deutlich." Der Ausdruck Diorismos wird hier bei Proclus anders gebraucht, wie bei Pappus; Peyrard hat Prodior. Bei Pappus bezeichnet Diorismos genau das, was wir heute Determination nennen, d. h. die Angabe derjenigen Einschränkungen in Bezug auf die gegebenen Stücke, welche zur Ausführbarkeit der Konstruktion nötig sind. Die Kataskeue fügt das hinzu, was dem Gegebenen zur Erlangung des Gesuchten mangelt. Proclus sagt zur „Jagd" (ϑηϱαν), und braucht das Bild wiederholt, so alt ist das Bewufstsein des Kampfes des Mathematikers mit seinem Problem. Die Apodeixis leitet das Vorliegende logisch von dem, was bereits

feststeht, ab. Das Symperasma aber kehrt wieder zur Vorlage zurück, indem es den bewiesenen Satz klar und deutlich ausspricht. Und dies sind alle Teile, sowohl der Probleme als der Theoreme.

Am notwendigsten aber und in allen vorhanden sind die Vorlage, der Beweis und der Schlufs. Denn man mufs a) vorher wissen, was zu suchen ist, und b) es durch eine Kette von Schlüssen beweisen, und c) das Resultat einsammeln. Die andern Teile fehlen mitunter, wie Diorismos und Ekthesis bei dem Problem: Ein gleichschenkliges Dreieck zu konstruieren, worin jeder Basiswinkel das doppelte des Winkels an der Spitze.

Dies tritt ein, sagt Proclus, wenn die Vorlage kein Gegebenes (wir sagen keine Voraussetzung) enthält (d. h. wenn es ausgelassen ist, wie in dem c. Beispiel die Basis des Dreiecks), wie oft in den arithmetischen Büchern und im Buch 10, Satz 29: Eine 4. Wurzel zu konstruieren (bei gegebener, aber nicht erwähnter Einheitsstrecke). Und Proclus sagt auch den Grund: Das Gegebene fehlt (d. h. ist als selbstverständlich verschwiegen) und der Diorismos würde zu einer einfachen Wiederholung der Vorlage. Die Konstruktion aber fehlt in weitaus den meisten Theoremen, da die Ekthesis hinreicht, um ohne einen Zusatz (scl. von Zeichnung) das Vorgesetzte [d. i. die Figur, um die es sich handelt] sichtbar zu machen.

Hin und wieder finden sich Hilfssätze, Lēmma und Zugaben, Pórisma. Lemma ist eigentlich in der Geometrie ein Satz, der [noch] des Beweises bedarf, den wir für eine Konstruktion und einen Beweis einstweilen annehmen, vorbehaltlich des Beweises, und der sich durch diesen Vorbehalt von den Axiomen und Forderungen unterscheidet, welche wir, ohne dafs sie bewiesen, zur Rechtfertigung anderer Sätze herbeiziehen. Porisma ist ein Zusatz, der sich beim Beweis eines anderen als eine „Gottesgabe“ ungewollt von selbst ergiebt, im wesentlichen also eine andere Fassung des bewiesenen Satzes. Übrigens sind die meisten Lemma und Porisma verdächtig, so fehlt z. B. das Porisma zu 1, 15, obwohl es sich bei Proclus findet, in den besten Handschriften. Bei Gelegenheit dieses Porisma geht Proclus auch auf die andere Bedeutung des Wortes „Porisma“ ein (vgl. S. 5). Demnach handelt es sich bei dem Porisma darum, etwas, dessen Existenz feststeht, zu finden, während bei dem Problem durch die Konstruktion auch die genesis gegeben, d. h. die Frage der Existenz entschieden wird. Proclus führt als Beispiel vom Porisma an: Das Zentrum eines gegebenen Kreises zu finden und zu zwei kommensurablen Strecken das gröfste gemeinsame Mafs zu finden.

Zu bemerken ist, dafs in den guten Handschriften, abgesehen vom Vaticanus, sich weder Überschriften noch Bezeichnungen der einzelnen Teile finden, die Sätze sind numeriert, und selbst dies ist vermutlich nicht Original, da Euclid nicht auf die betreffende Nummer verweist, sondern den einschlagenden Satz vollständig angiebt. Das Schleppende der Darstellung veranlafste vermutlich die Bezifferung und zwang zu Abkürzungen. Übrigens erklärt sich die Breite, wenn man sich vergegenwärtigt, dafs das Original zum mündlichen Vortrag im Kolleg vor Studenten der Universität Alexandria bestimmt war.

[Satz] 1.

[Aufgabe.] Auf einer gegebenen Strecke ein gleichseitiges Dreieck zu errichten.

[Voraussetzung.] Gegeben sei die Strecke AB.

[Forderung.] Es ist erforderlich, auf der Strecke AB ein gleichseitiges Dreieck zu errichten.

[Konstruktion.] Um das Zentrum A werde mit dem Radius AB der Kreis $B\Gamma\Delta$ beschrieben und wiederum um das Zentrum B mit dem Radius BA der Kreis $A\Gamma E$, und von Γ, dem Punkt, in welchem sich die Kreise schneiden, mögen nach den Punkten A, B die Verbindungsgeraden ΓA, ΓB gezogen werden (Fig. 1).

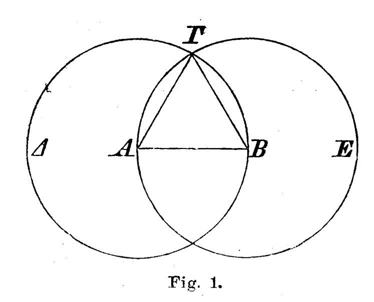


Fig. 1.

[Beweis.] Und da Punkt A Zentrum des Kreises $\Gamma\Delta B$ ist, ist (die) $A\Gamma$ gleich (der) AB; wiederum, da Punkt B Zentrum des Kreises ΓAE ist, ist $B\Gamma$ gleich BA. Es wurde aber gezeigt, dafs auch ΓA gleich AB. Jede von beiden ΓA, ΓB ist also AB gleich. Demselben gleiches ist aber unter sich gleich; folglich ist auch ΓA gleich ΓB. Also sind die drei, nämlich ΓA, AB, $B\Gamma$ einander gleich.

[Schlufs.] Also ist das Dreieck $AB\Gamma$ gleichseitig und steht auf der gegebenen Strecke AB. Was zu bewirken war.

Zu bemerken ist, dafs Euclid aus der Anschauung entnimmt, dafs die Kreise sich schneiden, und aus Axiom 5, dafs AB gleich BA ist.

2.

Von einem gegebenen Punkt eine Strecke, welche einer gegebenen gleich ist, zu ziehen.

Es sei der gegebene Punkt A, die gegebene Strecke $B\Gamma$.

Gefordert von Punkt A eine der gegebenen Strecke $B\Gamma$ gleiche Strecke zu ziehen.

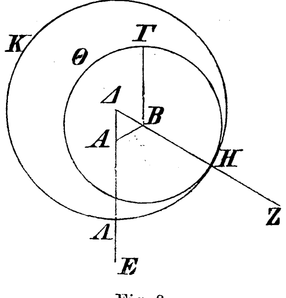


Fig. 2.

Es werde A mit B durch die Strecke AB verbunden, und auf ihr das gleichseitige Dreieck ΔAB errichtet, und ΔA, ΔB um AE, BZ verlängert und um das Zentrum B mit dem Radius $B\Gamma$ der Kreis beschrieben $\Gamma H\Theta$ und dann um das Zentrum Δ mit dem Radius ΔH der Kreis $HK\Lambda$.

Da nun B Zentrum des Kreises $\Gamma H\Theta$ ist, so ist $B\Gamma$ gleich BH, ferner, da Δ Zentrum des Kreises $HK\Lambda$ ist, so ist $\Delta\Lambda = \Delta H$, deren Stücke ΔA und ΔB gleich sind. Der Rest $A\Lambda$ ist also dem Rest BH gleich. Es wurde aber $B\Gamma$ als BH gleich erwiesen. Jede von den beiden $A\Lambda$ und $B\Gamma$ ist also BH gleich. Aber demselben gleiches ist unter sich gleich. Folglich ist auch $A\Lambda$ gleich $B\Gamma$.

Es ist also an Punkt A die der gegebenen Strecke $B\Gamma$ gleiche Strecke $A\Lambda$ angelegt; w. z. bewirken war.

3.

Wenn zwei ungleiche Strecken gegeben sind, von der gröſseren eine der kleineren gleiche Strecke abzuschneiden.

(Fig. 3.) Es mögen AB und Γ die gegebenen Strecken sein, von denen AB die gröſsere ist. Gefordert etc.

Lege an A eine Γ gleiche Strecke $A\Delta$ an; beschreibe um A mit dem Radius $A\Delta$ den Kreis ΔEZ.

Fig. 3.

Und da A Zentrum des Kreises ΔEZ, so ist $AE = A\Delta$, aber auch $\Gamma = A\Delta$, daher sind beide Strecken AE, Γ der Strecke $A\Delta$ gleich, also auch $AE = \Gamma$. Also ist etc. . . . ., w. z. bewk. war.

4.

Wenn zwei Dreiecke in zwei Seitenpaaren und den von ihnen eingeschlossenen Winkeln übereinstimmen, so sind auch die dritten Seiten gleich, und die Dreiecke sind gleich [der Fläche nach] und die Winkel sind gleich, welche den gleichen Seiten gegenüberliegen.

Es seien $AB\Gamma$, ΔEZ zwei Dreiecke (Fig. 4), so dafs $AB = \Delta E$; und $A\Gamma = \Delta Z$ und $\sphericalangle\ BA\Gamma = E\Delta Z$. Ich behaupte, dafs noch $B\Gamma = EZ$ und $\triangle AB\Gamma = \Delta EZ$ und $\sphericalangle\ AB\Gamma = \Delta EZ$ und $A\Gamma B = \Delta ZE$.

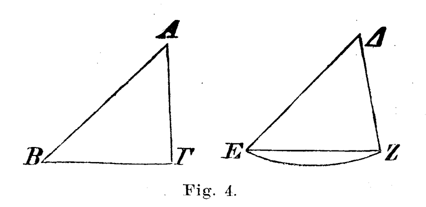


Fig. 4.

Denn wenn das Dreieck $AB\Gamma$ auf das Dreieck ΔEZ gelegt wird und zwar Punkt A auf Punkt Δ und Strecke AB auf ΔE, so wird auch Punkt B auf E fallen, wegen der Gleichheit von AB und ΔE. Nachdem aber AB auf ΔE gefallen ist, wird auch der Strahl $A\Gamma$ auf ΔZ fallen, wegen der Gleichheit der Winkel $BA\Gamma$ und $E\Delta Z$; so dafs auch Punkt Γ auf Punkt Z fallen wird, weil wiederum Strecke $A\Gamma = \Delta Z$ ist. Es war ja aber schon B auf E gefallen; daher wird die Basis $B\Gamma$ auf die Basis EZ fallen. Denn wenn, nachdem B auf E, Γ auf Z gefallen ist, die Strecken $B\Gamma$ und EZ nicht zusammenfallen würden, dann würden zwei Gerade einen Raum einschliefsen, was unmöglich ist. Folglich wird die Basis $B\Gamma$ auf EZ fallen, und wird so ihr gleich sein, so dafs noch das ganze Dreieck $AB\Gamma$ mit dem ganzen Dreieck ΔEZ zusammenfallen wird und ihm gleich sein wird, und die übrigen Winkel sich auf die übrigen legen und ihnen gleich sein werden, und zwar $\sphericalangle\ AB\Gamma$ dem Winkel ΔEZ und $A\Gamma B$ dem $\sphericalangle\ \Delta ZE$.

Wenn also zwei Dreiecke in zwei Seiten etc. . . . .

Was zu beweisen war.

Beim Beweis dieses Satzes, des ersten Kongruenzsatzes, ist die Bewegung zu Hilfe genommen, und zwar nur bei diesem planimetrischen Satz und seiner Umkehrung I, 8. Der ganze Beweis macht schon wegen der späteren Fassung des Axioms 1: Zwei Gerade schliefsen keinen Raum ein, den Eindruck einer späteren Redaktion; vielleicht durch Heron, dem als Mechaniker die Bewegung das Vertrauteste war. Getadelt ist von Savile die Deckung der Winkel, da noch nicht gelehrt ist, wie man einen Winkel anträgt. Merkwürdiger-

weise hat weder Proclus noch Savile, nach Pfleiderer, der so fleifsige Scholiast, auf die auffällige Anwendung der Bewegung hingewiesen. Sieht man näher zu, so ist nichts weiter benutzt als das stillschweigend angenommene Axiom von der Gleichförmigkeit des Raumes, demzufolge jede Figur, die an einer Stelle des Raumes möglich ist, auch an einer andern möglich ist, bezw. das Axiom Bolzano's und Grafsmann's: Gröfsen, deren bestimmende Stücke gleich sind, sind gleich. Die Kongruenz der dritten Seiten würde aus der Forderung 1: nach der zwischen je zwei Punkten eine Gerade vorhanden, sofort hervorgehen. Stillschweigend wird auch die Gleichheit zweier Winkel definiert: Winkel sind gleich, wenn sich ihre Schenkel decken.

Dafs Euclid die Kongruenzsätze nicht unter die Forderungen aufgenommen hat, ist ein Fehler.

5.

Im gleichschenkligen Dreieck sind die Winkel an der Basis einander gleich, und werden die gleichen Schenkel verlängert, so sind auch die Winkel unterhalb der Basis einander gleich.

(Fig. 5.) Sei $AB\Gamma$ das gleichschenklige Dreieck mit AB gleich $A\Gamma$ und es mögen auf ihren Geraden AB und $A\Gamma$ verlängert werden um $B\Delta$ und ΓE. Ich behaupte etc.

[Konstr.] Man nehme auf $B\Delta$ einen beliebigen Punkt Z, von AE nehme man AH gleich AZ weg und ziehe $Z\Gamma$ und HB.

[Beweis.] Dann ist $\triangle AZ\Gamma \cong AHB$ [4] folglich $\sphericalangle A\Gamma Z = ABH$ und $\sphericalangle AZ\Gamma = AHB$, und da $AZ = AH$ und ihr Teil AB und $A\Gamma$ auch gleich, so ist (Ax. 3) $BZ = \Gamma H$; und da bereits bewiesen, dafs $Z\Gamma = HB$ und $\sphericalangle BZ\Gamma = \Gamma HB$, so ist [4] Dreieck $BZ\Gamma \cong BH\Gamma$, folglich $\sphericalangle ZB\Gamma = H\Gamma B$ und $B\Gamma Z = \Gamma BH$. Da nun der ganze Winkel ABH als dem ganzen Winkel $A\Gamma Z$ gleich erwiesen wurde, und die Teile ΓBH und $B\Gamma Z$ gleich, so ist [Ax. 3] $\sphericalangle AB\Gamma = A\Gamma B$ und dies sind die Basiswinkel. Aber die Gleichheit von $ZB\Gamma$ und $H\Gamma B$ wurde schon gezeigt und sie liegen unterhalb der Basis.

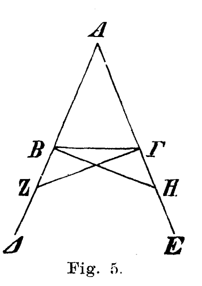


Fig. 5.

Also etc. . . . . w. z. b. w.

Aus Proclus ersehen wir, das wir für den Satz über die Gleichheit der Basiswinkel „dem alten Thales Dank schulden". Proclus giebt einen Beweis für die Gleichheit der Basiswinkel ohne die Schenkel zu verlängern und er giebt aus dem Kommentar des Pappus (s. S. 250) den berühmten Beweis Bolzano's (wenn ich nicht irre auch Leibniz), der darauf hinauskommt, dafs sich beim gleichschenkligen Dreieck links und rechts nicht unterscheiden läfst. Proclus fügt dann die Erweiterung der Geminos hinzu: Gleiche Schenkel bilden mit jeder in sich verschiebbaren Linie gleiche Winkel.

6.

Wenn in einem Dreieck zwei Winkel einander gleich sind, so sind auch die Seiten, welche sich unter den gleichen Winkeln unterspannen, einander gleich.

Es soll $AB\Gamma$ das Dreieck sein, worin der Winkel (Fig. 6) $AB\Gamma$ dem Winkel $A\Gamma B$ gleich ist; ich behaupte, dafs auch die Seite AB der Seite $A\Gamma$ gleich ist.

Fig. 6.

[Konstr.] Denn: wenn die AB der $A\Gamma$ ungleich ist, so ist eine der beiden die gröfsere. Es soll die gröfsere (die) AB sein und es soll von der gröfseren AB die der kleineren $A\Gamma$ gleiche $B\Delta$ weggenommen werden und es werde die Verbindung $\Delta\Gamma$ gezogen.

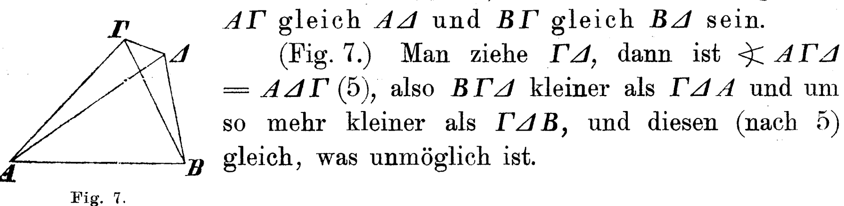
[Beweis, abgekürzt.] $A\Gamma B$ (nach 4) $\simeq \Delta B\Gamma$, der Teil dem Ganzen, was unschicklich; also ist AB nicht ungleich $A\Gamma$, also gleich.

Wenn also . . . . w. z. b. w.

Satz 6 ist das erste Beispiel eines Satzes, der indirekt (apagogisch), d. h. durch Hinleitung (apagoge) zum Unmöglichen bewiesen wird, für Umkehrungssätze die gewöhnliche Art des Beweises. Proclus beweist auch die zweite Umkehrung.

7.

Wenn über einer geraden Linie AB an derselben Seite die Dreiecke $A\Gamma B$ und $A\Delta B$ stehen, so kann nicht zugleich $A\Gamma$ gleich $A\Delta$ und $B\Gamma$ gleich $B\Delta$ sein.



(Fig. 7.) Man ziehe $\Gamma\Delta$, dann ist $\sphericalangle A\Gamma\Delta = A\Delta\Gamma$ (5), also $B\Gamma\Delta$ kleiner als $\Gamma\Delta A$ und um so mehr kleiner als $\Gamma\Delta B$, und diesen (nach 5) gleich, was unmöglich ist.

Fig. 7.

Im Euclid ist scheinbar der Fall nicht berücksichtigt, dafs die Spitze des einen Dreiecks innerhalb des andern falle. Proclus hat diesen Fall und bemerkt ganz richtig, dafs der Stoicheiotes um seinetwillen im Satze 6 die Gleicheit der Winkel unter der Basis beweise. Ebenso richtig bemerkt Proclus, dafs Satz 7 ein Hilfssatz, Lemma, zu Satz 8, dem sogen. 3. Kongruenzsatz; Peyrard hat durch eine leichte Änderung der Figur, welche von Hartwig in der letzten Schulausgabe des Lorenz 1860 adoptiert ist, den Beweis für beide Fälle zugleich gegeben.

8.

Wenn in zwei Dreiecken zwei Seitenpaare einzeln einander gleich sind, und die Grundlinie desgleichen, so sind die von den gleichen Seitenpaaren eingeschlossenen Winkel gleich.

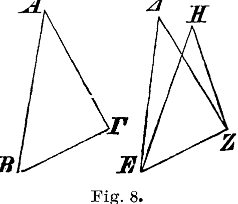


Fig. 8.

(Fig. 8.) $AB = \Delta E$ und $A\Gamma = \Delta Z$ und aufserdem soll $B\Gamma = EZ$ sein. Ich behaupte, dafs $\sphericalangle B A \Gamma = E \Delta Z$.

[Beweis ohne Zuhilfenahme der Bewegung.] Da $B\Gamma = EZ$, so kann man wegen der Gleichförmigkeit des Raumes das Dreieck $BA\Gamma$ in der Lage EHZ denken, dann mufs nach dem Lemma (S. 7) H auf Δ fallen.

Euclid beweist den sogen. 3. Kongruenzsatz dadurch, dafs er das Dreieck $AB\Gamma$ mit $B\Gamma$ auf EZ legt; Proclus giebt als Beweis des Philon den heut meist gebrauchten Beweis durch Aneinanderlegen. Proclus hebt mit Recht hervor, dafs Euclid nicht nötig hat, wie Philon, drei verschiedene Fälle zu unterscheiden. Proclus hebt schon die nahe Verwandtschaft des ersten und dritten Kongruenzsatzes hervor (Umkehrung von einander) und zeigt, wie der ganze Gang des Euclid durch den ersten und dritten Kongruenzsatz bestimmt wird.

9.

[4. Aufgabe.] Einen gegebenen Winkel zu halbieren.
(Fig. 9.) Sei $BA\Gamma$ der gegebene Winkel. Gefordert etc. . . . .
Nimm auf AB beliebig den Punkt Δ und schneide auf $A\Gamma$ eine

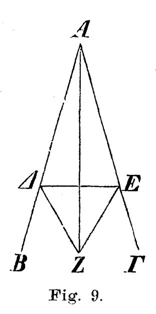


Fig. 9.

$A\Delta$ gleiche Strecke AE ab und ziehe ΔE und errichte auf ΔE das gleichseitige Dreieck ΔEZ und ziehe AZ. Ich behaupte, dafs AZ den Winkel $BA\Gamma$ halbieret.

[Beweis.] Dreieck $\Delta AZ \cong EAZ$ (8).

Dafs Z innerhalb des Winkels $BA\Gamma$ fallen mufs, wird von Proclus bewiesen, der auch schon für einen speziellen Fall die einfache Konstruktion mittelst zwei Kreisen giebt.

10.

[5. Aufgabe.] Eine gegebene Strecke AB zu halbieren.

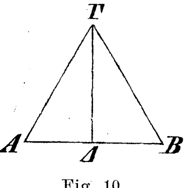


Fig. 10.

(Fig. 10.) Errichte auf AB das gleichseitige Dreieck $AB\Gamma$ und halbiere Winkel $A\Gamma B$ durch $\Gamma\Delta$, so ist Δ die Mitte.

Beweis: Satz 4.

Aus der Anschauung wird stillschweigend entnommen, dafs $\Gamma\Delta$ die Strecke schneide. Von Proclus erfahren wir, dafs unsere Konstruktion, mittelst der Kreise um A mit AB und um B mit BA die Strecke zu halbieren, von keinem geringeren als dem Apollonius herrührt.

11.

Zu einer gegebenen Geraden AB von einem auf ihr gegebenen Punkt Γ aus die senkrechte Gerade zu ziehen.

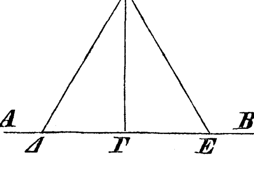


Fig. 11.

(Fig. 11.) Man nehme auf $A\Gamma$ beliebig Punkt Δ, und mache ΓE gleich $\Gamma\Delta$; und errichte auf der (Strecke) ΔE das gleichseitige Dreieck ΔZE und verbinde Z mit Γ, so ist $Z\Gamma$ die verlangte Senkrechte.

[Beweis.] $\Delta\Gamma Z \cong E\Gamma Z$ (8), also $\sphericalangle \Delta\Gamma Z = E\Gamma Z$. Was zu thun war.

Proclus giebt schon eine Lösung für den Fall, dafs der Strahl $\Gamma\Delta$ nicht über Γ verlängert werden darf; die bekannte Lösung mittels des Peripheriewinkelsatz bei Clavius.

12.

Nach einer gegebenen unbegrenzten Geraden AB von einem gegebenen Punkt Γ, der nicht auf ihr liegt, die senkrechte Gerade (Kathete) zu ziehen.

(Fig. 12.) Nimm auf der andern Seite der Geraden AB den Punkt $\varDelta$ und schlage um Γ mit $\Gamma\varDelta$ den Kreis EZH, halbiere EH in Θ, und ziehe ΓH, $\Gamma\Theta$, ΓE; so ist $\Gamma\Theta$ die verlangte Senkrechte.

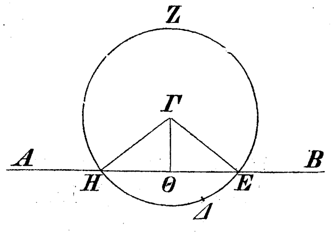


Fig. 12.

[Beweis.] $H\Theta\Gamma \cong \Gamma\Theta E$ (8).

Proclus. „Dies Problem untersuchte zuerst Oinopides, der es für die Astrologie (die Astronomie) nützlich hielt.“ Er nannte aber die Kathete altertümlich „nach Art des Gnomon“, weil ja der Gnomon auf dem Horizont senkrecht steht.

13.

[Lehrsatz 6.] Wie auch ein Strahl, der von einer Geraden ausgeht, mit ihr Winkel bilde, so wird er zwei Rechte oder zwei Rechten gleiche Winkel bilden.

(Fig. 13.) Die Gerade sei $\varDelta\Gamma$, der Strahl AB, die Winkel sind ΓBA, $AB\varDelta$. Sind sie gleich, so sind es zwei Rechte (Df. 10); ist ΓBA der kleinere, so errichte man in B das Lot BE auf $\varDelta\Gamma$, also sind ΓBE und $EB\varDelta$ zwei Rechte. Und da $\Gamma BE = \Gamma BA + ABE$, werde auf beiden Seiten $EB\varDelta$ hinzugelegt; also $\Gamma BE + EB\varDelta = \Gamma BA + ABE + EB\varDelta$. Andererseits da $\varDelta BA = \varDelta BE + EBA$, werde gemeinsam $AB\Gamma$ hinzugefügt, also $\varDelta BA + AB\Gamma = \varDelta BE + EBA + AB\Gamma$. Aber es wurde gezeigt, daſs auch $\Gamma BE + EB\varDelta$ diesem Trinom gleich sei, also $\varDelta BA + AB\Gamma = \Gamma BE + EB\varDelta = 2$ Rechte. W. z. b. w.

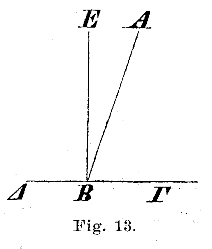


Fig. 13.

Daſs dieser Beweis vom heutigen Standpunkt aus fehlerhaft ist, braucht kaum bemerkt zu werden. Es fehlt der Nachweis, daſs man mit Winkeln nach den gewöhnlichen Regeln rechnen könne, speziell der Nachweis des kommutativen und assoziativen Gesetzes der Addition.

14.

[Lehrsatz: Umkehrung von 13.] Wenn zwei Winkel den Scheitel und einen Schenkel gemeinsam haben und zusammen zwei Rechte betragen, so sind die äufseren Schenkel die Verlängerungen von einander.

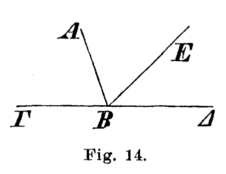


Fig. 14.

Beweis indirekt (Fig. 14).

15.

Wenn zwei Geraden einander schneiden, so sind die Schnittwinkel gleich.

(Fig. 18.) Die beiden Geraden AB und $\Gamma\Delta$ schneiden sich in E, ich behaupte, dafs $AE\Gamma = \Delta EB$ und $\Gamma EB = AE\Delta$.

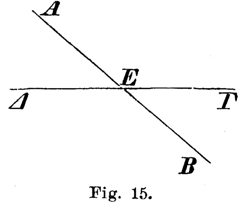


Fig. 15.

$\Gamma EA + AE\Delta = AE\Delta + \Delta EB$, weil beide nach 13 gleich 2 Rechte, also (Ax. 5) $\Gamma EA = \Delta EB$ etc.

Vgl. die Bemerkung zu Satz 13; die Scheitelwinkel werden nicht erklärt, sondern einfach als Winkel „κατὰ κορυφήν“, die Winkel „in Bezug auf den Scheitel“ bezeichnet; was gemeint ist, sagt die Ekthesis.

[Zusatz (Porisma). Hieraus ist klar, dafs, wenn sich zwei Geraden schneiden, die Winkel am Schnittpunkt zusammen 4 Rechte betragen.]

Das Porisma fehlt im Vaticanus, im Wiener, im Bologner Kodex, dagegen hat es Proclus, der es zu dem Satz erweitert: Alle Winkel um einen Punkt herum betragen zusammen 4 Rechte. Der Zusammenhang bei Proclus läfst die Vermutung zu, dafs das Porisma von Pythagoräern (d. h. Neupythagoräern) in den Euclid hineingebracht ist: „es ist bei einem Jahrhunderte lang gebrauchten Schulbuch fast unmöglich, den ursprünglichen Text festzustellen“ (Nöldeke).

16.

[Lehrsatz 9.] In jedem Dreieck ist, wenn eine Seite verlängert wird, der Winkel aufserhalb des Dreiecks gröfser als jeder von beiden der inneren ihm entgegengesetzten.

(Fig. 16.) $AB\Gamma$ sei das Dreieck und $B\Gamma$ werde bis Δ verlängert; ich behaupte etc.

[Konstr.] $A\Gamma$ werde in E halbiert (10) und BE werde um sich selbst verlängert bis Z, ΓZ gezogen und $A\Gamma$ bis H verlängert.

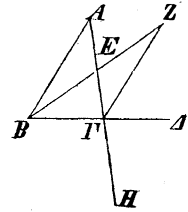


Fig. 16.

[Beweis.] Dreieck $AEB \simeq \Gamma EZ$ (4) und folglich $\sphericalangle\, BAE = E\Gamma Z$; also $\sphericalangle\, A\Gamma\Delta > BAE$; auf gleiche Weise wird durch Halbierung von $B\Gamma$ bewiesen, dafs $A\Gamma\Delta > AB\Gamma$. Also etc. . . . . w. z. b. w.

Dieser schöne Beweis ist von Legendre benutzt worden zu dem Beweis des Satzes, in jedem Dreieck ist die Winkelsumme nicht gröfser als zwei Rechte; aus ihm folgt sofort (von einigen wie Proclus sagt mit ihm verbunden)

17.

In jedem Dreieck sind zwei Winkel zusammen kleiner als zwei Rechte (Fig. 17).

Proclus fügt zu 16 hinzu, dafs aus ihm sowohl folgt: Von einem Punkt kann man nicht drei gleich lange Linien nach einer Geraden ziehen; als der Satz: Wenn zwei Gerade von einer dritten unter gleichen Gegenwinkeln geschnitten werden, so schneiden sich jene beiden nicht. Und aus 17 folgt: Von einem Punkte lassen sich mit einer Geraden nicht zwei Lote fällen; was Euclid schon durch das Weglassen des Artikels in 12 kenntlich gemacht hat. Es läfst sich schon in 12 zeigen, dafs, wenn sich von Γ auf AB zwei Katheten fällen lassen, jede Gerade, welche Γ mit einem Punkt auf AB verbindet, auf AB senkrecht steht, und mittelst 4, dafs das zweite Lot zu einem Widerspruch gegen Axiom 1 führt.

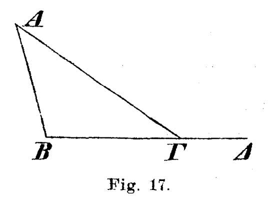


Fig. 17.

18.

In jedem Dreieck liegt der gröfseren Seite der gröfsere Winkel gegenüber.

Sei $AB\Gamma$ das Dreieck, und $A\Gamma > AB$.

Da $A\Gamma > AB$, mache man (Fig. 18) $A\Delta = AB$ (2) und ziehe $B\Delta$, dann ist $AB\Delta = A\Delta B$ (5) und $A\Delta B$ (16) $> A\Gamma B$, also auch $AB\Delta > A\Gamma B$ und um so mehr $AB\Gamma > A\Gamma B$.

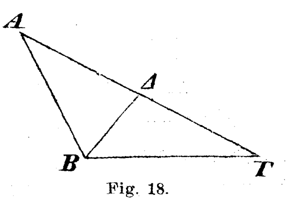


Fig. 18.

19.

In jedem Dreieck liegt dem gröfseren Winkel die gröfsere Seite gegenüber.

Beweis indirekt (Fig. 19).

20.

In jedem Dreieck sind irgend zwei Seiten zusammen gröfser als die dritte.

Sei $AB\Gamma$ das Dreieck (Fig. 20). Man verlängere BA bis Δ, so dafs $A\Delta = A\Gamma$, und ziehe $\Gamma\Delta$, dann ist $\sphericalangle\, A\Delta\Gamma = A\Gamma\Delta$, also $B\Gamma\Delta > A\Delta\Gamma$, also $\Delta B > B\Gamma$, also $BA + A\Gamma > B\Gamma$. Entsprechend wird gezeigt, dafs $BA + B\Gamma > A\Gamma$; $B\Gamma + \Gamma A > BA$ .... w. z. b. w.

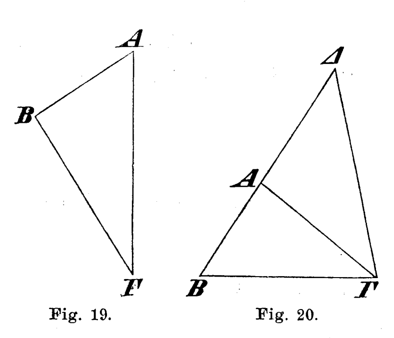


Fig. 19. Fig. 20.

Durch diesen Satz (und seine Folge 21) wird also bewiesen, dafs die Strecke die kürzeste Verbindung ihrer Endpunkte ist.

Ich füge das Scholion des Proclus, soweit es interessant ist, wörtlich hinzu: „Diesen Satz sind die Epikuräer zu schmähen gewohnt, und sie sagen, er sei jedem Esel offenkundig und bedürfe keines Apparats. Und es sei ebenso unverständig von Selbverständlichem Beweis zu fordern als Unklares für selbstverständlich zu erachten (Ramus!). Diese unklaren Köpfe wissen offenbar nicht, was bewiesen werden mufs und was nicht zu beweisen ist. Dafs aber der Esel das vorliegende Theorem erkannt habe, schliefsen sie daraus, dafs, wenn man ihm sein Heu an das Ende einer Seite legt, er auf dieser einen Seite marschiere und nicht auf den beiden andern, um sein Futter zu holen. Dazu ist zu bemerken, dafs der Satz als Erfahrungsthatsache klar ist, aber keineswegs dem logischen Grunde nach.“

Es folgen dann die Beweise des Heron und Porphyrios, von denen ich den des Heron beifüge.

Wenn man den $\sphericalangle\, \alpha$ — diese Abkürzung auch schon bei Proclus — halbiert durch $\alpha\varepsilon$, so ist nach 16 und 19 $\alpha\beta > \beta\varepsilon$ und $\alpha\gamma > \varepsilon\gamma$, also $\alpha\beta + \alpha\gamma > \beta\gamma$. Vgl. zu diesem Satz Hilbert's Vortrag zu Paris „Mathematische Probleme“. Gött. Nachr. 1900, Heft 3.

21.

Verbindet man einen Punkt im Innern eines Dreiecks mit den Enden einer Seite, so ist die Summe der Verbindungslinien kleiner als die Summe der beiden andern Seiten, aber sie schliefsen einen gröfseren Winkel ein.

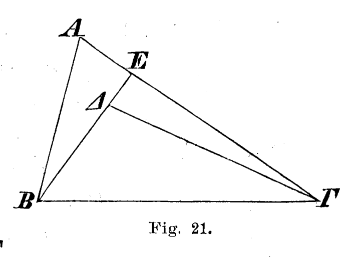


Fig. 21.

Sei $AB\Gamma$ das Dreieck, Δ der Punkt im Innern. $B\Delta$ werde ausgezogen bis E (Fig. 21), dann ist $AB + AE > BE$, also $AB + AE + E\Gamma > BE + E\Gamma$. Ebenso ist $\Gamma E + E\Delta > \Delta\Gamma$, also $BE + E\Gamma > \Delta\Gamma + B\Delta$, also erst recht $AB + A\Gamma > B\Delta + \Delta\Gamma$. Ferner Winkel $B\Delta\Gamma > \Delta E\Gamma > BA\Gamma$. . . . W. z. b. w.

Proclus zeigt an dem Beispiel des rechtwinkligen Dreiecks, dafs eine gebrochene Strecke im Innern sehr wohl gröfser sein kann als die Summe zweier Seiten.

22.

[Auf. 8.] Aus drei, drei gegebenen gleichen, Strecken ein Dreieck zu errichten; es müssen aber je zwei gröfser als die dritte sein.

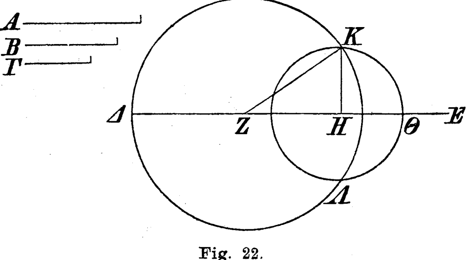


Fig. 22.

Es seien A, B, Γ die drei gegebenen Strecken, von denen immer je zwei gröfser als die dritte sind.

Es werde der Strahl ΔE (Fig. 22) hingelegt und $\Delta Z = A$ gemacht und $ZH = B$ und $H\Theta = \Gamma$ und mit Radius $Z\Delta$ im Z der Kreis $\Delta K\Lambda$ beschrieben: sodann im H mit $H\Theta$ der Kreis $K\Lambda\Theta$ und K mit Z und H verbunden, so ist KZH das verlangte Dreieck.

Beim Beweis fehlt der Nachweis, dafs die Kreise sich schneiden, den Proclus liefert, er folgt daraus, dafs wegen der Bedingung Θ stets aufserhalb des Kreises Z liegen mufs, während, da $A \geqq B$, H im Innern, bezw. auf dem Kreis Z liegt.

23.

[Auf. 9.] An eine gegebene Gerade in einem gegebenen Punkt einen Winkel von gegebener Gröfse anzutragen.

Sei die Gerade AB und A der Punkt auf ihr und $\Delta\Gamma E$ der gegebene Winkel. Man nehme auf $\Gamma\Delta$, ΓE beliebig die Punkte Δ und E (Fig. 23), ziehe ΔE, und konstruiere aus drei Strecken, welche gleich $\Gamma\Delta$, ΔE, ΓE sind, das Dreieck AZH, so dafs $\Gamma\Delta = AZ$; $\Gamma E = AH$, $\Delta E = ZH$, so ist $\sphericalangle\, \Delta\Gamma E = ZAH$.

Beweis: 8. Also etc. . . . . w. geth. w. m.

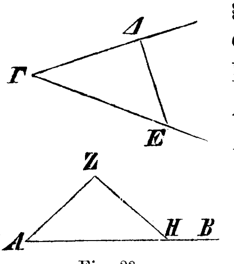


Fig. 23.

Die heute in den meisten Lehrbüchern übliche Variante, das Dreieck $\Delta\Gamma E$ gleichschenklig zu machen, rührt von Apollonius her, die Konstruktion bei Euclid ist entschieden vorzuziehen: sie soll wie die Aufgabe 7 (S. 12) von Oinopides herrühren.

24.

Wenn zwei Dreiecke zwei gleiche Seitenpaare haben, die von ihnen eingeschlossenen Winkel aber ungleich sind, so liegt dem gröfseren Winkel die gröfsere Seite gegenüber.

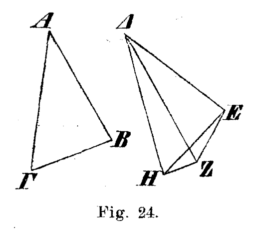


Fig. 24.

Die Dreiecke seien $AB\Gamma$ und ΔEZ und $BA = E\Delta$, $\Gamma A = Z\Delta$ und der Winkel bei A (Fig. 24) $>$ als der bei Δ; ich behaupte, dafs auch $B\Gamma > EZ$. Man konstruiert (nach 23) ΔEH, so dafs $\sphericalangle\, H\Delta E = BA\Gamma$ und $H\Delta = A\Gamma$, dann ist nach 4 $B\Gamma = EH$, und da $\Delta Z = \Delta H$, so ist $\sphericalangle\, \Delta HZ = \Delta ZH$, also $\sphericalangle\, \Delta ZH > EHZ$ und um so mehr $EZH > EHZ$, also $HE > ZE$, also $B\Gamma > EZ$. . . . . q. e. d.

Bei Euclid fehlen die Lagen: Z auf HE; Z innerhalb $H\Delta E$, in beiden Fällen ist der Satz unmittelbar ersichtlich (im 2. Falle nach 21).

25.

[Umkehrung.] Wenn zwei Dreiecke zwei Seitenpaare gleich haben, die dritten Seiten aber ungleich sind, so liegt der gröfseren Seite der gröfsere Winkel gegenüber.

(Fig. 25.) Beweis indirekt.

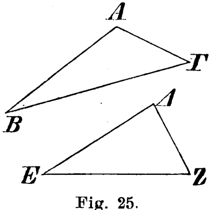


Fig. 25.

Proclus giebt zwei hübsche direkte Beweise, den einen von Menelaos, den die Figur 25a zeigt, den andern von Heron „dem Mechanikus“, den die Figur 25b zeigt.

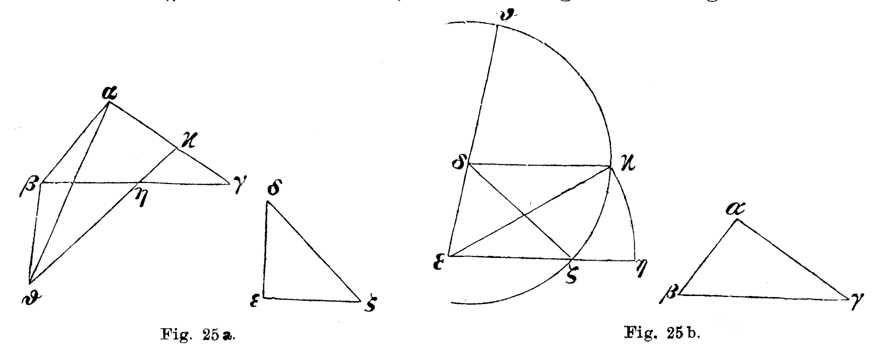


Fig. 25a. Fig. 25b.

26.

[Der 2. Kongruenzsatz.] Wenn zwei Dreiecke in zwei Winkeln übereinstimmen und in einer Seite, welche entweder an beiden gleichen Winkeln liegt oder einem von beiden gegenüberliegt, so sind die andern Seiten einander gleich und die dritten Winkel.

(Fig. 26.) Die Dreiecke seien $AB\Gamma$ und ΔEZ und $\sphericalangle AB\Gamma = \Delta EZ$ und $\sphericalangle B\Gamma A = EZ\Delta$ und sei zuerst $B\Gamma = EZ$; ich behaupte etc.

Denn wenn AB nicht gleich ΔE ist, so ist eine von beiden, z. B. AB die gröfsere und es werde $BH = E\Delta$ gemacht und $H\Gamma$ gezogen, dann ist (4) $H\Gamma = \Delta Z$ und $H\Gamma B = \Delta ZE = A\Gamma B$, was unmöglich, also sind AB und ΔE gleich und es gilt (4).

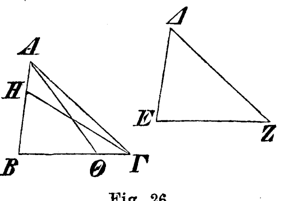


Fig. 26.

Wenn vorausgesetzt wird, dafs die gleichen Seiten AB und ΔE sind, so ist $B\Gamma = EZ$, denn wären sie ungleich und z. B. $B\Gamma$ die gröfsere, so mache man $B\Theta = EZ$ und ziehe $A\Theta$; dann wäre nach (4) $B\Theta A = EZ\Delta = A\Gamma B$, was, da $B\Theta A$ der Aufsenwinkel ist, unmöglich; also ist $B\Gamma = EZ$ (und die Dreiecke kongruent nach 4).

Seit wann dieser Satz als zweiter Kongruenzsatz gezählt wird, habe ich noch nicht ermitteln können; höchst auffallend ist, dafs ein Mann wie Zeuthen (Geschichte der Mathematik, Kopenh. 1896) nicht bemerkt hat, dafs Euclid die beiden Fälle des 2. Kongruenzsatzes in einem Satz behandelt hat. Danach verliert auch sein Urteil (S. 113), „von einer Vermengung, die nur wenig übersichtlich ist“, das Gewicht; ich bin der entgegengesetzten Ansicht. Es giebt kaum etwas durchsichtigeres als den planvollen Aufbau des 1. Buches.

27.

Werden zwei Geraden von einer dritten unter gleichen Wechselwinkeln geschnitten, so sind die geschnittenen Linien parallel.

AB und *ΓΔ* werden von *EZ* (Fig. 27) so geschnitten, dafs die Wechselwinkel *AEZ* und *EZΔ* einander gleich sind, so behaupte ich, dafs die *AB* der *ΓΔ* parallel ist.

Denn wenn nicht, so werden *AB*, *ΓΔ* ausgezogen entweder auf der Seite *B*, *Δ* oder *A*, *Γ* zusammentreffen. Sie sollen verlängert werden und auf der Seite *B*, *Δ* in *H* zusammentreffen; also ist der Aufsenwinkel des Dreiecks *EZH*, der Winkel *AEZ*, dem inneren, ihm gegenüberliegenden Winkel *EZH* gleich, was unmöglich. Also schneiden sich *AB* und *ΓΔ*, verlängert, auf der Seite *BΔ* nicht. Ebenso wird gezeigt werden, dafs sie sich auch nicht auf der Seite *AΓ* schneiden. Aber auf keiner von beiden Seiten sich schneidende sind parallel. Parallel folglich ist die *AB* der *ΓΔ*.

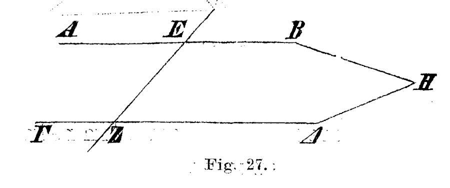


Fig. 27.

Wenn also etc. . . . ., q. e. d.

28.

Wenn zwei Geraden von einer dritten so geschnitten werden, dafs ein äufserer Winkel dem inneren entgegengesetzt und an derselben Seite liegenden Winkel gleich ist oder die inneren und an derselben Seite liegenden gleich zwei Rechten sind, so sind die geschnittenen Geraden einander parallel.

(Fig. 28.) *EHB* = *HΘΔ* (im heutigen Sprachgebrauch: Gegen- oder korrespondierende oder entsprechende Winkel) oder auch *BHΘ* und *HΘΔ* zusammen 2 Rechte (Ergänzungswinkel).

Denn da $\sphericalangle EHB = H\Theta\Delta$ und $\sphericalangle EHB = AH\Theta$ (15), so ist auch $AH\Theta = H\Theta\Delta$ und das sind Wechselwinkel, also AB (nach 27) parallel $\Gamma\Delta$.

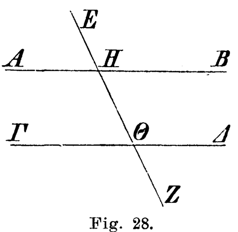


Fig. 28.

Im anderen Falle ist $BH\Theta + H\Theta\Delta$ gleich 2 Rechte und $AH\Theta + BH\Theta$ gleich 2 Rechte (13), also $AH\Theta = H\Theta\Delta$ etc.

Diese 28 Sätze sind vom Parallelenaxiom unabhängig, dagegen wird gelegentlich von dem Axiom, zwischen zwei Punkten ist nur eine Gerade möglich (Ax. 1), Gebrauch gemacht, sie gelten also ohne weiteres auch für die Lobatschefski'sche und Klein-Clifford'sche Planimetrie. (Nur mufs statt „Parallel" gesagt werden „Nicht sich schneidend".)

Aus dem Scholion des Proclus erfahren wir, dafs der heute in den meisten Lehrbüchern übliche Beweis (die Geraden müfsten sich der Symmetrie wegen, wenn sie sich auf der rechten Seite der schneidenden schnitten, auch auf der linken schneiden) von dem grofsen Astronomen Ptolomäos herrührt, der ein Buch zum Beweis des Parallelenaxioms geschrieben.

29.

Eine zwei parallele Geraden schneidende schneidet sie so, dafs die Wechselwinkel einander gleich sind, die Gegenwinkel gleich sind und die Ergänzungswinkel zusammen zwei Rechte betragen.

(Fig. 29.) Wäre $\sphericalangle AH\Theta \neq H\Theta\Delta$, so müfste einer von beiden gröfser als der andere sein, z. B. $AH\Theta$. Dann wäre $\sphericalangle BH\Theta + H\Theta\Delta < 2$ Rechte: (Gerade) aber, welche von Winkeln aus, die kleiner als zwei Rechten sind, ins Unbegrenzte verlängert werden, schneiden sich. (5. Forderung.) Daher müfsten sich AB und $\Gamma\Delta$ schneiden; aber sie schneiden sich nicht, da sie parallel sind; also ist $\sphericalangle AH\Theta$ dem Winkel $H\Theta\Delta$ nicht ungleich, also gleich.

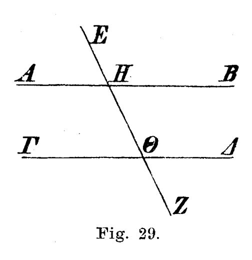


Fig. 29.

Aber $\sphericalangle AH\Theta = EHB$ (15), also auch $\sphericalangle EHB = H\Theta\Delta$. Zu beiden Seiten werde $BH\Theta$ zugefügt, also $\sphericalangle EHB + BH\Theta = H\Theta\Delta + BH\Theta = 2$ Rechte.

Also etc. . . . . q. e. d.

Über das Scholion und den Beweis des Ptolomäos, den Proclus richtig kritisiert, haben wir schon bei der 5. Forderung gesprochen, Proclus (Geminus? Heron?) ersetzt sie durch die Forderung: Eine Gerade, welche eine von zwei Nichtsichschneidenden schneidet, schneidet auch die andere. Sein Beweis ist fehlerhaft, da er annimmt, dafs jede Querstrecke zwischen zwei Nichtsichschneidenden endlich sein müsse.

30.

Geraden, welche derselben Geraden parallel sind, sind untereinander parallel.

(Fig. 30). Sei jede von beiden (nämlich AB, $\Gamma\Delta$) parallel EZ; es möge sie [d. h. AB und $\Gamma\Delta$] HK schneiden, dann ist $\sphericalangle AHK = H\Theta Z$ (29) und aus gleichem Grunde $H\Theta Z = HK\Delta$, also $AHK = HK\Delta$, also (nach 27) AB parallel $\Gamma\Delta$.

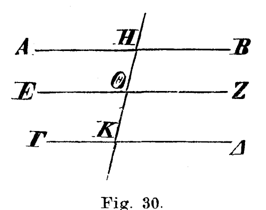


Fig. 30.

An dem Scholion des Proclus ist nur der Ausdruck interessant, dafs Euclid dies noch hinzusetzte: „wegen der Grünheit der Hörer“; also zum Vorlesungsgebrauch für Studierende war auch (oder schon) damals der Euclid bestimmt. Der Beweis selbst ist fehlerhaft, er ist richtig, wenn AB und $\Gamma\Delta$ als parallel EZ vorausgesetzt werden, aber nicht, wenn z. B. AB und EZ als parallel $\Gamma\Delta$ vorausgesetzt werden, denn dann nimmt er gerade den Satz an, den er beweisen will, nämlich, dafs eine Gerade, welche eine von zwei Nichtsichschneidenden schneidet, auch die andere schneidet. Übrigens ist schon beim Beweis des angenommenen Falles stillschweigend vorausgesetzt, dafs jede Gerade die Ebene in zwei getrennte Teile teile. Für den zweiten Fall mufs der Beweis indirekt geführt werden; es wäre $BH\Theta + H\Theta Z$ sowohl ungleich als gleich 2 Rechten.

Satz 30 ist das Par.-Ax., wie es in den meisten heutigen Schulbüchern steht: „Durch einen Punkt läfst sich zu einer Gerade nur eine Parallele ziehen.“

31.

Durch einen gegebenen Punkt die einer gegebenen Geraden parallele Gerade zu ziehen.

(Fig. 31.). Gegeben Punkt A und die Gerade $B\Gamma$. Es werde auf $B\Gamma$ der beliebige Punkt Δ genommen und $A\Delta$ gezogen und an den Strahl $A\Delta$ und den Punkt ein dem Winkel $A\Delta\Gamma$ gleicher (nach der entgegengesetzten Seite) angetragen (23) und EA auf der Geraden (ἐπ' εὐθείας) AZ hinzugefügt (dann ist nach 17) EAZ die verlangte Parallele).

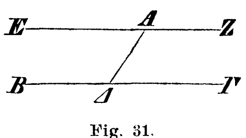


Fig. 31.

Das Scholion des Proclus ist von gröfster Wichtigkeit, weil es in gröfster Schärfe sich darüber ausspricht, dafs der Stoicheiotes den Singular ohne Artikel und Zahlwort gebraucht, um die vollständige Eindeutigkeit sowohl bei dieser Aufgabe als bei der: Von einem Punkt aufserhalb auf eine gegebene Gerade das Lot zu fällen, hervorzuheben.

32.

In jedem Dreieck ist, wenn eine beliebige Seite verlängert wird, der Aufsenwinkel den inneren ihm gegenüberliegenden Winkeln gleich und die drei Winkel innerhalb des Dreiecks sind zwei Rechten gleich.

(Fig. 32.) Sei $AB\Gamma$ das Dreieck, und es werde eine Seite, z. B. $B\Gamma$ verlängert nach Δ. Man ziehe ΓE parallel AB, dann sind $BA\Gamma$ und $A\Gamma E$ als Wechselwinkel gleich (29) und $AB\Gamma$ und $E\Gamma\Delta$ als Gegenwinkel, also $A\Gamma\Delta = BA\Gamma + AB\Gamma$.

Ferner $A\Gamma\Delta + A\Gamma B = BA\Gamma + AB\Gamma + A\Gamma B$ $= 2$ Rechte.

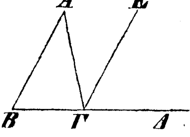


Fig. 32.

Aus dem Scholion erfahren wir, dafs Eudemos von Rhodos, „der Peripatetiker“, einer von den unmittelbaren Schülern des Aristoteles, diesen Satz den Pythagoräern zuschreibt mit samt dem Beweise, der gewöhnlich in den Lehrbüchern steht, der Parallelen durch die Spitze zur Grundlinie. Der Satz selbst ist als Erfahrungssatz gewifs viel älter als Euclid, und es wird vollkommen klar, dafs der ganze Gang der Elemente bis zu ihm hin

durch das Bestreben ihn zu beweisen bestimmt ist. Der enge Zusammenhang des Satzes über die Winkelsumme im Dreieck mit der Parallelentheorie ist also schon dem Euclid völlig bewufst gewesen.

33.

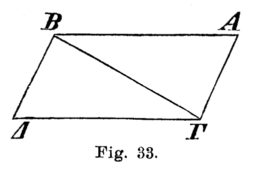


Fig. 33.

Strecken, welche parallele und gleiche Strecken an gleichen Seiten [gleichliegend] verbinden, sind gleich und parallel.

(Fig. 33.) AB gleich und parallel $\Gamma\Delta$; Behauptung $A\Gamma$ gleich und parallel $B\Delta$.

Beweis: Ziehe $B\Gamma$, dann ist $AB\Gamma = B\Gamma\Delta$ (Wechselwinkel 29), also $AB\Gamma \cong \Delta\Gamma B$ (4), also $AB = A\Gamma$ und parallel (27).

Proclus bemerkt, dafs mit diesem Satz die Existenz der Parallelogramme gesichert ist; es folgt nun (nach Proclus) der dritte Teil des ersten Buches, die Lehre von den Parallelogrammen und daran anschliefsend die Flächenvergleichung. Euclid spricht zunächst von einem parallelogrammischen Raumgebilde und versteht darunter ein Viereck, dessen Gegenseiten parallel sind; das Wort ist zufolge Proclus nach Analogie von εὐθυγραμμος geradlinig gebildet. Zu bemerken ist, dafs das Wort Diagonale weder bei Euclid noch bei Proclus vorkommt, sondern statt dessen Diameter, Diagonale erst bei Heron.

34.

In Parallelogrammen sind die gegenüberliegenden Seiten und Winkel gleich und jeder Durchmesser halbiert sie.

(Fig. 34.) $A\Gamma\Delta B$ das Parallelogramm, ΓB der Durchmesser.

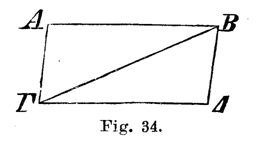


Fig. 34.

Beweis durch Kongruenz von $AB\Gamma$ und $B\Gamma\Delta$ nach dem (fälschlich zweiten) Kongruenzsatz (26).

Proclus hebt ausdrücklich hervor, dafs die Halbierung sich auf den Raum, den das Viereck einnimmt, bezieht, und nicht auf den Winkel, welchen die Diagonale durchschneidet.

35.

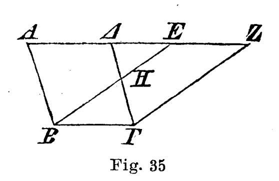


Fig. 35

Parallelogramme auf derselben Basis und in denselben Parallelen sind einander [flächen]gleich.

(Fig. 35.) Beweis: $A\Delta = B\Gamma$, $EZ = B\Gamma$, also $A\Delta = EZ$ und ΔE ist gemeinsam, also

$AE = \Delta Z$; aber auch $AB = \Delta\Gamma$ und $\sphericalangle EAB = Z\Delta\Gamma$, also $\triangle ABE \cong \Delta\Gamma Z$ (4). Wird das gemeinsame Dreieck ΔHE weggenommen, so ist Trapez $ABH\Delta = EH\Gamma Z$, wird das gemeinsame Dreieck $HB\Gamma$ zugesetzt, so folgt: das ganze Parallelogramm $AB\Gamma\Delta = EB\Gamma Z$.

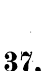
36.

Parallelogramme auf gleicher Basis in denselben Parallelen sind einander gleich.

(Fig. 36.) $AB\Gamma\Delta$ und $EZH\Theta$ die Parallelogramme, $B\Gamma$ und ZH gleich.

Fig. 36.

Beweis: Man ziehe BE, $\Gamma\Theta$, dann ist $EB\Gamma\Theta$ nach 33 ein Parallelogramm und $AB\Gamma\Delta = EB\Gamma\Theta = EZH\Theta$.



37.

Dreiecke auf derselben Grundlinie in denselben Parallelen sind [flächen]-gleich.

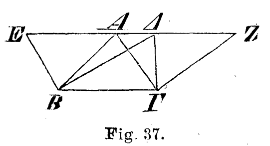


Fig. 37.

(Fig. 37.) $AB\Gamma$ ist die Hälfte von $BEA\Gamma$, und $B\Delta\Gamma$ die Hälfte von $\Delta B\Gamma Z$, welche Parallelogramme nach 35 gleich sind; also ist $AB\Gamma = B\Delta\Gamma$.

38.

Dreiecke auf gleicher Grundlinie in denselben Parallelen sind unter sich gleich (Fig. 38).

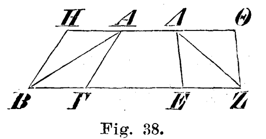


Fig. 38.

39.

Gleiche Dreiecke auf derselben Basis und an derselben Seite dieser Basis gelegen, sind in denselben Parallelen.

(Fig. 39.) $AB\Gamma$ und $\Delta B\Gamma$ seien die Dreiecke. Wenn $A\Delta$ nicht parallel $B\Gamma$, so ziehe man (31) durch A die Parallele AE zu $B\Gamma$ und ziehe $E\Gamma$, dann ist $AB\Gamma = EB\Gamma = \Delta B\Gamma$; das gröſsere dem kleineren, was unmöglich. Ähnlich wird gezeigt, daſs auch keine andere Linie auſser $A\Delta$ mit $B\Gamma$ parallel ist.

Fig. 39.

40.

Gleiche Dreiecke auf gleichen Grundlinien [in derselben Geraden] und an derselben Seite [dieser Geraden] sind in denselben Parallelen.

(Fig. 40.) Beweis wie 39.

Es fällt auf, dafs der Zusatz [in derselben Geraden] bei Euclid fehlt, und das Fehlen dieser Bestimmung von Proclus nicht gerügt wird. Proclus beweist dann den Satz, dafs, wenn flächengleiche Dreiecke (bezw. Parallelogramme) in denselben Parallellinien liegen, sie gleiche Grundlinien haben, und fügt über diesen Satz sowie die analogen hinzu: „Da aber die Methode des Beweises und das Unmögliche (der Teil dem Ganzen gleich) dieselben sind, hat sie der Stoicheiotes mit Fug ausgelassen.“

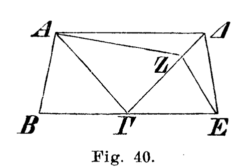


Fig. 40.

41.

Wenn ein Parallelogramm und ein Dreieck dieselbe Basis haben und in denselben Parallelen liegen, so ist das Parallelogramm das Doppelte des Dreiecks.

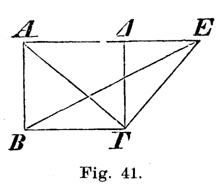


Fig. 41.

(Fig. 41.) Das Parallelogramm $AB\Gamma\Delta$ hat dieselbe Basis wie das Dreieck $EB\Gamma$ und liegt in denselben Parallelen $B\Gamma$, AE. Man ziehe $A\Gamma$, dann ist $AB\Gamma = EB\Gamma$ (37), $AB\Gamma\Delta = 2\ AB\Gamma$ (34), also $AB\Gamma\Delta = 2\ EB\Gamma$.

42.

Ein dem gegebenen Dreieck ($AB\Gamma$) gleiches Parallelogramm zu konstruieren in einem Winkel, welcher einem gegebenen Winkel gleich ist.

Fig. 42.

(Fig. 42.) Halbiere $B\Gamma$ in E (10), ziehe AE, lege an $E\Gamma$ in E einen dem gegebenen Winkel Δ gleichen an, $\sphericalangle\, \Gamma EZ$ (23) und ziehe durch A die Parallele AH zu $E\Gamma$ und durch Γ die Parallele ΓH zu EZ, so ist $ZE\Gamma H$ das verlangte Parallelogramm.

43.

In jedem Parallelogramm sind die Ergänzungen der Parallelogramme wie den Durchmesser (die Diagonale) einander gleich.

Das Parallelogramm (Fig. 43) sei $AB\Gamma\Delta$, die Diagonale $A\Gamma$, die Parallelogramme um $A\Gamma$ seien $E\Theta$ und ZH, die „Ergänzungen" genannten [Parallelogramme] BK und $K\Delta$, ich behaupte, es sei $BK = K\Delta$.

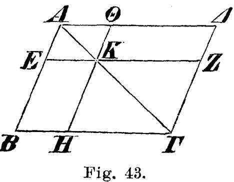


Fig. 43.

Denn da $AB\Gamma\Delta$ ein Parallelogramm ist, und $A\Gamma$ seine Diagonale, wird $\triangle AB\Gamma = A\Gamma\Delta$ sein (34), und da $E\Theta$ ein Parallelogramm ist und AK seine Diagonale, wird $\triangle AEK = A\Theta K$ sein, und gleicherweise wird $\triangle KH\Gamma \equiv KZ\Gamma$ sein, also $AEK + KH\Gamma = A\Theta K + KZ\Gamma$ (Ax. 2). Es ist aber das ganze $\triangle AB\Gamma$ gleich dem ganzen $\triangle A\Delta\Gamma$ gleich, der Rest also, das Parallelogramm BK, dem Rest, dem Parallelogramm $K\Delta$, gleich.

Also etc. . . . . q. e. d.

Dafs mit diesem ebenso einfachen als wichtigen Satz die ganze Lehre von der Flächenverwandlung, und ebenso die Konstruktion der 4. Proportionale, also die ganze Ähnlichkeitslehre, dem Euclid zugänglich geworden, hebt Zeuthen mit Recht hervor. Man kann, wie oft gethan, unmittelbar auf diesen Satz den Pythagoras gründen. Pappos z. B. hat zahlreiche Anwendungen von dem „Satz über die Ergänzungsparallelogramme" gemacht.

44.

An einer gegebenen Strecke ein Parallelogramm anzulegen, welches einem gegebenen Dreieck gleich ist und einen Winkel von gegebener Gröfse hat.

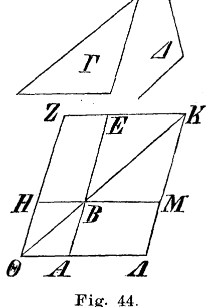


Fig. 44.

(Fig. 44.) AB die gegebene Strecke, Γ das gegebene Dreieck, Δ der gegebene Winkel. Es werde (nach 42) das Parallelogramm $BEZH$ konstruiert, dem Dreieck Γ gleich und mit dem Winkel EBH gleich Δ, und dies Parallelogramm so gelegt, dafs BE, AB in einer geraden Linie sind und ZH ausgezogen bis Θ, und durch A zu BH,

EZ die Parallele $\varDelta\Theta$ gezogen und Θ mit B verbunden. Weil die Parallelen $\Theta\varDelta$ und EZ von ΘZ geschnitten werden, ist $\sphericalangle\, \varDelta\Theta Z + \Theta ZE = 2$ Rechten, also $\sphericalangle\, B\Theta H + HZE < 2$ Rechten, also schneiden sich (nach 5. Forderung) ΘB und ZE, und zwar in K. Durch K werde die zu EA, $Z\Theta$ Parallele $K\varLambda$ gezogen und $\Theta\varDelta$, HB verlängert bis zu $\varLambda$ und M, so ist $\varLambda BM\varLambda$ das verlangte Parallelogramm.

45.

Ein Parallelogramm zu konstruieren, welches einer gegebenen geradlinigen (Figur) gleich ist, und einen Winkel von gegebener Gröſse hat.

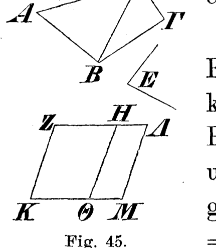


Fig. 45.

(Fig. 45.) Sei $AB\Gamma\varDelta$ die gegebene geradlinige Figur, E der gegebene Winkel. Man ziehe $\varDelta B$ und konstruiere (42) das dem Dreieck $AB\varDelta$ gleiche Parallelogramm $Z\Theta$ mit dem Winkel ΘKZ gleich E und lege an $H\Theta$ (nach 44) das dem Dreieck $\varDelta\Gamma B$ gleiche Parallelogramm HM mit dem Winkel $H\Theta M = E$, so ist $ZKM\varLambda$ das verlangte Parallelogramm.

Euclid beschränkt sich auf ein Viereck, aber da jedes Vieleck von einer Ecke aus in Dreiecke zerlegt werden kann, so ist die Aufgabe allgemein gelöst.

46.

Von einer gegebenen Strecke aus ein Quadrat zu zeichnen (ἀναγράψαι, wörtlich beschreiben).

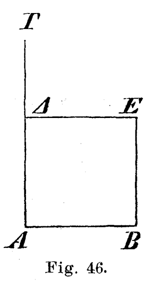


Fig. 46.

(Fig. 46.) Gegeben AB, man errichte in A das Lot $A\Gamma$ auf AB (11) und mache $A\varDelta = AB$ (2), und ziehe durch $\varDelta$ zu AB die Parallele $\varDelta E$ und durch B und $A\varDelta$ die Parallele BE (31), so ist $A\varDelta EB$ ein Parallelogramm. Also $AB = \varDelta E$; $A\varDelta = BE$, aber $AB = A\varDelta$, also $BA = A\varDelta = \varDelta E = EB$, also ist das Parallelogramm gleichseitig. Ich behaupte aber, daſs es auch rechtwinklige etc. Daher ist $AB\Gamma\varDelta$ ein Quadrat; . . . . w. zu machen war.

47.

In den rechtwinkligen Dreiecken ist das Quadrat der den rechten Winkel unterspannenden (ὑποτεινούσης) Seiten gleich

den Quadraten der den rechten Winkel einschliefsenden Seiten.

Sei (Fig. 47) $AB\Gamma$ das rechtwinklige Dreieck, mit dem rechten Winkel $BA\Gamma$. Ich behaupte, dafs das Quadrat von $B\Gamma$ gleich ist den Quadraten von BA, $A\Gamma$.

Man zeichne das Quadrat $B\Delta E\Gamma$ von $B\Gamma$ und von BA, $A\Gamma$ die HB, $\Theta\Gamma$ und durch A werde zu jeder von den beiden $B\Delta$, ΓE die Parallele $A\Lambda$ gezogen und A mit Δ, Z mit Γ verbunden. Und da ein Rechter jeder von den beiden Winkeln $BA\Gamma$, BAH ist, [so] bilden die von einer Geraden, BA, und an einem Punkt auf ihr, A, an verschiedenen Seiten gelegenen Strahlen $A\Gamma$, AH Nebenwinkel, welche [zusammen] zwei Rechte ausmachen, folglich sind ΓA, AH in einer Geraden (14). Aus denselben [Gründen] ist BA mit $A\Theta$ auf einer Geraden. Und da der Winkel $\Delta B\Gamma$ gleich ZBA ist, denn jeder ist ein Rechter, so lege man zu beiden $AB\Gamma$ hinzu, so ist der ganze Winkel $AB\Delta$ dem ganzen Winkel $ZB\Gamma$ gleich. Und da ΔB gleich $B\Gamma$, und ZB gleich AB, so sind die beiden ΔB, BA den beiden ZB, $B\Gamma$ gleich, eine jede jeder, und der Winkel ΔBA gleich $ZB\Gamma$, also ist die Basis $A\Delta$ der Basis $Z\Gamma$ gleich und das Dreieck $AB\Delta$ dem Dreieck $ZB\Gamma$. Aber vom Dreieck $AB\Delta$ ist das Doppelte das Parallelogramm $B\Lambda$, denn sie haben dieselbe Basis, nämlich $B\Delta$ und sind in denselben Parallelen $B\Delta$ und $A\Lambda$. Also ist das Parallelogramm $B\Lambda$ dem Quadrat HB gleich.

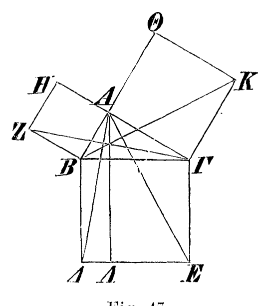


Fig. 47.

Entsprechend wird, wenn A mit E und B mit K verbunden werden, gezeigt werden, dafs auch das Parallelogramm $\Gamma\Lambda$ gleich ist dem Quadrat $\Theta\Gamma$.

Also ist das ganze Quadrat $B\Delta E\Gamma$ den beiden Quadraten HB, $\Theta\Gamma$ gleich. Und es ist das Quadrat $B\Delta E\Gamma$ von $B\Gamma$ (aus) beschrieben, die beiden aber HB, $\Theta\Gamma$ von BA, $A\Gamma$. Also ist das Quadrat von der Seite $B\Gamma$ gleich den Quadraten von den Seiten BA, $A\Gamma$.

Also etc. . . . . q. e. d.

48.

Wenn in einem Dreieck das Quadrat einer Seite gleich ist den Quadraten der übrigen beiden Seiten der Dreiecks,

so ist der von den übrigen beiden Seiten umschlossene Winkel ein Rechter.

(Fig. 48.) Denn im Dreieck $AB\Gamma$ sei $B\Gamma^2 \simeq BA^2 + A\Gamma^2$.

Man ziehe vom Punkt A zu ΓA die Senkrechte $A\varDelta$, mache $A\varDelta$ gleich BA und ziehe $\varDelta\Gamma$. Da $\varDelta A = AB$, so wird auch $\varDelta A^2 = AB^2$ sein. Gemeinsam lege $A\Gamma^2$ hinzu, also $\varDelta A^2 + A\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$, aber $\varDelta\Gamma^2 = \varDelta A^2 + A\Gamma^2$, denn $\sphericalangle\, \varDelta A\Gamma$ ist ein Rechter, und $B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$ durch Voraussetzung, also $B\Gamma^2 = \varDelta\Gamma^2$, also auch $B\Gamma = \varDelta\Gamma$, also Dreieck $A\Gamma B \simeq A\Gamma\varDelta$ (8), also $\sphericalangle\, \Gamma AB = \Gamma A\varDelta$ gleich einem Rechten . . . . q. e. d.

Fig. 48.

Euclid schliefst das 1. Buch mit dem grofsen Satz und seiner Umkehr, ein Beweis, dafs ihm seine Bedeutung als des Satzes, auf dem die ganze Flächenrechnung (und die ganze Trigonometrie) beruht, klar ist. Dafs der Satz den Pythagoräern zugehört, ist nach den vielfachen Angaben der Alten unzweifelhaft (Vitruv, Plutarch, Digones Laertios, Proclus etc.), es ist aber im höchsten Grade wahrscheinlich, dafs „er selbst" (αὐτὸς) der Entdecker gewesen.

Wenn aus den Chinesischen Rechenaufgaben aus dem Tscheou pei etc. hervorgeht, dafs den Chinesen der Satz bekannt war, so folgt daraus noch lange nicht, dafs sie den Satz selbständig gefunden haben. Die Chinesen sind keineswegs immer so fremdenfeindlich gewesen, wie sie sich heute, angesichts der Gefahr, dafs ihnen eine ganz neue Kultur aufgezwungen wird, erweisen. Dafs das Dreieck 3, 4, 5 ein rechtwinkliges sei, war gewifs eine den Babyloniern, Chinesen, Ägyptern äufserst früh bekannte Zimmermannsregel, aber den grofsen Satz darin erkannte der Hellene. Über den Beweis ist uns freilich nichts erhalten; im Menon läfst Platon durch Sokratische „Maieutik" (Hebammenkunst) den Spezialfall beweisen, wenn das Dreieck gleichschenklig, und Cantor vermutet gewifs mit Recht, dafs die Pythagoräer sehr viele Unterfälle unterschieden haben und deswegen der Pythagoräer Beweis durch den Euclidischen spurlos verdrängt sei. Proclus berichtet von andern Beweisen des Heron und Pappos, in einer Monographie sind dann an 50 gesammelt.

Dafs gerade der Euclidische Beweis des Pythagoras aus der Anschauung hervorgegangen, habe ich wiederholt bei anderer Gelegenheit hervorgehoben, und besonders bemerkt, dafs die Linien, die nach

Schopenhauer (Welt als W. und V. S. 15) gezogen werden „ohne dafs man weifs, warum“ etc., die Linien $A\Delta$, $Z\Gamma$ etc., gerade den anschaulichen Kern enthalten. Die Auffindung des Satzes geht von der Anschauung aus, dafs das Dreieck $ZB\Gamma$ seine Fläche nicht ändert, wenn es eine Vierteldrehung um die Ecke B macht und in die Lage $AB\Delta$ kommt, und beide Dreiecke ändern, wie nach Satz 37 feststeht, ihren Inhalt nicht, wenn die Spitzen sich auf den Parallelen $A\Gamma$ und ΔA bewegen.

Für die Unechtheit aller „Porismata“ scheint mir die Thatsache zu sprechen, dafs der Satz $AZ = BA$ nicht als Zusatz ausgesprochen ist. Die Aufgabe, ein gegebenes Rechteck in ein Quadrat zu verwandeln, fehlt hier und sie wird erst II, 14 gelöst, und dann noch einmal indirekt dadurch, dafs VI, 17 die Identität zwischen $a:b = b:c$ und $ac = b^2$ ausspricht.

Man kann bemerken, dafs Euclid die Lehre von den Parallelogrammen fast ganz dem Hörer überläfst, fast alle Umkehrungen, die heute unsere Lehrbücher füllen, fehlen, dagegen wird die Flächenvergleichung, auf der die Flächenmessung beruht, ganz ausführlich behandelt. Es sind drei der Ausdehnung nach sehr ungleiche Teile, in die Buch I zerfällt: Satz 1—26 die wichtigsten Sätze über Winkel, Dreiecke mit den 3 Kongruenzsätzen und dem Satze über die Winkelsumme. Satz 27—33 die Parallelentheorie. Satz 34—48 die Flächenvergleichung.

II. [Buch.]

Nachdem das 1. Buch die Grundlagen der Geometrie einer, zwei und drei Geraden gegeben (bis Satz 26), dann die Lehre von den Parallelen und der Existenz der Parallelogramme, sodann die Flächenvergleichung durchgeführt hat, endigte es mit dem Pythagoras, der die Addition und Subtraktion zweier Quadrate bezw. die Konstruktionen von $\sqrt{a^2+b^2}$ und $\sqrt{a^2-b^2}$ giebt; das 2. Buch, das als geometrische Algebra längst erkannt ist, lehrt nun die Rechnung mit Aggregaten, speziell die Multiplikation, geht bis zur Auflösung der quadratischen Gleichungen in geometrischer Einkleidung, zunächst nur in speziellem Falle, und endigt mit dem geometrischen Existenzbeweis der Quadratwurzel.

Definitionen.

1) Man sagt: Zwei einen rechten Winkel einschliefsende Seiten eines Rechtecks enthalten es.

Die Konstruktion bei Euclid ist passiv, ὑπὸ mit dem Genetiv vertritt das Subjekt des Aktiv, es ist also die Übersetzung „unter“ von Lorenz und Mollweide und Peyrard zu verwerfen. Die Abkürzung ab für das Rechteck, welches diese Strecken enthalten, behalten wir bei, auch Heiberg hat sie.

2) Von der Fläche eines Parallelogramms soll die Summe eines jeden der beiden um den Durchmesser liegenden Parallelogramme mit den beiden Ergänzungen ein Gnomon heifsen.

Der Imperativ „καλείσθω“ beweist wieder, daſs dieser Name von Euclid neu eingeführt wird. Aus Proclus wissen wir, daſs der γνωμων (Erkenner, Beurteiler), der ursprünglich den schattengebenden Zeiger der Sonnenuhr bedeutet, bezw. den Stab, dessen Verhältnis zum Schatten die Höhe der Sonne über dem Horizont bestimmt, die alte Bezeichnung für die senkrechte Richtung überhaupt ist. Wird nun der rechte Winkel zum Werkzeug (Richtscheit), also massiv ausgeführt, so heiſst das Instrument, das aus Quadrat AC durch Herausschneiden von Quadrat BC gewonnen wird, ebenfalls Gnomon, und Euclid erweitert nun den Begriff vom Quadrat auf ein beliebiges Parallelogramm, also aus der Fig. 43 sind Par. $A\Gamma - K\Gamma$ bezw. $A\Gamma - AK$ Gnomone, bezw. erhält man das zu $K\Gamma$ bezw. AK ähnliche und ähnlich liegende groſse Parallelogramm $A\Gamma$ durch Anlegung der Gnomone $HBE\,A\Theta\Delta\,ZKH$ bezw. $\Theta\Delta Z\,\Gamma HB\,EK\Theta$. Daher hat (Cantor S. 151) Heron den Begriff wieder erweitert: Alles, was, zu einer Zahl oder Figur hinzugefügt, das ganze dem ähnlich macht, zu welchem hinzugefügt worden war, heiſst Gnomon.

[Satz] 1.

Wenn zwei Strecken (gegeben) sind, und die eine derselben in beliebig viele Teile geteilt wird, so ist das von beiden Strecken enthaltene Rechteck gleich den Rechtecken aus der nicht zerschnittenen Strecke und den einzelnen Teilen.

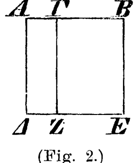
(Fig. 1.) Die [unzerschnittene] Strecke sei A, die zerschnittene $B\Gamma$.

(Fig. 1.)

Der Beweis der Formel $a(b+c+d)=ab+ac+ad$ wird unmittelbar aus der Anschauung entnommen.

2.

Wird eine Strecke beliebig geteilt, so ist die Summe der Rechtecke aus der ganzen Strecke und jedem der Teile gleich dem Quadrate der ganzen Strecke.



(Fig. 2.)

(Fig. 2.) Beweis der Formel, wenn $a=b+c$, so ist $a\cdot a=a(b+c)=ab+ac$, ebenfalls aus der Anschauung. Comman-

dinus 1572, Clavius 1607 fügen dieser Formel die allgemeine Multiplikationsregel $(x+y+z+\cdots)(a+b+c+\cdots) = xa+ya+za+\cdots$ hinzu. Der Satz ist schon beim Beweis des Pythagoras benutzt (Pfleiderer).

3.

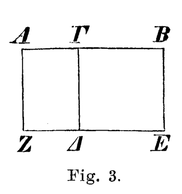


Fig. 3.

Wird eine Strecke beliebig geteilt, so ist das Rechteck aus der ganzen Strecke und einem der Teile gleich dem Rechteck aus den Teilen und dem Quadrat des vorher gewählten Teiles.

(Fig. 3.) Formel $(a+b)a = ab + a^2$, Beweis wie in 1 und 2.

4.

Wird eine Strecke beliebig geteilt, so ist das Quadrat der Ganzen gleich den Quadraten der Teile und dem doppelten Rechteck aus den Teilen.

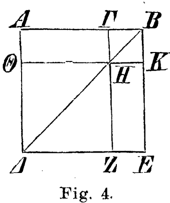


Fig. 4.

Denn die Strecke AB (Fig. 4) werde beliebig geteilt in Γ, ich behaupte:

$$AB^2 = H\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2A\Gamma \cdot \Gamma B.$$

Aus der Figur sieht man, dafs die wichtige Formel $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ als Spezialfall von Satz I, 43 erkannt ist. Dafs man aus ihr den Pythagoras unmittelbar ableiten kann, ist bekannt. Der zweite Beweis dieses Satzes bei Campanus beweist zuerst den Satz, dafs die Diagonale den Winkel des Quadrats halbiert, Heiberg meint, dafs er vielleicht der ältere sei.

(Porisma: Hieraus ist klar, dafs in den Quadraten die um die Diagonale liegenden Parallelogramme Quadrate sind.)

Das Porisma mutmafslich Zusatz des Theon.

5.

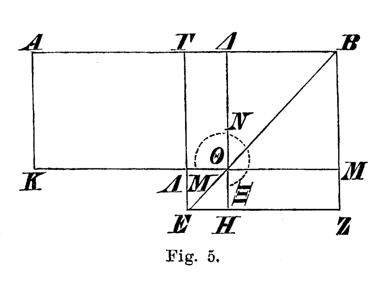


Fig. 5.

Wird eine Strecke in gleiche und ungleiche Teile zerschnitten, so ist das Rechteck aus den ungleichen Teilen samt dem Quadrat der Strecke zwischen den Teilpunkten gleich dem Quadrat der halben Strecke.

$$ab + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$$

(Fig. 5.) Die Strecke AB wird bei Γ in gleiche und bei Δ in ungleiche Teile geteilt; ich behaupte:

$$A\Delta \cdot \Delta B + \Gamma\Delta^2 = \Gamma B^2.$$

Es werde in ΓB das Quadrat ΓEZB konstruiert (I, 46) und BE gezogen und durch Δ zu den [Geraden] ΓE, BZ die Parallele ΔH, durch Θ aber zu (den) AB und EZ die Parallele KM, ferner durch A zu $\Gamma\Delta$ und BM die Parallele AK. Und weil die Ergänzung $\Gamma\Theta = \Theta Z$ (I, 43), werde zu beiden das ΔM hinzugesetzt, sofort ist das ganze ΓM dem ganzen ΔZ gleich. Aber $\Gamma M = A\Lambda$, da ja $A\Gamma$ dem ΓB gleich ist; folglich ist auch $A\Lambda$ gleich ΔZ. Lege zu beiden $\Gamma\Theta$ zu, sodann ist das ganze $A\Theta$ dem Gnomon $M^{(\prime)} N \Xi$ gleich. Aber das $A\Theta$ ist $A\Delta \cdot \Delta B$; denn $\Delta\Theta = \Delta B$; und also ist der Gnomon $M' N \Xi = A\Delta \cdot \Delta B$. Zu beiden lege ΛH zu, das dem Quadrat von $\Gamma\Delta$ gleich ist; folglich ist Gnomon $M' N \Xi + \Lambda H = A\Delta \cdot \Delta B + \Gamma\Delta^2$. Aber Gnomon $M' N \Xi + \Lambda H$ ist das ganze Quadrat ΓEZB, das ΓB^2 ist; also $A\Delta \cdot \Delta B + \Gamma\Delta^2 = \Gamma B^2$.

Also, wenn ... etc. q. e. d.

Die Formel, welche hier bewiesen, ist: $ab + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$, es erscheint auffallend, dafs die Formeln $(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b)$ und $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ fehlen, deren geometrischer Beweis daher von Angelo de Marchettis (Euclid. reformatus 1709) zugefügt ist. Der Grund liegt wohl darin, dafs die erste Formel in der des Satzes 4 enthalten ist, sobald $a + b$ mit a bezeichnet wird, und die zweite in der eben bewiesenen. Die grofse Knappheit, der sich Euclid sachlich befleifsigt, läfst die Zusätze 2. und Beweise sämtlich als im höchsten Grade verdächtig erscheinen.

Bringt man $\Gamma\Delta^2$ auf die andere Seite, so ist damit zugleich der Potenzsatz III, 35 bewiesen.

Obwohl M zweimal in der Figur vorkommt, hat Heiberg aus Treue gegen die Handschriften den Buchstaben nicht geändert. Eigenartig ist die Bezeichnung des Gnomons dadurch, dafs die Flächenstücke, aus denen er besteht, durch den Kreisbogen bezeichnet werden.

Da das Rechteck $A\Delta\Theta K$ und das Quadrat ΓB^2 den gleichen Umfang haben: $2AB$, so ist mit 5 zugleich die älteste Maximumaufgabe gelöst, bewiesen, und unter allen Rechtecken von gleichem Umfang hat das Quadrat den gröfsten Inhalt (Pappos, Lemma XIII zu des Apollonius: de sectione rationis et spatii; Viviani (Florentiner

Problem!) 1659: De max. et min. geom. divin. vgl. Pfleiderer II, 15). „Da wegen seiner gröſseren Höhe das Rechteck gröſser ist als jedes andere Parallelogramm von gleichem Umfange auf derselben Grundlinie, so folgt, daſs unter allen Parallelogrammen von gleichem Umfange das Quadrat den gröſsten Inhalt hat.“ Viviani 1701 vgl. Pfleiderer l. c. Euclid selbst beweist den Maximums-Satz in allgemeiner Fassung erst VI, 27.



6.

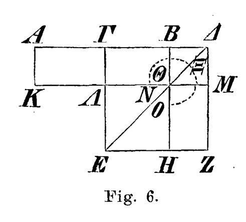


Fig. 6.

Wird eine Strecke AB in Γ halbiert und AB um irgend eine Strecke $B\Delta$ verlängert, so ist $A\Delta \cdot \Delta B + \Gamma B^2 = \Gamma\Delta^2$.

(Fig. 6.) Der Satz $(2a + b)b + \alpha^2 = (a + b)^2$ ist unmittelbar anschaulich, wenn man von dem Quadrat über $(a + b)$ ausgeht, also von ΓZ.

7.

Wenn eine Strecke beliebig zerschnitten wird, so sind die beiden Quadrate aus der ganzen Strecke und einem der Teile [zusammen] gleich dem doppelten Rechteck aus der Strecke und dem gewählten Teile und dem Quadrat des andern Teils.

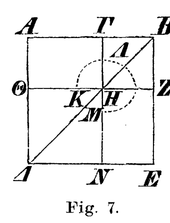


Fig. 7.

Die Strecke AB beliebig in Γ geteilt, so ist $AB^2 + B\Gamma^2 = 2AB \cdot B\Gamma + \Gamma\Delta^2$ (Fig. 7). Formel $(a + x)^2 + a^2 = 2(a + x)a + x^2$.

Der Beweis läſst sich, ähnlich wie der von 6, rein anschaulich führen, dadurch, daſs man zur Figur $NE^2 = \Gamma B^2$ hinzusetzt. Der Formel läſst sich die Form geben: $u^2 + v^2 = 2uv + (u - v)^2$, wo sie aussagt, daſs die Summe der Quadrate zweier Strecken (Gröſsen) ihr doppeltes Rechteck (Produkt) stets um das Quadrat der Differenz übertrifft. Ferner: $(u - v)^2 = u^2 + v^2 - 2uv$, die bekannte Formel über das Quadrat der Differenz.

8.

Wenn eine Strecke beliebig geteilt wird, so ist das vierfache Rechteck aus der ganzen [Strecke] und einem der Teile samt dem Quadrat des anderen Teiles gleich dem über der ganzen Strecke und dem gewählten Teil, als wären sie eine, beschriebenen Quadrat.

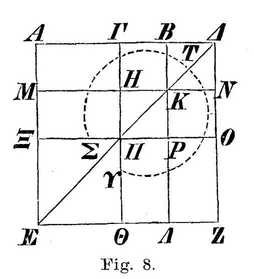


Fig. 8.

(Fig. 8.) Die Strecke AB beliebig zerschnitten im Punkte Γ. Ich behaupte, dafs $4AB \cdot B\Gamma + A\Gamma^2 = (AB + B\Gamma)^2$.

Es werde AB um ΓB verlängert bis Δ und über $A\Delta$ das Quadrat konstruiert $AEZ\Delta$ und die zweifache Figur (d. h. die Figur mit 2 Paaren „Ergänzungen“). Beweis folgt aus I, 43, da $HP = PN = K\Delta$. Der Beweis kann auch ohne die Parallelen durch B und K geführt werden, da $4\Gamma K = \Gamma O$ ist. Die Formel ist $4(a+b)a + b^2 = [(a+b)+a]^2$. Der Satz ist von 6 nicht verschieden.

9.

Wird eine Strecke in gleiche und in ungleiche Abschnitte zerschnitten, so ist die Summe der Quadrate der ungleichen Abschnitte doppelt so grofs, als die Summe der Quadrate der halben Strecke und des Zwischenraumes zwischen den Teilpunkten.

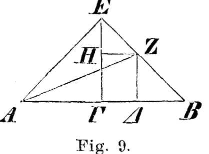


Fig. 9.

(Fig. 9.) AB in Γ in gleiche, in Δ in ungleiche Teile geteilt, so soll $A\Delta^2 + \Delta B^2 = 2(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2)$. Man errichte in Γ das Lot $\Gamma E = A\Gamma = B\Gamma$ und ziehe AE und BE und durch Δ zu ΓE die Parallele ΔZ, durch Z aber der Geraden AB parallel ZH und verbinde A mit Z. Dann sind $A\Gamma E$, $B\Gamma E$ gleichschenkelig rechtwinkelige Dreiecke, also AEB ein rechter und durch $E\Gamma$ halbiert, ferner EHZ gleichschenkelig rechtwinkelig, und $Z\Delta B$ desgleichen, also $AZ^2 = AE^2 + EZ^2 = 2(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2)$ und $AZ^2 = A\Delta^2 + \Delta Z^2$ also $2(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2) = A\Delta^2 + \Delta B^2$ q. e. d.

Der hübsche Beweis weicht von der Art der bisherigen ab, in Pfleiderers Scholien finden sich viele verschiedene Beweise, die ihn auf die früheren zurückführen. Die Formel, die er giebt

$$a^2 + b^2 = 2\left[\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a+b}{2} - b\right)^2\right] = 2\left[\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2\right]$$

bezw. $2(a^2 + b^2) = (a+b)^2 + (a-b)^2$, läfst sich verallgemeinern und ist die bekannte Transformationsformel für quadratische Formen.

Da $(a-b) = 0$, sowie $a = b$, so folgt: Die Summe zweier Quadrate, deren Seitensumme konstant ist, ist am kleinsten, wenn die Seiten gleich sind (L'Huilier de relatione mutua capacitatis etc. . . . Varsoviae 1782).

10.

Wird eine Strecke [AB in Γ] halbiert und um eine beliebige Strecke [$B\Delta$] verlängert, so ist $A\Delta^2 + \Delta B^2 = 2(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2)$.

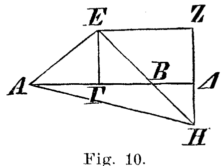


Fig. 10.

(Fig. 10.) Man ziehe von Γ senkrecht zu AB das Lot ΓE gleich $A\Gamma$ bezw. ΓB etc. Es ist $\Delta B = \Delta H$ (Winkel von 45°) und desgleichen $EZ = ZH$, also $A\Delta^2 + \Delta B^2 = AB^2 = AE^2 + EB^2 = 2A\Gamma^2 + 2\Gamma\Delta^2 = 2(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2)$. Formel $(2a+b)^2 + b^2 = 2(a^2 + (a+b)^2)$.

11.

[Aufgabe.] Eine gegebene Strecke so zu schneiden, dafs das Rechteck aus der ganzen und dem einen Abschnitt gleich ist dem Quadrat des andern Abschnitts.

(Fig. 11.) Sei die gegebene Strecke die AB. Man soll nnn die AB schneiden, so dafs das Rechteck aus der ganzen etc. Es werde das Quadrat von AB gezeichnet: $AB\Delta\Gamma$, und $A\Gamma$ halbiert im Punkte E, und B mit E verbunden und ΓA durchgeführt nach Z und BE der EZ gleich gesetzt, und das Quadrat von AZ gezeichnet: $Z\Theta$; so behaupte ich, dafs AB in Θ so geteilt ist, um das Rechteck aus AB und $B\Theta$ dem Quadrat von $A\Theta$ gleich zu machen.

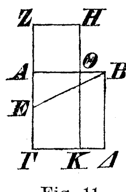


Fig. 11.

Denn da $A\Gamma$ in E halbiert ist, und ZA ihr zugesetzt ist, so ist $\Gamma Z \cdot ZA + AE^2 = EZ^2$ (S. 6).

Aber $EZ = EB$, folglich $\Gamma Z \cdot ZA + AE^2 = EB^2$.

Aber $EB^2 = BA^2 + AE^2$, denn der Winkel bei A ist ein rechter: Folglich $\Gamma Z \cdot ZA + AE^2 = BA^2 + AE^2$.

Auf beiden Seiten werde AE^2 fortgenommen, so ist nun der Rest, das Rechteck aus ΓZ und ZA, gleich AB^2.

Und es ist $\Gamma Z \cdot ZA = ZK$, denn $AZ = ZH$; und $AB^2 = A\Delta$.

Folglich $ZK = A\Delta$. Beiderseits soll AK weggenommen werden; so ist der Rest nämlich $Z\Theta$ dem $\Theta\Delta$ gleich, und es ist $\Theta\Delta$ das Rechteck aus AB und $B\Theta$, weil AB der $B\Delta$ gleich ist; aber $Z\Theta$ das [Quadrat] von (der) $A\Theta$. Folglich ist das Rechteck aus AB und $B\Theta$ dem Quadrat von ΘA gleich.

Also ist etc. . . ., wie z. thun war.

Hier tritt also die Teilung nach dem goldenen Schnitt, oder die stetige Teilung zuerst auf, sie ist zugleich die Lösung der quadratischen Gleichung $a(a - x) = x^2$ und wird hier auf die Lösung von $x(x + a) = a^2$ zurückgeführt, bezw. wird hier schon gezeigt, dafs der Minor einer ersten Teilung zugleich der Major der Teilung des ersten Major ist. Die Teilung tritt noch einmal auf in VI, 30. Es braucht wohl kaum bemerkt zu werden, dafs damit auch das System $x + y = a, xy = x^2 - y^2$ gelöst ist, ebenso wie die geometrische Aufgabe: ein rechtwinkliges Dreieck zu konstruieren, in dem die linke Kathete gleich dem rechten Höhenabschnitt. Die Analyse ging, das zeigt der Gang des Beweises, aus dem Satz 4 hervor und führte damit auf die Konstruktion der Quadratwurzel aus 5.

12.

In (den) stumpfwinkligen Dreiecken ist das Quadrat der den stumpfen Winkel unterspannenden Seite gröfser als die Quadrate der den stumpfen Winkel einschliefsenden Seiten um das doppelte Rechteck aus einer von den [Seiten] um den stumpfen Winkel, welche das Lot schneidet, und dem Stück, welches das Lot aufsen am stumpfen Winkel abschneidet.

B Δ A Γ

Fig. 12.

(Fig. 12.) $AB\Gamma$ das Dreieck, $BA\Gamma$ der stumpfe Winkel, $B\Delta$ das Lot. Behauptung:

$$B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2 + 2\Gamma A \cdot A\Delta.$$

Weil nämlich die Strecke $\Gamma\Delta$ in A geschnitten ist (wie es traf), ist $\Delta\Gamma^2 = \Gamma A^2 + A\Delta^2 + 2\Gamma A \cdot A\Delta$ (4).

Auf beiden Seiten füge ΔB^2 hinzu, so folgt (ἄρα) $\Gamma\Delta^2 + \Delta B^2 = \Gamma A^2 + A\Delta^2 + \Delta B^2 + 2\Gamma A \cdot A\Delta$.

Aber $\Gamma B^2 = \Gamma\Delta^2 + \Delta B$; $AB^2 = A\Delta^2 + \Delta B^2$, also $\Gamma B^2 = \Gamma A^2 + AB^2 + 2\Gamma A \cdot A\Delta$. q. e. d.

13.

Im spitzwinkligen Dreieck ist das Quadrat der den spitzen Winkel unterspannenden Seite kleiner als die Quadrate der den spitzen Winkel einschliefsenden Seiten um das doppelte Rechteck aus einer der [Seiten] um den spitzen Winkel, welche das Lot schneidet und dem Stück, welches das Lot innen am spitzen Winkel abschneidet.

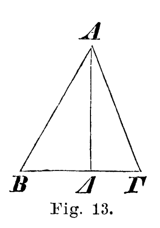


Fig. 13.

(Fig. 13.) Der Beweis ist dem vorigen ganz analog.

Zu bemerken ist 1) der Gebrauch des bestimmten Artikels, welcher unsere Auffassung der ersten Forderung auf das intensivste bestätigt und ganz klar macht, dafs eine mündliche Demonstration vorausgesetzt wird. 2) Ohne weiteres wird aus der Anschauung angenommen, dafs Δ das eine Mal aufserhalb, das andere Mal innerhalb fällt.

Die Stellung der Sätze im System ist bemängelt worden, in der That kann man die Sätze 12, 13, 14 unmittelbar an den Pythagoras schliefsen.

Sehr hübsch ist die Art, wie Coets (Hendric) durch Vergleichung mit dem rechtwinkligen Dreieck (Fig. 13a) beweist, dafs $AC < EC$. also $AC^2 < AB^2 + BC^2$ ist und $A'C > EC$ also $A'C^2 > EC^2$ ist. Ich füge den von Coets (1641?) gegebenen Beweis zu 12 hinzu, der aus der Figur (13b) unmittelbar erhellt. Ein sehr anschaulicher Beweis, der sich ganz eng an den Euclidischen Beweis des Pythagoras anschliefst, rührt von Gregora St. Vincentio, Schüler von Clavius und Jesuit wie dieser, her; er findet sich oft in den Lehrbüchern ohne Quellenangabe.

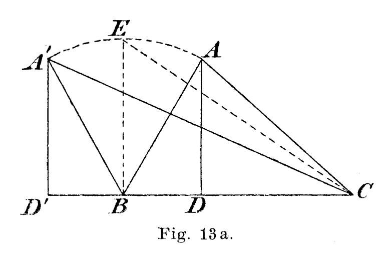


Fig. 13a.

Es ist schon früh (Campanus, Isaacus Monachus) bemerkt worden, dafs Satz 13 zu eng gefafst ist und heifsen mufs: In jedem Dreieck ist das Quadrat einer einen spitzen Winkel etc. und Lorenz hat den Satz so geändert. Angesichts der Einstimmigkeit der Quellen habe ich (nach Heiberg) den Wortlaut gelassen. Dafs Euclid die allgemeine Geltung bekannt war, folgt aus S. 65 der Data. Euclid ist wohl durch die Symmetrie zu 12 zu seiner Fassung veranlafst. Es fehlen übrigens auch die Umkehrungen der Sätze, welche Clavius analog von I, 48 gegeben hat. Die Sätze selbst, welche ja nichts anderes sind, als der **Cosinussatz**, spielen

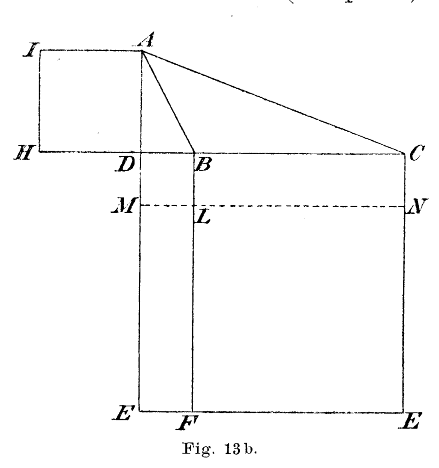


Fig. 13b.

im System eine geringe Rolle; nur 12 wird zum Beweis von XII, 17 (zweiter Teil) herangezogen. Bei Pappos finden sich viele Anwendungen, darunter die bekannten $a^2 + b^2 = \frac{1}{2}c^2 + m^2$, wo m die Mittellinie, und: im gleichschenkligen Dreieck übertrifft das Quadrat jedes Schenkels das Quadrat einer beliebigen Verbindung der Spitze mit der Basis um das Rechteck aus den Abschnitten.

14.

[Das] Quadrat zu konstruieren, welches der [einer] gegebenen geradlinigen Figur gleich ist.

(Fig. 14.) Die Figur sei A. Konstruiere (I, 45) ein der Figur A gleiches Rechteck (das hier) $B\Delta$. Wenn nun BE gleich $E\Delta$ ist, wäre die Aufgabe fertig. Denn es steht da dem geradlinigen (εὐθυγράμμος) A gleich das Quadrat, hier das $B\Delta$. Wenn aber nicht, so ist eine von BE und $E\Delta$ die gröſsere. Es soll die gröſsere hier (ἡ) BE sein und soll bis Z ausgezogen werden und EZ gleich $E\Delta$ gesetzt werden und BZ in H gehälftet werden und mit dem Zentrum H in dem Abstand (Radius) entweder von HB oder HZ der Halbkreis $B\Theta Z$ beschrieben, und ΔE bis Θ verlängert und H mit Θ verbunden.

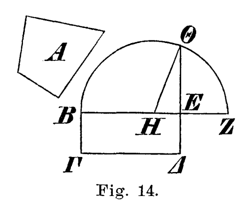


Fig. 14.

Weil nun die Strecke BZ in H in gleiche und in E in ungleiche Teile zerschnitten ist, so ist

$$BE \cdot EZ + EH^2 = HZ^2 \quad (5)$$

aber $HZ = H\Theta$, folglich $BE \cdot EZ + EH^2 = H\Theta^2$.

Aber $H\Theta^2 = \Theta E^2 + EH^2$, folglich $BE \cdot EZ + HE^2 = \Theta E^2 + EH^2$. Nimm auf beiden Seiten HE^2 weg. Der Rest nun, das Rechteck aus BE und EZ ist dem Quadrat von $E\Theta$ gleich. etc.

Vor allem mache ich wieder auf den Unterschied im Gebrauch des bestimmten und unbestimmten Artikels zwischen unserer und der griechischen Sprache aufmerksam und wie auch hier die volle Eindeutigkeit durch das Weglassen des Artikels und Zahlenwertes gekennzeichnet wird. Der Grund, warum die Aufgabe am Schluſs von Buch II steht, ist einfach der, daſs jetzt die Brauchbarkeit des Kreises an dieser fundamentalen Aufgabe so recht deutlich wieder hervortritt und sich nun die Betrachtung dem Kreise zuwendet, dem das dritte Buch gehört.

Robert Simson hat (cf. Pfleiderer) schon bemerkt, dafs die Unterscheidung von BE und $E\Delta$ überflüssig; in unserem heutigen Lehrgang ist dies gerade der Vorzug dieser Konstruktion, welche den Satz aus der Satzgruppe des Pythagoras enthält: Das Quadrat der Höhe etc. vor der andere, welcher den Satz derselben Gruppe braucht: Das Quadrat der Kathete etc. Die Sätze selbst kommen als sehr verdächtige Zusätze zu VI, 8 in den Elementen vor.

III. [Buch.]

Erklärungen.

1)[1]) Gleich sind die Kreise, deren Durchmesser oder deren Radien[2]) gleich sind.

2)[3]) Man sagt: eine Gerade berührt den Kreis, wenn sie mit dem Kreis zusammentrifft und verlängert ihn nicht schneidet.

3)[4]) Man sagt: Kreise berühren einander, wenn sie zusammentreffen ohne sich zu schneiden.

4) Man sagt: Daſs Gerade innerhalb[5]) des Kreises vom Zentrum gleich weit abstehen, wenn die vom Zentrum aus bis zu ihnen hin gezogenen Lote gleich sind.

5) Und daſs die weiter abstehe, bis zu der das längere Lot geht.

6) Kreisabschnitt (Segment) ist die Figur, welche von einer Geraden und der[6]) Peripherie des Kreises begrenzt wird.

7) Winkel des Kreisabschnitts heiſst der Winkel[7]) zwischen der Geraden und der Peripherie.

8) Nimmt man auf dem Bogen des Segments irgend einen Punkt und verbindet ihn mit den Endpunkten der Geraden, welche die Basis[8]) des Segments heiſst, so heiſst der Winkel zwischen den Verbindungsgeraden Winkel im Segment.

9) Wenn aber Gerade, welche einen Winkel einschlieſsen, einen Bogen abschneiden, so sagt man, der Winkel stehe[9]) auf jenem [Bogen].

10)[10]) Kreisausschnitt (Sektor) heiſst die Figur, welche enthalten ist zwischen zwei vom Zentrum ausgehenden Geraden und dem Bogen, welchen sie begrenzen.

11) Gleichartige (Ähnliche) Kreisabschnitte sind solche, welche gleiche Winkel fassen (Def. 9) oder deren Winkel (Def. 8) gleich sind.

Anmerkungen.

1) Über den Grund, weshalb Euclid den Satz in Def. 1 nicht beweist, vgl. die Note zu Post. 4.

Der terminus technicus „radius“, griech. „ἀκτὶς“ findet sich weder im griech. noch im arab. Euclid. Euclid, Archimedes, Heron, Pappus etc. sagen „ἡ ἐκ [τοῦ] κέντρου“; radius (wie ακτιν oder ακτις) vom Stamme rad bedeutet ein geschabtes Stäbchen, das auch zum Figurenzeichnen (Cic. Tusc. etc.) der Feldmesser diente, dann auch cf. Boötius eine bestimmte Länge erhielt, und als Meſsinstrument diente; es wurde vermutlich früh zum Kreisziehen im Felde verwandt, bekommt die Bedeutung „Radspeiche“ und Strahl, aber schon Cicero Timaeus cap. 6 „cujus omnis extremitas paribus a mediis radiis attingitur“ kennt es in unserm heutigen Sinne, und so haben es vermutlich die röm. Agrimensoren gebraucht. Im mittelalterlichen Latein heiſst es nach dem Arabischen: „Semidiameter“ und so noch 1607 bei Clavius, bei Sturm (J. Chr.), in der Mathesis enucleata schon: Radiis sive semidiametris und bei Leibniz und Chr. Wolf schon nur Radius, vermutlich aus dem franz. rayon.

2) Hier zeigt sich, daſs die Übersetzung von ἅπτεσθαι mit berühren falsch ist (vgl. Note zu Def. 8, B. I), es muſs zwischen ἐφάπτεσθαι „berühren“ und „ἅπτεσθαι“ zusammentreffen unterschieden werden und „ἁφή“ ist mit „Treffpunkt“ zu übersetzen.

3) Wie 2; es mag daran erinnert werden, daſs E. unter Kreis schlechtweg die Fläche, nicht die Linie versteht.

4) Den Fall, daſs die Gerade auſserhalb der Kreisfläche verläuft, berücksichtigt E. nicht.

6) Der Kreisabschnitt, das Segment allgemein τμῆμα von τεμνω schneiden; für Kreisabschnitte, die kleiner als der Halbkreis, hat Heron in den Definitionen den noch heute in der Architektur gebräuchlichen Kunstausdruck ἀψίς“ (Apsis), der Kunstausdruck „Bogen“ (arcus) für ein Stück des Umkreises war den Griechen fremd, ihr Kriegsgerät war der καμπυλον τοξον ∾, der (kurvenförmige) krumme Bogen, und ihre Sehne war nur an einem Ende angespannt, und der Bogen wurde durch Zusammendrücken gespannt. Die Worte „Bogen“, „Sehne“ („Pfeil“) sind vermutlich von den Indiern zu den Arabern gekommen, wo sie sich ganz früh, z. B. schon bei den „lauteren Brüdern“ (10. Jahrh.) finden, und in dem „Buch des Maſses“, dessen hebräischen Text Steinschneider ediert hat. Daher finden sich beim Campanus, der ja

arab. Quellen benutzte, „arcus" und chorda, dagegen beim Zamberti nicht. Die Kunstworte verbreiteten sich langsam, Clavius braucht sie nicht und Barrow 1650 auch noch nicht. Für Peripherie findet sich bei Heron in den Definitionen, von denen ich mit Tannery nach genauerem Studium des Proclus auch glaube, daſs sie Geminus gehören, auch Perimetros.

Im Wortlaut der Def. 6 beachte man den Wegfall des Artikels vor *περιφερ.*

7) Der Winkel ist gemischtlinig, die Definition setzt bereits voraus, daſs die beiden Winkel an den beiden Endpunkten der Sehne gleich sind, was Euclid aber nicht besonders beweist. Die Definition des Winkels von Apollonios paſst hier besser, sie ist in die Definitionen Herons aufgenommen und ich sehe darin ein Argument, das für Geminos spricht.

8) Das Wort Basis wird sehr oft gebraucht, es kommt aus der Geodäsie, von *βαινω* „schreiten", allgemeine Erklärung in der Geometria Heron. S. 44, N. 7. „Sehne" wird meist mit *εν κυκλῳ ευθεια* (Gerade im Kreis) bezeichnet.

9) Das Perf. von „*βαινω*" bedeutet „stehen".

10) Griech. *τομεὺς*, aktiv, soviel wie „einer, der schneidet", daher richtig mit „Sektor" wiedergegeben. Die hier gewählte abgekürzte Fassung der Definition ist nach Campanus bezw. arabischen Ursprungs.

Das häufige Fehlen des Artikels vor *κυκλος* zeigt, daſs sich die Sätze auf einen einzigen vorliegend gedachten Kreis beziehen. Übrigens ist der Sprachgebrauch im 3. Buch nicht mehr so fest wie im 1. und 2., das 3. Buch vielleicht auch im Vaticanus nach der Bearbeitung von Theon erhalten.

Satz 1. [Aufgabe.]

Das Zentrum eines gegebenen Kreises zu finden.

Fig. 1.

(Fig. 1.) Man ziehe in ihm irgend eine Sehne AB, halbiere sie in Δ, errichte in Δ die Senkrechte $\Delta\Gamma$, verlängere sie bis E, halbiere ΓE in Z, so ist Z das Zentrum des Kreises $AB\Gamma$.

Z sei es nicht, sondern, wenn möglich, soll es H sein, und es mögen HA, $H\Delta$, HB gezogen werden; dann wäre $A\Delta H \cong B\Delta H$ (I, 8), also $\sphericalangle A\Delta H = H\Delta B$, also $\sphericalangle Z\Delta B = H\Delta B$, der gröſsere dem kleineren gleich, was unmöglich.

Zusatz.

Hieraus ist ersichtlich, dafs, wenn im Kreise eine Gerade eine Sehne in der Mitte und senkrecht schneidet, auf der Schneidenden das Zentrum des Kreises liegt.

Der Satz 1 wird von Proclus p. 302 als Beispiel eines „Porisma" im weiteren Sinne angeführt; der Beweis ist, wie vielfach im 3. Buch, indirekt, weil der zu beweisende Satz eigentlich lautet: das Zentrum kann nicht aufserhalb der Mittelsenkrechten der Sehne liegen.

2.

Werden auf der Peripherie des Kreises zwei beliebige Punkte herausgegriffen, so wird die Gerade, welche die Punkte verbindet, innerhalb des Kreises fallen.

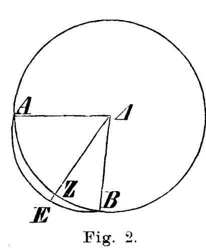


Fig. 2.

(Fig. 2.) Beweis indirekt, der Satz ist, wie schon Pfleiderer bemerkt, identisch mit dem Satz: Jede Gerade von der Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks nach der Grundlinie ist kleiner als der Schenkel (I, 16 und I, 19).

3.

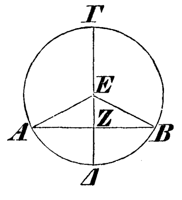


Fig. 3.

Wenn im Kreise eine Gerade durch das Zentrum eine Sehne, die nicht durchs Zentrum geht, in der Mitte schneidet, so schneidet sie die Sehne auch rechtwinklig, und wenn sie die Sehne rechtwinklig schneidet, so schneidet sie sie auch in der Mitte.

(Fig. 3.) Auch Satz 3 ist identisch mit Sätzen über das gleichschenklige Dreieck.

4.

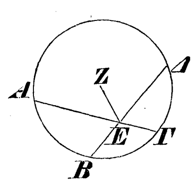


Fig. 4.

Wenn zwei Sehnen[1]), welche nicht durch das Zentrum gehen, einander schneiden, so halbieren sie sich nicht gegenseitig.

(Fig. 4.) Beweis indirekt, ZEA und ZEB müfsten als rechte Winkel einander gleich sein.

1) „Sehne" wiedergegeben durch „Gerade im Kreise".

5.

Falls sich zwei Kreise schneiden sollten, wird ihnen das Zentrum nicht gemeinsam sein.

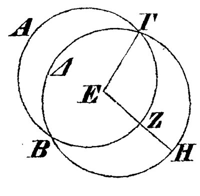


Fig. 5.

(Fig. 5.) „Denn wenn [das Gegenteil] möglich, sei es E, und es werde E mit Γ verbunden und EZH beliebig gezogen“, dann müfsten EZ und EH, weil beide gleich $E\Gamma$, gleich sein, was unmöglich.

Zu bemerken ist hier wieder der Anteil der Anschauung am Beweise wie am Satze.

6.

Wenn sich zwei Kreise berühren, haben sie das Zentrum nicht gemeinsam.

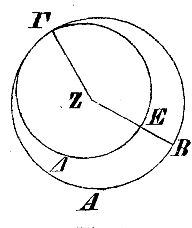


Fig. 6.

(Fig. 6.) Beweis indirekt wie in 5; Euclid behandelt nur die innere Berührung, da der andere Fall keines Beweises bedarf.

7.

Nimmt man auf einem* Durchmesser des* Kreises einen Punkt, der nicht das Zentrum ist, und zieht von diesem Punkt aus bis an den Kreis hin irgend welche Geraden [Strecken], so ist die gröfste, auf der das Zentrum, die kleinste aber der Rest; von den anderen ist immer die [der durch das Centrum] der Gröfsten nähere gröfser als die fernere; und es gehen nur [je] zwei gleiche vom Punkt zum Kreis, auf jeder von beiden Seiten der kleinsten.

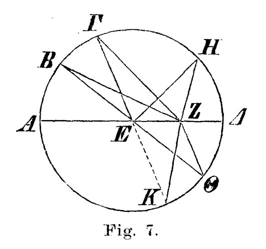


Fig. 7.

(Fig. 7). $A\Delta$ der Durchmesser, Z der Punkt, ZA, ZB, $Z\Gamma$, ZH die Strahlen, man zieht die Radien EB, $E\Gamma$, EH, und wendet I, 20 an, so folgt $ZA > ZB$; dafs $ZB > Z\Gamma$, folgt uns I, 24 (sind in 2 Dreiecken zwei Seiten gleich etc.). Ferner da $ZH + EZ > EH$, also auch $> E\Delta$, so folgt durch Wegnahme von EZ, dafs $ZH > Z\Delta$. Schliefslich folgt aus dem 1. Kongruenzsatz, dafs zwei symmetrisch zu $Z\Delta$ liegende Strecken ZH und $Z\Theta$ gleich sind, und aus Anwendung des zweiten Teils des Satzes 7, dafs nur $Z\Theta$ gleich ZH ist.

Griechisch der bestimmte Artikel vor Durchmesser und kein Artikel vor Kreis, d. h. also der Artikel ist demonstrativ und der Kreis wird als der ganz bestimmte einzige, von dem stets die Rede ist, betrachtet.

8.

Wenn aufserhalb [des] Kreises irgend ein Punkt genommen wird, und von diesem (hier) an den Kreis [da] irgend welche Geraden gezogen werden, eine durch das Zentrum, die andere, wie es trifft —, so ist von den bis an die Konkavität des Umfangs gehenden Geraden die durch das Zentrum die gröfste, von den anderen immer die ihr nähere gröfser als die ihr fernere; von den bis an die Konvexität gehenden ist die kleinste die zwischen dem Punkt und dem Durchmesser, von den anderen aber ist immer die ihr nähere kleiner als die ihr fernere.

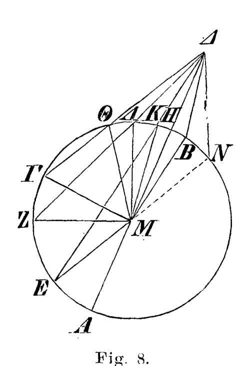


Fig. 8.

(Fig. 8.) Beweis wie in 7. Getadelt ist oft das Fehlen der Definition von Konkavität und Konvexität; sie findet sich in der Definition Herons Nr. 34. „Jede Kreislinie heifst, wenn man sie von innen anschaut, 'hohl' (konkav), wenn von aufsen, 'erhaben' (konvex)."

9.

Wenn innerhalb des Kreises ein Punkt herausgegriffen wird und von diesem Punkt aus bis an den Kreis mehr als zwei gleiche Geraden gehen, so ist der herausgegriffene Punkt [das] Zentrum des Kreises.

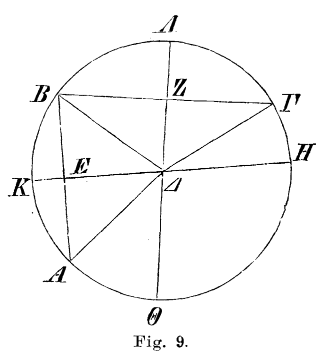


Fig. 9.

(Fig. 9.) Direkter Beweis. Wenn E und Z die Mitten von AB und $B\Gamma$ sind, so sind, falls $\Delta A = \Delta B = \Delta\Gamma$ ist, die Dreiecke $AE\Delta$ und $BE\Delta$ kongruent und ebenso $B\Delta Z \cong \Gamma\Delta Z$, somit, nach Satz 1, Zusatz, sind die KH und $\Lambda\Theta$ Durchmesser und ihr Schnitt Δ das Centrum.

Hätte Euclid einen indirekten Beweis geben wollen, so konnte er den Satz unmittelbar aus Satz 7 folgern.

10.

Kreis schneidet Kreis in nicht mehr als zwei Punkten.

(Fig. 10.) Beweis indirekt. Hätten die Kreise auch nur die 3 Punkte Θ, B, H, gemeinsam, so müfste Θ durch Satz 1, Zusatz, das Zentrum beider Kreise sein, und dies verstöfst gegen Satz 5.

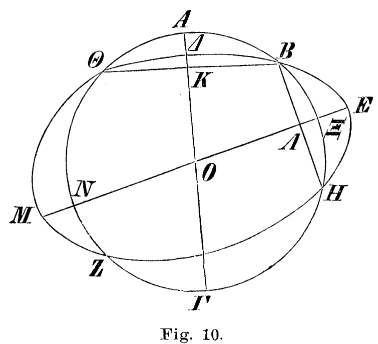


Fig. 10.

11.

Wenn sich zwei Kreise von innen berühren, und ihre Zentren genommen [konstruiert Satz 1] werden, so trifft die Verbindungsgerade der Zentren, in der Verlängerung einen* Treffpunkt.

(Fig. 11.) Beweis indirekt, Z Zentrum von $AB\Gamma$, H von $A\Delta E$, ZH fiele wie $ZH\Theta$ und man ziehe AZ, AH. Da $AH + HZ > ZA$, also auch $> Z\Theta$, so wäre $AH > H\Theta$, also $H\Delta > H\Theta$, was unmöglich.

Im Griechischen steht der bestimmte Artikel, aus Satz 13 folgt, dafs er deutsch durch den unbestimmten Artikel wiedergegeben werden mufs; auch bei diesem Satz und Beweis fällt der Hauptteil auf die Anschauung.

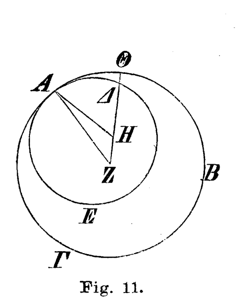


Fig. 11.

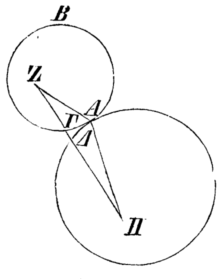


Fig. 12.

12.

Falls sich zwei Kreise von aufsen berühren sollten, wird die ihre Zentren verbindende [Gerade] durch eine Berührungsstelle gehen.

(Fig. 12.) Beweis indirekt. Widerspruch gegen I, 20.

13.

Kreis berührt Kreis in nicht mehr als einem Punkte, er möge von innen oder von aufsen berühren.

Beweis indirekt (Fig. 13). Fall 1) B und Δ seien die Berührungsstellen, H und Θ die Zentren, dann geht nach Satz 11 $H\Theta$ durch B und Δ, es wäre also $BH = H\Delta$ und $BH + H\Theta = H\Delta - H\Theta$, was absurd. — Fall 2) $A\Gamma$ müfste im Innern beider Kreise liegen, nach Satz 2, die Kreise also sich schneiden. (Anschauung!)

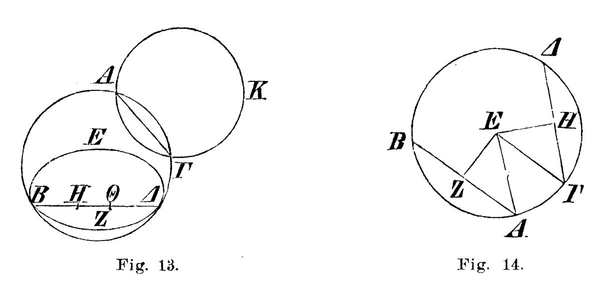


Fig. 13. Fig. 14.

14.

Gleiche Sehnen haben vom Zentrum gleichen Abstand, und Sehnen, welche gleichen Abstand vom Zentrum haben, sind gleich.

(Fig. 14.) Beweis durch den Pythagoras.

Der heute übliche Beweis benutzt den sogen. 4. Kongruenzsatz, der bei Euclid fehlt; es ist aber hervorzuheben, dafs der Satz ohne 4. Kongruenz und ohne Pythagoras bewiesen werden kann; wie z. B. bei Campanus (arab. Euclid).

15.

Die gröfste [Sehne] im Kreis ist der Durchmesser, von den andern ist immer die dem Zentrum nähere gröfser als die fernere.

(Fig. 15.) Wenn ZH die fernere, $B\Gamma$ die nähere ist, so ist nach Satz 14 $MN = B\Gamma$ und die Dreiecke MEN und ZEH stimmen in 2 Seiten überein, während $\sphericalangle\, MEN > ZEH$ ist, also nach I, 24 MN oder $B\Gamma > ZH$.

Fig. 15.

Dieser vom Parallelenaxiom unabhängige Beweis ist heute so ziemlich durch den, der den Pythagoras und damit das

Parallelenaxiom benutzt, verdrängt; selbst in dem angeblich so euclid England (vgl. A Text-Book of E. Elem. Hall and Stevens 1899), Grund vermutlich, weil dieser Beweis die Anschauung benutzt, und die Leute euclidischer sein wollen als Euclid.

16.

Die Gerade, welche zu einem Durchmesser eines Kreises im Endpunkt senkrecht gezogen wird, wird aufserhalb des Kreises fallen und in den Zwischenraum zwischen der Geraden und der Peripherie wird keine andere Gerade hineinfallen, und der Winkel des Halbkreises ist gröfser als jeder spitze geradlinige Winkel, der Rest aber kleiner.

(Fig. 16.) a) Die Annahme, dafs das Lot schneide, etwa in Γ, verstöfst mittelst I, 5 gegen I, 17. b) Liefse sich zwischen Kreis und Lot etwa AZ ziehen und wäre ΔH senkrecht zu AZ, so müfste (I, 19) $A\Delta > H\Delta$, also auch $\Delta\Theta > H\Delta$ sein, was gegen die Anschauung verstöfst. c) Wörtlich.

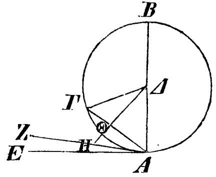


Fig. 16.

Ich behaupte, dafs auch der Winkel des Halbkreises, der von der Geraden BA und der Peripherie $\Gamma\Theta A$ begrenzte, gröfser ist als jeder spitze geradlinige Winkel, der Rest aber, der von der Peripherie $\Gamma\Theta A$ und der Geraden AE begrenzte, kleiner als jeder spitze geradlinige Winkel.

Denn wenn ein geradliniger Winkel existierte, gröfser als der von der Geraden BA und dem Bogen $\Gamma\Theta A$ begrenzte, oder einer der kleiner als der zwischen den Bogen $\Gamma\Theta A$ und der Geraden AE, dann wird in den Zwischenraum zwischen der Peripherie und der Geraden AE eine Gerade hineinfallen, welche den Winkel machen wird, der gröfser ist als der zwischen der Geraden BA und der Peripherie $\Gamma\Theta A$ und den, der kleiner ist als der zwischen der Peripherie $\Gamma\Theta A$, und der Geraden AE. Aber sie fällt nicht hinein [wie sub b) bewiesen].

Zusatz.

Hieraus ist zu ersehen, dafs die Senkrechte im Endpunkte eines Durchmessers eines Kreises den Kreis berührt.

In dem dritten Teil des Satzes 16 liegt der Ursprung des bekannten Streits über den sogen. Kontingenzwinkel, d. i. den Winkel zwischen der Kurve und ihrer Tangente. Zunächst erscheint der ganze

dritte Teil samt seinem Beweis, wie Vieta, Viviani und Rob. Simson bemerken, verdächtig, da er nichts weiter beweist, als was schon im zweiten Teil bewiesen, nämlich, dafs zwischen der Kurve und der berührenden Linie erster Ordnung sich keine andere Linie erster Ordnung ziehen lasse. Aber jedenfalls ist er schon sehr früh in die Elemente aufgenommen, da er sich in allen Codices findet. Er ist eine Folge der schon in Definition 8, Buch I hervortretenden Unklarheit über den Begriff des Winkels; es gehen die beiden Motive: „Richtungsunterschied" scilicet „Mafs desselben" und „Flächengröfse", welche von den den Winkel begrenzenden Linien umfangen wird, stark durcheinander. Beim krumm- (κερατοειδής, hornförmig) oder gemischt-linigen kommt nur das erste Motiv in Frage, beim geradlinigen mehr und mehr das zweite. Dafs der Teil 3 des Satzes schon früh Anstofs erregte, geht aus Proclus hervor, und ebenso aus Campanus p. 67. Bei der Bedeutung, welche die Diskussion über den „Kontingenzwinkel" für die Klärung der wichtigsten geom. Begriffe gehabt, ist darauf näher einzugehen.

Der Name „Angulus contingentiae" rührt von Jordanus her, dem grofsen Ordensgeneral der Dominikaner 1220, wo er sich in dem von Max. Curtze herausgegebenen Werke „de triangulis" findet, auch Clavius beruft sich auf Jordanus als Gewährsmann. Campanus weist l. c. (mit den Worten des Proclus) nach, dafs der 3. Teil des S. 16 gegen das Prinzip (des Bryson) verstöfst, wonach eine stetige Gröfse von einem Wert zum andern durch alle Zwischenwerte hindurchgeht, und er bemerkt auch, dafs der Kontingenzwinkel zweier sich berührender Kreise sich teilen lasse. Von einem Verstofs gegen X, 1, den berühmten ersten Konvergenzsatz: „Nimmt man von einer Gröfse mehr als die Hälfte weg, vom Rest desgleichen und so fort, so kommt man schliefslich zu einem Rest, der kleiner ist als jede noch so klein vorgegebene Gröfse", ist bei Campanus l. c. nicht die Rede, und die Angabe Cantors B. 2, S. 104 beruht wohl auf einer Verwechselung mit Pelletier.

Der Jesuit Peletarius gab 1557 die Elemente heraus und vielleicht veranlafst durch Cardanus de subtilitate 1550 setzt er zu III, 16 hinzu: 1) Die Annahme einer kleinsten, bezw. einer gröfsten kontinuierlichen Gröfse ist ein falscher Grenzbegriff (extra intelligentiam est). 2) Teil 3 des Satzes 16 verstöfst gegen X, 1, insofern man nach X, 1 durch fortgesetztes Halbieren eines beliebigen spitzen Winkels zu einem spitzen Winkel gelangen mufs, der kleiner als der Konvergenzwinkel. 3) Der Konvergenzwinkel hat die Gröfse Null, denn die Tangente verschmilzt (immergit, versenkt sich) mit dem Kreis. 4) Der Winkel, den zwei sich von aufsen oder von innen berührende Kreise

bilden, hat die Gröfse Null. Dagegen wendet sich zuerst Candalla Flussatus (Euclid von 1566), der wieder Cardanus anregt, sich in dem opus novum de proport. 1570 mit den Beziehungen zwischen geradlinigen und gemischtlinigen Winkeln zu befassen. Cardanus bemerkt schon das Auftreten der Krümmung, wenn auch der Begriff hier noch völlig unklar ist.

Ganz besonders energisch aber nimmt Clavius in seiner ersten grofsen Euclid-Ausgabe von 1574 Stellung gegen Peletarius, und als dieser 1577 mit einer „Apologia" erwidert, entgegnet Clavius in der folgenden Röm. Ausgabe noch nachdrücklicher (1607 S. 241—66 sehr eng gedruckt). Er hebt hervor: 1) Euclid selbst sei unmöglich der Ansicht des Proclus gewesen, dafs der Konvergenzwinkel Null sei, „weil er sonst nicht so über dem Beweis geschwitzt hätte". 2) Dafs von einer Verletzung des Prinzips X, 1 nicht die Rede sein könne, da es sich nur auf Gröfsen beziehe, die ein Verhältnis nach Def. V, 4 haben; der gemischtlinige Winkel, insbesondere aber der Konvergenzwinkel, bezw. der des Halbkreises mit seinem Diameter sei der ganzen Art nach vom geradlinigen verschieden (wie schon Candalla) und mit dem ganz ähnlichen Bild des Candalla: Die gröfste Ameise sei immer noch unvergleichlich kleiner als der Mensch. 4) Zeigt er, dafs der Konvergenzwinkel zwar nicht durch Gerade, wohl aber durch Kreisbogen, s. Fig. 16a, beliebig vermindert oder vermehrt werden könne.

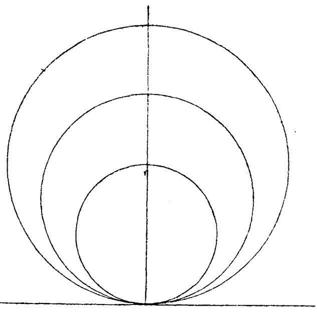


Fig. 16a.

Die letzte Betrachtung ist ganz besonders wichtig, sie ist fast wie der Streit G. Cantor's und Paul Dubois Raymond's über das Actual-Unendlichkleine. Wir haben hier eine der Quellen der Differentialrechnung vor uns. Diese (unendlich kleinen) Winkel sind unter sich vergleichbar und jedes Verhältnisses fähig; nur nicht mit den (endlichen) geradlinigen Winkelgröfsen.

An dem Streit beteiligten sich die gröfsten Namen der folgenden Zeit; ich nenne nur Vieta, Galilei, Wallis, Barrow, und den, der eigentlich die Lösung gab, „summum" Newton. Vieta im XIII. Kap. seiner Varior. de reb. math. responsorum 1593 sprach zum ersten Male klar und scharf es aus, dafs Kurven, welche sich berühren, an der Berührungsstelle ein Linienelement gemeinsam haben, und daher nach Def. 8, I als „in eandem lineam rectam coincidentes" keinen Winkel bilden; zugleich wird klar, dafs von einem Winkel, insofern er Mafs für Richtungs-

unterschiede ist, nur zwischen Geraden die Rede sein kann. Ähnlich Galilei 1639 und ausführlich Wallis 1656 im Buch de angulo contactus, wo er sagt, dafs die Kurve in jedem Punkt die Richtung ihrer Tangente hat. Da 1663 Leotaud in der Cyclomathia seinen Bundesbruder gegen Wallis in Schutz nahm, sah sich dieser 1685 zu einer „Defensio" genötigt, hier finden sich Andeutungen über den heute Kontingenzwinkel genannten Winkel, zwischen zwei benachbarten Tangenten. Aber Newton erkannte den Kern in des Clavius Gedanken, er erkannte, vgl. Fig. 16[a], dafs das Variable an der Berührungsstelle die Krümmung sei, deren Mafs er umgekehrt proportional dem Radius desjenigen Kreises setzte, der sich der Kurve an der betreffenden Stelle so eng als möglich anschmiegt, und er sah, dafs von der Krümmung die relativ mehr oder mindere Schnelligkeit des Auseinandergehens von Kurve und Tangente (die rel. Gröfse des Clavius'schen Kontingenzwinkels) abhänge. Als Resultat des Streits, der erst gegen Ende des 18. Jahrh. erlosch, haben wir 1) Klärung des Begriffs Kontakt (Osculation, Peletarius sagt „curvas se lambere", sie lecken sich, Berührung). 2) Erkenntnis, dafs die Kurve in jedem einfachen Punkt die Richtung ihrer Tangente hat. 3) Dafs ein krummliniger Winkel durch den der Tangenten im Scheitel zu ersetzen sei. 4) Kontingenzwinkel als Mafs für die Richtungsänderung in jedem Punkt. 5) Die Einführung des Mafses für die Krümmung; wodurch dieser früher vage Begriff der Rechnung zugänglich gemacht wurde.

Übrigens hat Tacquet (ebenfalls von der Gesellschaft Jesu) ausgesprochen, dafs Peletarius und Clavius alle beide recht (und unrecht) hätten. Die Litteratur findet sich vollständig bei Pfleiderer, Scholien, T. 2, ad III, S. 71—74 und bei Camerer (E. Elem. libri sex T. I 1824 p. 475—482); vgl. auch Klügel's Lexicon, Art. Berührungswinkel und M. Cantor's Vorles., B. 2, 1900.

17.

Von einem gegebenen Punkt aus an einen gegebenen Kreis eine Tangente zu ziehen.

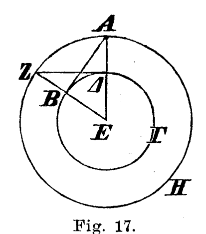


Fig. 17.

(Fig. 17.) A der gegebene Punkt, $B\Gamma\Delta$ der gegebene Kreis. Man nehme das Zentrum E (Satz 1) und ziehe AE, beschreibe um E mit dem Abstand EA den Kreis AZH und von Δ aus werde ΔZ senkrecht gezogen und EZ und AB, so behaupte ich, dafs vom Punkt A die den Kreis berührende AB gezogen ist.

Beweis 1, 4. Die zweite Tangente wird nicht erwähnt, ebensowenig der Spezialfall, in dem A auf dem Kreis liegt. Die Konstruktion des Euclid ist unmittelbar einleuchtend, sie bleibt auch für den Grenzkreis der Nicht-Euclidischen Geometrie bestehen. Sie kostete aber, bis der Peripheriewinkel im Halbkreis verwertet wurde zur Konstruktion eines Lotes mit einem Kreise, 4 Kreise. Daher galt die Konstruktion des Clavius (Scholium zu S. 31), welche direkt den Peripheriewinkel im Halbkreis benutzt, und nur 3 Kreise, ja unter Umständen nur 2 Kreise, kostet, für einen Fortschritt, er hat die des Euclid völlig, bis zur gänzlichen Vergessenheit (im deutschen mathematischen Unterricht) verdrängt.

Die einfachste Konstruktion, welche den Gegenpunkt zum Zentrum in Bezug auf die Tangente konstruiert und nur 2 Kreise kostet, gab Verfasser vor einigen Jahren (Crelle).

Die Aufgabe, eine Tangente von gegebener Richtung zu ziehen, findet sich im Euclid des Peletarius, und die so wichtige Aufgabe, an zwei Kreise die gemeinsame Tangente zu ziehen, ist vollständig von Cardanus gelöst.

18.

Wenn eine Gerade den Kreis berührt und vom Zentrum bis an den Berührungspunkt eine Verbindungsgerade gezogen wird, so steht diese Verbindunglinie auf der berührenden senkrecht.

(Fig. 18.) Beweis indirekt.

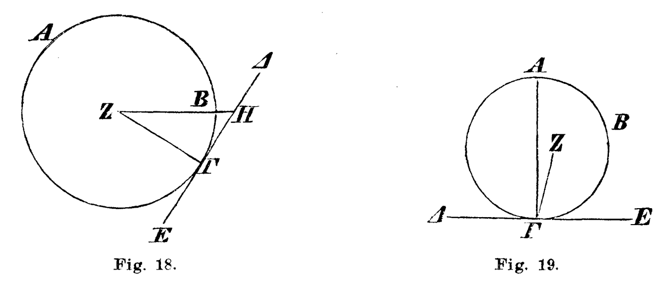


Fig. 18. Fig. 19.

19.

Wenn eine Gerade den Kreis berührt und von dem Berührungspunkt zur Berührenden die Senkrechte gezogen wird, so wird auf ihr das Zentrum des Kreises liegen.

(Fig. 19.) Beweis indirekt.

Von diesem Satz aus ist der term. techn. „Tangente“ als Übersetzung von ἡ ἐφαπτομένη ausgegangen, er findet sich bei Zamberti, aber nicht bei Campanus.

20.

Im Kreis ist der Winkel am Zentrum das Doppelte des Winkels an der Peripherie, wenn die Winkel denselben Bogen* zur Basis haben.

(Fig. 20.) Beweis durch I, 5 und I, 32, es werden die beiden Fälle unterschieden, in denen das Zentrum innerhalb oder aufserhalb des Peripheriewinkels liegt, der dritte als selbstverständlich übergangen. Für „Bogen" steht natürlich im Text „περιφέρεια".

21.

Im Kreis sind die Winkel im selben Segment einander gleich.

(Fig. 21.) Satz 21 ist unmittelbare Folge (Porisma) von 20.

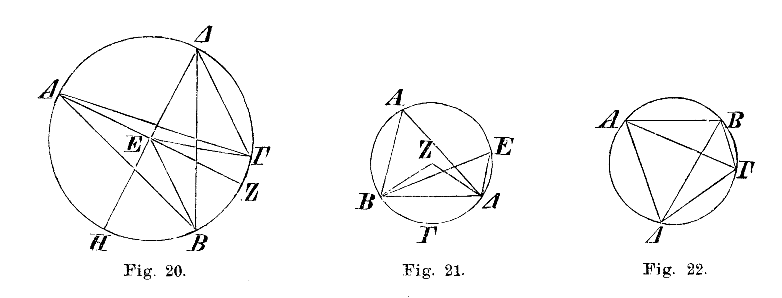


Fig. 20. Fig. 21. Fig. 22.

22.

Die gegenüberliegenden Winkel der Vierecke im Kreis sind [zusammen] zwei Rechten gleich.

(Fig. 22.) Die drei Winkel des Dreiecks $AB\Gamma$ sind zusammen gleich 2 Rechten und $BA\Gamma$ gleich $B\Delta\Gamma$ nach 21 und desgleichen $B\Gamma A = B\Delta A$. Es wird damit der allgemeinere Satz bewiesen, dafs $\beta + \delta = \alpha + \gamma$ ist.

23.

Auf derselben Strecke können nicht zwei ähnliche (und ungleiche) Segmente an derselben Seite konstruiert werden.

Fig. 23.

(Fig. 23.) Beweis indirekt. Nach Definition 11 müfste $A\Gamma B$ gleich $A\Delta B$ sein, den es als Aufsenwinkel übertrifft. (Die geklammerten Worte würden besser weggelassen worden sein.)

24.

Ähnliche Segmente auf gleichen Strecken sind einander gleich.

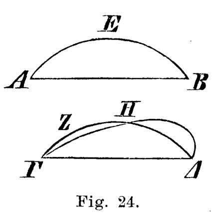


Fig. 24.

(Fig. 24.) Legt man AEB auf $\Gamma Z\Delta$, so bleibt nach 23, aufser der Kongruenz, nur die Lage, welche die Figur darstellt, und diese ist ausgeschlossen durch Satz 10. Es wird beim Beweis dieses Satzes wie bei dem der Kongruenzsätze I, 4 und I, 8 nicht sowohl die Bewegung benutzt als das Axiom von der Gleichförmigkeit des Raumes.

25.

Wenn ein Segment gegeben ist, den Kreis daran zu beschreiben, von dem es ein Segment ist.

(Fig. 25a.) $AB\Gamma$ das Segment, $A\Gamma$ halbiert in Δ, und in Δ das Lot auf $A\Gamma$ errichtet, welches den Kreis in B schneidet, B mit A verbunden, so ist ΔBA entweder gröfser, oder gleich oder kleiner als $BA\Delta$.

Fall 1). Man lege in A an BA den Winkel $BAE = AB\Delta$ und verlängere $B\Delta$ bis E und ziehe $E\Gamma$, so ist der um E mit EA

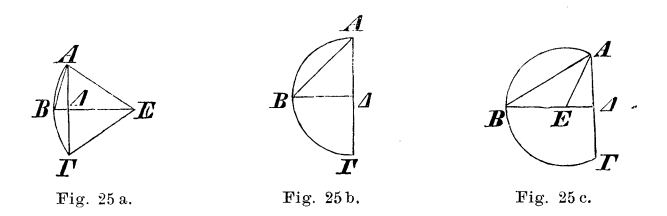


Fig. 25 a. Fig. 25 b. Fig. 25 c.

bezw. EB bezw. $E\Gamma$ beschriebene Kreis (Forderung 3) der verlangte; zugleich erhellt, dafs $AB\Gamma$ kleiner als ein Halbkreis, weil das Zentrum E aufserhalb desselben.

Fall 2). $A\Delta = \Delta B = \Delta\Gamma$, also Δ das Zentrum, das Segment „offenbar“ ein Halbkreis. (Fig. 25b.)

Fall 3). (Fig. 25c.) Dieselbe Konstruktion, das Zentrum E fällt auf $B\Delta$ innerhalb des Segments $AB\Gamma$ und dies ist also offenbar gröfser als ein Halbkreis.

Die drei gesperrten Worte zeigen wieder den Anteil der Anschauung an diesen Beweisen.

26.

In gleichen Kreisen stehen gleiche Winkel auf gleichen Bogen, sei es, dafs sie am Zentrum, sei es, dafs sie an der Peripherie liegen.

(Fig. 26.) Satz 24.

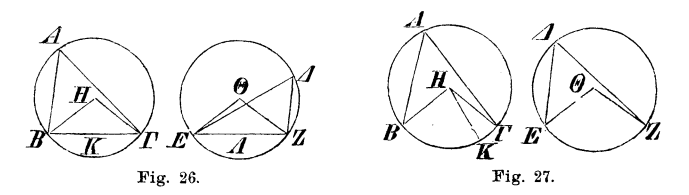


Fig. 26. Fig. 27.

27.

In gleichen Kreisen sind Winkel, welche auf gleichen Bogen stehen, ob am Zentrum oder an der Peripherie, gleich.

(Fig. 27.) Beweis indirekt durch Satz 26.

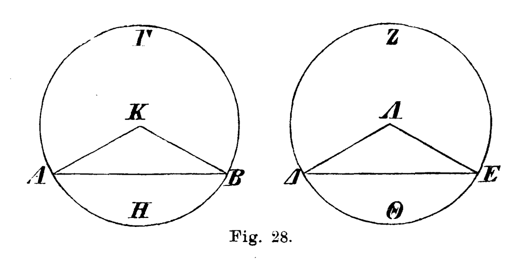


Fig. 28.

28.

In gleichen Kreisen schneiden gleiche Sehnen gleiche Bogen ab, [so dafs] der gröfsere dem gröfseren, der kleinere dem kleineren [gleicher ist].

(Fig. 28.) I, 8.

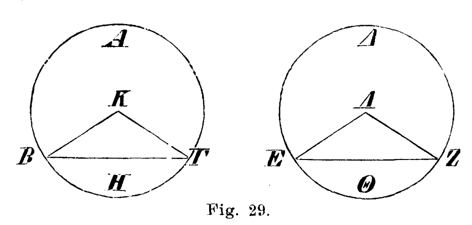


Fig. 29.

29.

In gleichen Kreisen unterspannen gleiche Sehnen gleiche Bogen.

(Fig. 29.) I, 4.

30.

Einen gegebenen Bogen zu halbieren.

(Fig. 30.) $A\Delta = \Delta B$ nach I, 4 und die Bogen $A\Delta$ und ΔB kleiner als der Halbkreis, weil nach Satz 1, Zusatz, das Zentrum auf $\Delta\Gamma$, somit aufserhalb der Segmente liegt.

Fig. 30.

31.

Im Kreise ist der Winkel im Halbkreis ein Rechter, der im gröfseren Abschnitt kleiner als der rechte, der im kleineren Abschnitt gröfser als der rechte. Und dazu ist der Winkel des gröfseren Abschnitts gröfser als der rechte, der Winkel des kleineren Abschnitts kleiner als der rechte.

(Fig. 31.) $AB\Gamma\Delta$ der Kreis, $BA\Gamma = ZA\Gamma$, weil beide gleich $A\Gamma B + AB\Gamma$; also $BA\Gamma$ ein Rechter und $A\Gamma B <$ als der Rechte, und nach Satz 22 $A\Delta\Gamma >$ als ein Rechter.

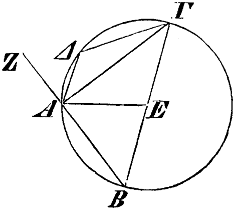


Fig. 31.

Der Winkel zwischen $A\Gamma$ und dem Bogen $AB\Gamma >$ als der Rechte $BA\Gamma$ und der zwischen $A\Gamma$ und dem Bogen $A\Delta\Gamma$ kleiner als der Rechte $ZA\Gamma$.

Über den letzten Teil des Satzes vgl. die Note zu Satz 16. Bei Clavius findet sich die Anwendung nicht nur zur Konstruktion der Tangente, sondern auch als Zusatz zu I, 11 die bekannte Aufgabe: im Endpunkt einer Strecke, welche nicht über ihn hinaus verlängert werden darf, mit Einem Kreise das Lot zu errichten.

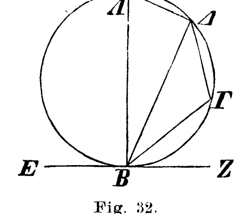


Fig. 32.

32.

Wenn eine Gerade den Kreis berührt, und von der Berührungsstelle in den Kreis hinein irgend eine den Kreis schneidende Gerade gezogen wird, so werden die Winkel, welche diese mit der Tangente bildet, den Winkeln in den entgegengesetzten Kreisabschnitten gleich sein.

(Fig. 32.) $BA\Delta = \Delta BZ$, weil beide $AB\Delta$ zu einem Rechten ergänzen, $\Delta\Gamma B = EB\Delta$ (Satz 22).

33.

Auf einer gegebenen Geraden einen Kreisabschnitt zu zeichnen, der einen Winkel faſst, welcher einem gegebenen (geradlinigen) Winkel gleich ist.

(Fig. 33a.) Der gegebene $\sphericalangle\,\Gamma$ sei spitz, BA die Gerade, ΔAB wird gleich Γ gemacht (I, 23), AE senkrecht zu $A\Delta$ und zu AB die

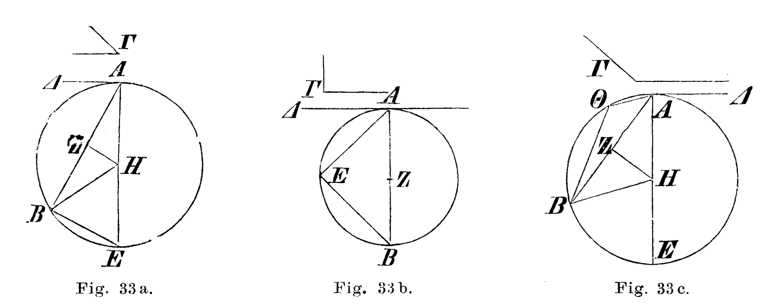


Fig. 33a. Fig. 33b. Fig. 33c.

Mittelsenkrechte ZH gezogen und HB; der Kreis um H mit HA geschlagen, so ist AEB das gesuchte Segment.

(Fig. 33b.) Γ ein Rechter, der Halbkreis über AB.

(Fig. 33c.) Γ stumpf; die Konstruktion bleibt wie im Fall a, $B\Theta A$ ist das gesuchte Segment.

Die Aufgabe bildet ein klassisches Beispiel, daſs die pedantische Scheidung zwischen Konstruktion und Beweis, wie sie in Deutschland noch immer üblich, euclidischer ist als Euclid.

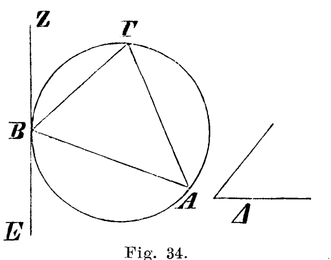


Fig. 34.

34.

Von einem gegebenen Kreis ein Segment wegzunehmen, das einen gegebenen Winkel faſst.

(Fig. 34.) $\sphericalangle\,\Delta$ gegeben, gleich $ZB\Gamma$ gemacht, so ist $BA\Gamma$ das wegzunehmende Segment.

Die Konstruktion der Tangente ist überflüssig.

35.

Wenn sich zwei Geraden innerhalb des Kreises schneiden, so ist das Rechteck aus den Abschnitten der einen gleich dem Rechteck aus den Abschnitten der andern.

Wenn (Fig. 35a) beide Geraden sich im Zentrum schneiden, ist der Satz selbstverständlich, wenn (Fig. 35b) $A\Gamma$ und $B\Delta$ nicht durch das Zentrum Z gehen und ZH, $Z\Theta$ die Senkrechten auf $A\Gamma$ und $B\Delta$

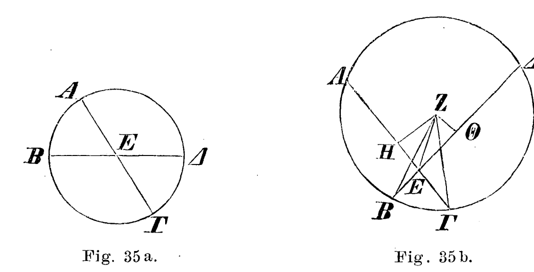


Fig. 35a. Fig. 35b.

sind, und EZ und BZ und ΓZ gezogen werden, so ist, da $A\Gamma$ in H halbiert wird (Satz 3), nach II, 5

$$AE \cdot E\Gamma + HE^2 = H\Gamma^2,$$

also wenn auf beiden Seiten HZ^2 addiert wird

$$AE \cdot E\Gamma + HE^2 + HZ^2 = H\Gamma^2 + HZ^2,$$

also nach I, 47

$$AE \cdot E\Gamma + ZE^2 = Z\Gamma^2,$$

ebenso

$$\Delta E \cdot EB + ZE^2 = ZB^2$$

somit

$$AE \cdot E\Gamma = \Delta E \cdot EB.$$

36.

Wird aufserhalb des Kreises ein Punkt genommen und gehen von ihm an den Kreis zwei Gerade, deren eine den Kreis schneidet, während die andere berührt, so wird das Rechteck aus der ganzen schneidenden und ihrem äufseren Abschnitt dem Quadrate der berührenden* gleich sein.

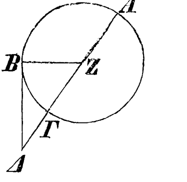


Fig. 36a.

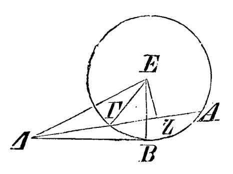


Fig. 36b.

(Fig. 36a.) Die Sekante geht durch das Zentrum, da $A\Gamma$ in Z halbiert ist und $\Gamma\Delta$ hinzugefügt ist, so ist nach II, 6

$$A\Delta \cdot \Delta\Gamma + Z\Gamma^2 = Z\Delta^2; \quad Z\Gamma = ZB; \quad Z\Delta^2 = ZB^2 + B\Delta^2,$$

also $\quad A\Delta \cdot \Delta\Gamma + ZB^2 = ZB^2 + B\Delta^2, \quad$ also $A\Delta \cdot \Delta\Gamma = \Delta B^2.$

NB. Hier findet sich nicht bei Campanus, sondern bei Zamberti wieder der Ausdruck tangens.

Die beiden Sätze 35 und 36 sind Spezialfälle des grofsen Hauptsatzes der Kreislehre, den wir heute nach Steiner den Potenzsatz nennen. Dafs die Umkehr fehlt, darf nicht befremden, ebensowenig wie, dafs die Erweiterung von 35 auf den Fall, wo sich die Sehnen aufserhalb schneiden, fehlt, sie werden eben dem jetzt schon geübteren Schüler überlassen.

37.

Gehen von einem Punkt aufserhalb des Kreises an den Kreis zwei Geraden, deren eine ihn schneidet, während die andere [nur] herangeht, und das [Rechteck] aus der ganzen schneidenden und ihrem äufseren Abschnitt ist gleich dem [Quadrat] der herangehenden, so wird diese den Kreis berühren.

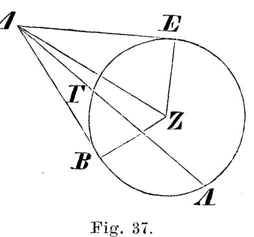


Fig. 37.

(Fig. 37.) $\Delta\Gamma A$ die schneidende, ΔB die herangehende, ΔE Tangente nach Konstruktion, $\Delta BZ \cong \Delta EZ$ durch 1, 8.

Der ausdrückliche Beweis der Umkehr von 36 ist mit Rücksicht auf die Wichtigkeit für die Konstrukrion des regulären Fünf- bezw. Zehnecks gegeben. Wie denn das ganze folgende Buch dem Problem der Kreisteilung gewidmet ist.

IV. [Buch.]

Definitionen.

1) Eine geradlinige Figur heifst in eine geradlinige Figur eingeschrieben, wenn die einzelnen[1]) Ecken der eingeschriebenen Figur auf den einzelnen Seiten der in die sie eingeschrieben ist, liegen.[2])

2) Gleicherweise heifst eine Figur um eine Figur geschrieben, wenn die einzelnen Seiten der, umgeschriebenen durch die einzelnen Ecken der, um welche sie geschrieben ist, gehen.[3])

3) Eine geradlinige Figur ist in den Kreis geschrieben, wenn die einzelnen Ecken der eingeschriebenen in die Peripherie des Kreises fallen.[4])

4) Eine geradlinige Figur ist um den Kreis geschrieben, wenn die einzelnen Seiten der umgeschriebenen die Peripherie des Kreises berühren.[5])

5) Gleicherweise aber sagt man, der Kreis sei in eine Figur eingeschrieben, wenn die Peripherie der Kreise jede der Seiten der [Figur], in der er eingeschrieben ist, berührt.

6) Der Kreis heifst aber um eine Figur geschrieben, wenn die Peripherie des Kreises jede Ecke der [Figur], um die er geschrieben ist, fafst.

7) Eine Strecke[6]) heifst in den Kreis eingetragen[7]), wenn die Endpunkte der Strecke in die Peripherie des Kreises fallen.

Anmerkungen.

1) griech. *ἑκάστη* „eine Jede“. 2) *ἅπτηται* „fafst“. 3) wie 2). 4) wie 2). 5) ausdrücklich griech. *ἐφάπτηται*. 6) griech. nur *εὐθεῖα*. 7) *ἐναρμόζεσθαι* „eingefügt werden“.

1. [Aufgabe.]

In einen *gegebenen Kreis eine *Strecke einzutragen, welche gleich einer nicht gröfser als der Durchmesser des Kreises gegebenen Strecke ist.

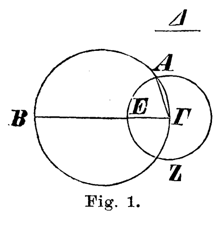


Fig. 1.

(Fig. 1.) Sei $AB\Gamma$ der gegebene Kreis, Δ die Strecke. Man ziehe den Durchmesser $B\Gamma$, wenn $B\Gamma = \Delta$, ist die Aufgabe gelöst; wenn $B\Gamma > \Delta$, mache man $\Gamma E = \Delta$ und beschreibe um Γ als Zentrum mit ΓE als Radius den Kreis $E A Z$ und ziehe ΓA, so ist $\Gamma A = \Delta$.



2.

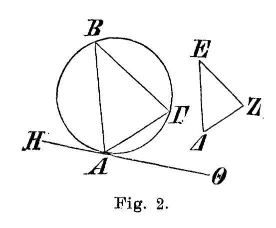


Fig. 2.

In einem* gegebenen Kreis das einem* gegebenen Dreieck gleichwinklige Dreieck einzuschreiben.

(Fig. 2.) $AB\Gamma$ der Kreis, ΔEZ das Dreieck. Man ziehe irgend eine Tangente $HA\Theta$ und lege in A an $A\Theta$ einen dem Winkel ΔEZ gleichen, $\Theta A\Gamma$, und in A an AH einen dem Winkel ΔZE gleichen: HAB, und ziehe $B\Gamma$, so ist $AB\Gamma$ das verlangte Dreieck (III, 32).

3.

Um einen* gegebenen Kreis das* einem* gegebenen Dreieck gleichwinklige Dreieck zu beschreiben.

(Fig. 3.) Die Konstruktion ist aus der Figur ersichtlich, KB ist beliebig, $\sphericalangle\, BK\Gamma = \Delta Z\Theta$; $BKA = \Delta EH$.

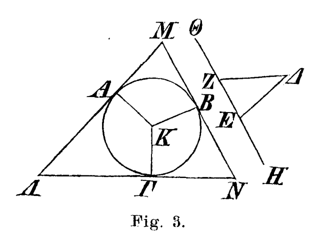


Fig. 3.

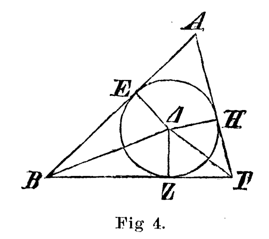


Fig 4.

4.

In ein* gegebenes Dreieck den *Kreis einzuschreiben.

(Fig. 4.) Man halbiert $\sphericalangle\, \beta$ und $\sphericalangle\, \gamma$ (I, 9), die Halbierungslinien

* Die Sterne beim Artikel machen auf den oft hervorgehobenen Unterschied aufmerksam, wo wir den unbestimmten Artikel brauchen, setzt Euclid den bestimmten [demonstrativ] und wo wir den bestimmten, fehlt bei Euclid meist der Artikel.

schneiden sich (I, 5. Forderung) in $\varDelta$, und fällt von $\varDelta$ auf die Seiten die Lote $\varDelta E$, $\varDelta Z$, $\varDelta H$, so sind diese gleich (I, 26) und der Kreis EZH ist der verlangte, da nach III, 16 die Seiten ihn berühren.

Aus der Konstruktion folgt, dafs Euclid als bekannt voraussetzt: 1) dafs sich von jedem Punkt aufserhalb zwei Tangenten an den Kreis ziehen lassen; 2) dafs diese gleich lang sind und 3), dafs sie symmetrisch zur Verbindung zwischen Punkt und Zentrum liegen; anders ausgedrückt, er setzt den Satz voraus: Die Halbierungslinie ist der Ort der Punkte, die von den Schenkeln gleichen Abstand haben. Er weifs auch, dafs die drei Winkelhalbierenden sich in einem Punkt schneiden (das Fehlen des Artikels).

5.

Um ein *gegebenes Dreieck den *Kreis zu beschreiben.

(Fig. 5, a, b, c.) Und es erhellt, dafs, wenn das Zentrum des Kreises innerhalb des Dreiecks fällt, der Winkel $BA\Gamma$, als in ein

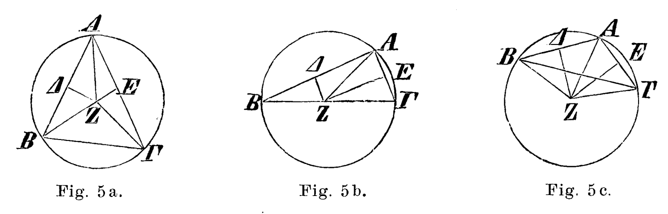


Fig. 5a. Fig. 5b. Fig. 5c.

Segment gröfser als der Halbkreis fallend, kleiner als ein rechter ist, wenn auf $B\Gamma$, gleich einem Rechten, wenn aufserhalb des Dreiecks, gröfser als ein Rechter (III, 31).

Aus dem Fehlen des Artikels vor *κύκλον* geht hervor, dafs Euclid weifs, dafs die drei Mittelsenkrechten sich in einem Punkt treffen. Die Umkehr des Zusatzes von „und es erhellt“ hat Heiberg mit Recht fortgelassen, ganz abgesehen von philologischen Gründen ist es eine konstante Gewohnheit bei Euclid, Umkehrungen, die nur die Anwendung des Drobisch-Möbius'schen Prinzips erfordern, zu übergehen.

6.

In einen gegebenen Kreis das *Quadrat einzuschreiben.

(Fig. 6.) Seiten gleich nach I, 4; die Winkel rechte nach III, 31. *Das Fehlen des Artikels vor *τετράγωνον* vertritt den Satz: Die Quadrate in denselben Kreis sind kongruent, also Eindeutigkeit wie 4 und 5, 7, 8, 9.

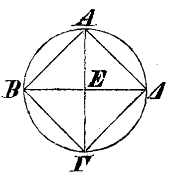


Fig. 6.

7.

Um einen gegebenen Kreis das *Quadrat zu beschreiben.

(Fig. 7.) Durch die Enden der beiden aufeinander senkrechten Durchmesser werden die Tangenten gezogen.

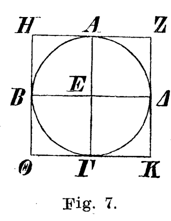


Fig. 7.

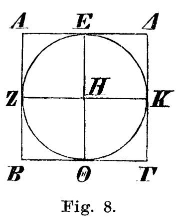


Fig. 8.

8.

In ein gegebenes Quadrat den *Kreis zu beschreiben.

(Fig. 8.) Durch die Mitten E und Z von $A\Delta$ und AB werden die Parallelen zu AB ($\Delta\Gamma$) und $A\Delta$ ($B\Gamma$) gezogen; I, 34, III, 16.

9.

Um ein gegebenes Quadrat den *Kreis zu beschreiben (Fig. 9).

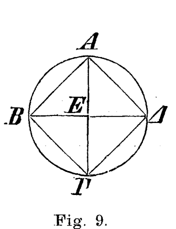


Fig. 9.

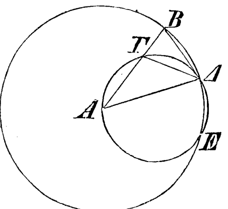


Fig. 10.

10.

Ein gleichschenkliges Dreieck zu konstruieren, in welchem jeder Basiswinkel doppelt so groſs als der übrige ist.

(Fig. 10.) Es liege irgend eine Strecke AB vor und sie werde in Γ so zerschnitten, daſs das Rechteck aus AB und $B\Gamma$ gleich ist dem Quadrat von $A\Gamma$ (II, 11, goldene Schnitt) und um A als Zentrum und AB Radius werde der Kreis $B\Delta E$ beschrieben und in den Kreis $B\Delta E$ werde die Strecke $B\Delta$ eingetragen, die gleich $A\Gamma$, welche nicht gröſser ist als der Durchmesser des Kreises (Satz 1) und $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ gezogen, und um Dreieck $A\Gamma\Delta$ der Kreis $A\Gamma\Delta$ beschrieben (Satz 9).

Weil nun $AB \cdot B\Gamma = A\Gamma^2$ und $A\Gamma = B\Delta$, ist $AB \cdot B\Gamma = B\Delta^2$. Da nun ein Punkt auſserhalb des Kreises $A\Gamma\Delta$ genommen ist, nämlich B und von ihm an den Kreis zwei Geraden BA, $B\Delta$ gezogen

sind und die eine ihn schneidet und die andere an ihn herangeht und $AB \cdot B\Gamma = B\Delta^2$, so berührt $B\Delta$ den Kreis $A\Gamma\Delta$ (III, 37). Weil nun $B\Delta$ berührt und vom Berührungspunkt*) Δ gezogen ist $\Delta\Gamma$, ist $\sphericalangle\, B\Delta\Gamma = \Delta A\Gamma$ im entgegengesetzten Kreisabschnitt (III, 32). Da nun $B\Delta\Gamma = \Delta A\Gamma$, füge man zu beiden $\sphericalangle\, \Gamma\Delta A$ hinzu; wohlan, so ist der ganze Winkel $B\Delta A = \Gamma\Delta A + \Delta A\Gamma$. Aber $\Gamma\Delta A + \Delta A\Gamma$ ist gleich dem Aufsenwinkel $B\Gamma\Delta$, also auch

$$B\Delta A = B\Gamma\Delta;$$

aber $B\Delta A = \Gamma B\Delta$, weil $A\Delta = AB$, also auch $\sphericalangle\, \Delta BA = B\Gamma\Delta$. Folglich sind die drei Winkel, $B\Delta A$, ΔBA, $B\Gamma\Delta$ unter sich gleich.

Weil $\sphericalangle\, \Delta B\Gamma$ gleich $B\Gamma\Delta$, ist Seite $B\Delta = \Delta\Gamma$; aber $B\Delta$ ist ΓA gleich gemacht worden, also auch $\Gamma A = \Gamma\Delta$; folglich auch Winkel $\Gamma\Delta A = \sphericalangle\, \Delta A\Gamma$; also

$$\Gamma\Delta A + \Delta A\Gamma = 2\,\Delta A\Gamma.$$

Aber $B\Gamma\Delta$ (war) gleich $\Gamma\Delta A + \Delta A\Gamma$, somit

$$B\Gamma\Delta = 2\,\Delta A\Gamma.$$

Aber $B\Gamma\Delta = B\Delta A = \Delta BA$; also jeder der Winkel $B\Delta A$, ΔBA doppelt so grofs als der Winkel ΔAB.

Also ist das gleichschenklige Dreieck $AB\Delta$ konstruiert, in dem jeder Winkel an der Basis $B\Delta$ doppelt so grofs als der übrige; . . . . was gethan werden sollte.

11.

In einem gegebenen Kreis das sowohl gleichseitige als gleichwinklige Fünfeck einzuschreiben.

(Fig. 11.) Der Kreis sei $AB\Gamma\Delta E$. Man konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck $ZH\Theta$ wie in 10; so dafs jeder der Winkel bei H und Θ doppelt so grofs als der bei Z ist, und schreibe in dem Kreis das $ZH\Theta$ gleichwinklige Dreieck $\Gamma A\Delta$ ein (Satz 2), so dafs $\sphericalangle\, \Gamma A\Delta$ gleich dem Winkel bei Z ist; halbiere $A\Delta\Gamma$ durch $B\Delta$ und $A\Gamma\Delta$ durch ΓE, so ist $AB\Gamma\Delta E$ das verlangte Fünfeck.

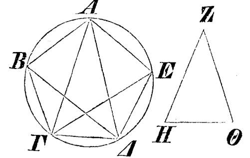


Fig. 11.

Denn zunächst ist es gleichseitig, da die fünf Winkel über den Sehnen nach Konstr. gleich sind, und damit auch die Bogen und die Sehnen, und gleichwinklig, weil die Winkel BAE, $AE\Delta$ etc. auf gleichen Bogen stehen.

---

*) Eigentlich „Berührung bei Δ“.

12.

Um einen gegebenen Kreis das gleichseitig gleichwinklige Fünfeck umzuschreiben.

(Fig. 12.) Denken wir A, B, Γ, Δ, E seien die Ecken des eingeschriebenen Fünfecks, so daſs die Bogen AE, $E\Delta$ etc. gleich sind, und durch A, B, Γ, Δ, E sollen die Tangenten des Kreises $H\Theta$, ΘK, $K\Lambda$, ΛM, MH gezogen werden, so ist $H\Theta K\Lambda M$ das verlangte.

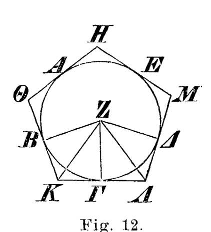


Fig. 12.

Zum Beweis werden die Radien ZB, $Z\Gamma$, $Z\Delta$ gezogen und die Kongruenz der Dreiecke BKZ, ΓKZ mittelst des Pythagoras (und nicht des 4. Kongruenzsatzes, der bei Euclid fehlt) und dann die von $Z\Gamma K$ und $Z\Gamma\Lambda$ (nach I, 26 dem sogen. 2. Kongruenzsatz) bewiesen.

13.

In ein gegebenes Fünfeck, das sowohl gleichseitig als gleichwinklig ist, den Kreis einzuschreiben.

(Fig. 13.) Man halbiert $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta E$, welche sich in Z schneiden, der Kreis um Z mit ZK ist der verlangte. Beweis: I, 4 giebt $BZ = Z\Delta$, und $\sphericalangle\, \Gamma BZ = Z\Delta\Gamma$, also BZ Halbierungslinie von ΓBA [und $ZB = Z\Gamma = Z\Delta = ZE = ZA$], ebenso wird gezeigt, daſs AZ, EZ die Winkel des Fünfecks bei A und E halbieren; dann folgt nach I, 26 die Gleichheit der Lote ZK, $Z\Lambda$ etc. Da die Seitenzahl beim Beweis nicht benutzt wird, so ist somit die Aufgabe, wie das Porisma zu 15 betont, allgemein gelöst für jedes reguläre n-eck.

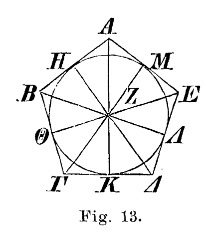


Fig. 13.

14.

Um ein gegebenes Fünfeck, das sowohl gleichseitig als gleichwinklig ist, den Kreis zu beschreiben.

(Fig. 14.) Man halbiere $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta E$ durch $Z\Gamma$ und $Z\Delta$ und ziehe ZB, ZA, ZE, so sind, wie in 13 bewiesen, diese 5 Strecken gleich, und der Kreis um Z mit diesem Radius der verlangte.

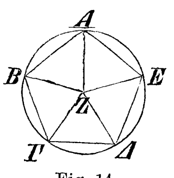


Fig. 14.

Satz 13 und 14 sind hübsche Beispiele, wie wenig euclidisch die moderne pedantische Scheidung zwischen Konstruktion und Beweis ist.

15.

In einen gegebenen Kreis das gleichseitig gleichwinklige Sechseck einzuschreiben.

(Fig. 15.) *ΑΒΓΔΕΖ* sei der Kreis: „Ziehe seinen Durchmesser *ΑΔ*; nimm das Zentrum *Η* und beschreibe um das Zentrum *Δ* mit dem Radius *ΔΗ* den Kreis *ΕΗΓΘ*, und führe die Verbindungslinien *ΕΗ*, *ΓΗ* durch bis zu den Punkten *Β*, *Ζ*, verbinde *Α* [mit] *Β*, *Β* [mit] *Γ*, *Γ* [mit] *Δ*, *Δ* [mit] *Ε*, *ΕΖ*, *ΖΑ*, so ist *ΑΒΓΔΕΖ* das gleichseitig gleichwinklige Sechseck.“

Fig. 15.

Zusatz.

Hieraus erhellt, dafs die Seite des Sechsecks gleich ist dem Radius* des Kreises.

Ebenso wie beim Fünfeck wird das gleichseitig gleichwinklige Sechseck um den Kreis beschrieben, wenn wir durch die Teilpunkte im Kreise die Tangenten des Kreises ziehen gemäfs dem beim Fünfeck gesagten. Und aufserdem wird durch dem beim Fünfeck gesagten Analogem in ein gegebenes Sechseck der Kreis einbeschrieben und umgeschrieben. Was gethan werden sollte.

16.

In einen gegebenen Kreis ein gleichseitig gleichwinkliges Fünfzehneck einzuschreiben.

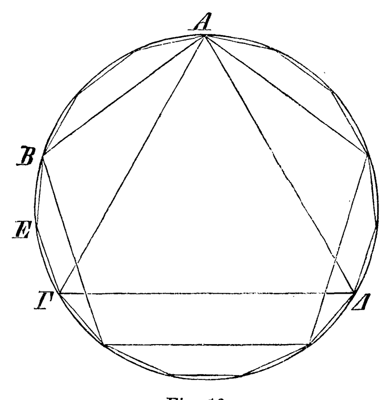


Fig. 16.

(Fig. 16.) Der gegebene Kreis sei *ΑΒΓΔ*, es werde in den Kreis einbeschrieben die Seite *ΑΓ* eines eingeschriebenen gleichseitigen Dreiecks und *ΑΒ* die Seite des regelmäfsigen Fünfecks. Daher, wenn *ΑΒΓΔ* in 15 gleiche Teile geteilt ist, so enthält Bogen *ΑΒΓ* als dritter Teil des Kreises 5 solcher Teile, daher ist der Rest *ΒΓ* gleich zweien. *ΒΓ* werde in *Ε* halbiert, so ist jeder von beiden Bogen *ΒΕ*, *ΕΓ* der 15. Teil des Kreises. Wenn wir also fort-

gesetzt den Sehnen BE, $E\Gamma$ gleiche Sehnen in den Kreis eintragen, wird in ihm das regelmäfsige Fünfzehneck eingeschrieben.

Ebenso wie beim Fünfeck wird das regelmäfsige Fünfzehneck um den Kreis beschrieben, wenn wir durch die Teilpunkte des Kreises die Tangenten an den Kreis ziehen. Und durch den beim Fünfeck gleichartige Darlegungen wird einem gegebenen Fünfzehneck der Kreis ein- und umgeschrieben. Was gemacht werden sollte.

Hier ist sogar die „Analyse“ in die Konstruktion verwebt!

Eine Fortsetzung der Sätze des IV. Buches findet sich im Anfange des XII. Buches:

S. 1. Ähnliche in Kreisen beschriebene Vielecke verhalten sich wie die Quadrate der Durchmesser.

S. 2. Kreise verhalten sich wie die Quadrate ihrer Durchmesser. — S. 16 Aufg.: Wenn zwei konzentrische Kreise gegeben sind, in den gröfseren ein gleichseitiges Vieleck von gerader Seitenzahl so einzuschreiben, dafs es den kleineren Kreis nicht trifft.

S. 2 ist alles, was über „die Quadratur des Zirkels“ bei Euclid vorkommt.

V. [Buch].

Erklärungen.

1) Eine kleinere Gröſse ist Teil[1]) einer gröſseren, falls sie die gröſsere abmiſst.

2) Die gröſsere aber ein Vielfaches der kleineren, falls sie von der kleineren abgemessen wird.

3) Verhältnis zweier gleichartiger[2]) Gröſsen ist die Art und Weise, wie sie sich auf die Frage wie groſs verhalten.[3])

4) Man sagt, daſs Gröſsen zu einander ein bestimmtes Verhältnis haben, wenn bei der Vervielfältigung die eine die andere übertrifft.[4])

5) Man sagt: Gröſsen sind zu einander in gleichem Verhältnis, die erste zur zweiten und die dritte zur vierten, wenn gleiche Vielfache der ersten und dritten gleiche Vielfache der zweiten und vierten — beiderseits in Bezug auf jedes beliebige Vielfache — entweder zugleich übertreffen, oder [zugleich ihnen] gleich sind, oder [jene zugleich] kleiner sind [als diese], [die Gröſsen] entsprechend genommen.[5])

6)[6]) Gröſsen, welche dasselbe Verhältnis haben, sollen „in Proportion" genannt werden.

7) Wenn von den gleichen Vielfachen [sub 5] das Vielfache des ersten das des zweiten übertrifft, dagegen das des dritten das Vielfache des vierten nicht übertrifft, dann sagt man: die erste hat zur zweiten ein gröſseres Verhältnis als die dritte zur vierten.[8])

8) Die Proportion in drei Gliedern ist die [an Gliederzahl] kleinste.[9])

9) Wenn drei Gröſsen eine Proportion bilden, so sagt man, die erste hat zur dritten das quadratische Verhältnis wie zur zweiten.[10])

10) Wenn aber vier Gröſsen in Proportion sind, so hat die erste

zur vierten das kubische Verhältnis wie zur zweiten, und so immer entsprechend weiter, wie gerade die Proportion vorliegt.[11])

11) Entsprechende[12]) Gröfsen, sagt man, sind die vorangehenden [Gröfsen] für die vorangehenden, und die folgenden für die folgenden.

12) Wechsel-Verhältnis ist die Setzung[13]): Vordere zur vorderen, wie folgende zur folgenden.

13) Umgekehrt wird das Verhältnis, wenn die vordere [Gröfse] zur folgenden und die folgende zur vorderen gemacht wird.

14) Verbindung des Verhältnisses ist das Verhältnis der Summe der vorderen und der folgenden Gröfse zur folgenden allein.[14])

15) Trennung[15]) des Verhältnisses ist das Verhältnis des Unterschieds zwischen der vorderen und der folgenden zur folgenden allein.

16) Wendung des Verhältnisses ist das Verhältnis des vorderen zum Unterschied zwischen der vorderen und der folgenden Gröfse.

17) Ist eine erste Gröfsenreihe gegeben und eine zweite von gleicher Giiederzahl, so dafs je zwei herausgegriffen in gleichem Verhältnis stehen, so giebt es ein Verhältnis infolge Gleichheit, wenn das erste Glied der ersten Reihe zum letzten, wie das erste Glied der zweiten Reihe zum letzten [sich verhält], oder anders: [es ist dies] die Bindung[16]) der extremen [Glieder] [zu einer Proportion] mit Auslassung der mittleren [Glieder].[17])

18) Eine Proportion heifst verworren, wenn, falls drei Gröfsen gegeben sind und eine zweite Reihe von drei Gröfsen, es eintreten konnte, dafs in der ersten Reihe ein führendes zum folgenden sich verhält, wie in der zweiten Reihe ein führendes zum folgenden, und zugleich in der ersten Reihe ein folgendes zu irgend einem anderen, wie in der zweiten Reihe irgend ein anderes zum führenden.[18])

Anmerkungen.

Das fünfte Buch enthält die Lehre vom Verhältnis und der Gleichung der Verhältnisse (Proportionen) gleichartiger Gröfsen in vollster Allgemeinheit. Es ist mit gröfster Wahrscheinlichkeit ein Werk des Eudoxos (vgl. Einleitung) und scheint nur wenig von Euclid überarbeitet (da wo statt „λεγεται“ steht „καλεισθω“). Auf sein höheres Alter deutet auch das Ringen mit dem Ausdruck, die oft schwer verständliche Fassung der Sätze hin. Es fehlt die Definition des Begriffs „kontinuierliche Gröfse“, sie war aber durch Aristoteles (vgl. Simon Zur

Geschichte und Philos. d. Differ.) gegeben; vermutlich auch von Eudoxos; jedenfalls konnte sie Eudoxos voraussetzen. Der bedeutendste Interpretator des Euclid in Europa, Clavius, hebt wie Campanus S. 3 hervor, dafs dem fünften Buch ein Axiom zugrunde liegt, welches Clavius (Ausgabe von 1607 S. 436) formuliert: Quam proportionem habet magnitudo aliqua ad aliam, eandem habebit quaevis magnitudo proposita ad aliquam aliam, et eandem habebit quaepiam alia magnitudo ad quamvis magnitudinem propositam. Es ist das Axiom im Grunde nichts anderes als die Umkehrung des Weierstrafs'schen Axioms: Zu jedem Punkt in der Zahlenreihe giebt es eine Zahl. Es wird zwar immer behauptet, die Hellenen hätten in der Irrationalzahl keine Zahl gesehen, aber aus dem fünften Buche geht meines Erachtens unwiderleglich hervor, dafs sie den Zahlbegriff in voller, fast wirklich mit der Weierstrafs'schen Auffassung sich deckender Schärfe besafsen, und dafs Euclid wie Eudoxos im Verhältnis zweier gleichender Gröfsen nichts anderes sehen als eine Zahl. Und das erhellt schon aus dem Kunstausdruck „*λόγος*" für „Verhältnis", denn Logik ist die Rechnung, Logistik die Rechenkunst, und Logos heifst im Grunde nichts anderes als Mafszahl einer Gröfse in Bezug auf eine andere.

1) Teil hat zwei Bedeutungen, es bedeutet „genauer" Teil (aliquoter) und auch Teil schlechtweg (aliquanter), eine Gröfse, die aus einer anderen herausgenommen werden kann. Euclid definiert nur den aliquoten Teil einer Gröfse A als Einheit, deren Vielheit A ist. Aus Definition 2) geht hervor, dafs es sich dabei um die wirkliche Anzahl handelt. Clavius verweist auf das siebente (arithmetische) Buch, wo Euclid den aliquanten Teil z. B. 4 von 7 nicht pars, sondern „partes" nennt, weil 4 von den Siebenteln der 7 mehrere, nämlich 4 enthält.

3) Das Wort homogen, von gleicher Abstammung, ist völlig rezipiert. — Griech. „*κατὰ πηλικότητα*" wörtlich „in Bezug auf die Wiegrofsigkeit". Das Subst. ist abgeleitet vom Fragwort „*πηλικός*", wie grofs, wie oft scil. ist die Einheit in dem betreffenden Objekt enthalten; vgl. für diese Auffassung Ptolemaios *Μεγάλη σύνταξις* B. I Kap. 9.

Man sieht, diese Erklärung weist deutlich auf die ursprüngliche Auffassung des Verhältnisses als Gleichheit in Bezug auf aliquote Teile hin, also auf die Kommensurabilität; sie konnte aber, nachdem an $\sqrt{2}$ bezw. an dem Verhältnis der Diagonale und Seite des Quadrats die Inkom. gefunden war, nicht mehr für die Beweise benutzt werden und

daher wird in der Definition 4) der Erweiterung des Begriffs Rechnung getragen.

4) Aus 4) geht hervor, dafs die Gröfsen, um die es sich handelt, der Gröfse nach in eine Reihe geordnet zu denken sind, so dafs von je zweien das gröfser, kleiner, gleich erkannt werden kann, d. h. aber nichts anderes, wie neuerdings sehr oft gesagt ist, dafs mit ihnen gerechnet werden könne, und dies ist das Postulat, das in 4) implicite enthalten ist.

5) Schon Zeuthen hat bemerkt, dafs diese Definition gleicher Verhältnisse wörtlich mit Weierstrafs' Definition gleicher Zahlen übereinstimme. Der Ausdruck des Satzes ist kürzer und klarer: $a:b = c:d$ wenn, falls $pa >=< qb$ ist, zugleich $pc >=< qd$ ist, wo p und q jeden beliebigen (Anzahl-) Wert haben. Heiberg hat in seiner lateinischen Übersetzung dies, was Euclid durch „καϑ' ὁποιονοῦν πολλαπλ.“ ausdrückt, übersehen, es dürfte dies wohl so ziemlich das einzige nennenswerte Versehen bilden.

Hervorgehoben mufs werden, dafs zwar a und b unter sich homogen, und c und d desgleichen unter sich sein müssen, aber a und c bezw. b und d heterogen sein können.

6) Aus dem Singular folgt schon hier, noch deutlicher aus dem sechsten Buch z. B. S. 5, dafs Euclid analogon als Adverb gebraucht, wie Lucian. Die Übersetzung „proportional“ giebt hier und oft gar keinen Sinn. Man fragt vergebens: Wer ist wem proportional? Wir sagen z. B. das Gewicht ist dem Preis proportional, weil dem doppelten dreifachen etc. Preis das doppelte, dreifache etc. Gewicht entspricht. Es mufs heifsen „in einer Verhältnisgleichung (Proportion) stehend“, oder „zu einer Verhältnisgleichung gehörig“, was allerdings im Lateinischen das Wort proportionalis auch ausdrücken kann. Die beste Übersetzung ist „dem Verhältnis nach gleich“.

7) Es wäre logischer, dafs 6) und 7) ihre Stellen tauschten, denn 7) greift auf 5) zurück, es sind dieselben Vielfachen, die da auftreten: Ist $pa > qb$, aber pc nicht $> qd$, so ist $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$; hier genügt ein Wertsystem des p und q und daher fehlt „καϑ' etc.“ Es ist dieselbe Definition ungleicher Zahlen, wie bei Weierstrafs. Die Übereinstimmung ist nicht so wunderbar, Weierstrafs knüpft an Bolzano an, und dieser gehört der Epoche genauester Kenntnis des Euclid an, übrigens hatte auch Weierstrafs seinen Euclid inne.

8) 9) Gemeint ist hier

$$a:b = b:c,$$

es könnte auch dem Wortlaut nach $a : b = c : a$ gemeint sein, doch das würde auf dasselbe hinauskommen.

9) Wenn $a : b = b : c$, so ist $\frac{a}{c} = \frac{b^2}{c^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$ und nicht, wie wunderlicher Weise Lorenz-Mollweide schreibt $\frac{a}{c} = 2\left(\frac{a}{b}\right)$; man sieht deutlich, wie hier einfach mit den Strecken- bezw. Gröfsenbrüchen gerechnet wird.

10) Es hätte gesagt werden müssen, dafs es sich um eine sogenannte kontinuierliche (κατὰ τὸ συνεχές) Proportion handelt

$$a : b = b : c = c : d,$$

wo dann

$$a^2c^2 = b^4; \; a^2bd = c^4; \; a : d = a^3 : b^3.$$

Beispiel einer kontinuierlichen Proportion von fünf Gröfsen 81, 54, 36, 24, 16 und $81 : 16 = (81 : 54)^4$ (Clavius) und allgemein a^4, a^3b, a^2b^2, ab^3, ab^4 etc. . . .

11) „Homolog", der term. techn., ist nicht das Adjektiv „ὁμόλογος" von Ὁμοῦ zugleich und λέγω sagen und bedeutet daher auch nicht übereinstimmend, entsprechend, sondern es kommt vom homerischen ὁμός ähnlich, gleich und „λόγος Verhältnis" und bedeutet also „ähnlich in Bezug auf das Verhältnis, wie analog" „dem Verhältnis gemäfs". In der Proportion $a : b = c : d$ sind a und c homolog wie b und d. Euclid unterscheidet nicht „innere" und „äufsere" wie wir, sondern „führende" und „folgende".

12) Griech. λῆψις von λαμβάνω; in der Proportion $a : b = c : d$ sind a und c Vorderglieder und b und d folgende, es ist die Vertauschung der „inneren" Glieder gemeint, also $a : c = b : d$ statt $a : b = c : d$. Bemerkenswert ist, dafs hier die ganze Proportion (Analogie) mit „Logos" bezeichnet ist.

14) Aus $a : b$ geht man über zu $a + b : b$.

15) Der Übersetzung „Subtractio" von Διαίρεσις durch H. kann ich mich nicht anschliefsen; Clavius sagt „divisio".

16) Übergang von $a : b$ auf $a : | a \dot{-} b |$

17) Es handelt sich um zwei nach heutigem Sprachgebrauch proportionale Gröfsenreihen a_x und b_x, so dafs $a_x : b_x$ konstant.

Sind a_1 und b_1 die Anfangsglieder, u_1 und u_2 die Endglieder, so ist $a_1 : b_1 = u_1 : u_2$ die Proportion infolge Gleichheit; dieselbe setzt eine Ordnung der Reihen voraus (daher „τεταγμένη" geordnete).

18) Wenn a, b, c die Glieder der ersten, α, β, γ die der zweiten, so zeigt S. 23 dafs gemeint ist: $a : b = \beta : \gamma$ und $b : c = \alpha : \beta$.

Beispiel von Clavius 12, 8, 4; 12, 6, 4; allgemeiner: $a, b, c; z\frac{a}{c}; z\frac{a}{b}; z$. Ohne Proposition 23 wäre die Erklärung unverständlich.

[Satz] 1.

Ist eine [an Anzahl endliche] Gröfsenreihe a_x gegeben und eine zweite e_x und ist $a_x = ne_x$, wo n eine konstante Anzahl, so ist $\Sigma a_x = n\Sigma e_x$.

A H B Γ Θ Δ
E Z

Fig. 1.

(Fig. 1.) AB sei a_1, $\Gamma\Delta = a_2$, $E = e_1$, $Z = e_2$, $n = 2$, $AH + \Gamma\Theta = E + Z$; $HB + \Theta\Delta = E + Z$, also $AB + \Gamma\Delta = n(E + Z)$.

Der Satz ist der heute so viel gebrauchte: Sind mehrere [Strecken-, Flächen-, etc.] Brüche einander gleich, so ist die Summe der Zähler dividiert durch die Summe der Nenner gleich jedem der Brüche. Der Beweis selbst beruht ganz und gar auf Anschauung, bezw. auf der Voraussetzung, dafs das kommutative und assoziative Gesetz für die betreffende Gröfsenreihe erwiesen ist. Für Strecken liegt das kommutative Gesetz in der Vertauschbarkeit von rechts und links. Für Flächen vgl. Simon, die Elemente der Geometrie etc. — Satz 1 findet seine Verallgemeinerung in Satz 12.

2.

Ist eine Gröfse α dasselbe Vielfache einer zweiten β, wie eine dritte γ von einer vierten δ, und ist eine fünfte ε wieder das nämliche Vielfache von β wie eine sechste ζ von δ, so ist die Summe der ersten und fünften dasselbe Vielfache der zweiten wie die Summe der dritten und sechsten von der vierten.

A B H
Γ
Δ E Θ
Z

Fig. 2.

$\alpha = n\beta$, $\gamma = n\delta$, $\varepsilon = p\beta$, $\zeta = p\delta$, $\alpha + \varepsilon = (n + p)\beta$, $\gamma + \zeta = (n + p)\delta$.

(Fig. 2.) $AB = \alpha$, $\beta = \Gamma$, $\Delta E = \gamma$, $Z = \delta$, $BH = E$, $E\Theta = \zeta$ und $n = 3$, $p = 2$.

Beweis folgt für Strecken aus der Anschauung bezw. aus der Giltigkeit des kommutativen und assoziativen Gesetzes unmittelbar. Der Satz findet seine Verallgemeinerung in 24.

3.

Ist $A = nB$ und $\Gamma = n\Delta$ und $E = qA$ und $Z = q\Gamma$, wo sowohl n als q Anzahlen, so ist E dasselbe $[nq]$ Vielfache von B wie Z von Δ.

(Fig. 3.) $EZ = E$, $H\Theta = Z$, $n = 3$, $q = 2$.

Bemerkung wie zu 1 und 2. Vgl. Satz 22.

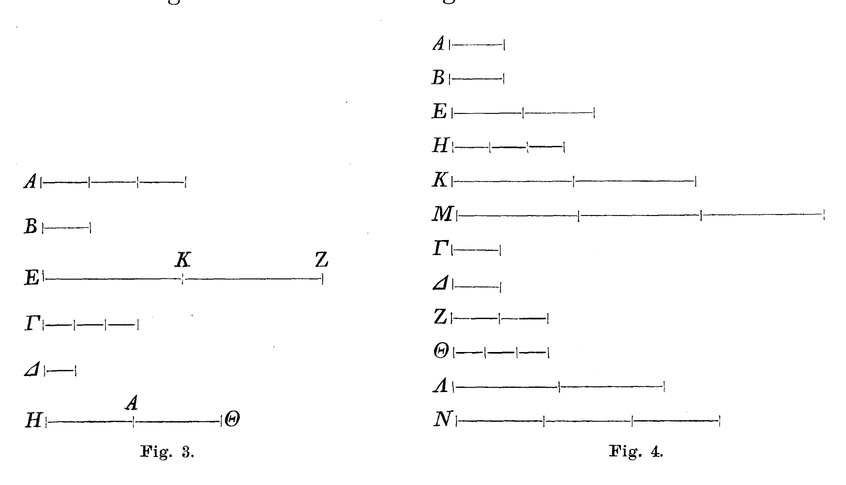


Fig. 3. Fig. 4.

4.

Wenn $A : B = \Gamma : \Delta$, so ist $nA : qB = n\Gamma : q\Delta$, wo n und q beliebige Anzahlen sind.

Es seien E und Z die nämlichen Vielfachen von A und Γ und H und Θ irgend welche Gleichvielfache von B und Δ, so wird behauptet $E : H = Z : \Theta$ (Fig. 4).

Man nehme Gleichvielfache von E und Z, sie seien K und Λ und ebenfalls von H und Θ werden beliebige Gleichvielfache M und N, dann ist nach S. 3 K dasselbe Vielfache von A wie Λ von Γ, und aus gleichem Grunde M dasselbe Vielfache von B wie N von Δ. Da nun nach Voraussetzung $A : B = \Gamma : \Delta$, so folgt aus Definition 5: Wenn $K >=< M$, so ist $\Lambda >=< N$; aber K und Λ sind gleiche Vielfache von E und Z und M wie N sind gleiche Vielfache von H, Θ also $E : H = Z : \Theta$ nach Definition 5. q. e. d.

5.

Wenn $\alpha = n\beta$ und $\gamma = n\delta$, so ist $\alpha - \gamma = n(\beta - \delta)$, wo n eine absolute Zahl.

(Fig. 5.) AB dasselbe Vielfache (3) von $\Gamma\varDelta$, wie AE von ΓZ. „Man teile EB in so viel Teile, wie AE durch ΓZ geteilt wird, und dieser Teil sei $H\Gamma$“, dann ist nach S. 1 AB dasselbe Vielfache von ΓZ wie AB von HZ. Daher AB dasselbe Vielfache von HZ wie von $\Gamma\varDelta$, folglich $HZ = \Gamma\varDelta$, also $H\Gamma = Z\varDelta$; also $(\alpha - \gamma) = n(\beta - \delta)$.

Fig. 5.

Der Beweis dieses Satzes, die Umkehrung von S. 1, giebt zu zwei Bedenken Veranlassung: 1) setzt er in der Stelle zwischen „“ die Lösung der Teilungs-Aufgabe voraus, welche erst VI, 9 gegeben wird, 2) der Schlufs: wenn $n\alpha = n\beta$, so ist $\alpha = \beta$, ist nur gestattet, wenn für die Gröfsenart, zu der α und β gehören, das kommutative und distributive Gesetz bewiesen, so ist, vgl. Simon l. c., wenn angenommen wird, dafs die Ebene bei fortgesetzter Drehung des Strahls sich in sich selbst dreht $6 \cdot 72^0 = 6 \cdot 12^0$, aber keineswegs $\sphericalangle$ von $72^0 = \sphericalangle$ von 12^0.

Robert Simson hat, wegen des ersten Bedenkens, vgl. auch Pfleiderer, den Beweis geändert; vgl. das Postulat von Clavius (Definitionen). Ein anderer Beweis, der einwandsfrei ist, findet sich bei Clavius S. 493. Der Grundgedanke besteht darin, AB über A hinaus um $nZ\varDelta$ zu verlängern, etwa bis O und dann zu zeigen (durch S. 1), dafs OA und EB gleich sind.

6.

Ist $\alpha = n\gamma$ und $\beta = n\delta$ und ist α' ein Stück von α und β' ein Stück von β und $\alpha = p\gamma$ und $\beta' = p\delta$, so ist $\alpha - \alpha' = (n-p)\gamma$ und $(\beta - \beta') = (n-p)\delta$, wo n und p Anzahlen und $n - p \geq 1$.

S. 6 ist Umkehr von S. 2 und wird durch S. 2 bewiesen (Fig. 6).

Fig. 6.

Simson (und Pfleiderer) haben die Reihenfolge der Sätze bemängelt, S. 4 gehört jedenfalls hinter 6.

7.

Gleiches hat zum Selben dasselbe Verhältnis und dasselbe hat zu Gleichem dasselbe Verhältnis.

Wenn $A = B$, so ist 1) $A : \Gamma = B : \Gamma$ und 2) $\Gamma : A = \Gamma : B$ (Fig. 7). Beweis folgt unmittelbar aus der Definition 5.

Fig. 7.

Zusatz.

Hieraus erhellt: dafs, wenn gewisse Gröfsen in Proportion sind, sie auch invers in Proportion sind.

Dieser Zusatz, obwohl er im Vaticanus hinter S. 7 steht, ist von Peyrard, da er in allen übrigen Codices hinter S. 4 steht, auch hinter S. 4 gesetzt worden, trotzdem diese Stellung von Rob. Simson mit Recht bemängelt worden. Der Zusatz ist auch in S. 7 eigentlich nur für den speziellen Fall dieses Satzes bewiesen. Er folgt aber direkt aus der Definition 5, denn wenn $pa > = < qb$ und ebenso $pc > = < qd$, für beliebige Anzahlwerte von p und q, so ist $qb < = > pa$ und ebenso $qd < = > pc$ und wegen der Variabilität von p und q heifst dies nach Definition 5 $b : a = d : c$.

8.

Von ungleichen Gröfsen hat die gröfsere zu ein und derselben Gröfse ein gröfseres Verhältnis, wie die kleinere, und dieselbe Gröfse hat zur kleineren ein gröfseres Verhältnis wie zur gröfseren.

(Fig. 8.) $AB > \Gamma$ und Δ eine beliebige dritte Gröfse. Man mache $EB = \Gamma$ und es sei zuerst $AE < EB$. Man multipliziert AE so lange, bis sein Vielfaches ZH gröfser als Δ ist (Definition 4), und $H\Theta$ sei dasselbe Vielfache von EB und K von Γ, wie ZH von AE (hier das zweifache). Nun nehme man $2\Delta = \Lambda$, $3\Delta = M$ und so fort, bis man zum ersten Vielfachen von Δ gelangt, das gröfser ist als K, es sei $N = 4\Delta$.

Fig. 8.

Da nun K zuerst kleiner als N, so ist K nicht kleiner als M. Nach S. 1 ist $Z\Theta$ dasselbe Vielfache von AB, wie ZH von AE und $H\Theta$ von EB, wie K von Γ und $H\Theta$ ist $= K$; also ist auch $H\Theta$ nicht kleiner als M. Aber $ZH > \Delta$, also $Z\Theta > \Delta + M$, aber $\Delta + M = N$, da $M = 3\Delta$ und $M + \Delta = 4\Delta$ und N auch $= 4\Delta$ ist; also $Z\Theta > N$. Aber K übertrifft N nicht. Und $Z\Theta$ und K sind gleiche Vielfache von AB und Γ, aber N ist ein bestimmtes Vielfaches von Δ; folglich nach Definition 7: $AB : \Delta > \Gamma : \Delta$.

Ich behaupte ferner, dafs $\Delta : \Gamma > \Delta : AB$. Denn durch dieselbe Konstruktion können wir auf ähnliche Art zeigen, dafs $N > K$ sei, aber nicht gröfser als $Z\Theta$, und N ist ein Vielfaches von Δ, und K

und $Z\Theta$ sind bestimmte Gleichvielfache von AB und Γ, also $\Delta : \Gamma > \Delta : AB$.

Zweiter Fall (Fig. 8a). $AE > EB$. Nun wird das vervielfältigte EB irgendwann gröfser als Δ werden, $H\Theta$ sei das Vielfache $[n = 2]$ und ZH das nämliche Vielfache von AE und K von Γ. Wie vorher sind $Z\Theta$ und K Gleichvielfache von AB und Γ, und wie vorher sei N das erste Vielfache von Δ, das gröfser ist als ZH. Daher ist wieder ZH nicht kleiner, als M; aber $H\Theta > \Delta$. Also ist das ganze $Z\Theta > \Delta + M$, d. h. $Z\Theta > N$, aber K nicht gröfser als N, da ZH, das gröfser ist als $H\Theta = K$, nicht gröfser ist als N. Also wie im ersten Fall $AB : \Delta > \Gamma : \Delta$ und $\Delta : \Gamma > \Delta : AB$.

Fig. 8a.

9.

Gröfsen, welche zur selben Gröfse gleiches Verhältnis haben, sind gleich, und Gröfsen, zu denen die Gröfse das gleiche Verhältnis hat, sind gleich.

(Fig. 9.) $A : \Gamma = B : \Gamma$; also $A = B$, denn wenn nicht, so wäre nach S. 8 nicht $A : \Gamma = B : \Gamma$.

Ferner: Es sei $\Gamma : A = \Gamma : B$, so ist $A = B$, denn, wenn nicht, könnte (nach S. 8) nicht $\Gamma : A = \Gamma : B$ sein.

Fig. 9.

S. 9 ist Umkehr von S. 7.

10.

Ist $A : \Gamma > B : \Gamma$, so ist $A > B$; ist $\Gamma : A > \Gamma : B$, so ist $A < B$.

(Fig. 10.) Beweis indirekt, die Gleichheit verstöfst gegen Satz 7, das Kleinersein gegen Satz 8.

Fig. 10.

11.

Sind zwei Verhältnisse einem dritten gleich, so sind sie unter einander gleich.

(Fig. 11.) Es sei $A : B = \Gamma : \Delta$ und $\Gamma : \Delta = E : Z$, so ist $A : B = E : Z$. (Def. 5) $pa >=< qb$, $p\Gamma >=< q\Delta$, $pE >=< qZ$.

Fig. 11.

12.

Wenn beliebig viele Gröfsen in Proportion sind, so wird die Summe* aller führenden zur Summe aller folgenden sich verhalten wie ein führendes zu seinem* folgenden.

Fig. 12.

Es sei $A:B = \Gamma:\Delta = E:Z$; dann ist $A + \Gamma + E : B + \Delta + Z = A : B$ (Fig. 12). H, Θ, K sind Gleichvielfache von A, Γ, E [p] und Λ, M, N Gleichvielfache von B, Δ, Z [q]. Nach Satz 1 ist $H + \Theta + K = p(A + \Gamma + E)$ und $\Lambda + M + N = q(B + \Delta + Z)$, der Rest folgt aus Definition 5.

Summen durch ἅπαντα = omnia (von Euclid ist diese Bezeichnung nachweisbar bis Cavalieri und von da zu Leibniz (Integralzeichen)); statt „seinem" steht bei Euclid einem.

13.

Wenn $A : B = \Gamma : \Delta$ und $\Gamma : \Delta > E : Z$, so wird auch $A : B > E : Z$ sein.

Fig. 13. Fig. 13a.

(Fig. 13.) Beweis unmittelbar aus der Definition 7 $p\Gamma > q\Delta$, pE nicht $> qZ$, Definition 5 $pA > qB$, also, Definition 7 $A : B > E : Z$. In der Figur $p = 2$, $q = 3$.

14.

Wenn $A:B = \Gamma:\Delta$ und $A \gtreqless \Gamma$, so ist $B \gtreqless \Delta$.

(Fig. 14.) $A : B > \Gamma : B$ nach S. 8, also nach 13 : $\Gamma : \Delta > \Gamma : B$, also nach 10: $B > \Delta$ etc.

Fig. 14.

15.

Teile sind mit ihren Gleichvielfachen in gleichem Verhältnis.

Formel $a : b = na : nb$.

Fig. 15.

(Fig. 15.) Sei $AB = n \cdot \Gamma$ und $\Delta E = n \cdot Z$, so soll $AB : \Delta E = \Gamma : Z$.

Unmittelbare Folge von Satz 12.

16.

Wenn vier Gröfsen in Proportion sind, so werden sie auch nach Vertauschung in Proportion sein.

(Fig. 16). Wenn $A : B = \Gamma : \Delta$, so soll $A : \Gamma = B : \Delta$ sein. Es ist der Satz: In einer Proportion lassen sich die inneren Glieder vertauschen. Man nehme gleiche Vielfache E und Z von A und B (hier dreifache) und von Γ und Δ die beliebigen gleichen Vielfachen H und Θ (zweifache), dann ist nach 15 $A : B = E : Z = \Gamma : \Delta = H : \Theta$. Aus 14 folgt: Ist $E >=< H$, so ist $Z >=< \Theta$. Es sind aber E und Z gleiche Vielfache von A und B und H und Θ gleiche Vielfache von Γ und Δ, also wenn $pA >=< q\Gamma$, so ist $pB >=< q\Delta$, also $A : \Gamma = B : \Delta$.

Fig. 16.

Clavius hebt hervor, dafs dieser Beweis nur gilt, wenn die vier Grössen unter sich gleichartig, Clavius hat in den Scholien zu den früheren Sätzen wiederholt bereits bemerkt, dafs viele der Sätze auch gelten, wenn A und B homogen unter sich und C und D desgleichen, aber A und C heterogen; hier bei Clavius findet sich schon der Beginn unserer modernen Auffassung, welche das Verhältnis $a : b$ mit dem Bruch a/b identifiziert.

17.

Wenn die verbundenen Gröfsen in Proportion sind, so sind es auch die getrennten.

Hier fehlt bei Heiberg die Figur, wohl aus Versehen, da sie sich bei Peyrard, Campanus, Zamberti, Clavius, Lorenz etc. findet, sie sei aus Peyrard ergänzt. Der Satz wird durch Definition 14 verständlich, wenn

$$(a + b) : b = (c + d) : d,$$

so ist $a : b = c : d$ (Fig. 17). Wenn $AB : BE = \Gamma\Delta : \Delta Z$, so $AE : BE = \Gamma Z : \Delta Z$. $H\Theta$, ΘK, ΛM, MN Gleich- (drei)

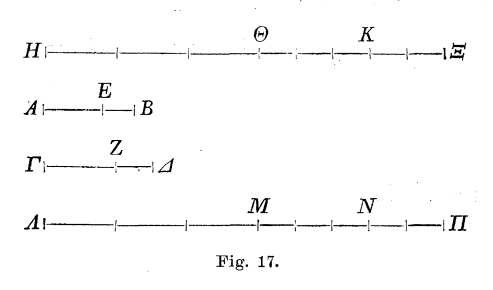


Fig. 17.

Vielfache von AE, EB, ΓZ, ΔZ; — $K\Xi$, $N\Pi$ beliebige Gleichvielfache von BE und ΔZ (zweifache), nach Satz 1 ist $HK = 3AB$ und $\Lambda N = 3\Gamma\Delta$, $Z\Theta\Xi = 5EB$, $M\Pi = 5Z\Delta$ (S. 2). Weil $AB:BE = \Gamma\Delta:\Delta Z$, so ist, falls, wie hier, $HK > \Theta\Xi$, auch $\Lambda N > M\Pi$; nimmt man die gemeinsamen Stücke ΘK bezw. MN weg, so ist $H\Theta > K\Xi$ und $\Lambda M > N\Pi$. Also wenn $H\Theta > K\Xi$, so ist $\Lambda M > N\Pi$. Ebenso wird gezeigt, wenn $H\Theta = < K\Xi$, so ist $\Lambda M < = N\Pi$, also (Definition 5): $AE : BE = \Gamma Z : \Delta Z$.

$a + b : b = c + d : d$ d. h. nach Definition 5: wenn $p(a+b)$ d. i. $pa + pb > = < (p+q)b$ d. i. $pb + qb$, so ist $pc + pd > = < pd + qd$ oder wenn $pa > = < qb$, so ist $pc > = < qd$, d. h. aber nach Definition 5 $a : b = c : d$.

18.

Wenn die getrennten Gröfsen in Proportion sind, so sind es auch die zusammengesetzten.

(Fig. 18.) $AE:EB = \Gamma Z:Z\Delta$. Behauptung $AB:BE = \Gamma\Delta:Z\Delta$. Wenn die Behauptung nicht richtig, so sei $AB : BE = \Gamma\Delta : \Delta H$, wo $\Delta H < Z\Delta$ oder $>$. Es sei zuerst kleiner. Nach 17 ist die $AE : EB = \Gamma H : H\Delta$. Aber nach Voraussetzung $AE : EB = \Gamma Z : Z\Delta$. Aber $\Gamma H > \Gamma Z$, also $H\Delta > Z\Delta$ (S. 14), was unmöglich. Ebensowenig kann $\Delta H > Z\Delta$ sein.

Fig. 18.

Formel. Wenn $a : b = c : d$, so ist $a + b : b = c + d : d$, also Umkehrung von 17. Der Beweis ist von Saccheri als einer der „Flecken“ des Euclid bezeichnet und von ihm geändert, Simson hat sich dem Urteil Saccheri's angeschlossen, aber dessen Beweis verworfen. Der Beweis setzt nämlich das schon von Clavius hervorgehobene Axiom voraus. „Es giebt stets zu drei Strecken eine vierte Proportionale“, deren Konstruktion aber erst im sechsten Buche gelehrt wird, siehe Anm. zu S. 5. Übrigens findet sich bei Campanus (Baseler Ausgabe Hervagius) ein von „Flecken“ freier Beweis.

19.

Wenn das Ganze zum Ganzen sich verhält, wie das Weggenommene zum Weggenommenen, so hat der Rest zum Rest das gleiche Verhältnis.

A E B
Γ Z Δ
Fig. 19.

(Fig. 19.) $AB : \Gamma\varDelta = AE : \Gamma Z$. Behauptung $EB : Z\varDelta = AB : \Gamma\varDelta$. Vertausche die inneren Glieder $AB : AE = \Gamma\varDelta : \Gamma Z$, und nach S. 17 $EB : AE = \varDelta Z : \Gamma Z$ und mit nochmaliger Vertauschung $BE : \varDelta Z = AE : \Gamma Z = AB : \Gamma\varDelta$.

Zusatz.

Hieraus erhellt, wenn Gröfsen in der Verbindung in Proportion sind, so sind sie es auch in Umwendung (Definition 16).

Formel: Aus $a : b = a - x : b - y$ folgt $a : b = x : y$
heute:

$$\frac{a}{c} = \frac{a-x}{b-y} = \frac{\text{Differenz der Zähler}}{\text{Differenz der Nenner}} = \frac{x}{y}.$$

20.

Wenn drei Gröfsen [A, B, Γ] gegeben sind und ebenso drei andere [$\varDelta, E, Z$], zu je zwei genommen, im selben Verhältnis, [$A : B = \varDelta : E$, $B : \Gamma = E : Z$] und es ist $A >=< \Gamma$, so ist $\varDelta >=< Z$.

A Δ
B E
Γ Z
Fig. 20.

(Fig. 20.) Es ist nach S. 8 $A : B > \Gamma : B$, also $\varDelta : E > \Gamma : B$, also (Zusatz zu S. 7) $\varDelta : E > Z : E$, also nach S. 10 $\varDelta > Z$ etc.

21.

Wenn drei Gröfsen [A, B, Γ] gegeben sind, und drei andere $\varDelta, E, Z$, zu zwei genommen, im selben Verhältnis, aber in gestörter Proportion [$A : B = E : Z$, $B : \Gamma = \varDelta : E$], und $A >=< \Gamma$ ist, so ist $\varDelta >=< Z$.

A Δ
B E
Γ Z
Fig. 21.

(Fig. 21.) $A > \Gamma$; $A : \varDelta > \Gamma : B$ (S. 8), und durch Inversion (Satz 7, Zusatz) $\Gamma : B = E : \varDelta$, also $E : Z > E : \varDelta$, also $\varDelta > Z$ (S. 10) etc.

22.

Wenn beliebig viele Gröfsen $A, B, \Gamma \ldots$ gegeben sind, und eine andere Reihe von ebenso viel Gröfsen $\varDelta, E, Z \ldots$ und sie zu je zweien [der Reihe nach] im gleichen Verhältnis, dann sind sie der Gleichheit wegen (Defin. 17) im selben Verhältnis [$A : \Gamma = \varDelta : Z$].

(Fig. 22.) Denn seien H und Θ Gleichvielfache von A und Δ und K und Λ beliebige Gleichvielfache von B und E, sodann M und N wieder beliebige Gleichvielfache von Γ und Z, so ist nach S. 4 $H : K = \Theta : \Lambda$ und $K : M = \Lambda : N$. Da nun H, K, M drei Gröfsen sind, Θ, Λ, N drei andere zu je zweien proportionale, so ist nach Satz 20, wenn $H >=< M$ ist, auch $\Theta >=< N$, also nach Definition 5 $A : \Gamma = \Delta : Z$.

Fig. 22.

S. 20 und 21 sind nur Hilfssätze für 22 und 23, das δι' ἴσου" in 20 und 21 hat mit dem Δι' ἴσου in Definition 17 nichts zu thun, es kann in der Übersetzung weggelassen werden, bezw. ist ἐὰν dahinter zu ergänzen: „in gleichmäfsiger Weise ist, wenn $A > \Gamma$ das $\Delta > Z$, wenn $A = \Gamma$ etc. . . ." In S. 22 aber ist δι' ἴσου der term. techn. der Definition 17.

23.

Wenn drei Gröfsen A, B, Γ gegeben sind, und drei andere Δ, E, Z mit ihnen in gestörter Proportion, so sind sie auch in Proportion zufolge Gleichheit.

(Fig. 23.) Es ist $A : B = E : Z$ und $B : \Gamma = \Delta : E$, Behauptung $A : \Gamma = \Delta : Z$. Beweis H, Θ, K Gleichvielfache von A, B, Δ, und unter sich Gleichvielfache Λ, M, N von Γ, E, Z, dann ist nach S. 15 $H : \Theta = A : B$ und $E : Z = M : N$; folglich

$$H : \Theta = M : N.$$

Fig. 23.

Da $B : \Gamma = \Delta : E$, so ist durch Vertauschung der inneren Glieder $B : \Delta = \Gamma : E$, also $\Theta : K = \Lambda : M$, also $\Theta : \Lambda = K : M$. Also fallen H, Θ, Λ und K, M, N unter S. 21, d. h. wenn $H ><= \Lambda$, so ist $K ><= N$, d. h. aber (nach Definition 5) $A : \Gamma = \Delta : Z$.

24.

Ist $A : B = \Gamma : \Delta$ und $E : B = Z : \Delta$, so ist $A + E : B = \Gamma + Z : \Delta$.

(Fig. 24.) Es ist $A : B : E = \Gamma : \Delta : Z$, also nach S. 22 $A : E = \Gamma : Z$, also nach S. 18 $A + E : E = \Gamma + Z : Z$. Und da $E : B$

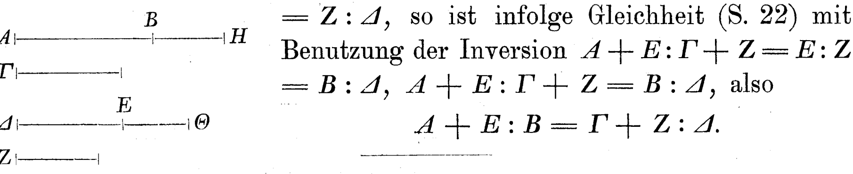


Fig. 24.

$= Z : \Delta$, so ist infolge Gleichheit (S. 22) mit Benutzung der Inversion $\Delta + E : \Gamma + Z = E : Z = B : \Delta$, $\Delta + E : \Gamma + Z = B : \Delta$, also

$$\Delta + E : B = \Gamma + Z : \Delta.$$

S. 24 zeigt mit gröfster Schärfe, dafs hier im fünften Buch Eudoxus die gewöhnlichen Regeln der Rechnung mit Brüchen auf Streckenbrüche erweitert, id est dafs es sich im fünften Buch um nichts anderes handelt, als um die strenge Begründung der Rechnungsregeln für Irrationalzahlen, und dafs der Gang des Eudoxus von dem unseres Weierstrafs nur unwesentlich abweicht.

25.

Sind vier Gröfsen in Proportion, so sind die gröfste und kleinste zusammen gröfser als die übrigen zu zweien.

Fig. 25.

(Fig. 25.) Es sei $AB : \Gamma\Delta = E : Z$ und AB die gröfste, Z die kleinste von ihnen, so soll $AB + Z > \Gamma\Delta + E$ sein.

Sei $AH = E$ und $\Gamma\Theta = Z$, so ist $AB : \Gamma\Delta = AH : \Gamma\Theta$.

Folglich nach S. 19 $HB : \Theta\Delta = AB : \Gamma\Delta$.

Aber $AB > \Gamma\Delta$, folglich $HB > \Theta\Delta$.

Da $AH = E$ und $\Gamma\Theta = Z$, so ist $AH + Z = \Gamma\Theta + E$, und wenn man den ungleichen Gröfsen HB und $\Theta\Delta$ diese gleiche Gröfsen hinzufügt, so ist $AB + Z > \Gamma\Delta + E$. q. e. d.

„Zusammen“ gleich „καὶ“. Die Übersetzung „als die zwei übrigen“ entspricht weder dem Sinn noch dem Wortlaut.

VI. [Buch].

Erklärungen.

1) Grundlinige Figuren sind ähnlich, wenn sie der Reihe[1]) nach gleiche Winkel haben und die Seiten, welche gleichen Winkel einschliefsen, proportional sind.

2) Man sagt: Eine Strecke[2]) werde ausgezeichnet[3]) und nach mittlerem Verhältnis geteilt, wenn die ganze zum gröfseren Abschnitt [sich verhält], wie der gröfsere Abschnitt zum kleineren.

3) Höhe einer jeglichen Figur ist das von der Spitze auf die Grundlinie gefällte Lot.

Anmerkungen.

1) *κατα μίαν* „einzeln". 2) *εὐθεῖα* ohne Artikel und ohne Zusatz. 3) *ἀκρόν*; die Übersetzung „äufserst" (franz. extrême) giebt keinen Sinn, noch weniger „äufsern".

1.

Dreiecke und Parallelogramme von gemeinsamer [gleicher] Höhe verhalten sich wie ihre Grundlinien.

(Fig. 1.) Es seien $AB\Gamma$ und $A\Gamma\Delta$ die Dreiecke, $E\Gamma$ und ΓZ die Parallelogramme von derselben Höhe $A\Gamma$. Man verlängere $B\Delta$ nach beiden Seiten, mache $\Gamma B = BH = H\Theta$ etc. und $\Gamma\Delta = \Delta K = K\Lambda$ und ziehe AH, $A\Theta$ etc. und AK, $A\Lambda$ etc. Dann sind (nach I, 38) die Dreiecke $AB\Gamma$, ABH, $AH\Theta$ gleich und ebenso die Dreiecke $A\Gamma\Delta$, $A\Delta K$, $AK\Lambda$ etc. Also ist $\Theta\Gamma$ dasselbe Vielfache von $B\Gamma$ wie $AB\Theta$ von $AB\Gamma$ und $\Gamma\Lambda$ dasselbe Vielfache von $\Gamma\Delta$ wie $A\Gamma\Lambda$ von $A\Gamma\Delta$.

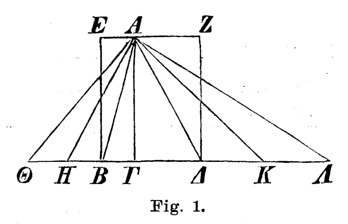


Fig. 1.

Und wenn $\Theta\Gamma = \Gamma A$, so ist Dreieck $A\Theta\Gamma =$ Dreieck $A\Gamma A$ und wenn gröfser gröfser, wenn kleiner kleiner. Es sind aber $\Gamma\Theta$ und $A\Gamma\Theta$ Gleichvielfache von $B\Gamma$ und $AB\Gamma$ und ΓA und $A\Gamma A$ beliebig* gleiche Vielfache von $\Gamma\Delta$ und $A\Gamma\Delta$, also (Definition 5)

$$B\Gamma : \Gamma\Delta = \text{Dreieck } AB\Gamma : A\Gamma\Delta$$

und da die gleichvielten Teile dasselbe Verhältnis haben, wie ihre Ganzen (V, 15), mit Benutzung von V, 11

$$B\Gamma : \Gamma\Delta = E\Gamma : \Gamma Z.$$

Der Beweis setzt als selbstverständlichen Folgesatz von I, 38 den Satz voraus: Von zwei Dreiecken mit gleicher Höhe und ungleicher Grundlinie ist das mit der gröfseren Grundlinie das gröfsere. Der Satz ist unmittelbar auf Dreiecke und Parallelogramme mit gleicher Höhe auszudehnen und wird auch von Euclid so ausgedehnt angewendet. Eine Ungeschicklichkeit ist es, dafs $\Gamma\Theta$ das gleiche Vielfache von $B\Gamma$ ist, wie ΓA von $\Gamma\Delta$.

2.

Wenn parallel einer der Seiten des Dreiecks eine Gerade gezogen wird, so wird sie die Seiten des Dreiecks proportional schneiden. Und wenn die Seiten eines Dreiecks proportional geschnitten werden, so wird die Verbindungslinie der Schnittpunkte der übrig bleibenden Seite des Dreiecks parallel sein.

(Fig. 2.) ΔE sei $\parallel B\Gamma$. Man ziehe BE und $\Gamma\Delta$, dann ist Dreieck $B\Delta E = \Gamma\Delta E$ (I, 38). Also:

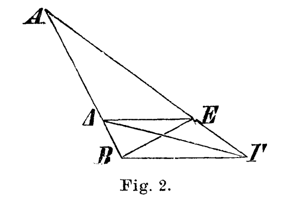


Fig. 2.

$$\frac{B\Delta E}{A\Delta E} = \frac{\Gamma\Delta E}{A\Delta E}; \text{ aber } \frac{B\Delta E}{A\Delta E} = \frac{\Delta B}{\Delta A} \text{ (S. 1).}$$

Aus gleichem Grunde $\Gamma\Delta E : A\Delta E = E\Gamma : AE$, also $B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$. q. e. d.

Umgekehrt. Die Seiten von $AB\Gamma$ seien in Δ und E so geschnitten, dafs $B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$ und es werde ΔE gezogen, so ist $\Delta E \parallel B\Gamma$. Durch dieselbe Konstruktion ergiebt sich jetzt $B\Delta E = \Gamma\Delta E$, da diese Dreiecke dieselbe Grundlinie ΔE haben und die gleiche Fläche, so sind sie [nach I, 39] in denselben Parallelen, also ist $\Delta E \parallel B\Gamma$.

3.

Wenn ein* Winkel des* Dreiecks halbiert wird, und die Halbierende auch die Basis schneidet, so verhalten sich

die Abschnitte der Basis wie die anderen* Seiten des Dreiecks und umgekehrt.

(Fig. 3.) Das Dreieck sei $AB\Gamma$, die Halbierungslinie $A\Delta$, und ΓE parallel $A\Delta$ gezogen, dann ist wegen der Gleichheit der Basiswinkel (I, 29) $A\Gamma = AE$, also nach Satz 2

$$B\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma.$$

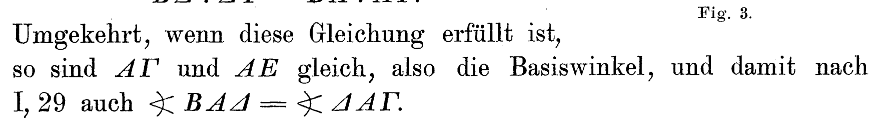


Fig. 3.

Umgekehrt, wenn diese Gleichung erfüllt ist, so sind $A\Gamma$ und AE gleich, also die Basiswinkel, und damit nach I, 29 auch $\sphericalangle BA\Delta = \sphericalangle \Delta A\Gamma$.

„ein" griech. ἡ; „das" griech. ohne Artikel; die unbestimmte Fassung des Satzes wird durch den Beweis korrigiert, es müfste heifsen: „wie die anliegenden". Es fehlt der zweite Teil, die Halbierungslinie des Aufsenwinkels. Der vollständige Satz, auf dem der sogenannte Kreis des Apollonius (De det. sect.) beruht, und die Lehre von der harmonischen Teilung ihren historischen Ausgang genommen hat, ist hier nur mit seinem ersten Teil vertreten. Da aber Pappus den anderen Teil ebenfalls als einen Satz der Elemente erwähnt, so glaubt Simson, er sei durch einen unwissenden Editor weggelassen.

4.

In gleichwinkligen Dreiecken sind die Seiten, welche ein Paar gleicher Winkel einschliefsen, dem Verhältnis nach gleich* und es sind [dann] die Seiten homolog, welche gleichen Winkeln gegenüberliegen.

(Fig. 4.) Es seien $AB\Gamma$ und $\Delta\Gamma E$ die Dreiecke, so dafs $\sphericalangle AB\Gamma = \Delta\Gamma E$, $BA\Gamma = \Gamma\Delta E$, dazu noch $A\Gamma B = \Delta E\Gamma$. $B\Gamma$ und ΓE mögen in einer Geraden liegen und BA und $E\Delta$ schneiden sich (5. Postulat) in Z. Dann ist $BZ \parallel \Gamma\Delta$ (I, 28) und $A\Gamma \parallel EZ$, also $ZA\Gamma\Delta$ ein Parallelogramm und $ZA = \Delta\Gamma$, $A\Gamma = Z\Delta$, also (nach S. 2) $BA : \Gamma\Delta = B\Gamma : \Gamma E$ und durch Inversion $BA : B\Gamma = \Gamma\Delta : \Gamma E$. Ebenso folgt, weil $A\Gamma \parallel EZ$ ist: $BA : A\Gamma = \Gamma\Delta : \Delta E$.

Fig. 4.

Satz 4 ist der bekannte Hauptsatz der Ähnlichkeitslehre, der in unseren Lehrbüchern gewöhnlich durch Analogie des zweiten Kongruenzsatzes der zweite

Ähnlichkeitssatz heifst. Euclid aber stellt ihn an die Spitze, wohin er gehört und beweist ihn mittelst des Streifensatzes 2.

5.

Wenn zwei Dreiecke dem Verhältnis nach gleiche Seiten haben, so werden die Dreiecke gleichwinklig sein und die Winkel, welche homologen Seiten gegenüberliegen, gleich haben.

(Fig. 5.) $AB\Gamma$ und ΔEZ seien die Dreiecke, so dafs $AB:B\Gamma = \Delta E:EZ$ und $B\Gamma:\Gamma A = EZ:Z\Delta$, $BA:A\Gamma = E\Delta:\Delta Z$. Behauptung $\sphericalangle\, AB\Gamma = \Delta EZ$ etc. Man konstruiere EZH, so dafs $\sphericalangle\, ZEH = AB\Gamma$ und $EZH = A\Gamma B$ (I, 23), daher ist $\sphericalangle$ bei A gleich $\sphericalangle$ bei H (I, 32). Daher sind $AB\Gamma$ und EHZ winkelgleich und nun folgt aus S. 4, dafs $EH = E\Delta$ und $ZH = Z\Delta$, also EZH Dreieck ΔEZ nach I, 8 kongruent.

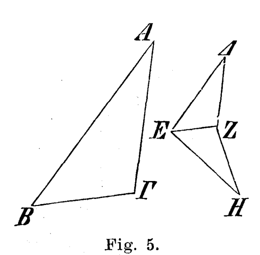


Fig. 5.

Dritter Ähnlichkeitssatz, „dem Verhältnis nach gleich“, griech. „ἀνάλογον“.

6.

Wenn zwei Dreiecke in einem Winkel übereinstimmen und die Seiten, welche die gleichen Winkel einschliefsen, in gleichem Verhältnis stehen, so sind die Dreiecke winkelgleich, und es sind die Winkel gleich, welche den homologen Seiten gegenüberliegen.

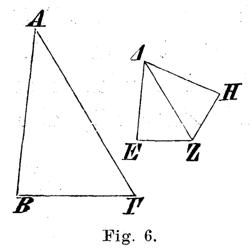


Fig. 6.

(Fig. 6.) $AB\Gamma$ und ΔEZ die Dreiecke, $\sphericalangle\, BA\Gamma = E\Delta Z$ und $BA:A\Gamma = \Delta E:\Delta Z$. Behauptung $\sphericalangle\, AB\Gamma = \Delta EZ$, $\sphericalangle\, A\Gamma B = \Delta ZE$. Man konstruiere an ΔZ das Dreieck ΔHZ, so dafs $\sphericalangle\, Z\Delta H = E\Delta Z = BA\Gamma$ und $\sphericalangle\, \Delta ZH = A\Gamma B$, dann ist $\sphericalangle$ bei H gleich $\sphericalangle$ bei B; also sind $BA\Gamma$ und $Z\Delta H$ winkelgleich, also $BA:A\Gamma = H\Delta:\Delta Z = \Delta E:\Delta Z$, also $H\Delta = \Delta E$, also ΔEZ kongruent $Z\Delta H$ nach I, 4 etc.

Der sogenannte 1. Ähnlichkeitssatz ist also bei Euclid der 3., völlig entsprechend der Bedeutung der Sätze für die Anwendungen.

7.

Wenn zwei Dreiecke einen Winkel gemeinsam haben und die Seiten, welche einen anderen* Winkel einschließsen, in gleichem Verhältnis stehen, und von dem dritten Winkelpaar jeder zugleich kleiner oder nicht kleiner* als ein Rechter, so sind die Dreiecke gleichwinklig, und haben die Winkel gleich, deren einschließsende Seiten in gleichem Verhältnis stehen.*

(Fig. 7.) Es seien $AB\Gamma$ und ΔEZ die Dreiecke, $\sphericalangle\, BA\Gamma = E\Delta Z$ und $AB : B\Gamma = \Delta E : EZ$ und die Winkel bei Γ und Z beide im ersten Falle kleiner als ein Rechter. Behauptung $\sphericalangle\, AB\Gamma = \Delta EZ$. Beweis indirekt: Es sei $\sphericalangle\, AB\Gamma > \Delta EZ$ und $\sphericalangle\, ABH = \Delta EZ$, daher sind ABH und ΔZE gleichwinklig und $AB : BH = \Delta E : EZ$, also $BH = B\Gamma$, dann müfste $BH\Gamma$ einerseits als Nebenwinkel eines spitzen Winkels gröfser als ein Rechter, andererseits als Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck kleiner als ein Rechter sein, also kann $AB\Gamma$ nicht von ΔEZ verschieden sein. Ebenso geht der Beweis, wenn die Winkel bei Γ und Z stumpf vorausgesetzt werden.

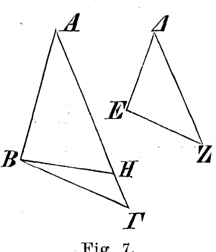


Fig. 7.

Der Plural ἄλλας bezieht sich auf einen Winkel in jedem der Dreiecke. Der Fall, dafs beide Rechte sind, ist als durch S. 4 erledigt nicht behandelt. Rob. Simson hat hinzugefügt „oder einer ein Rechter". Zu bemerken ist, dafs mit Satz 7 erst der vierte Kongruenzsatz, der im Buch I fehlt, bewiesen ist.

8.

Wird im rechtwinkligen Dreieck vom rechten Winkel aus bis zur Basis hin das Lot gezogen, so sind die Dreiecke an dem Lote sowohl dem ganzen als untereinander ähnlich.

(Fig. 8.) Übereinstimmung in den Winkeln und S. 4.

Fig. 8.

Zusatz.

Hieraus erhellt, dafs, wenn im rechtwinkligen Dreieck vom rechten Winkel aus bis zur Basis hin das Lot gezogen wird, das Lot die mittlere Proportionale der Abschnitte ist (und zwischen der Basis und einem der Abschnitte ist die dem Abschnitt anliegende Seite mittlere Proportionale).

Heiberg hat den rund geklammerten Schlufs des Zusatzes als unzweifelhaft gefälscht weggelassen, es folgt das auch aus sachlichen Gründen, denn während der erste Teil wiederholt als Stütze von Beweisen im Euclid gebraucht wird (VI, 13, X, 34, XIII, 13), kommt der zweite bei Euclid nicht vor.

Robert Simson hat, vermutlich mit Recht, auch den Beweis für überarbeitet erklärt, der bei Campanus (Bas. Ausg. von 1546 p. 145 ob.) stark abgekürzt ist. Auffallend ist scheinbar, dafs während bei den eigentlichen Ähnlichkeitssätzen 4, 5, 6, 7 das Wort ähnlich vermieden ist, es von 8 ab auftritt; doch ist erst durch diesen Satz die Existenz ähnlicher Figuren im Sinne der Definition festgestellt.

9.

Von einer gegebenen Strecke einen vorgeschriebenen Bruchteil abzuschneiden.

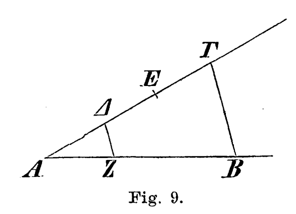


Fig. 9.

(Fig. 9.) Die gegebene Strecke sei AB, der vorgeschriebene Teil sei der dritte. Man ziehe von A einen beliebigen Strahl $A\Gamma$, nehme auf ihm einen beliebigen Punkt Δ, und mache $A\Delta = \Delta E = E\Gamma$, ziehe $B\Gamma$ und durch Δ dazu die Parallele ΔZ.

Nach 2 ist $\Gamma\Delta : \Delta A = BZ : ZA$, aber $\Gamma\Delta = 2\Delta A$, also auch $BZ = 2ZA$, folglich $BA = 3AZ$.

Der Beweis ist von R. Simson (1756) und Pfleiderer bemängelt worden, da im fünften Buch ein Satz fehle: Wenn $a : b = c : d$ und $a = nb$, so ist $c = nd$ (wo n eine Anzahl); aber dieser Satz selbst ist unmittelbar in der Definition 5 des fünften Buches mitgegeben.

10.

Eine gegebene ungeschnittene Strecke auf dieselbe Art zu zerschneiden, wie eine gegebene zerschnittene Strecke.

Fig. 10.

(Fig. 10.) Die unzerschnittene sei AB, die zerschnittene $A\Gamma$, die Schnittpunkte Δ, E, und sie möge so liegen, dafs sie mit AB einen beliebigen Winkel einschliefse. Man ziehe $B\Gamma$ und durch Δ, E die Parallelen ΔZ, EH.

Durch $\varDelta$ werde die Parallele $\varDelta\Theta K$ zu AB gezogen, so sind $Z\Theta$, ΘB Parallelogramme und deshalb $\varDelta\Theta = ZH$ und $\Theta K = HB$ und (nach 2) $\Gamma E : E\varDelta = K\Theta : \Theta\varDelta = BH : HZ$ etc.

S. 10 enthält die Lösung der Teilungs-Aufgabe, der wichtigsten der Geometrie des Maſses, sie geht ursprünglich vom Streifen aus, die vereinfachende Variante, welche Fig. 10a zeigt, findet sich bei Clavius p. 555, nach Pfleiderer auch bei Maurolycos 1575. Die elegante und bekannte Lösung Fig. 10b ist gleichzeitig von Simon Stevin (Hypomnem. math. Leyden 1605) und Clavius p. 555 gegeben, der sie schon I, 10 verspricht.

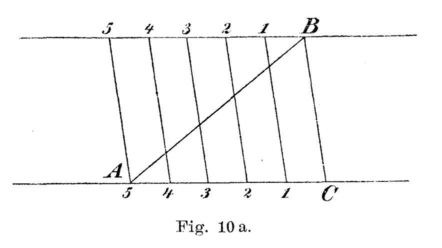


Fig. 10a.

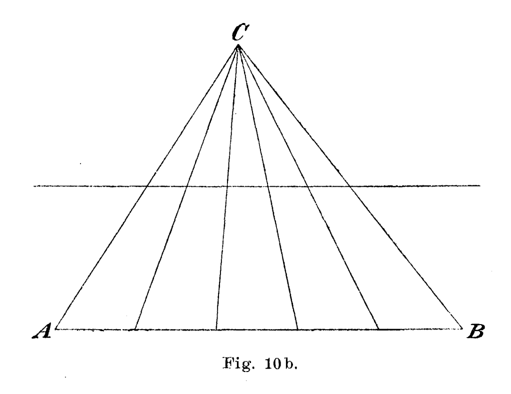


Fig. 10b.

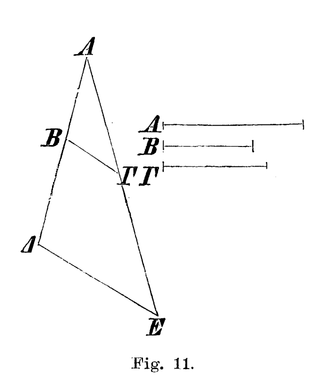


Fig. 11.

11.

Zu zwei gegebenen Strecken die dritte Proportionale zu finden.

(Fig. 11.) Die gegebenen Strecken seien AB, $A\Gamma$; man mache $B\varDelta = A\Gamma$, und ziehe durch $\varDelta$ zu $B\Gamma$ die Parallele $\varDelta E$, so ist ΓE die verlangte (S. 2).

Die bekannte Konstruktion einer unbegrenzten kontinuierlichen Proportionalen $A : B = B : C = C : D$ etc. findet sich bei Clavius S. 561 (Ausg. von 1607), wo S. 562 die für die Würfelverdoppelung nötige Einschaltung zweier Proportionalen besprochen wird.

12.

Zu drei gegebenen Strecken die vierte Proportionale zu finden.

(Fig. 12.) Δ, B, Γ die Strecken; $\Delta H = \Delta$, $HE = B$; $\Delta\Theta = \Gamma$, so ist nach S. 2 ΘZ die gesuchte Strecke.

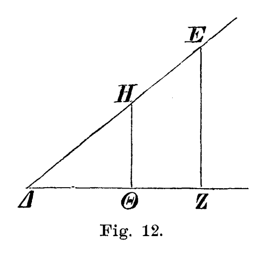


Fig. 12.

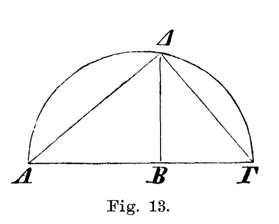


Fig. 13.

13.

Zu zwei gegebenen Strecken die mittlere Proportionale zu finden.

(Fig. 13.) AB, $B\Gamma$ die gegebenen Strecken, $B\Delta$ die verlangte (S. 8, Zusatz). — Die Variante, welche die gröſsere Strecke zur Hypotenuse macht, bei Pappos III, 6; sie fehlt bei Euclid mit Absicht, da sie eine nicht in der Aufgabe gegebene Unterscheidung zwischen den Strecken nötig macht.

14.

In gleichen und gleichwinkligen Parallelogrammen stehen die Seiten, welche gleiche Winkel einschlieſsen, in umgekehrtem Verhältnis, und wenn in Parallelogrammen, welche ein Winkelpaar gleich haben, die einschlieſsenden Seiten in umgekehrtem Verhältnis stehen, so sind sie gleich.

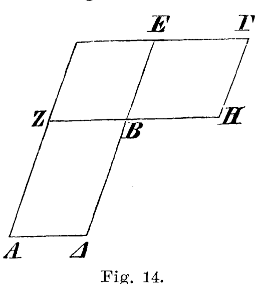


Fig. 14.

(Fig. 14.) AB und $B\Gamma$ die Parallelogramme, man lege sie wie in der Figur, und ergänze das Parallelogramm ZE, so ist nach S. 1 $AB : ZE = \Delta B : BE$ und $B\Gamma : ZE = BH : ZB$ und da $AB = B\Gamma$, so folgt $\Delta B : BE = BH : ZB$.

q. e. d. etc.

Der Satz ist der Satz von dem Ergänzungsparallelogramm I, 43 und aus der Rechnung mit den Streckenbrüchen, bezw. aus dem Satz: „Das Verhältnis zweier gleichartiger Gröſsen ist gleich dem ihrer Maſszahlen“ hervorgegangen und

gestattet den Übergang vom Streckenprodukt zum Streckenbruch u. v. v., — „im umgekehrten Verhältnis stehen" „ἀντιπέπονθα" von αντιπασχω „das entgegengesetzte (id est die Umkehrung des Verhältnisses) erleiden". Beim Beweis ist die Umkehrung des Satzes über die Scheitelwinkel stillschweigend benutzt (Proclus zu I, 13).

15.

Haben flächengleiche Dreiecke je einen Winkel gleich, so stehen die Seiten, welche diese gleichen Winkel einschliefsen, in umgekehrtem Verhältnis; haben die Dreiecke je einen Winkel gleich und stehen die einschliefsenden Seiten in umgekehrtem Verhältnis, so sind die Dreiecke flächengleich.

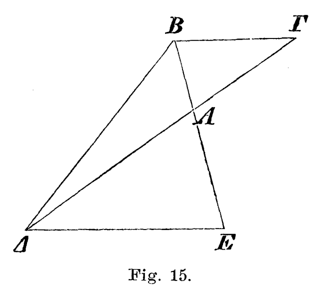


Fig. 15.

Es seien (Fig. 15) $AB\Gamma$ und $A\Delta E$ die flächengleichen Dreiecke und die Winkel bei A gleich. Man lege sie wie in der Figur und ziehe $B\Delta$. Dann ist nach Satz 1: $\Gamma AB : BA\Delta = A\Gamma : A\Delta$ und $EA\Delta : BA\Delta = EA : AB$, also $A\Gamma : A\Delta = AE : AB$ etc.

16.

Wenn vier Strecken eine Proportion bilden, so ist das Rechteck aus den äufseren Gliedern dem Rechteck aus den inneren Gliedern gleich; und wenn das Rechteck aus den äufseren Gliedern dem Rechteck aus den inneren Gliedern gleich ist, so sind die vier Strecken in Proportion.

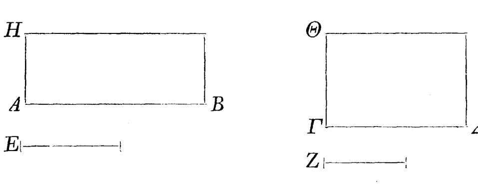


Fig. 16.

(Fig. 16.) Die vier Strecken seien AB, $\Gamma\Delta$, E, Z, so dafs $AB : \Gamma\Delta = E : Z$, ich behaupte, dafs $AB \cdot Z = \Gamma\Delta \cdot E$ sei (man macht $AH = Z$ und $\Gamma\Theta = E$ und wendet S. 14 an).

17.

Wenn eine Proportion von drei Strecken besteht, so ist das Rechteck aus den äufseren Gliedern dem Quadrat des mittleren gleich, und wenn das Rechteck aus dem äufseren

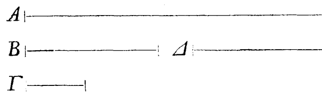


Fig. 17.

dem Quadrat des mittleren gleich, so besteht die Proportion von drei Gliedern.

(Fig. 17.) A, B, Γ, so daſs $A : B = B : \Gamma$; die Hilfsstrecke $\Delta = B$; ihre Einführung erscheint uns ganz überflüssig, doch hat Euclid in S. 16, von dem 17 eigentlich ein Spezialfall ist, von vier Strecken gesprochen.

18.

Von einer gegebenen Strecke aus eine geradlinige Figur zu entwerfen, welche einer gegebenen geradlinigen Figur ähnlich und ähnlich liegend ist.

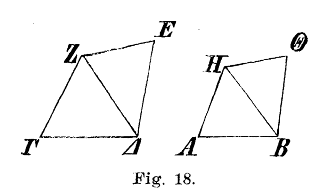


Fig. 18.

(Fig. 18.) Die gegebene Strecke sei AB und die gegebene Figur ΓE. Man ziehe ΔZ und trage in A und B an AB die Winkel $HAB = \Gamma$ und $HBA = Z\Delta\Gamma$ an (I, 23), dann lege man in B und H an BH die Winkel $HB\Theta = Z\Delta E$ und $\Theta HB = EZ\Delta$ an (S. 4).

Was unter „ähnlich liegen" verstanden wird, ist nicht gesagt, aus der Konstruktion folgt, daſs gemeint ist, daſs durch Zuordnung von AB zu einer bestimmten Seite $\Gamma\Delta$ das Verhältnis der Maſsstäbe vorgeschrieben ist und zugleich die entsprechende Reihenfolge der analogen Stücke. Das Prinzip wird in S. 20 aufgedeckt, es besteht darin, die Figur in Dreiecke zu zerschneiden; daher ist die Ordnung der Sätze bei Campanus bezw. im Arabischen Euclid, wo die Aufgabe nach S. 20 kommt, natürlicher; auch daſs Campanus ein Fünfeck als Beispiel wählt, ist vorzuziehen, da die in der gegebenen Figur zerschnittenen Winkel in gleicher Reihenfolge zusammengesetzt werden müssen.

19.

Ähnliche Dreiecke stehen zu einander im quadratischen Verhältnis ihrer Seiten.

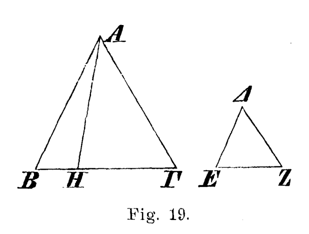


Fig. 19.

(Fig. 19.) $AB\Gamma \sim \Delta EZ$, $\measuredangle B = \measuredangle E$ und $B\Gamma$ und EZ seien homolog. Man konstruiert BH so, daſs $B\Gamma : EZ = EZ : BH$ (S.11) und zieht AH. Da $AB : B\Gamma = \Delta E : EZ$ (nach Voraussetzung), ist auch $AB : \Delta E = B\Gamma : EZ$ (V, 16), also auch gleich $EZ : BH$, also auch (S. 15) Dreieck ABH flächengleich

$\varDelta EZ$; aber $AB H$ und $AB\Gamma$ nach S. 1 $= BH : B\Gamma$, somit

$$AB\Gamma : \varDelta EZ = B\Gamma : BH$$

und da $B\Gamma : EZ = EZ : B\Gamma$, so ist (V, Def. 9)

$$AB\Gamma : \varDelta EZ^{*}) = [\Gamma B : EZ]^2.$$

Zusatz.

Hieraus erhellt, wenn drei Strecken proportional sind, so verhält sich die erste zur dritten, wie die Figur über der ersten entworfen zu der ähnlich und ähnlich liegenden, die über der zweiten (mittleren) entworfen ist.

Der Zusatz gehört eigentlich zu S. 20; man darf auch nicht schreiben, wie Heiberg, $\Gamma B^2 : EZ^2$, bis S. 20 bewiesen ist.

20.

Ähnliche Polygone werden in gleichviel ähnliche und den ganzen (Polygonen) entsprechende Dreiecke geteilt und ein Polygon hat zum anderen das quadratische Verhältnis, welches eine homologe Seite zur anderen hat.

(Fig. 20.) Es wird mittelst des Ähnlichkeitssatzes 6 die Ähnlichkeit der Dreiecke dargethan, ihre Gleichzahl wird dem Augenschein entnommen, dann folgt der Beweis, dafs die Diagonalen sich proportional schneiden — $AM : M\Gamma = ZN : N\Theta$; $AM : M\Gamma$ (nach S. 1) $= BAM : BM\Gamma$ und gleich $EAM : EM\Gamma = ABE : BE\Gamma$ (V, 12) und ebenso

$$ZN : N\Theta = ZH\varLambda : H\varLambda\Theta.$$

Fig. 20.

Und ebenso wird gezeigt, dafs $BE\Gamma : \Gamma E\varDelta = H\varLambda\Theta : \Theta\varLambda K$ und damit nach V, 12 $ABE : HZ\Theta = AB\Gamma\varDelta E : ZH\Theta K\varLambda$ und gleich $(AB : ZH)^2$.

Zusatz.

Ebenso wird auch bei Vierecken gezeigt, dafs sie im quadratischen Verhältnis der Seiten stehen, und dasselbe ist bei Dreiecken bewiesen worden, so dafs allgemein ähnliche geradlinige Figuren im quadratischen Verhältnis homologer Seiten stehen.

21.

Geradlinige Figuren, welche derselben Figur ähnlich sind, sind untereinander ähnlich (Fig. 21).

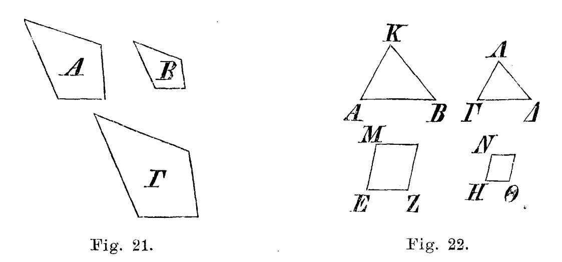


Fig. 21. Fig. 22.

22.

Wenn vier Strecken eine Proportion bilden, so bilden auch die auf ihnen ähnlich und ähnlich liegend entworfenen geradlinigen Figuren eine Proportion und umgekehrt.

(Fig. 22.) $AB, \Gamma\Delta, EZ, H\Theta$ die vier Strecken, so daſs $AB : \Gamma\Delta = EZ : H\Theta$ und auf AB und $\Gamma\Delta$ seien die ähnlichen und ähnlich liegenden Figuren KAB und $\Lambda\Gamma\Delta$ entworfen und auf EZ und $H\Theta$ die ähnlichen und ähnlich liegenden Figuren MZ und $N\Theta$.

Ξ sei die dritte Proportionale zu AB, $\Gamma\Delta$ und O zu EZ und $H\Theta$ (S. 11), alsdann ist (V, 22) $AB : \Xi = EZ : O$, und nach dem Zusatz zu 14 ist $AB : \Xi = KAB : \Lambda\Gamma\Delta$ und $EZ : O = MZ : N\Theta$ also

$$KAB : \Lambda\Gamma\Delta = MZ : N\Theta.$$

Umgekehrt, wenn $KAB : \Lambda\Gamma\Delta = MZ : NO$, ist

$$AB : \Gamma\Delta = EZ : H\Theta,$$

denn, wenn nicht, so sei $AB : \Gamma\Delta = EZ : \Pi P$. Über ΠP sei ähnlich und ähnlich liegend mit MZ entworfen ΣP, dann ist nach dem erwiesenen ersten Teil $KAB : \Lambda\Gamma\Delta = MZ : \Sigma P$, aber nach Voraussetzung $KAB : \Lambda\Gamma\Delta = MZ : N\Theta$, also $N\Theta = \Sigma P$ und da $N\Theta : \Sigma P = (H\Theta : \Pi P)^2$ (nach 20 und nach Zusatz zu 20) $= H\Theta^2 : \Pi P^2$, so ist $H\Theta^2 = \Pi P^2$ und $H\Theta = \Pi P$.

Aus dem Beweise geht hervor, daſs der Wortlaut des Satzes zu eng ist, es ist unnötig, daſs die Figuren über AB und $\Gamma\Delta$ einerseits und über EZ und $H\Theta$, bezw. über AB und EZ, wie über $\Gamma\Delta$ und $H\Theta$ einander ähnlich und das Verhältnis der Maſsstäbe das gleiche.

Den Lehrsatz zu 22, der ganz überflüssig ist, da er aus 20 und dem Zusatz zu 20 und dem evidenten Satze, daſs, wenn zwei Quadrate gleich sind, ihre Seiten gleich sind, gefolgert wird, hat Rob. Simson aus sachlichen Gründen und Heiberg aus philol. (weil gegen den Gebrauch bei Euclid) verworfen.

23.

Gleichwinklige Parallelogramme haben zu einander ein Verhältnis, das aus dem der Seiten zusammengesetzt ist.

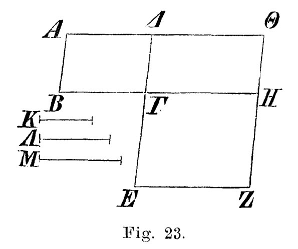


Fig. 23.

(Fig. 23.) Man ergänzt das Parallelogramm ΔH und nimmt [willkürlich] eine Strecke K an und bestimmt die Strecke Λ und M, so daſs

$B\Gamma : \Gamma H = K : \Lambda$ und $\Delta\Gamma : \Gamma E = \Lambda : M.$

$K : M$ heiſst aus $K : \Lambda$ und $\Lambda : M$ zusammengesetzt, $K : \Lambda = B\Gamma : \Gamma H$ ist aber (S. 1) $= \Delta\Gamma : \Gamma\Theta$ und $\Lambda : M = \Delta\Gamma : \Gamma E$ $= \Gamma\Theta : \Gamma Z$ also ($\delta\iota'$ $\ddot{\iota}\sigma o\upsilon$ (V, 22)) $K : M = \Delta\Gamma : \Gamma Z$ w. z. b. w.

Der Satz ist keineswegs identisch mit unserem Satze: Das Verhältnis ... ist gleich dem der Produkte der die gleichen Winkel einschlieſsenden Seiten. Wohl kommt die Zusammensetzung des Verhältnisses oder der Verhältnisse auf die Multiplikation der betreffenden Brüche hinaus, aber ehe nicht die Rechnung mit irrationalen Zahlen bezw. mit incommensurablen Gröſsen völlig begründet, darf von einer Multiplikation keine Rede sein. Die Definition 5 des sechsten Buches von Simson verworfen, von Heiberg desgleichen, ist schon rein sachlich für unecht zu erachten und die Erklärung, welche Lorenz und Mollweide nach dem Vorgang von Campanus, Galilei, Barrow und anderen giebt, fast sicher die Euclidische gewesen (so wie sie im Text in der gesperrten Stelle gegeben ist). Die Übersetzung von Heiberg $K : M = K : \Lambda.\ \ \Lambda : M$ ist daher hier entschieden zu tadeln, ebenso wie die betreffende Übersetzung in VIII, 5, mit VI, 23 die einzigen, wo in den Elementen von einem zusamengesetzten Verhältnisse die Rede ist; vgl. auch Pfleiderers Scholien § 195 u. ff.

24.

In jedem Parallelogramm sind die Parallelogramme um die Diagonale* (die Ergänzungsparallelogramme) herum sowohl dem ganzen als einander ähnlich.

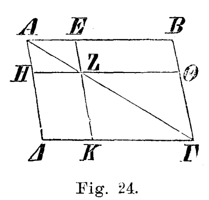


Fig. 24.

(Fig. 24.) $AB\Gamma\Delta$ das Parallelogramm, seine Diagonale $A\Gamma$, und die Parallelogramme um sie herum EH, ΘK. Nach S. 2 und V, 18 ist $BA : A\Delta = EA : AH$ und $A\Delta : \Delta\Gamma = AH : HZ$, $\Delta\Gamma : \Gamma B = HZ : ZE$, $\Gamma B : BA = ZE : EA$.

Der Ausdruck Diagonale bei Geminos-Heron Definition, bei Euclid heifst er „Diameter". περι mit Acc. „rings herum".

25.

Eine Figur zu konstruieren, welche zugleich einer gegebenen geradlinigen Figur ähnlich und einer anderen gegebenen [geradlinigen Figurenfläche] gleich ist.

(Fig. 25.) Es sei die erste Figur $AB\Gamma$, die flächengleiche Δ. An $AB\Gamma$ lege man das $AB\Gamma$ flächengleiche Parallelogramm BE und an ΓE in dem Winkel $Z\Gamma E$ das Δ gleiche Parallelogramm ΓM [I, 45], und es werde die mittlere Proportionale zu $B\Gamma$ und ΓZ konstruiert, $H\Theta$ und über $H\Theta$ das dem Dreieck $AB\Gamma$ ähnliche und ähnlich liegende $HK\Theta$ konstruiert (S. 18). [Beweis.] $B\Gamma : H\Theta = H\Theta : \Gamma Z$, also nach S. 19 Zus. $B\Gamma : \Gamma Z = AB\Gamma : KH\Theta$, aber $B\Gamma : \Gamma Z = BE : \Gamma M$ also $AB\Gamma : KH\Theta = BE : \Gamma M$; und da $AB\Gamma = BE$, so ist auch $KH\Theta = EZ = \Delta$.

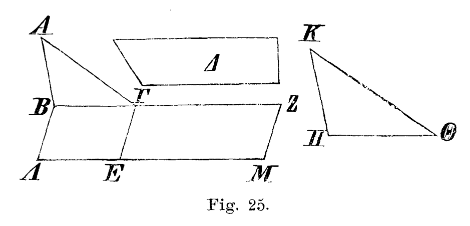


Fig. 25.

26.

Wenn von einem Parallelogramm ein Parallelogramm weggenommen wird, das dem ganzen ähnlich ist und ähnlich liegt und mit ihm einen gemeinsamen Winkel hat, so liegt es mit dem ganzen um dieselbe Diagonale herum.

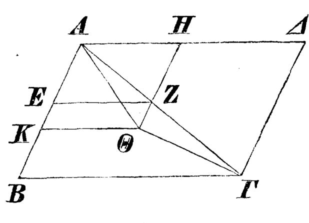


Fig. 26.

(Fig. 26.) Beweis indirekt. $AB\Gamma\Delta$ das ganze, $AHZE$ das weggenommene; wenn Z nicht auf $A\Gamma$, so schneide HZ die Diagonale in Θ, so ist KH nach 24 ähnlich $A\Gamma$ und $\Delta A : AB = HA : AK$, also $AE = AK$.

27.

Unter allen längs* einer gegebenen Strecke entworfenen Parallelogrammen, deren Ergänzungen einem Parallelogramme auf der halben Strecke ähnlich sind, ist das seiner Ergänzung* ähnliche Parallelogramm auf der halben Strecke das gröfste.

(Fig. 27.) AB die Strecke, die Mitte Γ, $A\Delta$ das Parallelogramm auf $A\Gamma$, das seiner Ergänzung*) ΓE ähnlich ist. AZ sei ein beliebiges Parallelogramm, so dafs die Ergänzung ZB der Figur ΔB ähnlich und ähnlich liegend. Behauptung: $A\Delta > AZ$.

Fig. 27.

Da $\Delta B \sim ZB$, so geht ΔB durch Z und man bringe ZK zum Schnitt mit ΔE und HZ zum Schnitt mit BE. Da $\Gamma Z = ZE$ als Ergänzungsparallelogramm (I, 43), so ist $\Gamma\Theta = KE$; aber $\Gamma\Theta = \Gamma H$, also $\Gamma H = KE$ und nach Addition von ΓZ ist $AZ =$ Gnomon*) ΛMN, d. h. gleich $\Gamma E - \Delta M$, also $AZ < \Delta B$, also $A\Delta > AZ$.

Satz 27 ist dadurch interessant, dafs er „die erste Maximums-Aufgabe enthält, welche in der Geschichte der Mathematik nachgewiesen ist“ (Cantor); die Fassung des Satzes ist sehr dunkel, aber der Beweis hellt sie auf; das Wort Gnomon fehlt in der Heibergschen Übersetzung mit Unrecht. Die Übersetzung von παρὰ mit dem Acc. mit „längs“ ist nötig, die Anlegung an AB selbst wird mit „ἀπὸ“ gegeben, doch steht auch gelegentlich statt dessen παρὰ c. Acc. „Ergänzung“ = ἐλλείπων Part. Präs. von ἐλλείπω ermangeln.

28.

Längs einer gegebenen Strecke ein einer gegebenen geradlinigen Figur Γ gleiches Parallelogramm zu konstruieren, dessen Ergänzung einem gegebenen Parallelogramm Δ ähnlich ist. Es darf aber die Figur Γ nicht gröfser sein, als das Parallelogramm auf der halben Strecke, dessen Ergänzung ähnlich Δ ist.

(Fig. 28.) AB die Strecke, die Mitte sei E, und von EB aus werde das Δ ähnliche und ähnlich liegende Viereck EZ (S. 18) konstruiert, und das Parallelogramm AH ergänzt. Ist $AH = \Gamma$, so ist das Geforderte bewirkt. Wenn nicht, so ist [Voraussetzung] $AH > \Gamma$. Aber $AH = BH$, also auch $BH > \Gamma$. Es werde ein Parallelogramm

$KAMN$ konstruiert, dessen Fläche gleich $BH - \Gamma$ und das Δ ähnlich und ähnlich liegend ist (S. 25); dann ist KM auch $\sim HB$, und da $HB > KM$ auch $HE > KA$ und $HZ > \Lambda M$. Macht man $H\Xi = \Lambda K$ und $HO = \Lambda M$ und vervollständigt die Figur, so ist $HO\Pi\Xi \simeq KAMN$ und HB geht durch Π und der Gnomon $\Upsilon X\Phi$ gleich Γ und wie im vorigen Beweis gleich $T\Sigma$ und dessen Ergänzung ΣP ist ähnlich (S. 24) Δ, also $T\Sigma$ das verlangte.

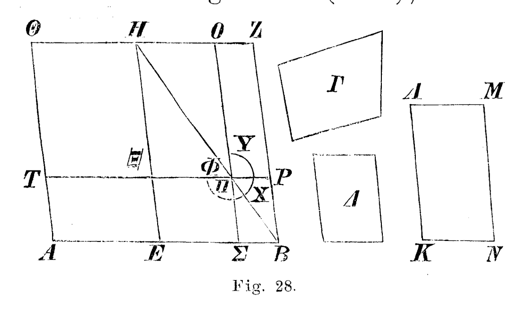


Fig. 28.

29.

Längs einer gegebenen Strecke ein Parallelogramm anzulegen, das einer gegebenen geradlinigen Figur Γ gleich ist und dessen Überschuſs* einem gegebenen Parallelogramm Δ ähnlich ist.

(Fig. 29.) AB die gegebene Strecke, E die Mitte von AB, $EZ\Lambda B \sim \Delta$, und $H\Theta \sim \Delta$ und $= BZ + \Gamma$ (S. 25), so daſs $K\Theta$ entsprechend zu $Z\Lambda$ und KH zu ZE, dann, wie in Satz 28, KH auf ZE bis N und $K\Theta$ auf $Z\Lambda$ bis M abgetragen, und die Figur vervollständigt, so geht $Z\Xi$ durch B (26) und der Gnomon $\Psi X\Phi$ ist $= \Gamma$ und gleich dem Parallelogramm $A\Xi$, dessen Überschuſs $\Pi O \sim \Delta$ ist.

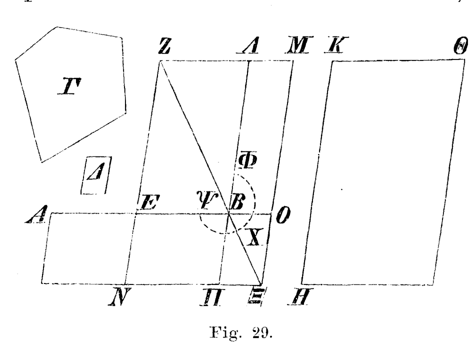


Fig. 29.

„Überschuſs" ὑβερβάλλον. In welchem engen Zusammenhange diese Sätze 27, 28, 29, (30) mit den drei Kegelschnitten und ihren Gleichungen stehen und daſs die Namen Parabel, Ellipse, Hyperbel, die Apollonius ihnen gab, aus diesen Sätzen herrühren, lese man bei Cantor, Bd. I, 1880, S. 248—252.

30.

Eine gegebene Strecke* nach stetigem Verhältnis* zu teilen.*

(Fig. 30.) AB die Strecke. Man beschreibe über AB das Quadrat $A\Gamma\Theta B$ und schreibe längs AB das Parallelogramm $\Gamma\varDelta$, welches $B\Gamma$ flächengleich und dessen Überschufs $A\varDelta$ dem Quadrat $B\Gamma$ ähnlich, d. h. ein Quadrat (S. 29); dann ist AB in E stetig geteilt, denn da $A\varDelta = ZB$, so ist nach 14 $ZE : E\varDelta = AE : EB$ oder $AB : AE = AE : BE$.

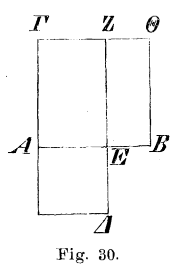


Fig. 30.

„Strecke" hier mal wieder durch „begrenzte Gerade" ausdrücklich hervorgehoben; statt „stetige Teilung" sagt Euclid „im ausgezeichneten und zugleich mittleren Verhältnis", Campanus sagt in einem Verhältnis, das ein Mittelglied und zwei äufsere (oder End-) Glieder. Clavius sagt, wegen der vielen ausgezeichneten Anwendungen (worüber man die Abhandlung von Böttcher in den Lehrgängen und Lehrproben vergleiche) nennen die meisten Mathematiker diese Teilung die „göttliche". Dafs die Aufgabe mit der Aufgabe II, 11 identisch, wird nicht besonders ausgesprochen.

31.

Im rechtwinkligen Dreieck ist eine* Figur über der Hypotenuse gleich der Summe der ähnlich und ähnlich liegend über den Katheten* entworfenen.

(Fig. 31.) Man fälle das Lot $A\varDelta$, dann sind die Dreiecke $B\varDelta A$ und $A\varDelta\Gamma$ unter sich und dem ganzen Dreieck $AB\Gamma$ ähnlich und folglich $\Gamma B : BA = AB : B\varDelta$, und also nach Zusatz zu 19 die Figur über ΓB zu der über BA wie $\Gamma B : B\varDelta$. Ebenso wird die Figur über ΓB zu der über ΓA wie $\Gamma B : \Gamma\varDelta$. Folglich auch die Figur über ΓB zu der Summe der Figuren über AB und $A\Gamma$ wie $\Gamma B : B\varDelta + \varDelta\Gamma$. Und da $B\Gamma = B\varDelta + \varDelta\Gamma$, ist auch der Satz bewiesen.

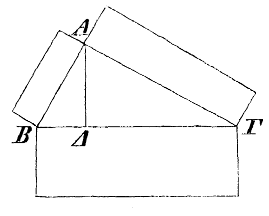


Fig. 31.

Dafs dieser Beweis und diese Verallgemeinerung des Pythagoras Eigentum des Euclid ist, ist von Proclus bezeugt; mit geringer Abänderung findet er sich als einer der modernsten Beweise des Pythagoras im Battaglini. Das Wort „Kathete" kommt bei Euclid noch nicht im heutigen Sinne vor.

32.

Wenn zwei Dreiecke $AB\Gamma$ und $\varDelta\Gamma E$ zwei Seiten $BA, A\Gamma$ den Seiten $\varDelta\Gamma, \varDelta E$ proportional haben und sie in der Ecke

Γ zusammenstofsen und AB parallel $\Delta\Gamma$ und $A\Gamma$ parallel ΔE ist, so liegen $B\Gamma$ und ΓE in einer Geraden.

(Fig. 32.) Denn nach I, 29 sind die Wechselwinkel $BA\Gamma$ und $A\Gamma\Delta$ gleich und aus gleichem Grunde $\sphericalangle\, \Gamma\Delta E = A\Gamma\Delta$, also $\sphericalangle\, BA\Gamma = \Gamma\Delta E$, also die Dreiecke $AB\Gamma$ und $\Delta\Gamma E$ (S. 6) ähnlich, also $\sphericalangle\, AB\Gamma$ gleich $\Delta\Gamma E$, also $A\Gamma E = AB\Gamma + BA\Gamma$; auf beiden Seiten füge man $A\Gamma B$ hinzu, so ist $A\Gamma B + A\Gamma E = 2$ Rechten, also $B\Gamma$ und ΓE in derselben Geraden (I, 14).

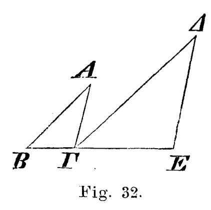


Fig. 32.

Es ist hierin zugleich bewiesen, dafs Winkel mit parallelen und gleichgerichteten Schenkeln gleich sind. Die Reihenfolge der Sätze ist auffallend. S. 31 gehört hinter S. 20 und S. 32 hinter die Ähnlichkeitssätze.

33.

In gleichen Kreisen haben die Peripheriewinkel wie die Zentriwinkel das Verhältnis der Bogen, auf denen sie stehen.

(Fig. 33.) Es seien $AB\Gamma$, ΔEZ die gleichen Kreise, und an den Zentren H und Θ die Winkel $BH\Gamma$ und $E\Theta Z$ und an den Peripherien die Winkel $BA\Gamma$ und $E\Delta Z$, so soll sein

$$\text{arc } B\Gamma : \text{arc } EZ = \sphericalangle\, BH\Gamma : E\Theta Z = BA\Gamma : E\Delta Z.$$

Es werden der Reihe nach die Lagen ΓK, $K\Lambda$ etc. dem Bogen $B\Gamma$ und die Bogen ZM, MN etc. dem Bogen EZ gleich gemacht und die Radien gezogen.

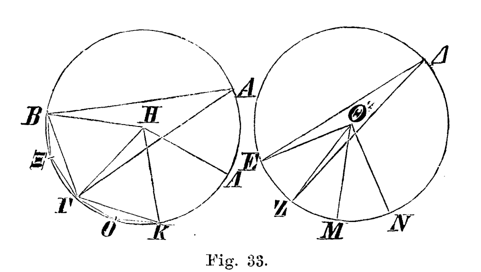


Fig. 33.

Nach III, 27 gehören zu gleichen Bogen gleiche Zentriwinkel. Also, das so Vielfache Bogen $B\Lambda$ von $B\Gamma$ ist, das ist $\sphericalangle\, BH\Lambda$ von $BH\Gamma$, und ebenso ist Bogen EN so vielmal Bogen EZ als Winkel $E\Theta N$ Winkel $E\Theta Z$. Wenn nun $B\Lambda >=< EN$, so ist auch $\sphericalangle\, BH\Lambda >=< \sphericalangle\, E\Theta N$, also nach Definition V, 5 arc $B\Gamma$: arc $EZ = \sphericalangle\, BH\Gamma : E\Theta Z$ und $= BA\Gamma : E\Delta Z$ (V, 15).

Der Beweis des Satzes 33, der den einzigen Versuch darstellt die Lehre von den Proportionen auf den Kreis zu übertragen, ist nicht unbedenklich, denn die Definition V, 5 verlangt die volle Variabilität von p und q mit der alleinigen Einschränkung, dafs es ganze Zahlen

seien, bei S. 1 ist diese Variabilität durch die Unendlichkeit der Geraden bezw. durch das zweite Postulat gesichert, aber die Ausdehnung des Kreises auf beliebig viele Windungen, bezw. die Erweiterung des Winkels über vier Rechte, ja sogar über zwei Rechte, fehlt.

Der Zusatz: „Die Sektoren verhalten sich wie ihre Bogen“ gehört dem Theon an.

Mit dem sechsten Buche schliefsen die eigentlichen planimetrischen Bücher, wohl kommen noch einzelne planimetrische Sätze in den stereometrischen Büchern vor, wie z. B. die auf die stetige Teilung bezüglichen Sätze XIII, 1—12 und besonders die Sätze XII, 1 u. 2: Kreise verhalten sich wie die Quadrate ihrer Durchmesser, die an und für sich hier ihre Stelle haben könnten, aber sie werden doch nur zum Zweck ihrer Verwendung für stereometrische Konstruktionen und Sätze gegeben.

ABHANDLUNGEN ZUR GESCHICHTE DER MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN MIT EINSCHLUSS IHRER ANWENDUNGEN.
BEGRÜNDET VON MORITZ CANTOR. XII. HEFT.

URKUNDEN
ZUR GESCHICHTE DER MATHEMATIK
IM MITTELALTER UND DER RENAISSANCE.

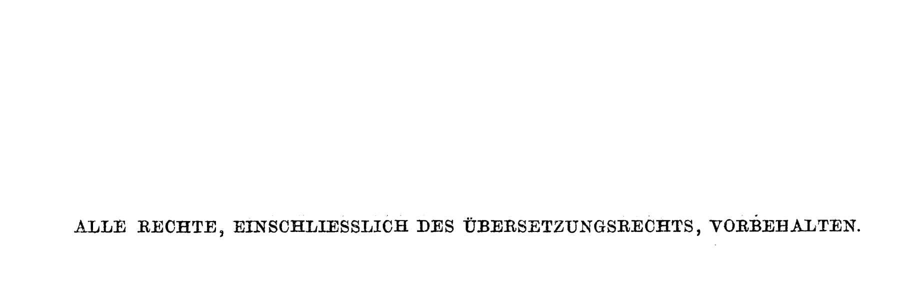
HERAUSGEGEBEN VON

MAXIMILIAN CURTZE.

IN ZWEI THEILEN. ERSTER THEIL.

MIT 127 FIGUREN IM TEXT.

LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1902.



MORITZ CANTOR

ZU SEINEM GOLDENEN DOKTORJUBILÄUM

IN TREUER FREUNDSCHAFT UND LIEBE

DARGEBRACHT VOM

HERAUSGEBER.

Mein lieber Freund!

An Deinem Ehrentage wäre ich gern mit einem andern Stoffe Dir entgegengetreten. Da aber die nöthigen Vorarbeiten bis dahin sich nicht bewältigen liessen, so habe ich es vorgezogen mit diesem Strausse wichtiger Quellenwerke zur Geschichte unserer Wissenschaft vor Dir zu erscheinen, um nicht mit ganz leeren Händen zu Dir zu kommen. Das Werk SAVASORDA's wirft, wie Du ja selbst sehen wirst, ein helles Licht auf die Quellen der *Practica Geometriae* des LEONARDO PISANO, zeigt aber für diesen auch, dass sein Wissen und Können doch hoch über dem seines Vorgängers stand.

Man wird mir auch hier wieder, wie bei meiner Veröffentlichung des *Buches der drei Brüder,* jenes zweiten Quellenwerkes LEONARDO's, den Vorwurf nicht ersparen, ich hätte, wie dort das arabische, hier das hebräische Original zu Rathe ziehen sollen. Wenn es sich darum handelte, die Stelle sowohl der drei Brüder in der arabischen Litteratur als die SAVASORDA's in der hebräischen festzulegen, so würde ich der erste sein, das anzuerkennen, dann aber die Herausgabe Berufeneren überlassen. Nun steht doch aber fest, dass die Schriftsteller des Mittelalters, so speciell LEONARDO VON PISA, sich der Übersetzungen des GHERARDO CREMONESE und PLATO's VON TIVOLI bedient haben: will man also die Schriften jener Semiten für die Erklärung und Beurtheilung der mittelalterlichen Mathematiker zu benutzen in der Lage sein, so haben für diesen Zweck die lateinischen Übersetzungen, so schwerfällig und vielleicht so fehlerhaft sie sein mögen, doch einen bei weitem grösseren Werth als die Originale. Wäre dieser Grundtext damals nicht übersetzt worden, so hätten sie eben auf die Kenntnis des Mittelalters gar keinen Einfluss üben können, wie wir das ja an so vielen hochwerthvollen Werken der Araber sehen, die auch heute nur noch im Urtexte vorhanden sind. Selbst solche vollendeten Arbeiten, wie die Abhandlung über Trigonometrie des NASSÎR ED-DÎN, sind spurlos für die Entwickelung der Mathematik im Abendlande verloren gewesen, und ihre Ergebnisse mussten von den grossen Mathematikern des ausgehenden Mittelalters selbstständig neu gefunden werden.

Von einem dieser grossen Mathematiker, in seiner Art vielleicht dem grössten des XV. Jahrhunderts, handelt das an zweiter Stelle stehende Stück. Es ist die Briefsammlung des Regiomontan. Obwohl sie schon einmal durch de Murr veröffentlicht ist, so lohnt es doch, sie zu erneuern. de Murr hat sie zum Theil nur auszugsweise abgedruckt, hat aber zugleich das für die Erkenntniss des wirklichen Rechnens in dem Manuscripte enthaltene Material einfach weggelassen. Es dürfte nur sehr wenig Beispiele geben, welche in solcher Vollständigkeit der Berechnung und Darlegung des Gedankenganges aus jener Zeit sich bis auf uns erhalten haben, als diejenigen Regiomontan's.

An dritter Stelle wird sich im zweiten Theile, der als Heft XIII der „Abhandlungen" erscheinen wird, die Arbeit eines Italieners, des Leonardo Mainardi von Cremona, anreihen, mit dem Titel *Practica Geometriae*. Sie behandelt Feldmessung in ähnlichem Umfange wie Dominicus de Clavasio. Interessant ist die genaue Darlegung der *Umbra recta* und *versa* genannten goniometrischen Funktionen und die Berechnung des schiefabgeschnittenen Prisma. Die Arbeit stammt aus 1488.

Den Schluss endlich wird die Algebra bilden, welche als die Arbeit des Initius Algebras ad Ylem *Geometram, magistrum suum* bezeichnet wird, und nicht blos durch die wunderliche Benutzung und das Durcheinanderwerfen der Männer der verschiedensten Zeitalter merkwürdig ist, sondern ihren Verfasser, und das ist ein Deutscher, als einen wohl bewanderten Arithmetiker und Algebraiker zeigt, der einem Scheubel und Stiefel wohl an die Seite gestellt werden darf.

Du wirst ja selbst sehen, wie Vieles Dir die hier veröffentlichten Arbeiten bei einer Neubearbeitung der ersten beiden Bände Deiner Vorlesungen bringen werden, und so will ich denn hier, mein lieber Cantor, dieser Gratulationsepistel ein Ziel setzen, mit dem innigen Wunsche, Du mögest auch in dem heute angehenden zweiten Halbjahrhundert Deiner Doktorwürde mir Deine erprobte Freundschaft und Liebe ungeschwächt bewahren.

Thorn, am 5. Mai 1901.

M. Curtze.

Inhaltsverzeichnis.

Folgende Druckfehler bittet man vor Benutzung des Heftes verbessern zu wollen.

22, 36: 17. — *24,* 25: alternis. — *34,* 19: unumquodque 7. — *78,* 17: latus vero. — *82,* 37: quae sunt. — *110,* 6: eum in 60. — *135,* 24: 4 Ellen. — *136,* 7: lineam *eb*. — 9: lineae *cb*. — 10: totius *af*. — *137,* 7: *eb* gleich. — 8: Linie *cb*. — 9: Linie *fa*. — *141,* 13: von *g* aus. — *144,* 18: itaque *afgc*. — *146,* 20: superficiei. — *148,* 17: lineam *bg*. — *152,* 31: *fg*, *fa*, *fc*. — *157,* 13: *fbcg*. — 24: Seite $\widehat{ac}$. — *165,* 18: Prisma. — *172,* 9: Ex quibus. — *173,* 30: Multipliciert man. — *180,* 36: *cefd*. — *181,* 38: *cefd*. — *188,* 2: oberen. — *193,* 17: concludo. — *194,* 28: Stellis fixis. — *198,* 1 v. u.: sin 9°28′. — *210,* 31: apud me. — *215,* 12; arcum *zh*. — *218,* 1 v. u.: vocis. — *222,* 10: quadratum *qv*. — 3 v. u.: 52 · 52. — *228,* 18: 21986. — 21: transiisse. — *238,* 37: facto hac. — *243,* 12: *hq* ad *qx*. — 18: ecliptica. — *246,* 28: *ahgd*. — *247,* 9: rectos. — *250,* 17: invenire. — *251,* 11: ille *zelh*. — 20: tale sit. — *254,* Fig. 28: Der Bogen *hq* muss die Verlängerung von *bh*, nicht von *mh* sein. — *293,* 15: cede, queso,. — *301,* 16: sequenti. — *305,* 29: spectaculo. — *324,* 17: auctores. — *326,* 17: excribrandi. — *328,* 19: tandem. — *331,* 21: constituti. — *336,* 26: d. i. 1471.

Namensverzeichnis.

I.

DER „LIBER EMBADORUM“ DES SAVASORDA IN DER ÜBERSETZUNG DES PLATO VON TIVOLI.

Der Liber Embadorum des Abraham bar Chijja Savasorda in der Übersetzung des Plato von Tivoli.

Einleitung.

Der Text der nachfolgenden Ausgabe ist zwei Handschriften der Pariser Nationalbibliothek entnommen, welche mir auf Verwendung des Herrn Ministers der geistlichen pp. Angelegenheiten und durch Vermittelung des Auswärtigen Amtes des Deutschen Reichs von der Direktion genannter Bibliothek zur Benutzung nach Thorn gesendet waren, für welche Liberalität ich allen betheiligten Faktoren hier meinen ergebensten Dank auszusprechen mich beehre.

Die erste dieser Handschriften hat die Bezeichnung *Manuscrit latin 11246,* früher *Supplément latin 774,* unter welcher Bezeichnung sie Libri[1]) anführt. Es ist eine Quarthandschrift von 48 Pergamentblättern, welche mit 5 Vor- und ebensoviel Nachblättern in Papier in einen Band zusammengebunden sind. Libri, a. a. O., setzt sie in das XIII. Jahrhundert, Bubnov in den *Opera Gerberti*[2]) in das XV. Meiner Ansicht nach hat Libri recht. Die Handschrift ist nämlich fast ohne Abkürzungen und so vorzüglich geschrieben, wie sie das XV. Jahrhundert kaum aufzuweisen hat. Der Schreiber, oder vielleicht ein Korrektor, hatte vielerlei Auslassungen theils über der Zeile theils auf den breiten Rändern ergänzt; ein späterer Besitzer hat alle diese Ergänzungen, weshalb ist unbestimmbar, fein säuberlich ausradiert, so dass es nur dem günstigen Umstande, dass im XVI. Jahrhunderte, bevor dieser Vandalismus geschehen war, jemand von dieser selben Handschrift Abschrift genommen hatte, zuzuschreiben ist, dass trotz alledem der vollständige Text erhalten wurde. Unsere Arbeit umfasst Blatt 1—37′.

1) Libri, *Histoire des sciences mathématiques en Italie*, II, 480—486.
2) Bubnov, *Opera Gerberti,* Berolini 1898, 302—335.

Auf derselben Rückseite von Blatt 37 beginnt dann eine weitere Abhandlung: *In nomine domini misericordis et miseratoris incipit liber* ERSEMIDIS *in quadratum(!) circuli.* Es ist das eine von der Übersetzung des GHERARDO CREMONESE gänzlich abweichende Bearbeitung der *circuli dimensio* des ARCHIMEDES.[1]) Sie lässt den ersten Theil der Berechnung durch die eingeschriebenen Vielecke völlig aus. Dies Stück reicht bis Blatt 39. Auf Blatt 39′ bis 47 recto, Zeile 15 folgen weiter Auszüge aus dem zweiten und dritten Buche der Geometrie GERBERTS[2]), die dann noch vorhandenen drei Seiten enthalten verschiedene theils geometrische, theils arithmetisch-algebraische Aufgaben, welche LIBRI, a. a. O., ebenfalls wie alles Vorhergehende SAVASORDA zugeschrieben hat. Die völlig abweichende Schreibart und Orthographie lassen das jedoch nicht zu. Der Verfasser ist aber jedenfalls ein Italiener gewesen: Ausdrücke wie „*3 et mezo*“ und ähnliche beweisen dies schon allein. Am Schlusse muss mindestens ein Blatt verloren gegangen sein, das aber durch den Abschreiber des XVI. Jahrhunderts noch gelesen und copiert wurde.

Diese letztere Abschrift befindet sich in derselben Bibliothek unter der Bezeichnung *Manuscrit latin 7224.* Es ist eine Foliohandschrift auf Papier und umfasst 3 Vor-, 84 bezeichnete und beschriebene Blätter und 3 Nachblätter. Sie ist eine wortgetreue Copie der andern Handschrift und enthält alle darin befindlichen Stücke in demselben Umfange und derselben Reihenfolge, nur dass sie, wie schon gesagt, die in 11246 ausradierten Stellen und das letzte verlorene Blatt noch gelesen und abgeschrieben hat. Dass hin und wieder einmal eine Abkürzung falsch aufgelöst ist, thut dem Werthe derselben keinen Abbruch.

Bei der Festsetzung des Textes habe ich mich, soweit das, ohne unabsichtliche Irrthümer des Schreibers zu übernehmen, möglich war, streng an die Lesarten der ältern Handschrift, die ich mit *A* bezeichne, gehalten. Die durch die jüngere Abschrift, ich nenne sie *B,* erhaltenen Ergänzungen sind durch gebrochene Klammern ⟨ ⟩ gekennzeichnet und unter dem Texte in den Abweichungen der Handschriften ist stets hinzugefügt, ob die betreffende Rasur über der Zeile oder auf dem Rande geschehen ist. Solche Worte, welche in *A* ganz ausgelassen und von dem Korrektor nicht ergänzt waren, die also auch *B* nicht gelesen hat, sind in ebensolche Klammern eingeschlossen, dann aber durch das Wort „*fehlt*“ unter dem Texte

---

1) Wenn also WÜSTENFELD, *Übersetzungen Arabischer Werke in das Lateinische,* S. 59—60 des Sonderabdrucks diese Übersetzung mit der Gherardo's identificiert, so irrt er.

2) BUBNOV, a. a. O.

als von mir ergänzt bezeichnet worden. Die Figuren sind in beiden Handschriften sehr gut gezeichnet: auch sie habe ich, soweit möglich, nach *A* gegeben; die Paragraphenzahlen habe ich hinzugefügt.

Das Werk SAVASORDA'S ist von LEONARDO PISANO bei Abfassung seiner *Practica Geometriae* zum Vorbilde genommen worden. LEONARDO hat die ganze Anlage seiner Arbeit nach dem *Liber Embadorum* gemacht, nur hat er, altem Gebrauche folgend, die Dreiecksrechnung vor der Quadrat- und Rechtecksberechnung abgehandelt, darin ist SAVASORDA folgerichtiger als LEONARDO. In den Anmerkungen habe ich die Gleichungen zwischen beiden Schriftstellern, die sich oftmals bis auf die benutzten Zahlenbeispiele erstrecken, nachgewiesen. LEONARDO hat aber, das ist richtig, mit dem empfangenen Pfunde gewuchert, vieles theils weiter ausgeführt, theils andern Verfassern entnommen, theils aus Eigenem hinzugefügt, so dass seine Geometrie doch hoch über der SAVASORDA'S steht.

Über unsern Verfasser selbst setze ich das im Auszuge hier her, was Steinschneider darüber zusammengestellt hat.[1]) Danach lebte ABRAHAM BAR (Sohn des) CHIJJA HA NASI (der Fürst) am Ende des XI. und Anfange des XII. Jahrhunderts meist zu Barcelona und hielt sich nur vorübergehend in der Provence und dem südlichen Frankreich auf. Von hoher Stelle war ihm der Ehrentitel *Sahib al Schorta,* d. h. Oberst der Leibwache, verliehen, der dann von seinem Übersetzer, PLATO VON TIVOLI, in SAVASORDA verdreht wurde. Dieser älteste bekannte Übersetzer mathematischer Werke aus dem Arabischen diente SAVASORDA dabei als Dolmetscher. Von den vielfachen Schriften ABRAHAM'S setze ich hier nur den Titel der Urschrift des *Liber Embadorum* her: *Chibbur ha-Meschika we-ha-Tischboreth.* Von diesem hat der Übersetzer die Einleitung sowohl als den Epilog weggelassen. Die Einleitung soll sich an die französischen Juden wenden und ihnen vorwerfen, dass sie die Regeln der Geometrie nicht richtig kennten, und deshalb falsche Rechnungen ausführten. Deshalb habe er das Werk zu ihrem Gebrauche geschrieben. Diese Geometrie ist wahrscheinlich das älteste Werk SAVASORDA'S, da nach den Handschriften die Übersetzung am 15. Tage des Monats Saphar im Jahre DX der Araber, d. h. am 30. Juni 1116 beendet ist. Sie geht daher auch allen Übertragungen ATELHARD'S VON BATH sowie des GHERARDO CREMONESE voraus.

Die Übersetzung PLATO'S findet sich ausser in den beiden Pariser Handschriften, soweit bekannt ist, noch in der Magliabecchiana zu Florenz mit der Bezeichnung: *Scaffale 2, Palchetto IV, No. 36* und *St. Marco 184.* Ebenso soll Graf ISOLANI in Bologna ein Exemplar besitzen. Auch in dem

1) STEINSCHNEIDER in *Bibliotheca Mathematica* 1896, 33 ff.

Catalogus Manuscriptorum Angliae et Hiberniae Vol. II P. II S. 42, No. 697 findet sich aufgeführt SAVASORDAE *Judaei Liber de Areis Hebraice scriptus et a PLATONE TIBURTINO in Latinum translatus anno Arabum DC(!) mense saphar,* wo DC sicherlich nur Schreib- oder Druckfehler ist, da alle übrigen Handschriften DX haben, im Jahre DC auch PLATO VON TIVOLI kaum noch am Leben gewesen wäre. Genauere Notizen über diese Exemplare sehe man bei BONCOMPAGNI, *Delle versioni fatte da PLATONE TIBURTINO traduttore del secolo duodecimo.* Roma 1851, p. 31 u. ff. Wenn dort nach GUILELMINI darauf hingewiesen wird, es seien in Handschriften LEONARDO's VON PISA Auszüge aus SAVASORDA vorhanden, so sind doch gerade diejenigen Theile, welche dort herangezogen werden, nicht aus dem *Liber Embadorum* genommen, dürften überhaupt nicht von SAVASORDA herrühren. Jedenfalls ist aber beachtenswerth, dass schon so frühzeitig auf Beziehungen zwischen LEONARDO und SAVASORDA hingewiesen ist.

Was WÜSTENFELD in seiner Abhandlung: Übersetzungen Arabischer Werke in das Lateinische, S. 39 des Sonderabzuges von PLATO schreibt, „PLATO, von Tivoli gebürtig, lebte in Spanien, lernte dort das Hebräische und Arabische und übersetzte aus beiden Sprachen mathematische und astronomische Werke ins Lateinische, aber sehr mangelhaft", trifft für den *Liber Embadorum* sicher nicht zu. Wie der Leser sich überzeugen wird, findet sich in demselben kaum ein Fehler in den Deduktionen. Dass man von einem Manne des angehenden XII. Jahrhunderts kein klassisches Latein verlangen kann, ist ja selbstverständlich, aber jeder wird mir zugeben, dass man ohne jede Schwierigkeit der Übersetzung zu folgen im stande ist, und die oftmals vorhandene Schwulst des Stiles ist nicht sowohl Schuld des Übersetzers, sondern muss dem wirklichen Verfasser zur Last gelegt werden.

SAVASORDA hat sein Buch in vier Kapitel getheilt, deren zweites und umfangreichstes wieder in fünf Theile, *partes,* zerfällt. Das erste Buch enthält die Erklärungen, Postulate und Axiome des EUKLIDES, sowie die im VI.—IX. Buche desselben enthaltenen Erklärungen der verschiedenen Zahlenarten, ferner einige der geometrischen Lehrsätze EUKLID's über Gleichflächigkeit von Dreiecken und Parallelogrammen und die Erklärung der Ähnlichkeit zweier Dreiecke. Schon hieraus wird man die Abhängigkeit LEONARDO's von seinem Vorbilde erkennen. Seine *Practica Geometriae* beginnt genau in derselben Weise, nur hat er einen oder den andern Satz hinzugefügt und das Gesagte durch Pisaner Maasseinheiten weitläufiger als SAVASORDA erläutert.

Die Einleitung zum zweiten Kapitel und das, was im ersten Theile desselben über die Ausmessung des Quadrates und des Rechteckes gesagt

ist, bilden bei LEONARDO die *Distinctio prima,* freilich in ganz unverhältnismässig weitläufiger Ausführung, dagegen hat seine *Distinctio secunda,* welche Quadratwurzeln zu finden lehrt, bei SAVASORDA kein Äquivalent. Letzterer nimmt eben die Kenntnis der Quadratwurzelausziehung als bekannt an. Der Rest des ersten Theiles von Kapitel 2 bei SAVASORDA lehrt den Inhalt des Rhombus kennen und geht dann über zur Berechnung der Diagonalen der bisher behandelten Vierecke. Dann aber löst er Aufgaben wie: Der Inhalt eines Quadrates (oder eines Rechteckes) minus oder plus der Summe der Seiten ist bekannt, wie gross ist Seite und Inhalt? und umgekehrt: Bekannt ist die Summe der Seiten minus dem Inhalte, wie gross ist Seite und Inhalt? Es sind das die Lösungen der Gleichungen zweiten Grades $x^2 + ax = b$; $x^2 = ax + b$; $x^2 + b = ax$, welche in bekannter Art behandelt werden. SAVASORDA weiss dabei, dass die dritte zwei verschiedene Lösungen besitzt, und beweist alle Fälle geometrisch aus den Sätzen des 2. Buches EUKLID's. Parallel dazu ist LEONARDO's *Pars secunda tertiae dictionis,* welcher sämmtliche Fälle SAVASORDA's genau in der von diesem gewählten Reihenfolge und mit denselben Zahlenbeispielen umfasst, dann aber, seiner grossen algebraischen Begabung entsprechend, noch eine grosse Anzahl verwickelterer Beispiele hinzufügt. Es ist also nicht die Übersetzung der Algebra des MUHAMED BEN MÛSA ALCHWÂRIZMÎ durch GHERARDO VON CREMONA, welche zuerst dem Abendlande zeigte, wie man quadratische Gleichungen lösen könnte, sondern der *Liber Embadorum* unseres SAVASORDA, dem dieser Ruhm zufallen muss.

Die *pars secunda secundi capituli* bei SAVASORDA behandelt die Ausmessung der Dreiecke. Das Seitenstück bei LEONARDO ist dessen *pars prima tertiae distinctionis.* Er hat, wie wir schon oben erwähnten, die Dreiecke vor den Quadraten, Rechtecken und Rhomben behandelt. Auch hier behält er Beispiele und Reihenfolge der Sätze bei. Die von SAVASORDA ohne Beweis gegebene Regel der drei Brüder für den Dreiecksinhalt aus den drei Seiten (er sagt nämlich am Schlusse: *Haec quidem in geometriae demonstrationibus est intricata, quapropter tibi leviter explanari posse non existimo*) hat LEONARDO ausführlich mitgetheilt und bewiesen und zwar im Ganzen nach den drei Brüdern.

Im dritten Theile seines zweiten Kapitels behandelt SAVASORDA die Parallelogramme, die Paralleltrapeze, die ihm wie LEONARDO *caput abscissa* heissen, und die allgemeinen Vierecke. Bei LEONARDO, der genau wie SAVASORDA vorgeht, dieselben Ausdrücke, Figuren und Formeln benutzt, findet sich der entsprechende Abschnitt auf Seite 77 bis 83.

Abweichend von LEONARDO lässt SAVASORDA im vierten Theile seines

zweiten Kapitels zunächst die Ausmessung des Kreises und von dessen Theilen folgen. Hier hat LEONARDO aus dem Buche der drei Brüder oder der *Circuli dimensio* ARCHIMED'S, die ihm ja beide vorgelegen haben, sowie dem ebenfalls von GHERARDO CREMONESE übersetzten Almageste des PTOLEMÄUS die Sache ausführlich gegeben, aber Seite 100 bis 102 sind wieder SAVASORDA entnommen bis auf die benutzten Namen der Figuren. Dass aber bei SAVASORDA hier die älteste Sehnentafel in lateinischer Sprache vorhanden ist, habe ich schon in der *Bibliotheca Mathematica* I_3, S. 330 nachgewiesen.

Was im fünften Theile des zweiten Kapitels enthalten ist, die Ausmessung der Polygone, sowie der auf Abhängen oder Bergen befindlichen Flächen, hat LEONARDO auf Seite 83 bis 86, dann aber wieder, völlig mit SAVASORDA übereinstimmend, Seite 108 bis 110 abgehandelt.

Das dritte Kapitel unseres *Liber embadorum* handelt von den bei dem Erbrechte der Araber nothwendigen Aufgaben über Feldertheilung. In letzter Instanz gehen die betreffenden Anweisungen jedenfalls auf das Buch *de divisionibus* EUKLID'S zurück. LEONARDO behandelt sie in seiner *Distinctio quarta.* Er hat sämmtliche Theilungen SAVASORDA'S, aber fügt noch eine grosse Zahl anderer hinzu, welche nicht auf Erbtheilung beruhen, z. B. die Theilung der Figuren von einem innerhalb oder ausserhalb derselben gegebenen Punkte aus. Aber da, wo SAVASORDA drei oder vier verschiedene Fälle unterscheidet, thut dies LEONARDO genau in derselben Weise und bezeichnet die zugehörigen Figuren, wie jener, mit *Figura prima, secunda, tertia* u. s. w.

Das vierte Kapitel SAVASORDA'S, das die Ausmessung der Körper behandelt, hat LEONARDO zwar auch an der auf die Theilung folgenden Stelle, wie jener, er hat sich aber hier ein vollkommeneres Muster genommen. Der ganze Abschnitt ist bei LEONARDO eine theils wörtliche, theils durch Beispiele vermehrte Bearbeitung des *Liber trium fratrum.*

Zum Schlusse zeigt SAVASORDA, wie praktisch auf dem Felde untersucht werden kann, welche Arten von Figuren zur Ausmessung vorliegen, und wie man am leichtesten die zur Berechnung nöthigen Höhen und Seiten zu finden im Stande ist. Auch LEONARDO fügt in seiner *distinctio septima* Feldmesserisches seinem Werke hinzu, nur sind es nicht, wie bei SAVASORDA, Anweisungen zum Flächenmessen, sondern Höhen- und Längenmessungen, die er, zum Theil an die Agrimensoren und die Geometrie GERBERT'S erinnernd, darlegt.

Das ist in Kurzem der Gedankengang des *Liber Embadorum.* Wir sind aber sicher, dass ein genaueres Studium desselben seinem Verfasser,

der ein volles Jahrhundert vor Leonardo sowohl als vor Jordanus Nemorarius lebte, einen ehrenvollen Platz in der Geschichte der Wissenschaft erobern wird.

Dem lateinischen Texte des Buches ist auf Anregung des Herrn Verlegers eine deutsche Übersetzung gegenübergestellt. Sie dürfte manchem nicht unwillkommen sein.

Thorn, 5. Mai 1901.

M. Curtze.

| *Incipit liber embadorum a* SAVASORDA
in hebraico compositus et a PLATONE TIBURTINO *in latinum sermonem translatus anno Arabum D. X. mense saphar.*

Qui omnes mensurandi dividendique modos recte nosse desiderat, universalia geometriae arithmeticaeque proposita, in quibus mensurandi ac dividendi magisterium fundatur, eum scire necesse est, quibus perfecte cognitis in his peritissimus apparebit, et in nullo unquam deviare poterit. Hunc itaque librum in quatuor capitula partiamus oportet. Quorum primum universalia geometriae et arithmeticae proposita, quibus legentis intellectus ad veram cognitionem aperitur, in se continet; secundum autem cognitionem mensurandi agros secundum figuram sibi propriam, triangulatas scilicet et quadratas seu rotundas aut alius formae cuiuslibet; tertium quidem in divisione omnium figurarum, quarum mensurae in secundo capitulo monstrantur; quartum in metiendo foveas et puteos eorumque similia curret, et etiam ea, quae in altum elevantur nec non et sperica atque vasa. Demum, ut haec scientia perfecte in hoc libro contineatur, qualiter hoc operemus, indicabimus et ita librum feliciter terminabimus.

Capitulum primum in geometriae arithmeticaeque universalia proposita.

1. *Punctus* est, cuius nulla pars est.

2. *Linea* est latitudine carens longitudo.[1]

3. *Recta* vero *linea* est, quae ponitur super quorumlibet pensatam oppositionem ad invicem.

4. *Superficies* ⟨est⟩, quod longitudine latitudineque tantum continetur.

---

7 apperebit *A.* — 10 congnitionem *und so immer.* — 14 quartum] quantum. — 22 pentotam. — 24 est *fehlt in A und B.*

Hier beginnt der Liber Embadorum von Savasorda *in hebräischer Sprache verfasst und von* Plato von Tivoli *in das Lateinische übertragen im Jahre DC der arabischen Zeitrechnung im Monat Saphar.*

Wer alle Arten, wie Flächen zu messen und zu theilen sind, richtig kennen zu lernen wünscht, muss nothwendigerweise die allgemeinen Sätze der Geometrie und Arithmetik inne haben, auf welchen die Lehre des Messens und Theilens beruht. Hat er diese vollständig in sich aufgenommen, so wird er darin völlig erfahren erscheinen, und kann niemals irgendwo vom Rechten abweichen.

Wir mussten deshalb dieses Buch in vier Kapitel theilen. Davon enthält das erste die allgemeinen Sätze der Geometrie und Arithmetik, durch welche der Verstand des Lesers für die wahre Kenntnis erschlossen wird; das zweite umfasst dagegen die Kenntnis von der Feldmessung nach den verschiedenen Gestalten derselben; nämlich dreieckige, quadratische oder runde und von sonst beliebiger anderer Form; das dritte behandelt die Theilung aller der Figuren, deren Ausmessung im zweiten Kapitel gezeigt wurde; das vierte endlich beschäftigt sich mit der Ausmessung von Gräben und Brunnen und dergleichen, sowie mit derjenigen der körperlichen Gegenstände, der Kugeln und Gefässe.

Dann werden wir zum Schlusse, damit die Anleitung vollständig in diesem Buche enthalten sei, zeigen, wie wir das praktisch behandeln, und so das Buch zum glücklichen Abschlusse bringen.

Erstes Kapitel. Die allgemeinen Sätze der Geometrie und Arithmetik.

1. Ein *Punkt* ist, was keine Theile hat.

2. *Linie* ist eine Länge ohne Breite.[1])

3. Eine *gerade Linie* ist diejenige, welche auf irgend welcher abgewogenen Gegenüberstellung gelegen ist.

4. *Oberfläche* ist, was nur Länge und Breite besitzt.

---

1) Hier ist die Erklärung: *cuius termini puncta sunt* ausgelassen. Leonardo hat dieselbe.

5. *Termini* autem superficiei sunt lineae.

6. *Plana superficies* est, quae super quantumlibet rectarum linearum oppositionem ad invicem dilatatur.

7. *Angulus* vero *planus* est duarum linearum quarumlibet sese in plano
5 tangentium et minime in directum iacentium ad alterutrum inclinatio.

8. Cumque rectae lineae fuerint, quae angulum continent, *angulus* ille *rectilineus* appellatur.

9. Cum linea recta super lineam rectam erigitur, feceritque duos angulos circum se sibi invicem aequales, *rectus angulus* eorum uterque nun-
10 cupabitur, et ipsa linea erecta super lineam rectam *cathetus* appellabitur.

10. *Obtusus* autem est *angulus,* qui recto maior existit.

11. *Acutus* vero, qui recto minor perhibetur.

12. Et *terminus* est finis rei.

13. *Figura* quidem est, qui sub uno vel pluribus terminis continetur.

15 14. *Circulus* autem est quaedam plana figura sub uno termino contenta, infra quem est punctus, a quo omnes rectae lineae, quae egrediuntur usque ad lineam circumferentem, sunt aequales.

15. Hic autem punctus *centrum* circuli vocatur.

16. *Circuli diametrum* est linea recta per circuli centrum ducta et ex
20 utraque parte in ipsius circumferentia terminata, in duo aequalia circulum secans.

17. *Semicirculus* est quaedam plana figura sub diametro et arcu a diametro comprehenso contenta.

18. *Portio* vero *circuli* est figura, quae sub recta linea et circumferentia
25 circuli continetur, sive minor seu maior sit medietate.

19. *Figurae rectilineae* sunt, quae a rectis lineis includuntur.

20. | Quippe *trilaterae figurae,* quae sub tribus rectis lineis continentur; *quadrilaterae* vero, quae quatuor rectis lineis ambiuntur; *multilaterae* autem *figurae* sunt, quae sub pluribus quam quatuor lineis comprehen- 1
30 duntur.

21. Figurarum igitur, quae sub tribus rectis lineis continentur, sunt *triangulae figurae,* quarum sunt *trianguli aequilateri,* et sunt, quorum tria latera sunt ad invicem aequalia. Ex ipsis autem sunt *aequicrurii,* et sunt, quorum duo tantum latera sunt aequalia, tertium autem inaequale. Earun-

---

12 perhibetur *B* prohibetur *A*. — 33 aequicruria.

5. *Grenzen* der Fläche aber sind Linien.

6. Eine *ebene Fläche* ist eine solche, die sich auf beliebige gegenüberliegende gerade Linien verbreitet.

7. *Ebener Winkel* ist die Neigung zweier beliebig sich in der Ebene berührenden und nicht in gegenseitiger Verlängerung liegenden Linien gegeneinander.

8. Und wenn es gerade Linien sind, welche den Winkel enthalten, so wird er ein *geradliniger Winkel* genannt.

9. Wenn eine gerade Linie auf einer andern geraden Linie aufgerichtet wird und um sich herum zwei unter sich gleiche Winkel bildet, so heisst ein jeder derselben ein *rechter Winkel,* und die gerade Linie, welche auf der andern errichtet ist, heisst *Loth.*

10. *Stumpf* heisst ein Winkel, welcher grösser als ein rechter ist.

11. *Spitz* aber, welcher kleiner als ein rechter gefunden wird.

12. *Grenze* ist das Ende eines Dinges.

13. *Figur* ist das, was zwischen einer oder mehrerer Grenzen enthalten ist.

14. *Kreis* ist eine nur von einer Grenze umschlossene ebene Figur, innerhalb deren sich ein Punkt befindet, von welchem aus alle geraden Linien, die bis an die Umfangslinie hinausgehen, einander gleich sind.

15. Dieser Punkt aber heisst *Mittelpunkt* des Kreises.

16. *Durchmesser des Kreises* ist eine gerade Linie, welche durch den Mittelpunkt des Kreises gezogen und auf beiden Seiten in dem Umfange desselben endigend den Kreis in zwei gleiche Theile theilt.

17. *Halbkreis* ist eine ebene Figur, welche zwischen dem Durchmesser und dem von dem Durchmesser überspannten Bogen enthalten ist.

18. *Kreisabschnitt* aber ist eine Figur, welche zwischen einer geraden Linie und dem Bogen eines Kreises enthalten ist, gleichgiltig ob sie grösser oder kleiner als die Hälfte ist.

19. *Geradlinige Figuren* sind solche, welche von geraden Linien eingeschlossen werden.

20. Es sind nun *dreiseitige Figuren,* welche zwischen drei geraden Linien enthalten sind, *vierseitige* aber, welche von vier geraden Linien umschlossen werden; *vielseitige Figuren* dagegen sind die, welche zwischen mehr als vier geraden Linien enthalten sind.

21. Zu den Figuren nun, welche zwischen drei geraden Linien enthalten sind, das sind *dreieckige Figuren,* gehören die *gleichseitigen Dreiecke,* das sind diejenigen, deren drei Seiten einander gleich sind; zu ihnen gehören ferner die *gleichschenkligen Dreiecke,* das heisst diejenigen, bei denen nur zwei Seiten einander gleich sind, die dritte aber ungleich. Es gehören

dem vero sunt *diversilateri.* Hi autem sunt, quorum omnia tria latera inaequalia sunt ad invicem.

22. Item ex trilateribus figuris sunt *trianguli rectianguli,* quorum unus angulus est rectus. Ipsarum quoque sunt *trianguli ampligonii,* quorum 5 unus angulus est obtusus. Sunt etiam eorundem *trianguli acutianguli,* quorum omnes tres anguli sunt acuti.

23. *Figurarum* vero *quadrilaterarum* sunt *quadrati,* et sunt aequilateri et aequianguli.

24. *Figurae parte altera longiores* sunt rectiangulae, sed non aequilaterae.

10 **25.** *Alinuaram,* quod quidam dicunt *rhumbos,* est figura quaedam aequilatera, sed non rectiangula.[1])

26. *Rhomboides* vero dicitur figura, cuius omnia duo latera sibimet opposita, nec non et anguli oppositi sunt aequales. Hec autem nec rectos angulos nec aequa latera continebit.

15 **27.** Praeter has nempe figuras ⟨omnes *almuncharif*⟩[2]) appellant.

28. Rectae lineae, quae in eadem plana superficie positae et ex utraque parte ad infinitum protractae in neutra partium concurrerint, *subalternae* dicuntur.

Quinque sunt, quae a sagaci peritia veterum requiruntur.

1. Primum quidem est, ut a quolibet puncto in quemlibet punctum 20 linea recta perducatur.

2. Secundum est, ut recta linea terminata super directum et continuum ad infinitum trahatur.

3. Tertium, ut super omnem punctum et omne spatium circulus circinetur.

4. Quartum autem, ut omnes anguli recti sint aequales ad invicem.

25 **5.** Quintum vero est, ut, si qua recta linea super duas rectas lineas ceciderit, feceritque duos angulos interiores minores duobus rectis, illae rectae lineae ab ea parte, in qua sunt duo anguli minores duobus rectis, ad infinitum protractae concurrent.

Communes omnium existimationes sunt hae.

30 **1.** Res aequales uni eidem sibi invicem sunt aequales.

2. Si aequalibus addantur aequalia, fient etiam ipsa tota aequalia.

---

1 diversilatera. Haec. — 10 rumbos *und so immer A.* rhombus *stets B.* — 13 oppositi] opposita *B.* — 13—14 rectis angulis *A.* — 14 aequi latera *A.* — 15 figuras quas appellant *A u. B. Die Konjektur ist nach dem spätern Texte gemacht.* — 16 eadem] ead'ea *A.* — 17 partium *fehlt in B.* — 23 circinetur] continetur. — 31 inaequalibus *A.*

---

1) *Alinuaram* wird sonst *Helmiaym* oder ähnlich genannt.

2) Die Ergänzung ist dem Kapitel IV dieses Werkes entnommen.

zu ihnen auch die *ungleichseitigen Dreiecke.* Es sind das die, deren alle drei Seiten unter einander ungleich sind.

22. Ebenso gehören zu den dreiseitigen Figuren die *rechtwinkligen Dreiecke,* deren einer Winkel ein rechter ist; es gehören ferner dazu die *stumpfwinkligen Dreiecke,* deren einer Winkel ein stumpfer ist; es gehören endlich dazu die *spitzwinkligen Dreiecke,* deren sämmtliche drei Winkel spitz sind.

23. Zu den *vierseitigen Figuren* aber gehören die *Quadrate,* sie sind gleichseitig und gleichwinklig.

24. Ferner die *Rechtecke* (die nach einer Richtung hin längeren Figuren), sie sind rechtwinklig, aber nicht gleichseitig.

25. Ferner *Alinuaram,* welche von einigen *Rhombus* genannt werden; es ist eine Figur, die zwar gleichseitig, aber nicht rechtwinklig ist.[1])

26. *Rhomboid* aber heifst eine Figur, bei der je zwei gegenüberliegende Seiten und je zwei gegenüberliegende Winkel gleich sind. Sie enthält aber weder rechte Winkel, noch lauter gleiche Seiten.

27. Ausser diesen Figuren heissen alle sonstigen *Almuncharif*[2]) (d. i. *Trapeze*).

28. Gerade Linien, welche in derselben ebenen Fläche gelegen und nach beiden Seiten ins Unendliche verlängert nach keiner Seite zusammenlaufen, heissen *subaltern (parallel).*

Fünf sind, welche von der weisen Kenntnis der Alten vorausgesetzt werden.

1. Und zwar ist das Erste, dass von jedem beliebigen Punkte nach jedem beliebigen Punkte eine gerade Linie gezogen werde.

2. Das Zweite ist, dass eine begrenzte gerade Linie in ihrer geraden Richtung kontinuierlich ins Unendliche verlängert werde.

3. Das Dritte ist, dass um jeden Punkt mit jedem Abstande ein Kreis beschrieben werde.

4. Das Vierte aber, dass alle rechte Winkel einander gleich sind.

5. Das Fünfte jedoch ist, dass, wenn eine gerade Linie zwei gerade Linien trifft und mit ihnen zwei innere Winkel kleiner als zwei Rechte bildet, diese beiden Linien auf der Seite, auf welcher die beiden Winkel liegen, die kleiner sind als zwei Rechte, wenn sie ins Unendliche verlängert werden, sich treffen müssen.

Gemeinsame Annahmen Aller sind folgende.

1. Grössen, welche ein und derselben gleich sind, sind unter sich gleich.

2. Wenn zu Gleichen Gleiche addiert werden, so werden auch die Ganzen gleich.

3. Et si ex aequalibus aequalia censeris, quae remanent, aequalia sunt.

4. Si inaequalibus aequalia addantur, quae reddunt, inaequalia sunt.

5. Si de inaequalibus abstrahuntur aequalia, residua quoque fient aequalia.

5 6. Ea, quae uni et eidem sunt dupla, sibi invicem sunt aequalia.

7. Quae uni et eidem subdupla fuerint, ipsa item aequalia sunt.

8. Illa, quorum unus non excedit alterum, si superponatur alteri alterum, erunt aequalia.

9. Omne totum sua parte maius existit.

10 10. Omnis vero res suis collectis partibus aequalis est.

11. Duae rectae lineae super|ficiem non continebunt. 2

Et his, quae ad geometriam pertinent, explicatis, ea, quae ad arithmeticam spectant ostendamus.

1. *Unitas* igitur est id, quo, quidquid invenitur, unum esse dicitur.

15 2. Et *numerus* est ex unitatibus profusa collectio.

3. Si minor numerus numerat summam, illius *pars* indubitanter affirmatur.

4. Si vero eum non numerat, eius *plures partes* continebit.

5. Maior autem numerus minoris numeri *multiplex* est, cum ab eius 20 summa numeratur.

6. *Par* quidem *numerus* est, qui in duo aequa sectionem recipit.

7. *Inpar* vero *numerus* est, qui per inaequales partes dividitur et unitate differt a pari.

8. *Pariter par numerus* dicitur, qui aequis vicibus a pari numeratur.

25 9. *Pariter inpar* autem *numerus* est, quem aequis vicibus numerat inpar.

10. *Inpariter inpar* dicitur, qui inaequalibus vicibus ab inpari numeratur.

11. *Compositus* vero *numerus* est, quem alius praeter unitatem numerat.

30 12. *Communicantes* quidem *numeri* sunt, qui a quovis alio numero communiter numerantur.

13. *Mutabemini* sunt *numeri,* quos Boetius in arismetricis per se

---

2 sunt] erunt *B*. — 10 vero tes *A*, res *B*. — 12—13 aritremetricam *A*. — 15 numerus est *B*, unitas est *A*.

3. Und wenn man von Gleichen Gleiche wegnimmt, so sind die Reste gleich.

4. Wenn zu Ungleichen Gleiche addiert werden, so sind die Ergebnisse ungleich.

5. Wenn von Ungleichen Gleiche abgezogen werden, so sind auch die Reste ungleich.

6. Grössen, welche von ein und demselben das Doppelte sind, sind einander gleich.

7. Grössen, welche von ein und demselben die Hälfte betragen, sind einander gleich.

8. Grössen, deren eine die andere nicht überragt, wenn man die eine auf die andere legt, sind einander gleich.

9. Jedes Ganze ist grösser als sein Theil.

10. Jedes Ding aber ist der Summe seiner Theile gleich.

11. Zwei gerade Linien begrenzen keine Fläche.

Nachdem so das zur Geometrie Gehörige dargelegt ist, wollen wir das, was die Arithmetik angeht, aufführen:

1. Die *Einheit* ist das, wodurch alles, was existiert, eins genannt wird.

2. *Zahl* ist eine aus Einheiten zusammengesetzte Summe.

3. Wenn eine kleinere Zahl eine Summe auszählt, so wird sie ein *Theil* derselben genannt.

4. Wenn sie aber dieselbe nicht auszählt, so enthält sie *mehrere Theile* derselben.

5. Eine grössere Zahl aber ist ein *Vielfaches* einer kleinern, wenn sie von deren Summe ausgezählt wird.

6. Eine *gerade Zahl* ist, welche in zwei gleiche Zahlen getheilt werden kann.

7. Eine *ungerade Zahl* aber ist, welche in ungleiche Theile getheilt wird und um eine Einheit von der geraden verschieden ist.

8. *Gerad gerade* heisst eine Zahl, welche eine gerade Anzahl mal von einer geraden ausgezählt wird.

9. *Gerad ungerade* aber ist eine Zahl, welche eine ungerade Zahl eine gerade Anzahl mal auszählt.

10. *Ungerad ungerade* heisst sie, wenn sie eine ungerade Anzahl mal von einer ungeraden ausgezählt wird.

11. *Zusammengesetzt* heisst eine Zahl, welche von einer andern als der Einheit ausgezählt wird.

12. *Communicierend* sind Zahlen, welche von einer beliebigen Zahl zugleich ausgezählt werden.

13. *Mutabemini (theilerfremd)* sind Zahlen, welche Boetius in seiner

secundos compositos, ad alios vero primos et incompositos appellat, ut 8 et 25.[1])

14. *Numerorum multiplicatio* est unius numeri secundum quantitatem unitatum alterius aggregatio, aliusque numerus ex multiplicatione proveniet.

15. Numeri, qui communiter ab unitate sola metiuntur, *mutabemini* nuncupantur.

16. *Quadratus numerus* est, qui ex numero in se ipso multiplicato colligitur, vel qui sub duobus aequis numeris continetur.

17. *Cubus numerus* est, qui surgit ex multiplicatione numeri in hoc, quod ex eodem in se ducto colligitur, vel ⟨qui⟩ sub tribus aequis numeris continetur.

18. *Superficialis numerus* est, qui ex cuiuslibet numeri in quemlibet numerum multiplicatione formatur, vel qui sub duobus numeris collocatur.

19. Si duorum numerorum alterius in alterum multiplicatio superficiem fecerit, eos duos eiusdem superficiei duo *latera* continere necesse est.

20. *Almugesem* dicitur, qui ex multiplicatione numeri in eo, quod ex unius numeri in alterum multiplicatione provenit, aggregatur, ipsique tres numeri tria almugesem *latera* continebunt.[2])

21. *Conproportionales numeri* sunt, quorum primus ex secundo, tertiusque ex quarto unam eandemque partem seu plures et easdem continebit.

22. Superficiales et almugesem numeri *consimiles* sunt, cum eorum latera proportionalia fuerint.

23. *Perfecti numeri* dicuntur, qui suis eius omnibus partibus aequiparantur.

Item quaedam huic operi valde necessaria demonstrarentur, quorum demonstrationes, quoniam ⟨ab⟩ Euclide manifeste ⟨datae⟩ reticemus.

1. Et primum quidem exponemus, quid significare velimus, cum dicimus: *multiplicatio lineae in se ipsam.* Hoc quidem sic intelligendum est, ut quadrilaterum rectiangulum, cuius omnia latera eidem lineae sunt aequalia, super eandem lineam constituamus.

2. Item cum dicimus: *cuiuslibet lineae in quamlibet aliam lineam multiplicatio,* hoc significare volumus, ut quadrilaterum longum, | cuius omnes

.i. in solidum
16 Almugesem *A.* — 17 ipsique *B*, ipsi quoque *A.* — 23 dicuntur *A*, sunt *B.* — 25 demonstrentur *B.* — 26 quoniam Euclide manifeste dereticemus. — 29 eidem] eiusdem.

1) Die Erklärung 13 scheint von dem Übersetzer eingeschoben zu sein. Sie wird ja in No. 15 wiederholt. Auch die Erwähnung des Boetius spricht gleichfalls dafür. *Mutabemini* sind also relative Primzahlen.

2) *Almugesem numeri* sind Körperzahlen mit drei verschiedenen Faktoren.

Arithmetik an sich zusammengesetzt, gegeneinander aber prim und unzusammengesetzt nennt, wie 8 und 25.[1])

14. *Multiplikation der Zahlen* ist die Addition der einen Zahl nach der Anzahl der Einheiten der andern, und aus der Multiplikation entsteht eine neue Zahl.

15. Zahlen, welche gleichzeitig nur von der Einheit gemessen werden, heissen *theilerfremd.*

16. Eine *Quadratzahl* ist diejenige, welche aus der Multiplikation einer Zahl mit sich selbst entsteht, oder die zwischen zwei gleichen Zahlen enthalten ist.

17. *Kubikzahl* ist eine solche, welche aus der Multiplikation einer Zahl mit dem entsteht, was aus derselben Zahl in sich selbst geführt herauskommt, oder welche zwischen drei gleichen Zahlen enthalten ist.

18. *Oberflächenzahl* heisst diejenige, welche aus der Multiplikation von irgend einer Zahl mit einer andern beliebigen Zahl gebildet wird, oder die zwischen zwei Zahlen enthalten ist.

19. Wenn durch Multiplikation zweier Zahlen mit einander eine Oberflächenzahl entsteht, so müssen die beiden Zahlen die *Seiten* der Oberflächenzahl sein.

20. *Almugesem (Körperzahl)*[2]) wird genannt, die aus der Multiplikation einer Zahl mit dem entsteht, was aus der Multiplikation einer Zahl mit einer andern hervorgeht, und diese drei Zahlen sind die *Seiten* der Körperzahl.

21. *Proportionierte Zahlen* sind solche, deren erste von der zweiten und die dritte von der vierten ein und denselben Theil oder mehrere gleiche Theile enthält.

22. Oberflächen- und Körperzahlen sind *ähnlich,* wenn ihre Seiten proportioniert sind.

23. *Vollkommene Zahlen* heissen solche, die allen ihren Theilen zusammengenommen gleich sind.

Nun werden wir einige Sätze, welche für dieses Werk sehr nöthig sind, anführen, deren Beweise wir aber, da sie von EUKLIDES handgreiflich gegeben sind, verschweigen werden.

1. Zunächst wollen wir auseinandersetzen, was wir damit bezeichnen wollen, wenn wir sagen: *Multiplikation einer Geraden mit sich selbst.* Das ist so zu verstehen, dass wir ein rechtwinkliges Viereck, dessen sämmtliche Seiten jener Linie gleich sind, über dieser Linie konstruieren.

2. Ebenso wollen wir mit dem Ausdrucke: *Produkt irgend einer Linie mit irgend einer andern,* bezeichnen, dass wir ein Rechteck konstruieren,

anguli sunt recti, duoque latera aequidistantia uni illarum linearum, aliaque duo latera aequidistantia alteri linearum sicut aequalia constituamus.[1])

His autem ostensis dicendum est, quod:

3. *Si recta linea in duo ubilibet abscissa fuerit, qui totius in se ipsum multiplicatione quadratus describitur, his, qui ab utriusque portionibus multiplicatione in se ipsis describuntur quadratis et duplo rectianguli, qui sub utraque portione continetur, aequatur.*

Cuius similitudinem, ut levius appareat, in numeris ostendamus. Sit itaque linea 12 ulnarum in 7 et 5 divisa. Erit igitur lineae in se ipsam multiplicatio 144. Qui numerus multiplicationi 7 in se ipsum, quod est 49, et multiplicationi 5 in se ipsum, quod est 25, nec non et duplo multiplicationis 7 in 5, quod est 70, aequatur.[2])

4. *Item si linea recta in duo aequalia et totidem inaequalia dividetur, quae a totius lineae inaequalium portionum multiplicatione ad invicem rectiangula superficies efficitur, cum quadrato a linea, quae est inter utrasque sectiones, descripto, quadrato, qui a multiplicatione totius lineae dimidii in se ipsum formatur, aequabitur.*

Sit igitur exempli causa quaedam linea 12 ulnarum in duo aequalia, quae sunt 6 et 6, et duo inaequalia, quae sunt 8 et 4, divisa; eritque multiplicatio 8 in 4, quae sunt partes inaequales, 32, multiplicatioque binarii, qui inter utrasque sectiones continetur, in se ipsum 4, quod totum, cum in unum redactum fuerit, numero 36, qui est medietatis totius lineae multiplicatio in se ipsam, aequatur.[3])

5. *Si recta item linea in duo aequa secetur, cui alia in directum linea recta adiungatur, rectiangula superficies, quae sub totius cum adiuncta in adiunctam multiplicatione continetur, cum quadrato, qui a lineae dimidio describitur, quadrato a dimidio et ab adiuncta constanti aequatur.*

Sit quidem linea 10 ulnarum in duo aequalia, quae sunt 5 et 5, divisa, eique duo superadiungantur, et 12 efficiunt. Erit igitur multiplicatio 12 in duo cum multiplicatione 5 in se ipsum, ⟨quod est primae lineae medietas, quadrato 7⟩, quod est primae lineae medietas cum additamento, ⟨aequalis⟩.[4])

---

1 sint *B*. — 4 abscisa *und so immer*. — 5 hiis *und so immer*. — qui] quod. — 5—6 proportionis multiplicationibus. — 6 ipsum(!) *A*. — 16 septiones *und so immer*. — 21 qui] quod *B*. — 23 eum in se *A*. — 24 secentur. — 30—31 quod ... quadrato 7 *in A auf dem Rande ausradiert*. — 32 aequalis *in A über der Zeile ausradiert*.

dessen eines Paar paralleler Seiten einer der beiden Linien, das andere Paar paralleler Seiten der andern Linie gleich ist.[1])

Nachdem dies gezeigt ist, sagen wir weiter:

3. *Wenn eine gerade Linie irgendwo in zwei Theile getheilt wird, so ist das Quadrat, das durch Multiplikation der ganzen Linie mit sich selbst beschrieben wird, gleich denjenigen Quadraten, die durch Multiplikation beider Theile mit sich selbst beschrieben werden, plus dem doppelten Rechteck, das von den beiden Theilen gebildet wird.*

Damit das besser einleuchte, zeigen wir ein Beispiel in Zahlen. Es sei also eine Linie von 12 Ellen in 5 und 7 getheilt. Nun ist das Quadrat der Linie 144, und diese Zahl ist gleich dem Quadrate von 7, das ist 49, plus dem Quadrate von 5, das ist 25, und plus dem doppelten Produkte von 7 und 5, das 70 beträgt.[2])

4. *Ferner, wenn eine gerade Linie in zwei gleiche und ebensoviele ungleiche Theile getheilt wird, so ist das Rechteck, das aus der Multiplikation der ungleichen Theile der ganzen Linie mit einander gebildet wird, plus dem Quadrate der Linie, welche zwischen den beiden Theilpunkten liegt, dem Quadrate gleich, das durch Multiplikation der Hälfte der ganzen Linie mit sich selbst gebildet wird.*

Es sei also z. B. eine Linie von 12 Ellen in zwei gleiche Theile, das ist 6 und 6, und zwei ungleiche, die 8 und 4 sein mögen, getheilt. Dann ist das Produkt von 8 und 4, das sind die beiden ungleichen Theile, 32, das Produkt von 2, die zwischen beiden Theilpunkten enthalten ist, mit sich selbst gleich 4, und das ist, wenn es zusammengezählt wird, der Zahl 36 gleich, welche das Produkt der Hälfte der ganzen Linie mit sich selbst darstellt.[3])

5. *Ebenso, wenn eine Linie in zwei gleiche Theile getheilt, und sie um eine andere gerade Linie direkt verlängert wird, so ist das Rechteck, das aus der ganzen Linie plus der Verlängerung und der Verlängerung entsteht, plus dem Quadrate der halben Linie, dem Quadrate gleich, das über der Hälfte plus der Verlängerung entsteht.*

Es sei nämlich eine Linie von 10 Ellen in zwei gleiche Theile, das ist 5 und 5, getheilt, und sie sei um 2 verlängert, so dass 12 entstehen. Dann ist das Produkt von 12 in 2 und das Produkt von 5 mit sich selbst, das ist der Hälfte der ersten Linie, dem Quadrate von 7 gleich, welches die Hälfte der ersten Linie plus der Verlängerung darstellt.[4])

---

1) Aus diesen beiden Nummern und später noch zu nennenden hat Leonardo seine *Distinctio prima de multiplicatione camporum* gemacht und weitläufig durch Beispiele auseinandergelegt. 2) Leonardo 14, 29. 3) Leonardo 15, 21.
4) Leonardo 15, 5 v. u.

6. *Item si recta linea in duo ubilibet abscindatur, quadratus, qui a totius in se ipsam multiplicatione colligitur, cum quadrato ab alterius portionis multiplicatione constituto aequus est duplo rectianguli, qui sub totius in praedictam portionem multiplicatione continetur, et eo quadrato, qui a reliquae portionis in se ipsam multiplicatione colligitur.*

Sit verbi gratia linea 12 ulnarum in 5 et 7 divisa, eritque multiplicatio 12 in se ipsum 144, multiplicatioque 5 in se ipsum 25, quod totum collectum 169 procreat. Hic autem numerus duplo multiplicationis 12 in 5 et multiplicationi 7 in se ipsum aequatur.[1]

7. *Item si recta linea in duo aequalia et totidem inaequalia secetur, qui a totius lineae inaequalium portionum multiplicatione in se ipsas | duo procreantur quadrati, duplo duorum quadratorum, qui sub dimidia et ea, quae est inter utrasque sectiones continetur, aequales fore perhibentur.*

Ut in linea 12 ulnarum per aequalia in 6 et 6 divisa et per inaequalia in 5 et 7 abscissa multiplicatio 7 in se ipsum et 5 in se ipsum 74 efficient. Duplum autem multiplicationis 6, quod est totius medietas, in se ipsum 72, et duplum multiplicationis unius, quod inter utrasque sectiones continetur, duo; duobus vero 72 superadditis 74 procreabuntur.[2]

8. *Si recta linea in duo aequa divisa fuerit, cui quaedam recta linea in directum adiciatur, qui a tota cum adiuncta quadratus describitur, et qui sub illa, quae superadiuncta est, quadratus efficitur, utrique simul assumpti, ei quadrato, qui a dimidia describitur, et ei quadrato, qui efficitur ab ea, quae ex dimidia et adiuncta consistit, utrisque simul acceptis, dupli fore pronunciantur.*

Ut exempli causa, si lineae 10 ulnarum in duo aequalia, quae sunt 5 et 5, divisae 2 superaddantur, 12 procreabuntur, eritque multiplicatio 12 in se ipsum, quod est longitudo lineae cum additamento, et multiplicatio binarii in se ipsum, quod est superadiunctum, in unum coadunatae duplo multiplicationis 5 in se ipsum, quod est dimidium primae lineae, et duplo multiplicationis 7 in se ipsum, quod ex dimidio et adiuncto colligitur, aequalis.[3]

9. *Item si duae rectae lineae se invicem intra circulum intersecant, rectiangula superficies, quae sub duabus earum partibus continetur, aequa est superficiei rectiangulae, quae sub duabus alterius lineae partibus collocatur.* Et haec est figura (Fig. 1).[4]

---

1 qui ab. — 10—11 qui a] qz. — 13 aequales] et quae. — 15 74 *B*, 75 *A*. — 16 *Nach* 72 *wiederholt A nochmals:* et duplum ... ipsum 72. — 20 qui a] qz. — qui] quod. — 22. ei] et.

---

1) Leonardo 16, 18. 2) Leonardo 15, 1. 3) Leonardo 16, 3 v. u.
4) Leonardo 18, 16 v. u.

6. *Wenn ebenso eine gerade Linie beliebig in zwei Theile getheilt wird, so ist das Quadrat der ganzen Linie plus dem Quadrate des einen Theiles dem doppelten Rechtecke gleich, welches das Produkt der ganzen Linie in den besagten Theil darstellt, plus dem Quadrate des andern Theiles.*

Es sei z. B. eine Gerade von 12 Ellen in 5 und 7 getheilt, dann wird das Quadrat von 12 gleich 144, und das Quadrat von 5 gleich 25. Beides zusammen ergiebt 169. Diese Zahl ist aber gleich dem doppelten Produkte von 12 in 5 plus dem Quadrate von 7.[1])

7. *Desgleichen, wenn eine gerade Linie in zwei gleiche und ebenso viele ungleiche Theile getheilt wird, so ist die Summe der beiden durch Multiplikation der beiden ungleichen Theile mit sich selbst entstehenden Quadrate gleich dem Doppelten der beiden Quadrate, welche über der Hälfte der Linie und dem zwischen den beiden Theilpunkten liegenden Stücke beschrieben werden.*

So betragen z. B. in einer Geraden von 12 Ellen, die in gleiche Theile, das ist 6 und 6, und in ungleiche Theile, nämlich in 5 und 7, geschnitten ist, die Quadrate von 5 und 7 zusammen 74. Das doppelte Quadrat von 6 aber, das ist von der Hälfte der ganzen Linie, ist 72, und das doppelte Quadrat von 1, das ist, was zwischen den beiden Theilpunkten liegt, ist 2. 2 aber zu 72 hinzugezählt giebt 74.[2])

8. *Wenn eine gerade Linie in zwei gleiche Theile getheilt ist, und sie um eine andere gerade Linie direkt verlängert wird, so ist das Quadrat über der ganzen Linie plus der Verlängerung zusammen mit dem Quadrate der Verlängerung doppelt so gross als das Quadrat, das über der Hälfte beschrieben ist, plus dem Quadrate über der Hälfte und der Verlängerung.*

So entsteht z. B., wenn eine Linie von 10 Ellen in zwei gleiche Stücke getheilt wird, das ist in 5 und 5, und dann um 2 verlängert, 12, und es ist das Quadrat von 12, das ist das der Linie plus der Verlängerung, zusammen mit dem Quadrate von 2, das ist dem der Verlängerung, gleich dem Doppelten des Quadrates von 5, das ist der Hälfte der ersten Linie, plus dem Doppelten des Quadrates von 7, welche aus der Hälfte und der Verlängerung zusammen besteht.[3])

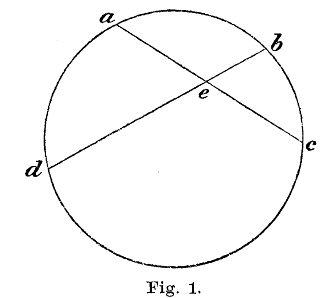


Fig. 1.

9. *Ebenso, wenn zwei gerade Linien sich innerhalb eines Kreises schneiden, so ist das Rechteck aus den Theilen der einen Linie gleich dem Rechteck aus den Theilen der andern Linie.*[4]) Und das ist die zugehörige Figur (Fig. 1).

Similiter et alia quaedam, quarum demonstrationes in geometria perfecte monstrantur, scire non est inutile.

1. *Si duas igitur rectas lineas ⟨aequales et⟩ aequidistantes aliae duae rectae lineae ad easdem partes ab earum terminis protractae coniunxerint, eas aequidistantes et aequales esse necesse est.*[1]

2. *Item trianguli consimiles sunt, quorum anguli sunt invicem aequales, et quorum proportio duorum laterum angulo unius trianguli adiacentium fuerit ut proportio duorum laterum angulo alterius trianguli praedicto aequali adiacentium.*

Ut in his triangulis *abc*, *def* (Fig. 2), quorum sunt aequales ad invicem, sicut angulus *a* trianguli *abc* a lateribus *ac*, *ab* contentus aequus est angulo *d* trianguli *def* contento a lateribus *de*, *df*; et similiter angulus *b* angulo *f*, et angulus *c* angulo *e* est aequalis. Hos ergo similes triangulos esse dicimus, proportioque lateris *ba* unius trianguli ad latus *fd* alterius trianguli ut proportio lateris *ac* eiusdem trianguli ad latus *ed* alterius. Simili quoque modo erit et proportio aliorum laterum aequis angulis adiacentium. ⟨Proportioque lateris *ba* unius trianguli ad latus *ac* est ut proportio *fd* alterius trianguli ad latus *de*. Item proportio lateris *ab* unius trianguli ad latus *fd* alterius trianguli est ut proportio lateris *bc* eiusdem trianguli ad latus *fe* alterius.⟩

Horum autem consimilium triangulorum et quadrilaterorum ⟨et⟩ figurarum | multiangularum sunt eaedem demonstrationes.

3. *Omnes item trianguli, qui super eadem base ad easdem partes et in eisdem alternis lineis conformantur, sunt aequales ad invicem.*

4. *Si autem in aequis basibus ad easdem partes et in eisdem alterius lineis collocantur, similiter erunt ad invicem aequales.*

5. *Item omnes parallelogrammae superficies super eandem basem in eadem parte et inter easdem lineas aequidistantes constitutae sibi invicem sunt aequales.*

6. *Si autem in aequis basibus in eadem parte et in eisdem subalternis lineis discriptae fuerint, eas similiter ad invicem aequales esse necesse est.*

7. *Si trianguli parallelogrammaeque superficies eiusdem altitudinis exstiterint, erunt eorum sibi consimilium ad invicem proportio sicut basis unius ad basem alterius.*[2]

---

3 aequales et *fehlt.* — 17—20 Proportioque ... alterius *in A auf dem Rande ausradiert.* — 21 et *in A über der Zeile ausradiert.* — 22 heaedem *A.* — 25 autem] aut. — 26 colocantur. — 27 parallelogramae *und so immer.* — 30 in aequis] in eis quamvis *A*, in eis q̄vis *B.*

---

1) Leonardo 2, 26. 2) Die No. 3—7 bei Leonardo 2, 15 v. u.

Es ist ferner nicht ohne Nutzen, auch noch einige andere Sätze zu kennen, deren Beweise in der Geometrie (EUKLID's) vollständig gezeigt werden.

1. *Wenn zwei gleiche und parallele Gerade durch zwei andere gerade Linien, die von ihren Endpunkten aus nach derselben Seite hin gezogen sind, verbunden werden, so müssen diese ebenfalls gleich und parallel sein.*[1])

2. Ferner: *Dreiecke sind ähnlich, deren Winkel einander gleich sind, und bei denen das Verhältnis zweier Seiten, die dem einen Winkel des ersten Dreiecks anliegen, gleich dem Verhältnis der beiden Seiten ist, welche dem gleichen Winkel im andern Dreiecke anliegen.*

Wie in den beiden Dreiecken abc, def (Fig. 2), bei welchen einander gleich sind: der Winkel a des Dreiecks abc, der von den Seiten ac, ab eingeschlossen wird, gleich dem Winkel d des Dreiecks def, eingeschlossen von den Seiten de, df; ebenso Winkel b dem Winkel f, und Winkel c dem Winkel e gleich. Diese Dreiecke also nennen wir ähnlich, und das Verhältnis der Seite ba des einen Dreiecks zu der Seite fd des andern ist gleich dem Verhältnis der Seite ac des ersten Dreiecks zu der Seite ed des andern. In ähnlicher Weise wird auch das Verhältnis der andern Seiten gleich, welche gleichen Winkeln anliegen. Es ist auch das Verhältnis der Seite ba des einen Dreiecks zu der Seite ac gleich dem Verhältnis von fd des andern Dreiecks zur Seite ed. Ebenso verhält sich die Seite ab des einen Dreiecks zur Seite fd des andern wie die Seite bc des ersten Dreiecks zur Seite fe des andern.

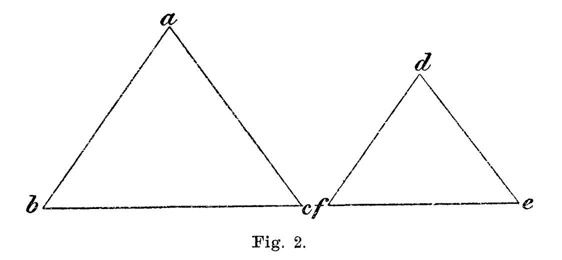


Fig. 2.

Für Vierecke aber und vieleckige Figuren gelten dieselben Beweise wie für diese Dreiecke.

3. Ferner: *Alle Dreiecke, welche über derselben Grundlinie auf derselben Seite und zwischen denselben parallelen Linien konstruiert werden, sind einander gleich.*

4. *Sie werden aber auch gleich sein, wenn sie über gleichen Grundlinien nach derselben Seite und zwischen denselben Parallelen liegen.*

5. *Ebenso sind alle Parallelogramme einander gleich, welche über derselben Grundlinie nach derselben Seite und zwischen denselben Parallelen gelegen sind.*

6. *Sie sind aber auch nothwendigerweise gleich, wenn sie auf gleichen Grundlinien nach derselben Seite hin und zwischen Parallelen konstruiert sind.*

7. *Wenn Dreiecke und Parallelogramme von gleicher Höhe einander ähnlich sind, so verhalten sie sich gegeneinander wie ihre Grundlinien.*[2])

Capitulum secundum de agrorum dimensionibus.

1. Cum in hoc opere de ulna in linea mentionem facimus, ulnam in longitudine tantum absque latitudine, lector, intelligas.

2. Cumque ulna in superficie vel ulna superficialis dicetur, quadratam ulnam, quatuor scilicet laterum in longum et latum fore non dubites, cuius unumquodque latus unam ulnam in longitudine continet, ⟨et⟩ omnes ipsius anguli recti.

Per hanc autem quadraturam semper fit consideratio huius rei, ⟨etenim⟩ est ille unus, cum quo superficies mensurabitur.

3. Cumque dicetur: hic triangulus aut hoc quadrilaterum 5 vel 6 ulnas continet, hunc praedictum quadratum illius superficiei certam mensuram fore cognoscas, cum ad quadratos aequales, quorum singuli ulnam super ulnam et angulos rectos contineant, reducetur. Rectas autem angulos eos habere necessarium est, eo quod quadrilaterum rectiangulum omni quadrilatero, cuius latera ipsius lateribus aequantur, anguli autem inaequales fuerint, maius existit. Quadrilaterum ergo rectiangulum dimensionibus palmi vel ulnae vicem obtinet, ideoque terrarum dimensiones quadraturas nuncupamus, et nos in hoc capitulo, qualiter campi quadrentur, deo opitulante, monstrabimus.

4. Verum tamen quia multimodae sunt terrarum figurae, quaedam enim triangulatae, quaedam vero quadrilaterae, quaedam autem aliarum multarum figurarum existunt, hoc capitulum in quinque partes dividimus, quarum prima est in metiendo ea quadrilatera, quorum omnia latera sunt aequalia, nec non et illa, quorum omnes anguli sunt recti. Secunda vero triangulorum genera metitur. Tertia quidem qualiter quadrilatera, quorum latera omnia non sunt aequalia, et quorum omnes anguli ⟨non⟩ sunt recti, mensurentur, docet. Quarta circulares ac semicirculares campos, et quorum figurae sunt plus minusve semicirculo, perfecte mensurat. Quinta angulorum plus quam quatuor latera continentium certas indicat mensuras.

Pars prima in illorum quadrilaterorum dimensione, quorum omnia latera sibi invicem sunt aequalia, | nec non et illorum, quorum omnes anguli sunt recti.

1. In hoc nempe particula trium quadrilaterarum figurarum dimensiones, prout possumus, explicabimus. Ex quibus sunt *quadrati,* qui sunt aequilateri et aequianguli; sunt et *rhumbi,* qui quidem sunt aequilateri,

---

1 *In A ausradiert.* — 6 et *fehlt.* — 8 etenim *in A über der Zeile ausradiert.* — 26 non *fehlt.* — 27 et docet. — 33 trium *fehlt in B.*

Zweites Kapitel. Über Ausmessung der Felder.

1. Wenn wir in diesem Werke von einer Elle als Linie reden, so möge der Leser darunter nur die Länge einer Elle ohne Breite verstehen.

2. Wenn wir aber von einer Elle als Fläche oder einer Flächenelle sprechen, so verstehen wir darunter eine Quadratelle von vier Seiten in der Länge und Breite, so dass jede Seite die Länge einer Elle besitzt, und alle Winkel derselben rechte sind. Durch die Bildung solcher Quadrate geschehen alle Betrachtungen dieser Art, denn es ist jene Einheit, mit welcher Flächen gemessen werden.

3. Und wenn gesagt wird: Dieses Dreieck oder dieses Viereck enthält 5 oder 6 Ellen, so merke man, dass das oben erklärte Quadrat ein gewisses Maass dieser Fläche ist, wenn dieselben in gleichgrosse Quadrate, deren jedes eine Elle mal einer Elle und rechte Winkel enthält, verwandelt wird. Es muss aber rechte Winkel besitzen, da jedes rechtwinklige Viereck grösser ist als jedes andere Viereck, dessen Seiten den Seiten des Rechtecks gleich, die Winkel aber ungleich sind. Das Quadrat vertritt also mit seinen Dimensionen die Stelle einer Palme oder einer Elle, und deshalb werden die Inhaltsbestimmungen von Landstücken Quadraturen genannt, und wir wollen in diesem Kapitel mit Gottes Hilfe zeigen, wie Felder quadriert werden.

4. Da aber die Gestalten der Landstücke vielartig sind, einige sind nämlich dreieckig, andere viereckig, andere wieder haben mancherlei andere Gestalten, so haben wir dieses Kapitel in fünf Theile getheilt. Der erste lehrt die Ausmessung derjenigen Vierecke, welche lauter gleiche Seiten haben, und derjenigen, deren sämmtliche Winkel rechte sind. Der zweite dagegen misst die Arten der Dreiecke. Im dritten wird gelehrt, wie Vierecke, deren Seiten nicht sämmtlich gleich und deren Winkel nicht alle rechte sind, ausgemessen werden. Der vierte misst vollständig die kreisförmigen und halbkreisförmigen Felder und diejenigen, deren Gestalten mehr oder weniger sind als ein Halbkreis. Der fünfte lehrt die Ausmessung der mehr als vier Seiten enthaltenden Vielecke.

Erster Theil: Die Ausmessung derjenigen Vierecke, deren Seiten sämmtlich gleich sind, sowie derjenigen, bei denen alle Winkel rechte sind.

1. In diesem Theile werden wir also die Ausmessung der vierseitigen Figuren, soweit wir vermögen, auseinandersetzen. Zu ihnen gehören *die Quadrate,* die gleichseitig und gleichwinklig sind; es gehören zu ihnen ferner *die Rhomben,* die zwar gleichseitig aber nicht rechtwinklig sind; zu

sed non rectianguli; ex eisdem et sunt *figurae parte altera longiores,* quas rectiangulas, sed non aequilateras esse dicimus.

2. Primum igitur ipsius *quadrati* dimensiones ostendimus, quem aequilaterum et aequiangulum fore proponimus, quem etiam certam communem 5 superficierum quarumlibet figurarum mensuram esse praediximus. Harum autem dimensionum modus est, ut prius cuiusque ipsorum laterum lineares mensuras invenias, inventasque in sui ipsius summam multiplices, indeque collectum embadum eiusdem quadrati fore non ambigas.

Ad cuius similitudinem si quadratus aequiangulus, cuius singula latera 10 duas lineares ulnas contineant, describatur, eius embadum quatuor quadratas ulnas maiori quadrato consimiles continebit, eo quod, si binarium per binarium duxeris, quatuor efficies.

Et ut liquidius hoc ad oculum deprehendas, esto quadratus *abcd* (Fig. 3), cuius unumquodque latus in duo aequa dividatur, ut latus *ab* 15 supra punctum *e*, latus vero *bc* supra punctum *f*, latus autem *cd* supra punctum *g*, latus quoque *da* supra punctum *h* secetur. Post hoc a puncto *e* ad punctum *g* lineam *eg*, a puncto vero *f* usque ad *h* lineam *fh* producemus. Dicimus igitur, hunc qua⟨dratum⟩ in quatuor aequa fore divisum, in quorum unoquoque ulna super ulnam continetur, omnesque maiori qua- 20 drato *abcd* adsimiliantur, et in unum collecti aequantur, at ipsi sunt totius quadrati totum embadum. Horum quidem unumquemque maiori adsimiliari diximus, ⟨quia⟩ eorundem singulorum latera lateribus maioris sunt comproportionalia: est enim eorum unumquodque latus lateris quadrati *abcd* medietas, et eorum omnes anguli illius angulis aequantur, sunt enim utri- 25 que omnes anguli recti invicem aequales. Et quia ⟨pro⟩portio istorum quadratorum ad invicem est eadem, ipsi invicem sunt aequales, totique in unum collecti primum quadratum complent, et singuli unam ulnam in longitudine et alteram in latitudine suscipiunt. Hac igitur demonstratione quadratorum embada reperiuntur.[1])

30 Ex hoc etiam manifestum est, quod in omni quadrato rectiangulo, in cuius laterum longitudine duas ulnas invenies, quatuor incunctanter ulnae continebuntur. Igitur in cuiuscunque longitudine 10 lineales ulnae fuerint, in eius embado 100 superficiales ulnae reperientur.

3. At si parte altera longior fuerit, et eius embadum scire volueris,

3 quadrati] quadrilateri. — quem] qui *B.* — 8 embadus. — 11 eoq *A.* — 14 unum quidem latus. — 18 quadratum] qua. — 20 adsimulantur. — 22 quia *fehlt.* — 25 anguli] at. — portio. — 29 quadratorum] figurarum.

1) Leonardo 5, 19 unter Benutzung der gleichen Figur mit gleicher Buchstabenbezeichnung. Es gehört dies bei ihm zu seiner *Distinctio prima.* s. o. S. 21.

ihnen gehören auch *die Rechtecke,* die wir wohl rechtwinklig aber nicht gleichseitig nennen.

2. Wir werden daher zuerst des *Quadrates* Ausmessung zeigen, das wir als gleichseitig und gleichwinklig annehmen, und von dem wir vorher sagten, es sei das sichere Maass aller beliebig gestalteten Figuren. Die Art der Ausmessung ist nun, dass man zunächst das Maass der Länge jeder Seite desselben bestimmt, und das Resultat mit seiner eigenen Länge vervielfacht. Das Ergebnis ist dann sicher der Flächeninhalt dieses Vierecks.

Als ein Beispiel sei ein gleichwinkliges Quadrat, dessen einzelne Seiten je zwei Längenellen enthalten, beschrieben, dann wird sein Flächeninhalt gleich vier Quadratellen sein, die dem grösseren Quadrate ähnlich sind, weil wenn man zwei mal zwei multipliciert, vier hervorgehen.

Damit nun dieses leichter und augenfälliger begriffen werde, sei das Quadrat $abcd$ gegeben (Fig. 3), von dem jede Seite in je zwei gleiche Theile getheilt werde. So sei die Seite ab im Punkte e, die Seite bc aber im Punkte f, die Seite cd im Punkte g, die Seite da endlich im Punkte h getheilt. Wir ziehen darauf vom Punkte e nach dem Punkte g die Gerade eg, vom Punkte f aber nach dem Punkte h die Linie fh, dann behaupten wir, dass das Quadrat in vier gleiche Theile zerlegt ist, in deren jedem eine Elle mal einer Elle enthalten ist, und dass jedes dem grössern Quadrate ähnlich ist. Zusammengefasst aber sind sie ihm gleich, und sind also des ganzen Quadrates Flächeninhalt. Wir sagen aber, es sei ein jedes dem grossen Quadrate ähnlich, weil die einzelnen Seiten derselben den Seiten des grössern proportioniert sind: es ist ja jede ihrer Seiten die Hälfte einer Seite des Quadrates $abcd$, und alle Winkel des einen sind gleich denen des andern, denn beiderseits sind alle Winkel rechte, und daher einander gleich. Und da das Verhältnis dieser Quadrate ein und dasselbe ist, so sind sie unter einander gleich, und alle zusammengefasst machen das erste Quadrat aus, jedes einzelne aber hat eine Elle in der Länge und eine Elle in der Breite. Mit solchen Schlüssen werden also die Flächeninhalte der Quadrate gefunden.[1])

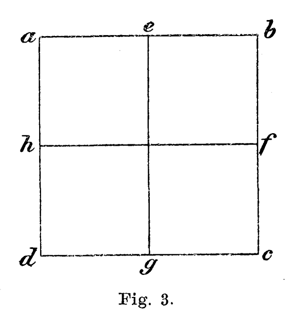


Fig. 3.

Hieraus ist auch ferner klar, dass in jedem rechtwinkligen Quadrate, in dessen Seitenlänge zwei Ellen gefunden werden, vier Quadratellen enthalten sind. Wenn also in jeder Seitenlänge 10 Ellen enthalten sind, so werden im Flächeninhalte desselben 100 Quadratellen gefunden werden.

3. Wenn aber das Viereck ein Rechteck ist, und man den Flächen-

quodlibet eorum laterum in latus sibi contiguum ⟨multiplicans embadum invenies.

Ut in hac parte altera longiori, cuius unum latus 9 ulnas, aliud vero ei contiguum⟩ 5 ulnas continet. Huius igitur embadum si nosse desideras,
5 9 in 5 multiplica, et 45 ulnas in eius embado procul dubio reperies (Fig. 4).

4. Et hoc est modus numerandi qua|drilatera ⟨aequilatera⟩ et non 4′ aequilatera, quorum anguli sunt recti. Verum quia multotiens anguli, cum recti non sint, recti videntur, quandam regulam, qua omnia quadrilatera
10 ⟨aequilatera⟩, quorum omnes anguli aequales vel inaequales fuerint, veraciter numerare valeas, indicabo.

In omni igitur ⟨figura⟩ quadrilatera aequilatera, si duo protrahuntur diametra, sese invicem in duo aequa secundum rectum angulum secabunt. Quare si unius diametri ⟨dimidium⟩ in totam alterius diametri summam
15 duxeris, eius aream nimirum invenies.

5. Ob hoc itaque, qui subtiliter agrorum dimensiones observabant, cum eorum omnia latera sibi invicem aequalia fore cognoscebant, ipsorum diametrorum certas quantitates adinvenientes, quorum diametra sibi invicem aequalia reperierunt, ipsorum embada per laterum quantitates adin-
20 veniebant. Quorum ⟨autem⟩ diametra inaequalia iudicabant, velut in rhumbis, eorum unius diametri dimidium in totam alterius quantitatem multiplicantes ipsius areas veraciter inveniebant.

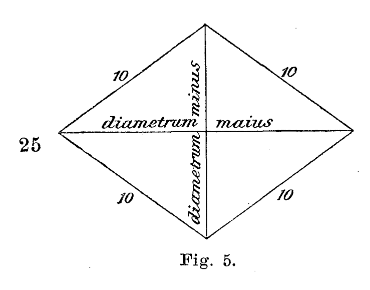


Fig. 5.

Ut si ponamus in quadrilatero, cuius omnia
25 latera 10 ulnarum exstiterint (Fig. 5), angulos autem nequaquam ⟨aequales⟩ habuerit, et hic est rhumbus, cuius diametra sunt inaequaelia, unius eorum longitudinem 12, alterius vero 16 ulnarum ⟨invenies⟩. Cum ergo medietatem
30 unius in summam alterius multiplicaveris, 96, quod est totum embadum, procreabis, ut in hac subscripta figura si 8 in 12 vel 6 in 16 duxeris, inde collectum totius aream efficiet.[1])

6. Ast si demonstrationibus scire volueris istius quadrilateri aream 96 ulnas continere, hanc eandem figuram depingens iterum eam *abcd* lit-

1—4 multiplicans ... contiguum *auf dem Rande von A ausradiert.* — 7 aequilatera *über der Zeile in A ausradiert.* — 8 multotiens] multiplicationes. — 9 quandam] q̅n̅. — 10 aequilatera *fehlt.* — 12 figura *fehlt.* — 14 dimidium *fehlt.* — 15 eius eius *A.* — 20 autem *in A über der Zeile ausradiert.* — velut *fehlt in B.* — 26 aequales *fehlt.* — 26—27 hic est *B*, ibi est *A.* — 29 invenies *fehlt.* — ergo *A*, itaque *B.* — medietas. — 34 66 ulnas *A.* — depinges.

inhalt wissen will, so findet man durch Multiplikation einer beliebigen Seite mit der ihr anliegenden den Flächeninhalt.

In dem Rechtecke z. B., dessen eine Seite 9 Ellen, die andere anliegende aber 5 Ellen misst. Wenn man also von diesem den Inhalt kennen will, so multipliciert man 9 mit 5, und findet ohne Zweifel 45 Quadratellen im Flächeninhalte (Fig. 4).

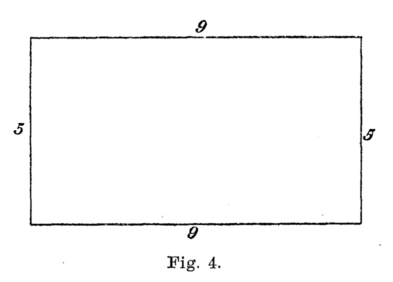


Fig. 4.

4. Das ist also die Art und Weise gleichseitige und ungleichseitige Vierecke auszumessen, deren Winkel rechte sind. Da aber vielfach Winkel, obwohl sie keine rechten sind, doch rechte zu sein scheinen, so wollen wir eine Regel angeben, mittelst deren man alle gleichseitigen Vierecke, mögen die Winkel gleich oder ungleich sein, genau ausmessen kann.

Wenn man nämlich in einem beliebigen gleichseitigen Viereck beide Diagonalen zieht, so schneiden sie sich gegenseitig in je zwei gleiche Theile und treffen sich unter rechten Winkeln. Wenn man also die Hälfte der einen Diagonale mit der Länge der andern Diagonale vervielfacht, so findet man natürlich seinen Flächeninhalt.

5. Wenn daher diejenigen, welche die Ausmessung der Äcker säuberlich besorgen, alle Seiten derselben einander gleich erkannten, so suchten sie die genauen Längen der Diagonalen. Fanden sie dann, dass die Diagonalen einander gleich waren, so suchten sie den Flächeninhalt durch die Länge der Seiten. Wurden aber die Diagonalen ungleich geschätzt, wie in den Rhomben, so vervielfachten sie die Hälfte der einen Diagonale mit der ganzen Länge der andern, und fanden so genau den Flächeninhalt derselben.

Nehmen wir z. B. ein Viereck, dessen sämmtliche Seiten je 10 Ellen enthalten (Fig. 5), die Winkel aber keineswegs rechte sind, dann ist das also ein Rhombus, dessen Diagonalen ungleich sind, und man finde die Länge der einen zu 12, die der andern zu 16 Ellen. Wenn wir dann also die Hälfte der einen mit der ganzen Länge der andern vervielfachen, so entsteht 96, das ist der ganze Flächeninhalt. Wenn man daher in der nebenstehenden Figur 8 mit 12 oder 6 mit 16 multipliciert, so ist das Produkt der Inhalt des ganzen Vierecks.[1])

6. Will man aber den Beweis führen, dass der Inhalt dieses Vierecks 96 Quadratellen enthält, so zeichne man nochmals dieselbe Figur (Fig. 6) und bezeichne sie mit den Buchstaben *abcd*, dann sind *ac*, *bd* ihre beiden

---

1) Leonardo 73, 9 v. u.

teris scribas (Fig. 6). Erunt *ac*, *bd* duo eiusdem diametra. Post hoc a puncto *b* cathetum ex utraque parte protrahatur, in cuius extremitatibus *e*, *f* litterae describantur, et a puncto *d* aliud cathetum ex utraque parte deductum et punctis *g*, *h* insignitum producemus; eritque linea *eb* lineae *bf* 5 aequalis. Similiter linea *dg* lineae *dh* aequalis ponatur. Est igitur tota linea *ef* et linea *gh* diametro *ac* aequalis. Dehinc duas lineas *eg*, *fh* protrahamus, eritque quadrilaterum *efgh* parte altera longius, cuius unum latus 16, alterum vero 12 ulnas continebit. In cuius, ut supra diximus, embado 192 reperies: est haec multiplicatio 12 in 16. Manifestum est, 10 quod rhumbus *abcd* primo descriptum est medietas istius maioris parte altera longioris in quatuor aequalia quadrilatera divisi, ut inscripta figura monstratur (Fig. 6), in qua rhumbus constat ex quatuor partibus ex quatuor quadrilateribus in duo partitis aequalia. Rhumbus igitur *abcd* istius altera parte longioris, in cuius embado 192 ulnas contineri praediximus, 15 medietatem amplectitur. Quapropter rhumbus *abcd* 96 | ulnis impleri, 5 quod est multiplicatio *be* vel *bf* in *bd*, nulli dubium sit. Item si lineam *ef*, quae est latus minus parte altera longioris, in lineam *fc*, quae est medietas alterius lateris, multiplicaveris, idem prorsus efficies, ut in hac figura describitur.

20 7. Modis igitur investigandi quadratorum ac rhumborum, nec non et parte altera longiorum embada manifeste monstratis, quomodo areas rhomboidum vel obliquarum figurarum et diversorum laterum inquiramus, docendum relinquitur, quorum notitiam indicare nequibimus, donec viam inveniendi triangulorum areas edoceamus. ⟨Sed⟩ priusquam triangulorum mensuras ad-25 grediamur, quasdam quaestiones in praedictorum quadrilaterorum areis tibi proponemus, ut in earum inventione, deo auxiliante, subtilis et promptus investigator existas.

8. Primum igitur, *quanta sit illius tetragoni, in cuius longitudine latitudineque 10 ulnae continentur, diametri longitudo,* quaestio proponatur, cui 30 talis fiat responsio: Huius tetragoni diametrum est radix 200. Si quis enim hoc diametrum ⟨in se ipsum⟩ duxerit, 200 procurabit. Nam in omni tetragono quadratus ab eiusdem diametro contentus eiusdem quadrati duplex

---

2 cathetus. *Des folgenden* aliud *halber muss auch hier das Neutrum stehen.* — 7 longior. — 13 in duo partibus. — 17 minoris. — 18 lateris et. — 21—22 rombydum *A*, rhomboidum *B*. — 22—23 docenda. — 24 Sed *fehlt in A*, et *B*. — 25 quasdam quasdam *A*. — 29 quaestio] quomodo. — 31 in se ipsum *in A über der Zeile ausradiert.* — 32 quadrato.

Diagonalen. Darauf errichte man vom Punkte b aus das Loth nach beiden Seiten und schreibe an die Endpunkte die Buchstaben e, f. Vom Punkte d aus ziehe man dann ebenfalls nach beiden Seiten ein zweites Loth und bezeichne die Endpunkte mit g, h: dann ist die Gerade eb der Geraden bf gleich, und in ähnlicher Weise werde die Linie dg der Linie dh gleich angenommen. Es ist also die ganze Gerade ef und die ganze Gerade gh der Diagonale ac gleich. Wir ziehen nun die beiden Geraden eg, fh, so wird das Viereck $efgh$ ein Rechteck, dessen eine Seite 16, die andere aber 12 Ellen enthält. In dem Flächeninhalte findet man, wie wir oben gesagt haben, 192 Quadratellen, das ist nämlich das Produkt von 12 mal 16. Nun ist klar, dass der zuerst beschriebene Rhombus $abcd$ die Hälfte des grösseren Rechtecks beträgt, das in vier gleiche Vierecke getheilt ist, wie die Figur zeigt (Fig. 6), in der der Rhombus aus vier Theilen der vier Vierecke besteht, von welchen jedes in zwei gleiche Stücke zerschnitten ist. Der Rhombus $abcd$ umfasst also die Hälfte des Rechtecks, dessen Flächeninhalt wir vorher auf 192 Quadratellen feststellten, der Rhombus enthält also unzweifelhaft 96 Quadratellen, das ist aber das Produkt von be oder bf und bd. Würden wir in derselben Weise die Seite ef, das ist die kleinere Seite des Rechtecks, mit der Strecke fc, der Hälfte der andern Seite, vervielfachen, so würde genau dasselbe herauskommen, wie in der beigegebenen Figur ersichtlich ist.

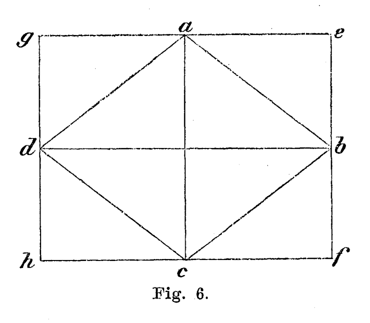


Fig. 6.

7. Nachdem so gezeigt ist, in welcher Art und Weise man die Flächeninhalte der Quadrate, Rhomben und Rechtecke sicher auffinden kann, bleibt noch übrig, zu lehren, wie man die Inhalte der Rhomboide und der andern schiefwinkligen Vierecke mit ungleichen Seiten finden kann. Die Bestimmung derselben vermögen wir aber nicht eher anzugeben, bevor wir nicht den Weg gezeigt haben, auf welchem wir den Flächeninhalt der Dreiecke berechnen können.

Ehe wir aber die Ausmessung der Dreiecke beginnen, wollen wir einige Aufgaben über die Flächeninhalte der vorgenannten Vierecksarten stellen, damit Du in ihrer Lösung mit Gottes Hilfe als ein feiner und tüchtiger Löser Dich darstellst.

8. Zunächst sei folgende Aufgabe gegeben: *Wie gross ist die Länge der Diagonale eines Quadrates, in dessen Länge und Breite 10 Ellen enthalten sind?* Die Antwort darauf ist: Die Diagonale dieses Quadrates ist die Wurzel aus 200. Vervielfacht man nämlich diese Diagonale mit sich selbst, so entsteht 200. Nun ist in jedem Quadrate das über der Dia-

existit, quapropter istius diametrum fore 200 radicem, quod est duplex multiplicationis 10 in 10, manifestum est.[1])

9. Si autem converso modo quaeratur: *Quadrati latus, cuius diametrum 200 ulnarum radix existiterit, quot ulnas in latere continebit?*, quadratum
5 diametri in duo dividens 100 invenies, cuius radix, quae est 10, eiusdem quadrati latus existit.[2])

Quadrati vero diametrum 14 et parum minus septima unius continebit.[3])

10. Item si talis fiat quaestio: *Quadrati embadum, de cuius area omnium*
10 *suorum laterum in unam summam* ⟨*collectorum*⟩ *collectum dempseris, si 21 supererint, quot ulnas veraciter continebit, et quot etiam in eiusdem quadrati latere continentur?* sic esto respondere paratus.

Si enim numerum eius laterum, quod est quatuor, in duo diviseris, binarius exibit, quem si in se ipsum duxeris, 4 nimirum invenies. Eis
15 igitur si 21, qui ex embado superest, superadiunxeris, 25 procreabuntur, quorum radicem inquirens 5 reperies, cui si dimidium numerum laterum, qui est duo, superaddideris, 7 efficient, et hoc est latus quadrati, cuius embadum 49 complent. Quaesitor autem ex hoc embado, quod 49 fuit, quatuor laterum eiusdem quantitates minuit, quorum unumquodque 6,
20 cuncta vero in unum collecta 28 continent, et 21, ut idem proposuit, superfuerunt.[4])

Istius autem responsionis veritatem si demonstrationibus scire cupis, praecedens quadratus et super eum *abcd* describatur (Fig. 7), cuius omnia latera sibi invicem sunt aequalia. Et manifestum est, in eorum unoquoque
25 plus quatuor ulnis contineri, eo quod quaesitor post laterum diminutionem aliquid ex embado remanere proposuit. Cumque ita sit, ex linea *ab* lineam | *be*, ex linea vero *cd* lineam *cf*, quarum unaquaeque 4 ulnas in longitu- 5′ dine contineat, abscindamus. Post hoc a puncto *e* ad punctum *f* quandam lineam dirigamus. Dehinc linea *be*, in cuius longitudine 4 ulnae conti-
30 nentur, in duo aequa supra punctum *g* secetur, erintque duae lineae *bg*, *ge* aequales, duas enim ulnas unaquaeque recipit. In hoc itaque quadrato

4 continebunt. — 5 quae] quod *B*. — 9 embadi. — 10 collectorum *habe ich hinzugefügt.* — 13 enim ut eius.

1) Leonardo 58, 6. 2) Leonardo 58, 3 v. u.

3) $\sqrt{200} \sim 14\frac{1}{7}$ ist nach der Regel gefunden $\sqrt{a^2+b} \sim a + \frac{b}{2a}$.

4) Es ist das die Lösung der Gleichung $x^2 - 4x = 21$ oder allgemein $x^2 = ax + b$. Savasorda rechnet $x = \frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b}$ und beweist dann aus den von Euklides entlehnten Sätzen seine Rechnung. Siehe Leonardo 59, 15 v. u.

gonale beschriebene Quadrat doppelt so gross als das gegebene Quadrat. Es ist daher offenbar $\sqrt{200}$ die Länge der ganzen Diagonale, da 200 das doppelte Produkt von 10 mal 10 ist.[1])

9. Wird aber umgekehrt gefragt: *Wieviel Ellen enthält die Seite des Quadrates, dessen Diagonale gleich der Wurzel aus 200 Ellen ist?,* so findet man durch Division des Quadrates der Diagonale durch zwei 100, und die Wurzel davon, nämlich 10, ist die Seite des Quadrates.[2])

Die Diagonale des Quadrates enthält aber 14 Ellen und eine Kleinigkeit weniger als ein Siebentel einer Elle.[3])

10. Wird ebenso folgende Frage gestellt: *Wenn von dem Inhalte eines Quadrates, von dessen Fläche man die Summe seiner sämmtlichen Seiten weggenommen hat, 21 überbleiben, wieviel Quadratellen enthält es dann, und wieviel Ellen sind zugleich in jeder Seite des Quadrates enthalten?,* so sei zu folgender Antwort bereit.

Wenn man nämlich die Zahl der Seiten, das ist 4, halbiert, so erhält man 2, und diese mit sich selbst vervielfacht ergiebt 4. Addiert man hierzu 21, nämlich das, was von dem Flächeninhalte überblieb, so entstehen 25. Hiervon sucht man die Wurzel und findet 5. Addiert man hierzu die halbe Zahl der Seiten, das ist 2, so macht das 7, und das ist die Seite des Quadrates, dessen Flächeninhalt 49 Quadratellen erfüllen. Der Frager aber verminderte diese Fläche, nämlich 49, um die vier Seiten desselben, von denen jede 7, alle zusammen aber 28 betragen, und es blieben dann 21 übrig, wie er angab.[4])

Will man aber die Richtigkeit der Antwort bewiesen wissen, so verzeichne man das obenerwähnte Quadrat und bezeichne es mit $abcd$ (Fig. 7). Alle Seiten desselben sind dann einander gleich, und es ist klar, dass in einer jeden mehr als 4 Ellen enthalten sein müssen, weil der Fragesteller angiebt, dass nach Wegnahme der Seiten von der Fläche etwas übrig bleiben soll. Deshalb schneiden wir von der Linie ab die Linie be, von der Linie cd aber die Linie cf, jede von 4 Ellen Länge, ab, ziehen dann vom Punkte e nach dem Punkte f eine gerade Linie und theilen darauf die Linie be, deren Länge vier Ellen beträgt im Punkte g in zwei gleiche Theile, dann sind also die Strecken bg, ge einander gleich, denn eine jede enthält zwei Ellen. Damit ist also deutlich bewiesen, dass in

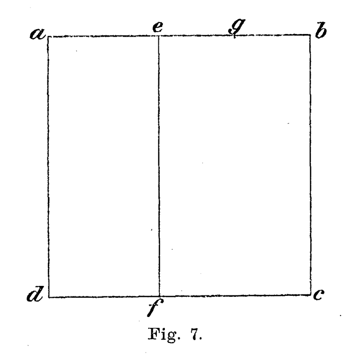


Fig. 7.

manifeste monstratur, quadrilaterum *bcfe* quatuor eiusdem quadrati latera simul collecta continere. Hoc etenim quadrilaterum est multiplicatio lineae *be*, quae est 4 ulnarum, in lineam *bc*, quae quadrati latus existit, scilicet latus, quod cum quater computatur, quatuor laterum summam in unum 5 coadunatam procreabit. Quadrilaterum igitur *bcfe* quatuor quadrati latera simul collecta continebit. Cumque quadrilaterum hoc ex praedicto quadrato minuetur, remanebit quadrilaterum *adfc* 21 ulnarum, et hoc est illius quantitas, quod in quaestione remanere propositum est. Linea igitur *be* in duas aequales partes, quae sunt *bg*, *ge*, dividitur, cui alia in directum 10 recta linea *ea* superadditur. In omni autem recta linea in duo aequa divisa, si ei alia in directum recta linea adiungatur, superficies rectiangula, quae a tota cum adiuncta et ab adiuncta conficitur, cum quadrato, quod a lineae dimidio describitur, quadrato a dimidio et ab adiuncta constanti aequatur. Igitur multiplicatio lineae *ba* in lineam *ea* cum multiplicatione 15 lineae *ge* in se ipsam est ut multiplicatio lineae *ga* in semet ipsam. At multiplicatio lineae *ab* in lineam *ea* est quadrilaterum *adfe*, eo quod unum latus *ad* lateri quadrati aequatur, aliud vero latus *ea* est id, quod lineae *eb* superadiicitur, et huius quadrilateri area 21 continet. Cui si multiplicatio lineae *eg* in se ipsam, quod est 4, superaddatur, 25 procrea- 20 buntur, quod multiplicationi lineae *ga* in se ipsam aequatur. Linea itaque *ga* quinque, quod est radix 25, continet. Cui, scilicet 5, si lineae *bg* summam, quae est duo, superadiunxeris, inde coadunatum 7 efficiet, quod est lineae *ba* quantitas. Embadum autem *abcd* 49 continet, ut subscripta figura repraesentat.

25 **11.** Item si quis hoc obiecerit: *Cum in cuiuslibet quadrati embado suorum quatuor laterum summa superaddita 77 inveneris, quot ulnas in embado continebantur?* dimidium suorum laterum, quod est duo, sumens et in semet multiplicans quatuor invenies. Quod si datae quantitati superadiunxeris, 81 habebis, cuius radicem, quod est 9, accipiens et ex ea prae- 30 fatae superadiunctionis dimidium demens 7 remanebunt, et hoc est illius quadrati latus, cuius ⟨embadum⟩ 49 continet.[1])

Huius quidem demonstratio praedictae demonstrationi, velut subiungitur, ad|similiatur. Sit ergo quadrati latus linea *ab* (Fig. 8), cui quaedam 6

---

3 silicet *A und so immer.* — 4—5 in una in coadunatam. — 8 igitur *fehlt in B.* — 26 ulnas] prius. — 31 embadum *fehlt.*

---

1) Hier ist die zu lösende Gleichung $x^2 + 4x = 77$ oder allgemein $x^2 + ax = b$. Die Lösung des Verfassers ist $x = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b} - \frac{a}{2}$, welche

diesem Quadrate das Viereck *bcfe* die vier Seiten des Quadrates zusammengenommen enthält. Dieses Viereck ist nämlich das Produkt der Linie *be*, das sind 4 Ellen, mit der Linie *bc*, welche die Seite des Quadrates darstellt, das heisst derjenigen Seite, welche viermal gezählt die Gesammtsumme der vier Seiten hervorbringt. Das Viereck *bcfe* enthält also die vier Seiten des Quadrates zusammengenommen. Zieht man nun dieses Viereck von dem obengenannten Quadrate ab, so bleibt das Viereck *adfe* von 21 Quadratellen übrig, das ist die Grösse, welche in der Aufgabe als überbleibend bezeichnet wurde.

Die Gerade *be* ist also in zwei gleiche Theile, nämlich *bg*, *ge* getheilt, und sie ist um eine andere Gerade *ea* direkt verlängert. Wenn aber eine gerade Linie in zwei Hälften getheilt wird und sie wird um eine andere gerade Linie direkt verlängert, so ist das Rechteck, das aus der ganzen Linie plus der Verlängerung und aus der Verlängerung gebildet wird, zusammen mit dem Quadrate über der Hälfte der Linie gleich dem Quadrate über der Hälfte plus der Verlängerung. Es ist also das Produkt aus der Linie *ba* und der Linie *ea* plus dem Produkt der Linie *ge* mit sich selbst gleich dem Produkt der Linie *ga* mit sich selbst. Das Produkt der Geraden *ab* mal der Geraden *ea* ist das Viereck *adfe*, weil die eine Seite *ad* der Quadratseite gleich ist, die andere Seite *ea* aber die Verlängerung der Seite *eb*, und die Fläche dieses Vierecks ist 21. Addiert man hierzu das Produkt der Linie *eg* mit sich selbst, das ist 4, so entstehen 25, und das ist dem Produkt der Linie *ga* mit sich selbst gleich. Die Linie *ga* ist also 5, nämlich die Wurzel von 25. Vereinigen wir nun mit dieser 5 den Werth der Linie *bg*, der zwei beträgt, so macht die Summe 7, und das ist die Länge der Linie *ba*. Der Flächeninhalt von *abcd* aber beträgt 49, wie in der beigegebenen Figur zu sehen ist.

11. Wenn ferner jemand Folgendes fragte: *Wenn man den Inhalt eines Quadrates und die Summe der vier Seiten zusammenaddiert, und 77 gefunden werden, wieviel Quadratellen enthält dann die Fläche?*, so nimmt man die Hälfte der Seiten, das ist 2, multipliciert sie mit sich selbst, und erhält dann 4. Fügt man das der gegebenen Grösse hinzu, so hat man 81. Davon nimmt man die Wurzel, sie ist 9, und zieht von ihr die Hälfte der obengenannten Hinzufügung ab, so bleibt 7, und das ist die Seite des gesuchten Quadrates, dessen Inhalt 49 Quadratellen enthält.[1])

Der Beweis dafür, wie er unten folgt, ist dem vorhergehenden Beweise ähnlich. Es sei also die Seite des Quadrates *ab* (Fig. 8), die um

---

er wieder aus Sätzen, die er aus Euklides entnommen hat, beweist. Bei Leonardo 59, 5.

linea *bc* quatuor ulnarum superaddatur. Et notum est, quod multiplicatio lineae *ab* in lineam *bc* quatuor laterum quadrati, lineae *ab*, summam continet. Quadrilaterum itaque *bcde*, cuius duae lineae *be*, *cd* lineae *ab*, et cuius linea *de* aequa sit lineae *cb*, constituatur. At si lineam *ed* usque
5 ad punctum *f* aequalem lineae *ca* produxeris, et lineam *af* abstraxeris, quadrilaterum *acdf* quadratum lineae *ab* cum eiusdem quatuor laterum summa in unum collecta continebit, eo quod quadratus *abef* est quadratus lineae *ab*, et quadrilaterum *bcde* est quatuor laterum eiusdem quadrati summa. Totum quadrilaterum *acdf* 77 ulnas recipit, unde, si lineam *bc*
10 in duo aequa supra punctum *g* ⟨diviseris, erit linea *bg* duarum ulnarum. Ergo, quia linea *bc* in duo aequa supra punctum *g*⟩ dividitur, eique linea *ba* in directum superadditur, erit multiplicatio totius lineae *ac*, quod est tota cum adiuncta, in lineam *ab*, quae est superadiunctio, cum quadrato lineae *bg*, quae est primae lineae dimidium, quadrato *ga*, quae est dimi-
15 dium lineae *bc* cum adiuncta, aequalis; et multiplicatio lineae *ac* in lineam *ab* est quadrilaterum *acdf*, quod est 77. Cui si quadratum *bg*, quod est 4, superadiunxeris, quadratum lineae *ag*, quod est 81, invenies. Linea igitur *ag* erit 9 ulnarum. De qua si lineam *bg*, quae est duarum ulnarum, depresseris, remanebit linea *ab* 7 ulnarum. Area igitur quadrati *abef* erit 49,
20 et haec ⟨est⟩ figura.

12. Haec item alia quaestio proponitur: *Si cuiuslibet quadrati embadum ex suorum quatuor laterum quantitate depresseris, et tria supererunt, quot in eius embado, vel quot in singulis lateribus ulnae continebantur?*

Huius quidem quaestionis solutionem sic invenies. Omnium laterum
25 quadrati summam in duo aequa divides, et duo reperies, ex quorum multiplicatione 4 innascentur. Ex quibus si illa tria, quae supererant, minueris, unus remanebit, cuius radix unus existit. Quem si ex duobus, quod est summa medietatis laterum, depresseris, remanebit unus, et ipse est quadrati latus. Vel si residuam unius radicem ⟨duobus, quod est⟩ dimidium
30 ⟨laterum⟩, superaddideris, 3 colligentur, quae sunt eiusdem quadrati latus.[1])

2 lateris. — 3 Quadratum. — 5 aequale. — 9 72 ulnas *A*. — 11—12 diviseris ... punctum *g in A auf dem Rande ausradiert.* — 14 quadrilatero. — 16 quadratus. — 20 est *fehlt.* — 22 tria] ita. — 29 duobus, quod est *in A über der Zeile ausradiert, ebenso* laterum.

1) Lösung der Gleichung $x^2 + 3 = 4x$, allgemein $x^2 + b = ax$. Hier giebt Savasorda die Lösung $x = a \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$ mit Beweis für *beide* Werthe. Leonardo 60, 10 verfährt genau ebenso, was Lösung und doppelten Beweis betrifft. An späterer Stelle zeigt Savasorda auch, dass die Lösung unmöglich ist, sobald $\left(\frac{a}{2}\right)^2 < b$ ist.

eine andere Gerade bc von 4 Ellen verlängert werde. Nun ist bekannt, dass das Produkt der Geraden ab mal der Geraden bc das Vierfache der Quadratseite ab enthält; es möge daher das Viereck $bcde$ beschrieben werden, dessen zwei Seiten be, cd der Seite ab, dessen Seite de aber der Geraden cb gleich ist. Verlängert man jetzt die Gerade ed bis zum Punkte f gleich der Geraden ca, und zieht af, so enthält das Viereck $acdf$ das Quadrat der Geraden ab plus der Summe der vier Seiten desselben zusammengenommen, weil das Quadrat $abef$ das Quadrat über ab, und das Viereck $bcde$ gleich der Summe der vier Seiten dieses Quadrates ist. Das ganze Viereck $acdf$ enthält also 77 Quadratellen. Halbiert man nun die Gerade bc im Punkte g, so ist die Linie bg gleich 2 Ellen, es ist also, da die Gerade bc im Punkte g in zwei gleiche Stücke getheilt ist und um die Gerade ba verlängert wurde, das Produkt der ganzen Linie ac, das ist der getheilten Linie plus der Verlängerung, mal der Linie ab, das ist der Verlängerung, plus dem Quadrate der Linie bg, das ist der Hälfte der ersten Linie, gleich dem Quadrate über ga, das ist die Hälfte der Linie bc plus der Verlängerung. Das Produkt der Geraden ac mal der Geraden ab ist aber das Viereck $acdf$, das ist 77, und wenn man hierzu das Quadrat über bg, das ist 4, hinzufügt, so erhält man das Quadrat der Geraden ag, also 81. Die Gerade ag ist also 9 Ellen. Zieht man davon die Linie bg von 2 Ellen ab, so bleibt die Gerade ab von 7 Ellen übrig. Die Fläche des Quadrates $abef$ ist daher 49, und das ist die zugehörige Figur.

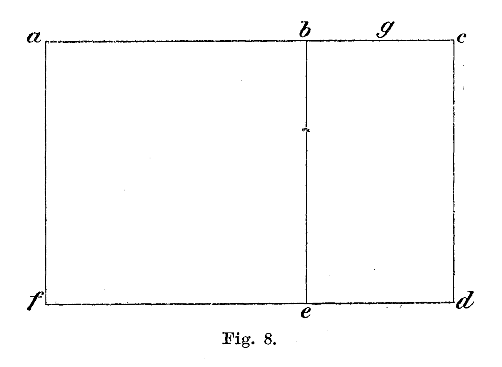


Fig. 8.

12. Es werde ferner folgende Frage vorgelegt: *Wenn man den Flächeninhalt eines Quadrates von der Summe der vier Seiten desselben hinwegnimmt, und drei als Rest bleibt, wieviel Ellen sind dann im Inhalte und wieviel in den einzelnen Seiten des Quadrates enthalten?*

Die Lösung dieser Aufgabe findet man folgendermaassen: Man halbiere die Summe aller Seiten des Quadrates, so findet man 2, durch Multiplikation derselben mit sich selbst entstehen 4. Nimmt man nun hiervon jene drei, welche Rest bleiben sollen, weg, so bleibt eins übrig, deren Wurzel die Einheit ist. Subtrahiert man diese wieder von zwei, das ist der halben Anzahl der Seiten, so bleibt eins als Rest, und das ist die Seite des Quadrates. Oder auch, wenn man die Wurzel der Rest gebliebenen Einheit zu 2, der halben Anzahl der Seiten, addiert, so erhält man 3, und das ist ebenfalls die Seite des Quadrates.[1])

Et ut haec demonstratione probentur, sint quatuor quadrati latera in unum collecta quadrilaterum *abcd*, cuius longitudo linea *ab*, latitudo vero linea *ac* constituatur. Manifestum est igitur, quod linea *ab* 4, quod est omnium laterum numerus, in se continet, et linea *ac* quadrati latus existit.
5 Si ex hoc itaque parte altera longiori quadratum *acfe*, cuius omnia latera lineae *ac* sunt aequalia, depresseris, quadrilaterum *efdb* trium partium remanebit. Quo facto, si lineam ab in duo aequalia supra punctum *g* et duo inaequalia supra punctum *e* diviseris, quae sub totius lineae inaequalibus portionibus *be* et *ea* rectiangula superficies continetur, cum quadrato
10 | a linea *eg*, quae est inter utrasque sectiones, descripto, ei quadrato, quod 6′ a totius lineae dimidio, quod est *ga*, describitur incontanter aequabitur. Quadratum autem a linea *ga* descriptum 4 ulnarum fore nullus ambigit. De quo si 3, quae sunt quadrilaterum lineae *be* in lineam *ea*, depresseris, et ipsum est quadrilaterum *efdb*, remanebit 1, quod est quadratus lineae *eg*.
15 Linea igitur *eg* unius, tota autem linea *ga* duarum existit ulnarum. Linea igitur *ea* unius ulnae remanebit, et hoc est latus quadrati, ut in hac figura describitur (Fig. 9).

Item possibile est, ut linea *eb* trium sit ulnarum, cum linea *gb* duarum et linea *ge* unius ulnae fuerit (Fig. 10), et tamen ipsa *ea* erit alterius
20 quadrati latus. Velut si quantitas quatuor laterum erit superficies parte altera longior *abcd*, de quo quadratum *efdb* demens remanebit quadrilaterum *aefc* trium ulnarum, punctus autem *g*, qui lineam *ab* in duo
25 aequa partitur, cadit super lineam *eb*, quae est unum latus quadrati *efdb*. Et si praedictorum memor exstiteris, linea *eg* unam ulnam continere dicitur. Quare, si lineam *gb*, quae est duarum, superaddideris *ge*, 3 nimirum
30 efficies, et haec est longitudo lineae *eb*, ⟨quae⟩ quadrati latus existit, eo quod haec et omnes eius consimiles quaestiones ad duo pervenient. Veluti si ab aliquo proponitur, *quod, cum embadum ex suorum quatuor laterum quantitate proicitur, et* 4 *minus quarta remanserit, quot in sui quantitate, et quot in singulis lateribus mensuras continebantur,* huius quidem quadrati latus aut unam et
35 dimidiam vel duas mensuras et dimidiam continebit, et haec est figura secunda.

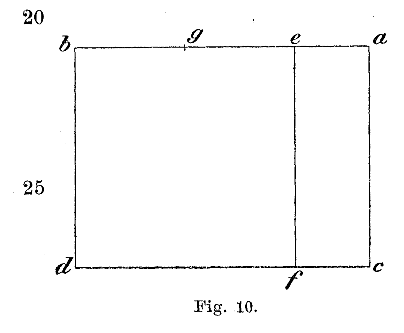


Fig. 10.

13. Quaestionibus quadratorum explicatis ad figurarum parte altera longiorum quaestiones transeamus.

---

10 a] autem. — 19 ipsa eadem. — 23 quadratum. — 30 quae *in A über der Zeile ausradiert.*

Damit nun dies durch Beweis bekräftigt werde, seien die vier Seiten des Quadrates zusammengenommen das Viereck *abcd*, dessen Länge durch die Gerade *ab*, die Breite aber durch die Linie *ac* dargestellt werde. Dann ist klar, dass die Gerade *ab* 4 in sich enthält, was die Anzahl aller Seiten ist, die Gerade *ac* aber ist die Seite des Quadrates. Nimmt man von diesem Rechteck das Quadrat *acfe* weg, dessen Seiten sämmtlich der Geraden *ac* gleich sind, so bleibt das Viereck *efdb* von drei Ellen übrig. Halbiert man nun die Linie *ab* im Punkte *g* und theilt sie zugleich in zwei ungleiche Stücke im Punkte *e*, so ist das Rechteck, das zwischen den beiden ungleichen Theilen *be* und *ea* der ganzen Linie enthalten ist, plus dem Quadrate über der Linie *eg*, welche zwischen den beiden Theilpunkten enthalten ist, gleich dem Quadrate, das über der Hälfte der ganzen Linie, das ist über *ga*, beschrieben wird. Das Quadrat über der Linie *ga* ist aber ohne Zweifel gleich 4 Quadratellen. Nimmt man hiervon 3, die das Rechteck aus der Linie *be* und der Linie *ea* darstellt, weg, das ist das Rechteck *efdb*, so bleibt 1 übrig, das Quadrat der Geraden *eg*. Die Gerade *eg* enthält also eine, die ganze Gerade *ga* zwei Ellen, es bleibt daher für die Gerade *ea* eine Elle übrig, und das ist die Seite des Quadrates, wie in der nebenstehenden Figur gezeigt wird (Fig. 9).

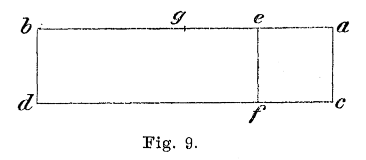


Fig. 9.

Es ist aber auch möglich, dass die Gerade *eb* drei Ellen lang ist, während die Gerade *gb* zwei, und die Gerade *ge* eine Elle beträgt (Fig. 10), und trotzdem ist dann *ea* die Seite eines andern Quadrates. Es stelle z. B. das Rechteck *abcd* die Summe der vier Seiten dar. Nimmt man von diesem das Quadrat *efdb*, so bleibt das Viereck *aefc* von drei Quadratellen übrig, der Punkt *g* aber, der die Gerade *ab* hälftelt, fällt auf die Gerade *eb*, welche eine Seite des Quadrates *efdb* ist. Wenn man sich nun an das oben Gesagte erinnert, so muss man sagen, die Linie *eg* enthalte eine Elle. Addiert man also die Gerade *gb*, die zwei Ellen enthält, hinzu, so macht das 3 Ellen, und das ist die Grösse der Linie *eb*, welche die Seite des Quadrates darstellt. Diese und alle ähnlichen Aufgaben kommen auf zwei Lösungen hinaus. Wenn z. B. von Jemandem gefragt wird: *Wenn der Flächeninhalt von der Summe der vier Seiten weggenommen wird, und* 4 *weniger* $^1/_4$ *überbleibt, wieviel in seinem Inhalte und wieviel Längeneinheiten in den einzelnen Seiten enthalten sind,* so wird die Seite dieses Quadrates entweder ein und eine halbe oder zwei und eine halbe Längeneinheit enthalten, und hierher gehört die zweite Figur.

13. Nachdem wir die Aufgaben über Quadrate erläutert haben. wollen wir zu Fragen über Rechtecke übergehen.

Si quis: *In diametro illius parte altera longioris, cuius unum latus 8, alterum vero 6 continet, quot ulnae continentur?* quaestionem fecerit, utrumque duorum ipsius laterum in semet multiplica, et duorum embadorum simul collectorum radicem addisce, quodque inveneris, erit diametrum. In hac namque parte altera longiore si 8 in semet duxeris, ⟨64 efficies⟩; 6 etiam si in se ipsum multiplicaveris, 36 invenies, quae in unum collecta 100 perficient, cuius radix est 10, quod est huius parte altera longioris diametrum.[1])

14. *Aliter etiam hoc diametrum invenire poteris;* 8 scilicet, quod est unum latus, in 6, quod est alterum, multiplica, et erit embadum 48. Istius autem embadi duplum sunt 96, cui si binarii multiplicationem, hoc est id, quod inter utrumque latus continetur, superaddideris, 100 perficies, cuius radix, ut praediximus, sunt 10, quod est huius parte altera longioris diametrum.

Huius quidem haec est regula certissima, quod *in omni figura parte altera longiori si multiplicationem illius, quod inter utrumque latus continetur, duplo ipsius embadi superadiunxeris, inde collectum quadrato diametri aequabitur.* Cuius demonstratio ex hac, quae subiungitur, regula procedit: Si recta linea in utlibet abscindatur, qui a tota | quadratus describitur cum quadrato ab una portione constituto, aequus est duplo rectanguli, quod sub tota et praedicta portione continetur, et ei quadrato, quod ab altera portione describitur.[2])

15. Item quaeritur: *Si in parte altera longiore, cuius diametrum 10 ulnarum fuerit, longitudo latitudinem superaverit in duobus, quot in longitudine et latitudine, quot et in embado continebit?*

Solutio. Quoniam istius parte altera longioris ⟨diametri quadrati⟩ embadum 100 fore non ambigis, si illius ⟨quadrati⟩ embadum, in quo longitudo latitudinem superat, quod est 4, ex ipso proieceris, 96 relinquuntur. Quibus in duo divisis 48 reperies, et hoc est istius parte altera longioris embadum. Quod si eiusdem latera nosse desideras, id, in quo longitudo latitudinem excedit in duo partire, et unus exibit, cuius embadum est unus. Quod si parte altera ⟨longioris⟩ embado superaddideris, 49 nimirum invenies, cuius radix est 7. Qui si unum, quod est superationis dimidium, superadiunxeris, 8 reperies, et hoc ⟨est⟩ longitudinis latus. Si autem ex

---

2—3 utrique. — 5 64 efficies *in A über der Zeile ausradiert.* — 26 diametri quadrati *fehlt.* — 27 quadrati *fehlt.* — 32 altera embadi *A*, longioris *fehlt auch in B.* — 33 superatoris. — 34 est *fehlt.*

Würde jemand fragen: *Wieviel Ellen sind in der Diagonale eines Rechteckes enthalten, dessen eine Seite 8, die andere aber 6 enthält?*, so multipliciere man jede der beiden Seiten desselben einzeln mit sich selbst und suche, nachdem man die beiden Flächeninhalte zusammenaddiert hat, die Wurzel, das Ergebnis ist die Diagonale. In dem vorliegenden Rechtecke entsteht aus 8 mit sich selbst vervielfacht 64, ebenso findet man durch Multiplikation von 6 mit sich selbst 36. Beides zusammen macht 100, davon ist die Wurzel 10, und das ist die Diagonale dieses Rechtecks.[1])

14. *Diese Diagonale kann man auch auf andere Weise finden.* Multipliciert man nämlich 8, das ist die eine Seite, mit 6, das ist die andere, so entsteht der Flächeninhalt 48. Das Doppelte des Inhalts ist also 96. Addiert man hierzu das Quadrat von 2, das ist von dem Unterschied zwischen den beiden Seiten, so erhält man 100, und hiervon ist, wie wir oben sagten, die Wurzel gleich 10, und das ist die Diagonale des Rechtecks.

Es ist nämlich die absolut sichere Regel hierfür: *Wenn man in einem Rechteck das Quadrat des Unterschiedes zwischen den beiden Seiten dem doppelten Inhalte hinzufügt, so ist die Summe dem Quadrate der Diagonale gleich,* und der Beweis folgt aus folgendem Lehrsatze:

Wenn eine gerade Linie beliebig getheilt wird, so ist das Quadrat über der ganzen Linie plus dem Quadrate über dem einen Theile gleich dem doppelten Rechtecke, das aus der ganzen Linie und besagtem Theile gebildet wird, plus dem Quadrate über dem andern Theile.[2])

15. Es werde ferner gefragt: *Wenn in einem Rechtecke, dessen Diagonale 10 Ellen beträgt, die Länge die Breite um 2 übertrifft, wieviel Ellen enthält dann die Länge, wieviel die Breite, und wieviel Quadratellen der Flächeninhalt?*

Auflösung. Da die Fläche des Quadrates über der Diagonale dieses Rechteckes unzweifelhaft 100 beträgt, so bleibt, wenn man davon das Quadrat des Unterschiedes zwischen Länge und Breite, das ist 4, wegnimmt, 96 übrig. Halbiert man dies, so findet man 48, und das ist der Inhalt des Rechtecks. Will man nun die Seiten desselben finden, so halbiert man den Unterschied der Seiten und erhält so die Einheit, davon ist das Quadrat eins. Addiert man jetzt dieses zu dem Inhalte des Rechtecks, so erhält man 49, und hiervon ist die Wurzel 7. Hierzu eins, das ist die Hälfte des Unterschiedes, addiert, findet man 8, und das ist die Länge. Nimmt

---

1) Leonardo 66, 18.

2) Das kommt auf die Beziehung hinaus:

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab.$$

eadem scilicet radice unum dempseris, 6 remanebunt, quod est latus latitudinis. Multiplicatio vero 8 in 6 48, quod est embadum, procurabit.[1])

Hoc quidem hac demonstratione firmatur. Esto igitur parte altera longior *abcd* (Fig. 11), cuius diametrum *ad* sit 10 ulnarum ut praedixi-
5 mus, et manifestum est, quod longitudo, quae est latus *ab*, latitudinem, quae est *ac*, superat in duobus. Nos autem per alios duos numeros huius parte altera longioris embadum et singulorum laterum quantitatem invenire quaerimus. Et notum est, quod multiplicatio lineae *ab* in lineam *ac* totum continet embadum. Multiplicatio vero diametri in se ipsum duplo totius
10 embadi cum quadrato illius, in quo longitudo latitudinem excedit, aequatur, ut in praecedenti quaestione monstravimus. Quapropter, si ex quadrato diametri, qui 100 in se continet, quadratum superationis, quod est 4, depresseris, 96, quod est duplum embadi, relinquentur, cuius dimidium, quod est 48, totum embadum complet. Ac si laterum quantitates scire volueris,
15 quia longitudinem in duobus latitudinem superare cognoveris, ex linea *ab*, quae est longitudo, deme ⟨latitudinem, quae est *ac*⟩, et relinquetur linea *ea* duarum ulnarum, quod est id, in quo longitudo latitudinem superat. Quam si in duo aequa supra punctum *f* diviseris, unaquaeque duarum linearum *ef*, *fa* unius ulnae fore iudicabitur. Et quia linea *ea* in duo aequa supra
20 punctum *f* dividitur, eique alia recta linea, quae est *be*, in directum adicitur, multiplicatio totius lineae *ab*, quae est tota cum adiuncta, in lineam | *be*, quae est adiuncta, cum quadrato, quod a linea *fe*, quae est dimi- 7′ dium, describitur, quadrato lineae *fb*, quae est cum adiuncta dimidium, aequabitur. Ast multiplicatio lineae *ab* in lineam *be* est parte altera longior
25 *abcd*, quod est 48, eo quod linea *eb* aequa est lineae *ac*, quae est latus latitudinis, et quadratus lineae *ef* est unus. Quare, si eas coniunxeris, 49 perficies, quod aequum est quadrato lineae *fb*. Linea igitur *fb* 7, quod est radix 49, continet. Cui radici si lineam *fa*, quae est unus, superadiunxeris, erit tota *ab* 8, quod est parte altera longioris longitudo. Si autem
30 ex ea, scilicet radice, lineam *fe*, quae similiter est unus, abstuleris, remanebit linea *eb* 6, latitudini parte altera longioris, quae est *ac*, aequalis. Multiplicatio vero longitudinis in latitudinem embadum perficit, ut haec figura declarat.

12 superatoris. — 15 quia] qui *A*. — 16 latitudinem, quae est *ac in A über der Zeile ausradiert*. — 18 unamque. — 29—30 longitudo, scilicet radicem. Si autem ex ea lineam.

1) Leonardo 64, 3. Lösung der Gleichungen $x^2 + y^2 = a^2$, $x - y = b$. Savasorda's Lösung ist: $xy = \frac{a^2 - b^2}{2}$; $\left(\frac{x-y}{2}\right)^2 + xy = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2$; $\frac{1}{2}(x + y) + \frac{1}{2}(x - y) = x$; $\frac{1}{2}(x + y) - \frac{1}{2}(x - y) = y$.

man aber von derselben Wurzel eins weg, so bleiben 6, und das ist die Breite. Das Produkt von 8 mal 6 giebt 48, und das ist der Inhalt.[1])

Das kann man folgendermaassen beweisen: Das gegebene Rechteck sei *abcd* (Fig. 11), dessen Diagonale *ad*, wie wir oben sagten, 10 Ellen betrage. Nun ist klar, dass die Länge, nämlich Seite *ab*, die Breite, nämlich *ac*, in 2 übertrifft. Wir wollen aber durch diese beiden Zahlen den Flächeninhalt und die Länge der einzelnen Seiten des Rechteckes bestimmen. Nun weiss man, dass das Produkt der Linie *ab* mit der Linie *ac* den ganzen Inhalt ausmacht, das Produkt der Diagonale mit sich selbst ist aber, wie wir in der vorhergehenden Aufgabe gezeigt haben, gleich dem doppelten Flächeninhalte plus dem Quadrate des Unterschiedes zwischen Länge und Breite. Wenn man also vom Quadrate der Diagonale, das 100 beträgt, das Quadrat des Unterschiedes, das ist 4, abzieht, so bleibt 96, und das ist der doppelte Inhalt. Seine Hälfte, nämlich 48, ist dann der Inhalt selbst. Will man aber die Länge der Seiten kennen, so schneide man von der Geraden *ab*, das ist der Länge, die Breite ab, nämlich *ac*, dann bleibt, weil man weiss, dass die Länge die Breite in zwei übertrifft, die Strecke *ea* gleich 2 Ellen übrig, das ist eben der Unterschied zwischen Länge und Breite. Theilt man nun diesen im Punkte *f* auf die Hälfte, so ist jede der beiden Geraden *ef*, *fa* gleich einer Elle. Nun ist die Gerade *ea* im Punkte *f* in zwei gleiche Theile getheilt und um eine andere Gerade, nämlich *be*, verlängert, folglich ist das Produkt der Gesammtgeraden *ab*, das ist die ganze Linie plus der Verlängerung, mal der Geraden *be*, der Verlängerung, plus dem Quadrate über der Linie *fe*, der Hälfte, gleich dem Quadrate der Geraden *fb*, das ist der Verlängerung plus der Hälfte. Es ist aber das Produkt der Geraden *ab* mal *bc* das Rechteck *abcd* also 48, weil die Gerade *eb* gleich der Geraden *ac*, das heisst der Breite, ist, und das Quadrat der Geraden *ef* ist eins. Addiert man also, so erhält man 49, und das ist dem Quadrate der Geraden *fb* gleich. Die Strecke *fb* enthält also 7, die Wurzel von 49. Fügt man hierzu die Gerade *fa*, welche eins ist, so ist die ganze *ab* gleich 8, das ist die Länge des Rechtecks. Wenn man aber von jener Wurzel die Länge *fe*, die ebenfalls eins ist, wegnimmt, so bleibt die Gerade *eb* gleich 6 übrig, und sie ist der Breite des Rechtecks, nämlich der Geraden *ac* gleich. Das Produkt aus Länge und Breite aber giebt den Inhalt, wie in der Figur gezeigt wird.

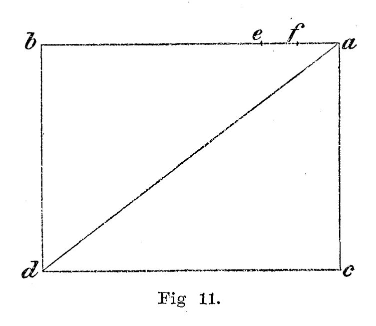


Fig 11.

16. *Item in longitudine latitudineque illius parte altera longioris, cuius embadum 48, longitudo vero cum latitudine sibi copulata 14 continet, quot ulnae continentur?*

Solutio. Si dimidium 14 in se ipsum multiplicaveris, et ex collecto 48,
5 quod est embadum, proieceris, unus remanebit, cuius radix est unus. Quem si in septenario superadiunxeris, 8 reperies, quod est huius parte altera longioris longitudo. Eundem autem si ex septenario depresseris, 6 relinquentur, quod est eiusdem latitudo. Huius nempe solutionis demonstratio ex praecedenti figura procedit.[1])

10 Et manifestum fit, quod, qui alicuius embadum multiplicatione medietatis omnium suorum laterum in simul collectorum maius existere dixerit, a veritate prorsus deviaret. Ut exempli causa si parte altera longiorem, in cuius embado 48 reperiuntur, in sui longitudine latitudineque simul coniunctis 13 contineri quis affirmaverit, veritatem penitus inculcabit, eo quod
15 ipsius laterum medietas 6 et dimidium continet, cuius multiplicatio est 42 et quarta, ⟨quod⟩ embadi quantitate, quod est 48, minus existit. Illud igitur esse non posse probatio esto.[2])

17. Item si, *quot in parte altera longioris embado, cuius diametrum cum altero suorum laterum 18, alterum vero latus 6 ulnas continet, et quot in*
20 *eius diametro, et quot etiam in illo latere, quod cum diametro numeratur, ulnae contineantur,* quaesitum fuerit, notum latus in se ipsum multiplica, indeque collectum per diametri quantitatem alteri copulatam, quod est 18, partire, quodque exierit, erit duo. Quae si 18 superaddideris, 20 provenient, cuius dimidium, quod est 10, diametri quantitatem efficiet. Quod
25 autem ex 18 remanserit, et sunt 8, alterum latus erit. Multiplicatio vero 8 in senarium embadum perficit.[3])

Horum | quippe demonstratio patebit sic. Parte altera longior *abcd* 8 constituatur (Fig. 12), cuius diametrum sit *ac*, ignotum vero latus *ad*, notum autem *dc*. Post hoc centro *a*, spatio vero *ac* circulus *ecf* circinetur.
30 Quo facto linea *ad* ex utraque parte usque ad duo circumferentiae puncta

---

2 continet] remanet. — 3 continetur. — 7 longitudo] latitudo. — 10 fit] sit. — 16 quod *fehlt.* — 17 posse] potest. — 22 indeque *B*, summam *A*. — 23 exit *A*. — 24 dimidium *B*, diametrum *A*.

---

1) Leonardo 63, 11 v. u. Hier sind die Gleichungen: $x^2 + y^2 = a^2$, $x + y = b$. Die Lösung dem Vorhergehenden entsprechend $xy = \frac{b^2 - a^2}{2}$; $\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - xy = \left(\frac{x-y}{2}\right)^2$; $x = \frac{1}{2}(x+y) + \frac{1}{2}(x-y)$; $y = \frac{1}{2}(x+y) - \frac{1}{2}(x-y)$.

2) Hierin liegt die schon oben erwähnte Erkenntnis, dass im dritten Falle der quadratischen Gleichungen die Lösung für $\left(\frac{a}{2}\right)^2 < b$ unmöglich wird.

16. Ebenso: *Wieviel Ellen sind in der Länge und Breite jenes Rechtecks enthalten, dessen Inhalt 48, und in dem die Summe aus Länge und Breite 14 ist?*

Auflösung. Multipliciert man die Hälfte von 14 mit sich selbst, und subtrahiert von dem Quadrate den Inhalt 48, so bleibt eins übrig, dessen Wurzel eins ist. Addiert man dies zu obiger 7, so findet man 8, die Länge des Rechtecks. Dieselbe eins von 7 weggenommen, lässt 6 als Rest, und das ist die Breite. Der Beweis dieser Auflösung folgt aus der vorhergehenden Figur.[1])

Es ist auch klar, dass jemand, welcher behaupten würde, es könne in einem Recktecke der Flächeninhalt grösser sein als das Quadrat der Hälfte aller Seiten zusammengenommen, etwas absolut Falsches aussagen würde. Wenn z. B. jemand sagte, in einem Rechtecke vom Inhalte 48 betrage Länge und Breite zusammengenommen 13, so würde er der Wahrheit geradezu in's Gesicht schlagen, denn da die Hälfte der Seiten $6\frac{1}{2}$ beträgt, und davon das Quadrat $42\frac{1}{4}$ enthält, so ist dasselbe kleiner als der Inhalt, nämlich als 48. Dass das also nicht möglich ist, möge so gezeigt sein.[2])

17. Wird ferner gefragt: *Wieviel Quadratellen enthält der Inhalt eines Rechtecks, dessen Diagonale plus einer der beiden Seiten 18 Ellen, die andere Seite aber 6 Ellen beträgt, und wieviel Ellen sind in der Diagonale und wieviel in der Seite enthalten, welche mit der Diagonale zusammengerechnet war?*, so vervielfache man die bekannte Seite mit sich selbst, und theile das Quadrat durch die Summe aus der Diagonale und der andern Seite, das ist durch 18, der Quotient wird 2. Das addiere man zu 18, dann kommen 20, und die Hälfte davon, also 10, macht die Länge der Diagonale aus, was aber von 18 übrig bleibt, das ist 8, ist die andere Seite. Das Produkt von 8 und 6 giebt den Inhalt.[3])

Der Beweis hiervon wird folgendermaassen klar. Es werde das Rechteck $abcd$ gezeichnet (Fig. 12), dessen Diagonale ac, die unbekannte Seite aber ad sei, die bekannte Seite jedoch dc. Nun beschreibe man um a als Mittelpunkt mit der Zirkelöffnung ac den Kreis cef, und verlängere dann ad nach beiden Seiten bis zu den beiden Punkten des Umfanges e, f, dann ist die Gerade ae der Diagonale ac gleich, da jede von ihnen vom Mittelpunkte nach dem Umfange gezogen ist. In der Aufgabe wird aber die

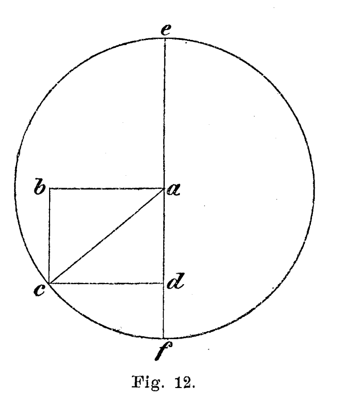


Fig. 12.

3) LEONARDO 65, 4. SAVASORDA benutzt die Gleichung $y^2 = d^2 - x^2 = (d+x)(d-x)$ um durch Division durch $d+x$ den andern Faktor $d-x$ zu erhalten, wodurch er dann sowohl d als x findet.

e, *f* extendatur, eritque linea *ae* ⟨semi⟩diametro *ac* aequalis, quia a centro in circumferentiam utraque trahitur. In quaestione vero linea *ac* cum linea *ad* 18 ulnarum ponitur: tota igitur linea *cd* erit 18, tota vero linea *ef* est circuli diameter. Et ut in propositis universalibus monstratur,
5 manifestum est, quod multiplicatio lineae *ed* in lineam *df*, quae diametrum perficit, est ut multiplicatio lineae *dc* in se ipsam, eo quod ipsae sunt duae lineae sese in eodem circulo secantes, quarum altera per centrum protrahitur. Quapropter, si lineam *dc* in se ipsam multiplicaveris et per lineam *ed* diviseris, exibit linea *df*, eritque duarum ulnarum. Tota vero linea *ef*
10 erit 20, cuius medietas est linea *ae* diametro *ac* parte altera longioris aequalis. Ipsum igitur 10 ulnas continebit, remanebitque ignota linea *ad* 8, ut in hac subscripta figura deprehenditur.

18. Item si quaeratur: *Quot in quolibet latere figurae parte altera longioris ulnae, cuius diametrum 13, embadum vero 60 fuerit, continentur?*
15 eius embadum duplicans 120 reperies. Quod si ex multiplicatione praedicti diametri in se ipsum, quod est 169, proieceris, 49 remanebit. Cuius radicem accipiens 7 invenies, et ipsum est superfluum, quod inter duo parte altera longioris latera continetur. Quod si in duo aequa diviseris, et dimidium in se ipsum multiplicaveris, inde coadunatum 12 ⟨et⟩ quartam efficiet,
20 quod si embado parte altera longioris superaddideris, 72 et quarta colligentur. Cuius radicem, quae est 18 et dimidium, assumens si dimidio praedicti superflui, quod est tres et dimidium, superadiunxeris, 12 invenies, et haec est parte altera longioris longitudo.[1])

19. Executis figurarum parte altera longiorum quaestionibus rhumborum
25 quaestiones ostendamus oportet.

Rhumbus igitur, cum alterum diametrum 16, alterum vero 12 ulnas habuerit, quot in latere continebit?

Solutio. Si utriusque diametri dimidium sumpseris, et in se ipsum utrumque duxeris, quodque ex utraque multiplicatione provenerit, in unum
30 coadunaveris, et coadunati radicem acceperis, rhumbi latera reperies.

Dimidium enim 16 sunt 8, quorum in semet multiplicatio sunt 64; dimidium 12 sunt 6, quorum multiplicatio 36 efficiet. Hae autem duae multiplicationes in unum collectae 100 perficiunt, cuius radix | est 10, quod rhumbi latus explicat.[2]) 8′

---

1 semi *fehlt.* — 1—2 quia a centro] et g .\· *und am Rande* ·/. ad centro *A.* — 2 circumferentia. — trahuntur. — 9 ulnarum] linearum. — 14 continetur. — 15 embadus. — 16 ipsis. — 19 et *fehlt.* — 21 assumes.

---

1) Leonardo 64, 23. Man hat hier $x^2 + y^2 = a^2$, $xy = b$ und kann also

Gerade *ac* plus der Geraden *ad* gleich 18 Ellen gesetzt, folglich ist die Gesammtlinie *ed* gleich 18, die ganze Linie *ef* aber ist der Kreisdurchmesser. Wie nun in den allgemeinen Lehrsätzen gezeigt wurde, ist klar, dass das Produkt aus der Geraden *ed* und der Geraden *df*, welche die erste zum Durchmesser ergänzt, gleich dem Produkte der Geraden *dc* mit sich selbst ist, denn es sind zwei Gerade, welche sich innerhalb desselben Kreises schneiden, und deren eine durch den Mittelpunkt gezogen ist. Wenn man also die Linie *dc* mit sich selbst vervielfacht und das entstehende Quadrat durch die Gerade *ed* theilt, so kommt die Linie *df*, und sie wird gleich 2 Ellen sein. Die ganze Gerade *ef* wird daher 20, und ihre Hälfte ist *ae* und der Diagonale *ac* des Rechteckes gleich. Diese enthält also 10 Ellen, und es bleiben für die unbekannte Seite *ad* 8 übrig, wie man in der nebenstehenden Figur sehen kann.

18. Wenn ferner gefragt würde: *Wieviel Ellen fasst jede Seite eines Rechteckes, dessen Diagonale 13 Ellen, der Inhalt aber 60 beträgt?,* so fände man nach Verdoppelung des Inhaltes 120. Zieht man das von dem Quadrate der vorgenannten Diagonale, nämlich 169, ab, so bleibt 49. Als dessen Wurzel findet man 7, und das ist der Unterschied, der zwischen den beiden Seiten des Rechteckes enthalten ist. Nach Halbierung desselben und Quadrierung der Hälfte beträgt das Ergebnis $12\frac{1}{4}$. Addiert man das zu dem Inhalte des Rechtecks, so kommt $72\frac{1}{4}$. Nimmt man hiervon die Wurzel, die $8\frac{1}{2}$ beträgt, und fügt sie zu der Hälfte des vorgenannten Überschusses, das ist zu $3\frac{1}{2}$, hinzu, so erhält man 12, und das ist die Länge des gesuchten Rechtecks.[1])

19. Nachdem so die Aufgaben über das Rechteck beendigt sind, müssen wir Aufgaben über den Rhombus behandeln.

Wieviel Ellen wird also die Seite eines Rhombus enthalten, dessen eine Diagonale 16, die andere aber 12 Ellen umfasst?

Auflösung. Wenn man die Hälfte jeder Diagonale mit sich selbst vervielfacht und die beiden entstehenden Quadrate addiert, dann die Wurzel der Summe sucht, so findet man die Seite des Rhombus. Die Hälfte von 16 ist nämlich 8, ihr Quadrat ist 64; die Hälfte von 12 ist 6, ihr Quadrat 36. Diese beiden Quadrate machen zusammen 100. Davon ist die Wurzel 10, und das ist die gesuchte Seite des Rhombus.[2])

---

wie früher rechnen: $(x-y)^2 = a^2 - 2b$; $\left(\frac{x-y}{2}\right)^2 + xy = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2$; $x = \frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{2}$; $y = \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{2}$.

2) Leonardo 74, 19. Es ist: $s^2 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2$.

20. *Item rhumbus est, ⟨cuius⟩ embadum 96, alterumque duorum diametrorum 16 continet. Quot in altero diametro mensuras habebit?*

Huius quidem quaestionis modus solvitur sic. Si 96, quod est embadum, per diametri quantitatem, quod est 16, divideris, et quod ex divi-
5 sione exierit, duplicaveris, sex etenim, quod est alterius diametri dimidium, ex divisione proveniet, cuius duplum 12 reddit, quod est alterum diametrum.

21. Hac autem quaestiones et consimiles quaestionibus in figuris parte altera longioribus enarratis assimiliantur, quarum demonstrationes ex demon-
10 strationibus in quaestionibus illis explanatis attrahuntur.[1])

His igitur breviter explicatis, priusquam rhumboidum et obliquarum figurarum dimensiones ostendamus, ad triangulorum mensuras, quibus istarum figurarum embada facile demonstrantur, transitum faciamus.

Explicit secundi capituli pars prima,
15 *incipit secunda ⟨in⟩ triangulorum dimensionibus.*

1. Quoniam, ut in huius libri exordio monstratur, triangulorum quidam sunt aequilateri, quidam sunt aequicrurii, quidam vero diversorum laterum, primum aequilaterorum dimensiones explanemus; et ipsi sunt, quorum omnes anguli acuti sunt et sibimet invicem aequales.

20 **2.** *Cuiuslibet autem triangulorum embadum est totius perpendicularis ipsius in eiusdem basis dimidium, vel totius basis in perpendicularis dimidium multiplicatio,* quapropter perpendicularis ⟨quantitatem⟩, quae a puncto sui casus supra basim addiscitur, adinveniamus oportet.[2]) Et quia istorum triangulorum latera sibimet sunt aequalia, eorum perpendiculares supra
25 suarum basium dimidium cadere necesse est, ideoque, si unum latus in se ipsum duxeris, et ex collecto multiplicationem dimidii eiusdem lateris abstuleris, residuique radicem acceperis, quantitatem perpendicularis incontanter invenies.

Ad cuius evidentiam esto triangulus *abc* (Fig. 13), cuius unumquod-
30 que latus 10 ulnas contineat. Istius itaque trianguli aream si nosse desideras, unum latus, quod est 10, in se ipsum multiplicans 100 invenies. De quibus si quinarii, quod est eiusdem lateris dimidium, multiplicationem,

1 cuius *fehlt.* — 3 sic] silicet. — 4 divideris *B*, dividens *A*. — 11 Hiis *und so immer.* — rumbonum *A*. — 16—17 quaedam *dreimal.* — 20 est embadum est. — 21 perpendiculariter *B*. — 22 quantitatem *fehlt.* — 23 basem *A und so in den ersten zwei Kapiteln immer, dann* basim. — 24 supra] sunt. — 27—28 incontanter] eius tantum *A*. — 32 quod est] quoque.

1) Leonardo 74, 21. 2) Leonardo 30, 43 und 34, 4.

20. Ferner: *Es ist ein Rhombus gegeben, dessen Inhalt 96, und die eine der beiden Diagonalen 16 enthält. Wieviel Maasseinheiten besitzt die andere Diagonale?*

Die Lösung dieser Frage ergiebt sich in folgender Weise, dass man nämlich 96, das ist den Inhalt, durch die Länge der Diagonale, also 16, dividiert, das Ergebnis der Division aber verdoppelt. Aus der Division ergiebt sich nämlich 6, das ist die Hälfte der zweiten Diagonale, und das Doppelte liefert 12, das ist die andere Diagonale.

21. Diese und gleichartige Fragen sind denen ähnlich, welche bei den Rechtecken dargelegt sind; ihre Beweise werden den Beweisen gemäss geführt, die bei jenen Aufgaben auseinandergesetzt sind.[1])

Nachdem dies also in Kürze dargelegt ist, werden wir, bevor wir die Ausmessung der Rhomboide und der andern schiefwinkligen Figuren zeigen, zu der Ausmessung der Dreiecke übergehen, durch welche die Inhalte dieser Figuren leicht gefunden werden können.

Ende des ersten Theiles des zweiten Kapitels
und Beginn des zweiten Theiles: Die Ausmessung der Dreiecke.

1. Da, wie im Eingange dieses Buches gezeigt ist, die Dreiecke in gleichseitige, in gleichwinklige und in ungleichseitige zerfallen, wollen wir zunächst die Ausmessung der gleichseitigen auseinandersetzen. Es sind dies solche, deren sämmtliche Winkel spitz und unter einander gleich sind.

2. *Der Inhalt jedes Dreiecks ist aber das Produkt der ganzen Höhe mit der Hälfte der Grundlinie desselben, oder das der ganzen Grundlinie mit der Hälfte der Höhe.*

Wir müssen daher den Betrag der Höhe, welche durch den Endpunkt ihrer Projektion *(casus)* auf die Grundlinie gefunden wird, bestimmen.[2]) Da nun die Seiten dieser Art Dreiecke unter einander gleich sind, so müssen ihre Höhen in die Mitten ihrer Seiten eintreffen. Wenn man also eine Seite mit sich selbst vervielfacht, und von dem Ergebnis das Quadrat der Hälfte derselben Seite abzieht, von dem Reste aber die Wurzel nimmt, so findet man ohne Weiteres die Länge der Höhe.

a
b d c
Fig. 13.

Zum Augenscheine sei das Dreieck abc (Fig. 13) gegeben, von welchem jede Seite 10 Ellen enhält. Will man also dieses Dreiecks Flächeninhalt finden, so multipliciert man eine Seite, das ist 10, mit sich selbst, und findet 100. Zieht man hiervon das Quadrat von 5, der Hälfte der Seite, nämlich 25 ab, so bleiben 75,

quae est 25, subtraxeris, 75 remanebunt, quorum radix perpendicularis quantitatem indicat. Multiplicatio radicis 75, quae 8 et modicum minus duabus tertiis in se continet[1]), in 5, quod est 43 et parum minus una tertia, trianguli embadum complet, et haec est figura.[2])

5 **3.** *Si metiendi notitiam prope veritatem habere desideras, ex quolibet istorum triangulorum latere duas partes de 15 demas, et reliquum erit perpendicularis.*

4. *Item si adhuc non tam multum a veritate recedens metiendi cupis habere scientiam, omnem | aequilateri trianguli aream tertiam partem quadrati* 9
10 *cuiuslibet lateris ipsius et insuper eius decimam continere cognosces.*[3])

5. Hac quidem praefatae regulae non nisi in triangulis aequilateris locum habere debent. Universalis autem triangulorum regula est, quod *multiplicatio totius perpendicularis in eiusdem basis dimidium, vel totius basis in perpendicularis dimidium trianguli embadum complet.*[4])

15 Et ut demonstratio, quod in triangulis aequilateris ex multiplicatione totius perpendicularis in eiusdem basis dimidium ⟨embadum⟩ procedit, ostendatur, triangulus aequilaterus *abc* (Fig. 14), cuius perpendicularis sit *ad*, proponatur, supra cuius punctum *c* linea *ce* aequidistans et aequalis lineae *ad* orthogonalis constituatur. Quo facto linea *ae* dirigatur, eritque parte
20 ⟨altera⟩ longior *adce*, cuius duo latera sibimet invicem sunt aequalia perpendiculari *ad*, *ce*; reliqua vero duo latera sunt dimidium basis, quod est *cd* et linea *ae*, aequales. Haec autem parte altera
25 longior est multiplicatio perpendicularis in eiusdem basis dimidium, et maximo triangulo *abc* aequatur, eo quod minor triangulus *adc* dimidium parte ⟨altera⟩ longioris amplectitur, et ipse idem est medietas trianguli *abc*. Triangulus igitur *abc* parte altera longiori *adce*, quae ex multiplicatione totius perpendicularis in eiusdem
30 basis dimidium efficitur, erit aequalis, ut in hac figura monstratur.[5])

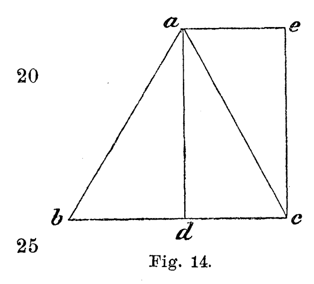


Fig. 14.

6. Item quaerenti, utrum totius basis in perpendicularis dimidium multiplicatio trianguli embadum efficiat, sic respondeas.

Multiplicatio cuiuslibet medietatis in quamlibet aliam lineam est multiplicatio totius eiusdem lineae in illius alterius lineae dimidium. Quod, licet

---

2 quae est 8. — 3 minus parum. — 4 embadus. — 5 In metiendi. — 15 quod] quae *B*. — 16 dimidium procede. — 21 altera *fehlt*. — 29 quae] quod *A*, qui *B*. — 30 hac] has *A*, hiis *B*.

und die Wurzel davon giebt die Länge der Höhe an. Das Produkt aus der Wurzel, die 8 und um eine Kleinigkeit weniger als $\frac{2}{3}$ beträgt[1]), und 5, also 43 und um etwas weniger als $\frac{1}{3}$, macht den Inhalt des Dreiecks aus, und das ist die zugehörige Figur.[2])

3. *Will man die näherungsweise Kenntnis der Ausmessung haben, so ziehe man von jeder Seite solches Dreiecks $\frac{2}{15}$ ab, dann ist der Rest die Höhe.*

4. *Will man in ähnlicher Weise nicht weit von der Wahrheit sich entfernend die Ausmessung desselben finden, so beachte man, dass der Flächeninhalt jedes gleichseitigen Dreiecks ein Drittel plus ein Zehntel ($\frac{13}{30}$) des Quadrates einer Seite enthält.*[3])

5. Diese beiden ebengenannten Regeln haben jedoch nur für das gleichseitige Dreieck Gültigkeit. *Die allgemeine Regel für Dreiecke ist aber, dass das Produkt der ganzen Höhe mal der Hälfte der Grundlinie, oder der ganzen Grundlinie mal der Hälfte der Höhe den Flächeninhalt eines Dreiecks ausmacht.*[4])

Damit nun bewiesen werde, dass in jedem gleichseitigen Dreiecke der Inhalt aus dem Produkte der ganzen Höhe mit der Hälfte der Grundlinie sich ergiebt, sei das gleichseitige Dreieck abc (Fig. 14), dessen Höhe ad ist, gegeben. Im Punkte c desselben werde die Gerade ce parallel und gleich der Geraden ad senkrecht errichtet, und darauf die Gerade ae gezogen, dann entsteht das Rechteck $adce$. Von ihm sind die beiden einander gleichen Seiten ad, ce der Höhe gleich, die beiden andern Seiten aber, nämlich cd und ae, betragen jede die Hälfte der Grundlinie. Dieses Rechteck ist also gleich dem Produkte der Höhe mal der Hälfte der Grundlinie desselben und ist auch gleich dem grösseren Dreiecke abc. Denn das kleinere Dreieck adc enthält die Hälfte des Rechtecks und ist zugleich die Hälfte des Dreiecks abc. Das Dreieck abc ist also dem Rechtecke $adce$ gleich, das durch Multiplikation der ganzen Höhe mit der Hälfte der Grundlinie entsteht, wie in der beigegebenen Figur gezeigt wird.[5])

6. Will man aber wissen, ob wirklich das Produkt aus der ganzen Grundlinie und der Hälfte der Höhe den Inhalt des Dreiecks ergiebt, so beachte man, *dass das Produkt der Hälfte einer beliebigen Geraden mit einer beliebigen andern Geraden dem Produkte der ganzen ersten Linie mit der Hälfte der andern gleich ist.* Obwohl dieses allgemein von allen Grössen

---

1) $\sqrt{75} \sim 8\frac{2}{3}$ nach der Formel:

$$\sqrt{a^2 - b} \sim a - \frac{b}{2a} \text{ für } a = 9,\ b = 6.$$

2) Leonardo 34, 16 bis auf das Zahlenbeispiel.

3) Leonardo 34, 26. Beide Rechnungen kommen auf den bekannten Näherungswerth $\sqrt{3} = \frac{26}{15}$ heraus. 4) Leonardo 34, 4. 5) Leonardo 34, 40.

ab omnibus generaliter deprehendatur, tamen si geometricales demonstrationes super hoc investigare desideras, praedicti trigoni figuram, prout fuerat, informando (Fig. 15), eius perpendicularem *ad* lineam in duo aequa supra punctum *e* partire. Ad cuius utraque parte linea *gbehf* aequalis et aequi-
5 distans lineae *cb* protrahatur. Post haec a puncto *g* ad punctum *b* linea *bg*, a puncto vero *f* ad punctum *c* linea *fc* dirigatur, eritque parte altera longior *bcfg*, quod est totius basis in perpendicularis dimidium multiplicatio. Duae namque lineae *cf*, *bg*, quibus ipsius latitudo formatur, lineae *de*, quae perpendicularis dimidium continet, aequantur, eiusdemque longitudinem
10 basis *bdc* perficit. Haec autem parte altera longior triangulo *abc* existit aequalis. Nam triangulus *cfh*, qui extra maiorem triangulum formatur, triangulo *ahc* | aequatur, ipsa enim eorum latera sunt ad invicem aequalia. 9′
Triangulus vero *gbl* exterior ex altera parte formatus triangulo *ael* interiori aequus existit. Igitur, quia duo exteriores trianguli duobus interiori-
15 bus aequantur, erit totus triangulus *abc* parte altera longiori aequalis, et haec est figura.[1]) Haec quidem est demonstratio multiplicationis.

7. *Item in triangulis aequilateris si perpendicularis noticiam habueris, laterum autem noticiam ignoraveris, perpendicularem in se ipsam multiplicans eius multiplicationi tertiam multiplicationis partem superadde, totiusque col-*
20 *lecti radicem accipiens trianguli latus invenies.*

Cuius nempe demonstratio non ignoratur, eo quod in his triangulis aequilateris perpendicularis linea radix trium quartarum totius multiplicationis unius lateris in se ipsum existit, cumque illis tribus quartis tertiam partem superaddideris, primam quantitatem, quae est unius lateris multipli-
25 catio in se ipsum, perficies.

8. *Si trianguli aequilateri aream ex sola linea perpendiculari nosse desideras, perpendicularem in se ipsam multiplicans quinque multiplicationis novenas et insuper quintam unius novenae partem accipe, et trianguli aream reperies.*

30 Ut si ponamus exempli causa triangulum aequilaterum, cuius perpendicularis est radix de 75. Quam cum in se ipsam duxeris, 75 colligentur. Quinque vero novenae praedictorum 75 et quinta unius novenae 43 et tertiam reddunt, quod est trianguli area.

Huius quippe demonstratio patebit, si praedictae regulae, qua dicitur,
35 quod multiplicatio perpendicularis in semet tres quartas multiplicationis

---

4 lineam. — aequalem. — 4—5 aequidistantem. — 9 aequatur. — 12 ipsi enim eorumque. — 13 extereor *A*. — 16 Hic. — Haec ... multiplicationis *ist in A und B als Kapitelüberschrift behandelt.* — 19 tertia. — parte. — 24 superaddens *A*.

gilt, so zeichne man, um einen geometrischen Beweis dafür zu erhalten, die Figur des vorgenannten Dreiecks, so wie sie vorher war (Fig. 15), nochmals und halbiere die Höhe *ad* im Punkte *e*. Von ihm aus ziehe man nach beiden Seiten die Gerade *glehf* gleich und parallel der Geraden *cb*, dann verbinde man den Punkt *g* mit dem Punkte *b* durch die Gerade *bg*, und den Punkt *f* mit dem Punkte *c* durch die Gerade *fc*, so entsteht das Rechteck *bcfg*, welches das Produkt aus der ganzen Grundlinie und der Hälfte der Höhe darstellt. Die beiden Geraden *cf*, *bg*, welche die Breite desselben bilden, sind nämlich der Geraden *de*, das ist der halben Höhe gleich, die Länge stellt aber die Grundlinie *bdc* dar. Dieses Rechteck ist nun dem Dreiecke *abc* gleich, denn das Dreieck *efh*, das ausserhalb des grossen Dreiecks liegt, ist dem Dreiecke *ahe* gleich, denn ihre Seiten sind einander gleich; das Dreieck *gbl* aber, das auf der andern Seite ausserhalb liegt, ist dem inneren Dreiecke *ael* gleich. Da also die beiden äusseren Dreiecke den beiden inneren gleich sind, ist auch das ganze Dreieck *abc* dem Rechtecke gleich, und das ist die zugehörige Figur.[1]) Das ist der Beweis für das Produkt.

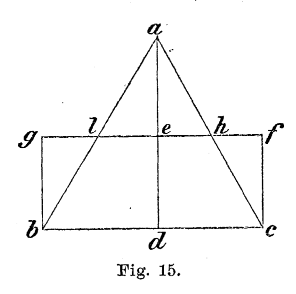


Fig. 15.

7. *Kennt man ferner in einem gleichseitigen Dreiecke die Höhe, es ist aber die Länge der Seite unbekannt, so multipliciert man die Höhe mit sich selbst und addiert dazu den dritten Theil des Produktes, dann erhält man, wenn man aus der Gesammtsumme die Wurzel zieht, die Seite des Dreiecks.*

Der Beweis dafür ist leicht zu führen, da in solchen gleichseitigen Dreiecken die Höhe gleich der Wurzel aus drei Viertheilen des Quadrates einer Seite ist, und da, wenn man den drei Viertheilen ihren dritten Theil hinzufügt, die ursprüngliche Grösse, das ist das Quadrat der Seite, wiederhergestellt wird.

8. *Will man den Flächeninhalt eines gleichseitigen Dreiecks allein aus der Höhe bestimmen, so multipliciert man die Höhe mit sich selbst und nimmt von dem Produkte $\frac{5}{9}$ und $\frac{1}{5}$ eines Neuntel $(\frac{26}{45})$, und erhält dadurch den Inhalt des Dreiecks.*

Nehmen wir z. B. ein gleichseitiges Dreieck, dessen Höhe die Wurzel aus 75 ist. Multiplikation derselben mit sich selbst giebt 75, $\frac{26}{45}$ dieser 75 sind $43\frac{1}{3}$, und das ist der Inhalt des Dreiecks.

Der Beweis dafür ergiebt sich, wenn man sich an die Regel erinnert, dass das Quadrat der Höhe drei Viertheile des Quadrates einer Seite aus-

1) Leonardo 35, 36.

unius lateris in se ipsum efficiat, ⟨non inmemor fueris. Et manifeste est, quod tertia pars multiplicationis unius lateris in se ipsum⟩ et eius insuper decima ⟨trianguli⟩ embadum complet. Ut autem proportionem multiplicationis perpendicularis ⟨in se ipsam⟩ ad embadi quantitatem addiscas, ⟨si huic tertiae decimaeque parti eorundem tertiam partem superadiunxeris, inde collectum quinque novenas unius et novenae quintam partem continebit, quod est proportio multiplicationis perpendicularis ad embadi quantitatem⟩.

9. Quaestionibus triangulorum aequilaterorum expletis triangulorum aequicruriorum quaestiones ostendamus.

Triangulus igitur aequicrurius est, cuius unum latus a reliquis duobus lateribus diversificatur, supra quod perpendicularis erigitur. Et licet supra quodlibet aliorum laterum erigi possit, tamen, qualiter supra hoc elevetur, hic ostendamus, cumque de diversilatero triangulo mentionem fecerimus, qualiter supra quodlibet latus erigitur, indicabimus.

10. *Modus itaque, quo perpendicularis in triangulo aequicrurio super hoc diversum latus elevetur, est,* ut alterum duorum aequalium laterum in se ipsum multiplices, et ex collecto medietatis basis multiplicationem abiciens residui radicem addiscas, quoniam ipsa est perpendicularis longitudo. Multiplicatio vero perpendicularis in basis dimidium trianguli embadum implet, ut in hoc triangulo, cuius duo ab, ac latera sibi invicem | sunt aequalia, eiusque cathetus ad (Fig. 16), si latus ab vel ac et bd seu cd in se ipsum multiplicaveris, et multiplicationem bd vel cd ex multiplicatione ab vel ac proieceris, residuique radicem acceperis, erit ⟨illa⟩ perpendicularis ad longitudo. Perpendicularis vero ad in bd vel dc multiplicatio trianguli embadum efficit.[1]

11. *Si perpendicularis atque basis notitiam habueris et trianguli crura nosse desideras,* ut in quaestione, qua quaeritur de triangulo aequicrurio, cuius perpendicularis 12, basis vero 18 continet, quot in quolibet suorum crurium mensuras habeat, perpendicularem in se ipsum multiplicans 144 ⟨invenies⟩. Quibus si medietatis multiplicationem basis, quae est 81, superaddideris, 225 colligentur, quorum radix est 15, quod est cuiuslibet duorum crurium longitudo.

12. *Item si, trianguli aequicrurii, cuius singula crura 15, embadum*

1—2 non inmemor ... in se ipsum *auf dem Rande von A ausradiert.* — 3 trianguli *und* 4 in se ipsam *über der Zeile in A ausradiert.* — 4—7 si huic ... quantitatem *in A auf dem Rande ausradiert. B lässt* ad embadi *aus.* — 8 aequilaterum. — 9 aequiclurium *A.* — ostentamus *A.* — 10 Triangulum igitur aequicrurium. *Sonst ist* triangulus *stets als Masculinum gebraucht.* — unus. — 11 supra quod est. — 17 multiplicationes *A.* — balsis *A.* — 23 illa *fehlt.* — 30 invenies *in A über der Zeile ausradiert.*

macht. Es ist aber klar, dass $\frac{13}{30}$ des Quadrates einer Seite den Inhalt des Dreiecks ergeben. Um nun aber das Verhältnis des Quadrates der Höhe zum Inhalte des Dreiecks zu finden, so ist, wenn man zu jenen $\frac{13}{30}$ den dritten Theil desselben hinzufügt, die Summe gleich $\frac{26}{45}$, und das ist das Verhältnis des Quadrates der Höhe zu dem Flächeninhalte.

9. Nachdem so die Aufgaben über gleichseitige Dreiecke beendigt sind, wollen wir solche über gleichschenklige behandeln.

Ein gleichschenkliges Dreieck ist also ein solches, dessen eine Seite von den beiden andern Seiten verschieden ist; auf sie wird dann die Höhe gefällt. Obwohl sie auch auf jede der beiden andern Seiten gefällt werden kann, so werden wir doch hier nur zeigen, wie man die auf sie gefällte finden kann, und werden später, wenn wir vom ungleichseitigen Dreiecke handeln werden, angeben, wie man sie für jede Seite bestimmen kann.

10. *Die Art also, wie man die Höhe in einem gleichschenkligen Dreiecke auf der ungleichen Seite bestimmen kann, ist folgende:* Man multipliciert eine der beiden gleichen Seiten mit sich selbst, zieht von diesem Quadrate das Quadrat der halben Grundlinie ab, und sucht von dem Reste die Wurzel, sie ist nämlich die Länge der Höhe. Das Produkt der Höhe mit der Hälfte der Grundlinie ergiebt aber den Inhalt des Dreiecks.

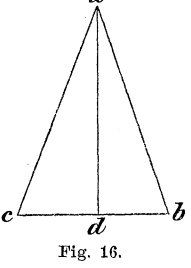


Fig. 16.

Wenn man z. B. in diesem Dreiecke, dessen beide Seiten ab, ac einander gleich sind, und seine Höhe ad (Fig. 16), die Seite ab oder ac und bd oder cd einzeln mit sich selbst vervielfacht, dann das Quadrat von bd oder cd von dem Quadrate von ab oder ac abzieht, und von dem Reste die Wurzel nimmt, so ist diese gleich der Länge der Höhe. Das Produkt der Höhe ad aber mit bd oder cd ergiebt den Inhalt des Dreiecks.[1])

11. *Kennt man die Länge der Höhe und der Grundlinie und wünscht die Schenkel des Dreiecks zu finden,* wie in der Aufgabe, in der gefragt wird, wieviel Maasseinheiten in jedem Schenkel eines gleichschenkligen Dreiecks enthalten sind, dessen Höhe 12, die Grundlinie aber 18 beträgt, so ergiebt sich aus der Multiplikation der Höhe mit sich selbst 144. Addiert man hierzu das Quadrat der Hälfte der Grundlinie, das ist 81, so erhält man als Summe 225. Davon ist die Wurzel 15, und das ist die Länge jedes der beiden Schenkel.

12. *Wird ferner gefragt, wieviel Ellen die Grundlinie eines gleich-*

---

1) Leonardo 34, 29.

autem 108 continent, quot ulnarum basis exstiterit, quaesitum fuerit, embadi quantitatem duplicans 216 invenies. Quod si ex unius cruris multiplicatione, quod est 225, proieceris, 9 remanebunt, cuius summae radicem, quae est trium ulnarum, accipe, et ipsa est superfluum, quod inter basis dimi-
5 dium et perpendicularem continetur. Huius quippe superflui dimidium, quod est unius et dimidii summa, si in se ipsum duxeris, 2 et quartam reperies. Quod si embadi summae superadiunxeris, inde collectum 110 et insuper quartam efficiet, cuius numeri radix 10 cum semisse continebit. Qui si praedicti superflui dimidium ⟨adhibueris, 12 coadunabuntur, et hoc
10 est quantitas perpendicularis, si vero superflui dimidium⟩ ex ea depresseris, 9 relinquentur, quod est basis dimidium.

Harum autem quaestionum demonstrationes ex demonstrationibus, quas in parte altera longiori docuimus, si subtiliter ingenium adhibueris, abstrahere poteris.

15 **13.** Inde modis et trianguli aequicrurii et figurae parte altera longioris explicatis diversilateri trianguli embadum demonstremus.

Triangulorum itaque diversorum laterum alii sunt *rectianguli,* alii autem *ampligonii,* alii autem *oxigonii,* et nos prius oxigonii embadum indicabimus. Ad cuius doctrinam esto triangulus abc (Fig. 17), cuius latus
20 ab 13, latus vero bc 14, latus autem ac 15 ulnas contineat. Istius itaque trianguli embadum scire volens, cum hoc nullatenus nisi per eius perpendicularem investigari possit, locum in quem perpendicularis incidit, adiscas. In hoc enim triangulo perpendicularis non, ut in aequilateris et aequicruriis, cum perpendicularis inter eius dimidia supra diversum latus eri-
25 gitur, evenire consuevit, supra basium | dimidium cadet. In hoc vero 10′ triangulo perpendicularis a dimidio basis versus alterum partem in omnibus lateribus declinat, longiorque pars *casus longior,* brevior vero *brevior casus* nuncupatur. Quapropter punctum casus perpendicularis supra basim, et cui duorum laterum longior casus coniungatur, et cuius etiam quantitatis
30 existat, nec non et cui duorum laterum brevior casus adhaereat, cuiusve sit quantitatis, inveniamus oportet. Quibus subtiliter inquisitis perpendicularis ⟨longitudinem⟩ ostendamus.[1])

---

1 contiunent. — 6 quatratem. — 8 quadrantem. — 9—10 adhibueris... dimidium *in A auf dem Rande ausradiert.* — 15 Inde et modus est. — figurae] fugire *A.* — 16 explicatis . . . demonstremus *in A und B als Kapitelüberschrift behandelt.* — 18 exigonii *A und so immer.* — embadus. — 21 embadus *A.* — 27 brevior casus] brevioris vero. — 32 longitudinem *fehlt.*

---

1) Leonardo 35, 1.

schenkligen Dreiecks misst, dessen Schenkel je 15, der Inhalt aber 108 enthält, so findet man zunächst durch Verdoppelung des Inhaltes 216. Zieht man das von dem Quadrate eines Schenkels, das ist von 225, ab, so bleiben 9 übrig. Hiervon nehme man die Wurzel, die 3 Ellen beträgt, dann ist sie der Überschuss zwischen der Hälfte der Grundlinie und der Höhe. Multipliciert man nun die Hälfte dieses Unterschiedes, also $1\frac{1}{2}$, mit sich selbst, so findet man $2\frac{1}{4}$. Das addiert man zu dem Inhalte, so beträgt die Summe $110\frac{1}{4}$, und die Wurzel daraus ist $10\frac{1}{2}$. Zählt man dies zu der Hälfte des obengenannten Unterschiedes, so kommen 12, das ist die Länge der Höhe, zieht man aber den halben Unterschied von der Wurzel ab, so bleiben 9, das ist die Hälfte der Grundlinie.

Die Beweise dieser Aufgabe kann man aus den Beweisen, die wir für die Rechtecke lehrten, entnehmen, wenn man seinen Geist ein wenig anspannt.

13. Und da nun die Aufgaben für die gleichschenkligen Dreiecke und die Rechtecke auseinandergesetzt sind, wollen wir lehren, den Inhalt der ungleichseitigen Dreiecke zu bestimmen.

Von den ungleichseitigen Dreiecken sind die einen *rechtwinklig,* die andern *stumpfwinklig,* die dritten *spitzwinklig.* Wir wollen zunächst angeben, den Inhalt der spitzwinkligen zu finden. Dazu habe man ein Dreieck abc (Fig. 17), dessen Seite ab 13, die Seite bc 14, die Seite ac aber 15 Ellen enthält. Da nun, wenn man den Inhalt dieses Dreiecks kennen lernen will, dieser nur vermittelst der Höhe desselben gefunden werden kann, so muss man den Fusspunkt der Höhe bestimmen. In solchen Dreiecken fällt nämlich die Höhe nicht, wie es bei den gleichseitigen und gleichschenkligen Dreiecken zu geschehen pflegt, bei welchen die Höhe in der Mitte der ungleichen Seite errichtet ist, auf die Mitte der Grundlinie, sondern die Höhe weicht in diesen Dreiecken von dem Halbierungspunkte der Grundlinie nach einer Seite ab, und zwar für alle Dreiecksseiten. Den grössern Theil nennt man den *grössern Höhenabschnitt* (maior casus), den kleinern aber den *kleinern Höhenabschnitt* (minor casus). Wir müssen also den Fusspunkt der Höhe auf der Grundlinie bestimmen, sowie, welcher der beiden Seiten der grössere Abschnitt zugehört und seine Länge, ebenso, welcher der beiden Seiten der kleinere Abschnitt anliegt und wie gross seine Länge ist, auffinden. Ist das genau gefunden, so werden wir die Länge der Höhe bestimmen können.[1])

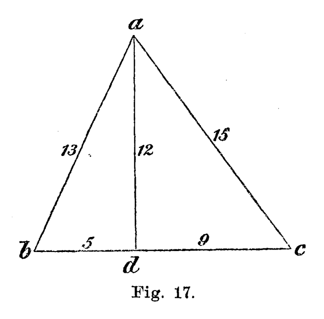


Fig. 17.

In praedicto igitur triangulo *abc* sint ipsius duo latera *ab*, *ac*, perpendicularis ⟨*ad*⟩ supra basim *bc*, cuius longitudo est 14. Cum invenire volueris punctum ipsius casus per longiorem vel breviorem casum, prius invenias longiorem. Itaque casum invenire desiderans multiplicationem longioris duorum laterum illi angulo adiacentium, a quo perpendicularis abstrahitur, accipe, et ipsum est latus *ac*, cuius longitudo 15, cui multiplicationi totius basis multiplicationem superadde, indeque collectum erit 421. De cuius summa si reliqui lateris *ab* multiplicationem abstuleris, quod est latus brevius, cuius multiplicatio est 169, remanebit 252. Quae si in duo aequa diviseris, 126 exibit. Huius autem numeri summa si per basis quantitatem, quae est 14, divisa fuerit, 9 in divisione provenient, et haec ⟨est⟩ summa longitudinis casus perpendicularis a latere longiori. Quod si breviorem casum nosse volueris, multiplicationem brevioris lateris cum multiplicatione basis addiscens 365 nimirum invenies. De quibus longioris lateris multiplicatione dempta, quae est 225, relinquentur 140, quae si in aequalia duo diviseris, 70 reperies. Cuius numeri summam per basis quantitatem partire, ⟨et⟩ exibit 5, quod est remotio illius puncti, in quem cadit perpendicularis, a latere breviori. Hoc idem similiter in unumquodque latus, supra quod perpendicularis abstrahitur, operabis.[1])

14. *Cognito igitur puncto casus, perpendicularis longitudinem sic invenias.* Alterum quidem duorum laterum in se ipsum multiplicans ex inde collecto multiplicationem illius casus longioris vel brevioris, qui ei adiacet, deme, residuique radicem inveniens perpendicularis longitudinem incontanter habebis. Veluti si exempli causa brevius istius trianguli latus *ab*, quod est 13, in se ipsum multiplicaveris, 169 reperies. De quibus si brevioris casus, qui est 5, multiplicationem, quae est 25, proieceris, 144 relinquuntur, cuius summae radix est 12, et ipse est perpendicularis longitudo. Similiter si longius latus in se ipsum duxeris, et ex collecto multiplicationem longioris casus abstuleris, ad eandem perpendicularis longitudinem pervenies.[2])

15. *Perpendicularis autem,* | *quae est 12, multiplicatio in basis dimidium, quod est 7, 84 efficiet, quod est huius trianguli embadum.*

16. Praedictorum autem demonstrationes si nosse cupis, scias, latus *ab*, quod acuto subtenditur angulo, tanto duobus quadratis a lateribus *ac*, *bc* acutum angulum continentibus descriptis minorem quadratum constituere, quantum est duplum rectilinei, quod sub uno eorum, quae acuto adiacent

2 *ad fehlt.* — 12 est *fehlt.* — a latere] altere. — 15 multiplicationem. — 17 et *fehlt in A.* — 23 invenies.

1) Leonardo 35, 5. 2) Leonardo 35, 27.

Im vorgenannten Dreiecke seien die beiden Seiten *ab*, *ac*, die Höhe *ad* auf der Grundlinie *bc*, deren Länge 14 ist. Da wir den Fusspunkt derselben mittelst des grössern oder kleinern Höhenabschnittes finden wollen, werden wir mit dem grössern beginnen. Um diesen Abschnitt zu finden, nehme man das Quadrat der grössern der beiden dem Winkel anliegenden Seiten, von welchem aus die Höhe gezogen ist, das ist die Seite *ac* von 15 Ellen Länge. Zu diesem Quadrate addiere man das Quadrat der ganzen Grundlinie, die Summe wird dann 421 sein. Zieht man von dieser Summe das Quadrat der noch übrigen Seite ab, das ist der kleinern Seite *ab*, und dieses Quadrat ist 169, so bleibt 252 übrig. Halbiert man das, so erhält man 126. Diese Zahl durch die Länge der Grundlinie, nämlich 14, dividiert, ergiebt 9 im Quotienten, und das ist die Länge des Höhenabschnittes von der längern Dreiecksseite aus. Will man den kleinern Abschnitt bestimmen, so sucht man die Summe der Quadrate der kleinern Seite und der Grundlinie und erhält 365. Davon bleibt nach Abzug des Quadrates der grössern Seite, das ist 225, noch 140 übrig, und halbiert man dieses, so findet man 70. Diese Zahl dividiert man durch die Länge der Grundlinie und findet so 5, und das ist die Entfernung des Fusspunktes der Höhe von der kleinern Dreiecksseite. In derselben Weise wird man für jede Seite, auf welche die Höhe gefällt wird, verfahren.[1])

14. *Da man so den Fusspunkt kennt, findet man die Höhe selbst folgendermaassen.* Die eine der beiden Seiten multipliciert man mit sich selbst, von diesem Quadrate subtrahiert man dann das Quadrat des längern oder kürzern Abschnittes, der ihr anliegt, und sucht von dem Reste die Wurzel, so erhält man dadurch unverweilt die Länge der Höhe. Vervielfacht man z. B. die kürzere der beiden Seiten *ab* obigen Dreiecks, das ist 13, mit sich selbst, so findet man 169. Zieht man hiervon das Quadrat des kleinern Abschnittes, der 5 war, ab, also 25, so bleiben 144 übrig. Die Wurzel davon ist 12, und soviel beträgt die Länge der Höhe. Man würde ebenso zu derselben Höhenlänge gelangen, wenn man von dem Quadrate der längern Seite das Quadrat des längern Höhenabschnittes wegnehmen würde.[2])

15. *Das Produkt der Höhe aber, das 12 ist, mit der Hälfte der Grundlinie, das ist 7, giebt 84, und das ist der Inhalt dieses Dreiecks.*

16. Um aber den Beweis der vorhergehenden Rechnungen führen zu können, muss man wissen, dass das über der Seite *ab*, die einen spitzen Winkel überspannt, stehende Quadrat um soviel kleiner ist als die beiden über den Seiten *ac*, *bc*, welche dem spitzen Winkel anliegen, beschriebenen Quadrate, als das doppelte Rechteck beträgt, das zwischen der einen Seite,

angulo, ⟨latere⟩ constituitur, cui etiam perpendicularis superstat, et ipsa est *bc*, et casu sui parte *cd*, quae intra perpendicularem et acutum angulum continetur, ut in geometria monstratur. Quapropter, si ex duobus quadratis a lateribus *ac*, *bc* descriptis quadratus, ⟨qui⟩ a latere *ab* con-
5 tinetur, dematur, duplum rectilinei sub lineis *cd*, *bc* constituti remanebit. Quod si in duo aequa diviseris, et alteram divisionis partem in basis *bc* quantitatem partitus fueris, invenies lineam *cd* perpendicularis casum existere. Et quia perpendicularis secundum rectum angulum elevatur, erunt duo trianguli *abd*, *adc* rectianguli; quadratus igitur, qui a latere *ab* recto
10 angulo ⟨subtenso⟩ describitur, aequus est duobus quadratis, qui a lateribus *bd*, *ad*, rectum angulum continentibus conformantur, ut geometria declarat. Quare si ex quadrato *ab* quadratum longitudinis lineae *bd* depresseris, remanebit quadratus perpendicularis *ad*. Eadem etiam erit demonstratio in quadrato *ac* cum quadrato longitudinis *cd* et quadrato perpendicularis *ad*.
15 **17.** *Item longiorem casum atque breviorem aliter invenire poteris.* Nam si utrumque duorum laterum angulo, a quo perpendicularis in basim abstrahitur, adiacentium in se ipsum duxeris, et ex multiplicatione maioris minoris multiplicationem abstuleris, residuique dimidium assumpseris et per totius basis summam diviseris, quod ex divisione proveniet, si ex basis di-
20 midio depresseris, breviorem casum, si vero eiusdem basis dimidio superaddideris, longiorem casum invenies. Ut si in suprascripta figura latus *ab*, cuius longitudo 13, e lateribus angulo, a quo perpendicularis educitur, adiacentibus in se ipsum multiplicaveris, 169 reperies. Si vero latus *ac*, cuius longitudo 15, in semet duxeris, 225 provenient. Cumque multiplica-
25 tionem minoris de multiplicatione maioris abstuleris, 56 relinquentur, cuius summae dimidium 28. Quae si per summam basis *bc*, quae est 14, diviseris, duo exibunt. Hoc autem si dimidio basis, quod est 7, superaddideris, 9 colligentur, et hoc est casus longior; si vero ⟨ex⟩ eodem septenario depresseris, 5 supererit, quod est casus brevior. Vel, si volueris, illa 56,
30 quae tibi remanserunt, per basis summam partire, et exibit 4, quae si totius summae basis super|addideris, 18 coadunabitur, quorum medietas 9 reddunt, 11′ et hoc est longior casus. Si autem ex basi minueris, 10 relinquentur, cuius summae dimidium, quod est 5, breviorem casum efficit.[1])

---

1 latere *fehlt.* — 4 qui *fehlt.* — 4—5 continentur. — 6 altera. — 10 subtenso *fehlt.* — 12 Quare si] quaerens. — 18 multiplicationis. — 21 suprascriptam figuram. — 25 66. — 26 summa. — 30 basim.

---

1) Leonardo 35, 23.

welche dem spitzen Winkel anliegt, und auf welcher die Höhe steht, und das ist *bc*, und dem anliegenden Höhensegment *cd*, das ist dem zwischen der Höhe und dem spitzen Winkel gelegenen, enthalten ist, wie in der Geometrie ⟨Euklid's⟩ bewiesen wird. Nimmt man also von den beiden Quadraten, die über den Seiten *ac*, *bc* beschrieben sind, das Quadrat, das über der Seite *ab* steht, weg, so bleibt das doppelte Rechteck aus den Geraden *cd*, *bc* übrig. Theilt man dieses in zwei gleiche Stücke und dividiert die eine Hälfte durch die Länge der Grundlinie, so findet man die Länge der Geraden *cd*, die das Höhensegment bildet. Da nun die Höhe senkrecht errichtet ist, so sind die beiden Dreiecke *abd*, *adc* rechtwinklig, also das Quadrat über der Seite *ab*, welche den rechten Winkel überspannt, gleich den beiden Quadraten, welche über den beiden Geraden, die dem rechten Winkel anliegen, gebildet werden, wie die Geometrie zeigt. Nimmt man also von dem Quadrate *ab* das Quadrat der Linie *bd* hinweg, so bleibt das Quadrat der Höhe *ad* übrig. Für das Quadrat über *ac*, das Quadrat der Strecke *cd* und das Quadrat der Höhe *ad* würde ein ähnlicher Beweis zu führen sein.

17. *Den grössern und kleinern Höhenabschnitt könnte man auch auf andere Art bestimmen.* Wenn man nämlich jede der beiden Seiten, welche dem Winkel anliegen, von dem die Höhe auf die Grundlinie gefällt ist, mit sich selbst vervielfacht und von dem Quadrate der grössern das Quadrat der kleinern abzieht, und die Hälfte des Restes durch die ganze Länge der Grndlinie dividiert, so liefert der Quotient der Division von der Hälfte der Grundlinie subtrahiert den kleinern Höhenabschnitt, wenn man ihn aber zu der halben Grundlinie addiert, den grössern Höhenabschnitt. Multipliciert man z. B. in der obigen Figur die Seite *ab* von der Länge 13, die eine der Seite ist, welche dem Winkel, von dem die Höhe gefällt ist, anliegen, mit sich selbst, so ergiebt sich 169. Die Multiplikation der Seite *ac* von der Länge 15 mit sich selbst ergiebt ebenso 225. Subtrahiert man das Quadrat der kleinern vom Quadrate der grössern Seite, so bleibt 56 übrig, und die Hälfte davon ist 28. Diese Zahl durch die Grundlinie *bc*, das ist durch 14, dividiert, liefert 2, und wenn man das zu der halben Grundlinie, die 7 ist, hinzufügt, so findet man als Summe 9, das ist den längern Höhenabschnitt; wenn man es aber von 7 abzieht, so ist der Rest 5, und das ist der kleinere Abschnitt. Wenn man will, kann man auch die obigen 56, welche als Rest blieben, durch die Länge der Grundlinie theilen, dann erhält man 4. Dieses zu der ganzen Länge der Grundlinie addiert, erzeugt 18, und die Hälfte davon ergiebt 9, das ist den längern Abschnitt. Subtrahiert man aber 4 von der Grundlinie, so bleiben 10 als Rest, und die Hälfte davon, das ist 5, macht den kleinern Abschnitt aus.[1])

18. *Si basis trianguli diversilateri, cuius perpendicularis 12, alterumque latus a lateribus angulo, a quo cadit perpendicularis, adiacentibus 13, reliquum vero 15 habuerit, quot ulnarum exstiterit, quaeratur,* alterum latus, quod est 13, in se ipsum multiplicans 169 provenient. Ex quibus si per-
5 pendicularis multiplicationem, quae est 144, depresseris, 25 supererit, cuius numeri radix est 5, et hic est unus casus. Post hoc alterum latus in se ipsum multiplicans habebis 225, de quibus perpendicularis multiplicationem demens 81 remanebunt, quorum radix 9 alterum casum procurabit. Hi autem duo casus in unum coniuncti 14 reddunt, quod est basis longitudo.

10 **19.** Item quaeritur: *Triangulus diversilaterus, cuius embadum cum perpendiculari 96, basis vero sine perpendiculari 14 habuerit, quot in sui perpendicularis longitudine continet?*

Solutio. Si basis dimidium assumpseris et ei unum superaddideris, eo quod embadum in quaestione semel perpendiculari coniungetur, — nam si
15 perpendicularis et embadum bis coniungentur, duo, si vero ter, tres, et ita per singula secundum coniunctionis numerum superaddens, semper etenim tot unitates dimidio basis superadicias, quotiens embadum perpendiculari coadunaveris —, et perinde in quem collectum summam perpendicularis et embadi in unum collectam partitus fueris, perpendicularis longitudinem in-
20 venies. Quemadmodum si secundum hanc quaestionem basim in duo aequa diviseris, 7 invenies, quibus uno superaddito 8 colligentur. Per quae si 96 divisa fuerint, 12 exibunt, quod est perpendicularis longitudo. Per hoc autem, quod hac in quaestione quaeritur, reliqua latera nullatenus sciri possunt, eo quod ad eandem basim relata diversarum quantitatum inveniri
25 poterunt. Verum si unius lateris quantitas in quaestione ponatur, alterius lateris summa patebit.[1])

20. Huc usque omnium triangulorum embada secundum laterum diversitates ostendimus. Restat autem, ut secundum angulorum alterationes earum areas demonstremus. Eorum etenim quidam sunt *acutianguli,* qui-
30 dam *rectianguli,* quidam vero *ampligonii.* Licet in acutiangulis nihil aliud quam, quod dictum est, dici possit, in rectiangulis et ampligoniis, si perpendicularis super unum ex lateribus recto vel obtuso adiacentibus angulo dirigatur, alia quaedam dicendo fore decernimus. Ut perfecta igitur metiendi

---

2 cadunt. — 8 demens] adiciens. — 10—11 perpendicularis qb. — 11 sine perpendicularis. — 20 Quem si ad modum. — hac quaestione.

---

1) Da allgemein $J = h \cdot \frac{a}{2}$ ist und als bekannt $J + nh$ angenommen wird, so ist also $h\left(\frac{a}{2} + n\right)$ gegeben. Durch Division mit $\frac{a}{2} + n$ folgt also h.

18. Wenn gefragt wird: *Wieviel Ellen hat die Grundlinie eines ungleichseitigen Dreiecks von der Höhe 12, dessen eine der beiden Seiten, welche den Winkel einschliessen, von dem die Höhe gefällt ist, 13, die andere aber 15 Ellen besitzt?,* so erhält man durch Multiplikation der einen Seite von der Länge 13 mit sich selbst 169. Zieht man hiervon das Quadrat der Höhe, das ist 144, ab, so bleibt 25 Rest, und die Wurzel davon ist 5; das ist der eine Höhenabschnitt. Dann vervielfacht man die andere Seite mit sich selbst und erhält 225, davon das Quadrat der Höhe weggenommen, bleibt 81 übrig, und die Wurzel 9 liefert den andern Abschnitt. Beide Abschnitte zusammengenommen ergeben 14, und das ist die Länge der Grundlinie.

19. Ferner werde gefragt: *Wieviel Maasseinheiten wird die Höhe eines ungleichseitigen Dreiecks enthalten, dessen Inhalt plus der Höhe 96, die Grundlinie aber für sich ohne die Höhe 14 enthält?*

Auflösung. Addiert man zu der Hälfte der Grundlinie die Einheit, weil nach der Aufgabe der Inhalt nur einmal mit der Höhe vereinigt wird — denn, wenn die Höhe zu dem Inhalt zweimal hinzugefügt würde, müsste man 2, wenn dreimal, 3 und so weiter nach der Anzahl der Hinzufügungen addieren, das heisst man muss stets soviel Einheiten der Hälfte der Grundlinie hinzuzählen, so oftmal die Höhe zu dem Inhalte hinzugefügt ist —, und dividiert dann durch die erhaltene Summe die Summe aus Inhalt und Höhe, so erhält man die Länge der Höhe. Wenn man also in der vorliegenden Aufgabe die Grundlinie halbiert, so findet man 7, dazu eins addiert giebt 8. Dividiert man hierdurch 96, so erhält man 12, und das ist die Länge der Höhe. Durch das in der Aufgabe Gegebene kann man aber die andern Seiten keineswegs auffinden, da sie für dieselbe Grundlinie von verschiedener Länge gefunden werden können. Kennt man aber in der Aufgabe die Länge noch einer Seite, so kann man auch die der andern Seite finden.[1])

20. Bis hierher haben wir die Auffindung der Flächeninhalte aller Dreiecke nach der Verschiedenheit der Seiten gezeigt. Es bleibt noch übrig, dass wir auch nach der Verschiedenheit der Winkel die Inhalte derselben zu finden lehren. Von ihnen sind nämlich einige *spitzwinklig,* andere *rechtwinklig,* noch andere *stumpfwinklig.* Wenn wir nun auch für die spitzwinkligen Dreiecke nichts anderes sagen könnten als das, was wir gesagt haben, so haben wir doch für die rechtwinkligen und stumpfwinkligen, falls die Höhe auf eine der beiden dem rechten oder stumpfen Winkel anliegende Seite gefällt werden soll, noch einiges andere zu erklären. Damit also in unserem Buche die vollständige Kenntnis der Ausmessung enthalten sei, werden wir die Inhaltsbestimmung der rechtwinkligen

cognitio in hoc libro contineatur, triangulorum orthogoniorum | embada, 12
prout possumus, et prius de orthogonio explanabimus.

21. *Trianguli igitur orthogonii proprie proprium est, ut ab eius uno latere recto angulo subtenso quadratus descriptus duobus quadratis sub reli-*
5 *quis lateribus recto adiacentibus angulo contractis semper aequatur.* Haec autem duo latera ⟨ad⟩ trianguli aream investigandam sufficiunt, nec aliunde, nisi unde volueris, cathetus est abstrahendus. Nam *multiplicatio unius duorum laterum recto angulo adiacentium in alterius lateris dimidium trianguli embadum complet,* eo quod utrumque istorum laterum trianguli cathetus existit.

10 **22.** Poteris etiam alium cathetum eligere, cui basis erit linea, quae recto angulo subtenditur. Praeter hunc autem alium cathetum in eo adaptare non est possibile: alia etenim latera pro cathetis locantur.

b
8
10
a
6
c

Fig. 18.

Ad huius similitudinem triangulus *abc* (Fig. 18)
15 ponatur, cuius angulus *a* rectus existat, cui duo latera *ab*, *ac* sint adiacentia, eiusdem vero latus *bc* subtendatur, sitque lateris *ab* longitudo 8, lateris quoque *ac* 6, lateris vero *bc* 10 ulnarum. In hoc itaque triangulo quadratus lineae *bc* 100 ulnas con-
20 tinebit, et duobus quadratis a lateribus *ab*, *ac* descriptis aequatur. Alter etenim est 36, alter vero 64, in unum autem coadunati 100 ulnas efficiunt.

Istius quidem trianguli latus *ab* si in dimidium lateris *ac* multiplicaveris vel e converso, exibit 24, quod est huius trianguli embadum.

25 **23.** In hoc autem triangulo si perpendicularem super lineam recto angulo subtensam elevare volueris, multiplicationem unius lateris ex alterius lateris multiplicatione basis coadunata deme, quemadmodum in triangulo acutiangulo et diversilatero monstravimus. Velut exempli causa si 64, quae sunt multiplicatio lateris *ab*, ex duabus multiplicationibus *ac*, *bc*,
30 quae sunt 136, depresseris, 72 remanebunt. Cuius numeri dimidium sunt 36, quae super 10, quae sunt basis catheti quantitas, divisa fuerint, 3 et insuper tres quintas invenies, quod est casus brevior. Hoc autem si in se ipsum multiplicaveris, et quod inde proveniet, ex multiplicatione brevioris lateris abieceris, 23 et quinta quintae remanebunt, cuius summae radix 5
35 minus quinta continebit, et haec est perpendicularis quantitas. Quam si in basis dimidium, quod est 5, duxeris, embadum incontanter invenies.

24. Horum autem triangulorum duo sunt genera: aut enim erunt di-

---

6 ad *fehlt.* — 9 uterque. — 28 exemplicam *A.* — 30 dimidium] summa. — 32 quintas] quartas *A.* — 33 provenitur.

und stumpfwinkligen Dreiecke, soweit wir vermögen, darlegen, und zunächst wollen wir vom rechtwinkligen Dreiecke handeln.

21. *Die charakteristische Eigenschaft des rechtwinkligen Dreiecks ist also, dass das über der einen Seite, welche den rechten Winkel überspannt, beschriebene Quadrat immer den beiden Quadraten gleich ist, welche über den beiden andern Seiten, die dem rechten Winkel anliegen, konstruiert sind.* Diese beiden Seiten genügen aber zur Auffindung des Inhaltes des Dreiecks, und man braucht, wenn man nicht will, keine anderweitige Höhe zu ziehen. Denn *das Produkt aus einer Seite, welche dem rechten Winkel anliegt, und der Hälfte der andern Seite macht den Inhalt des Dreieckes aus,* weil jede von diesen beiden Seiten eine Höhe des Dreiecks darstellt.

22. Man könnte auch eine andere Höhe wählen, für welche die gerade Linie, die den rechten Winkel überspannt, die Grundlinie wäre. Ausser dieser aber kann man keine weitere Höhe fällen, denn die beiden andern Seiten werden als Höhen gerechnet.

Als Beispiel nehme man das Dreieck abc (Fig. 18), dessen Winkel a ein rechter sei. Ihm liegen die beiden Seiten ab, ac an, und die Seite bc überspannt ihn. Die Länge der Seite ab sei 8, die der Seite ac gleich 6, die der Seite bc aber gleich 10 Ellen. In diesem Dreiecke enthält das Quadrat der Geraden bc 100 Quadratellen und ist gleich den beiden über den Seiten ab und ac beschriebenen Quadraten. Das eine ist nämlich 36, das andere aber 64, und zusammengezählt machen sie 100 Ellen aus. Multipliciert man aber die Seite ab dieses Dreiecks mit der Hälfte der Seite ac oder umgekehrt, so ergiebt sich 24, und das ist des Dreiecks Flächeninhalt.

23. Will man aber in diesem Dreiecke die Höhe auf der den rechten Winkel überspannenden Seite errichten, so muss man das Quadrat einer Seite von der Summe der Quadrate der andern Seite und der Grundlinie wegnehmen, wie im spitzwinkligen und ungleichseitigen Dreiecke gezeigt ist. Nimmt man z. B. 64, das ist das Quadrat von ab, von den beiden Quadraten von ac und bc, die zusammen 136 betragen, weg, so bleiben 72 übrig. Davon ist die Hälfte 36, und dividiert man das durch 10, das ist die Länge der zu der Höhe gehörigen Grundlinie, so findet man $3\frac{3}{5}$, und das ist der kürzere Höhenabschnitt. Multiplicieren wir diesen mit sich selbst und subtrahieren das Ergebnis von dem Quadrate der kleinern Seite, so bleibt als Rest $23\frac{1}{25}$. Die Wurzel dieser Summe ist 5 weniger $\frac{1}{5}$, und das ist die Länge der Höhe. Durch Multiplikation derselben mit der halben Grundlinie, das ist mit 5, findet man dann sicher den Inhalt.

24. Solcher Dreiecke giebt es aber zwei Arten. Sie sind nämlich ent-

versilateri aut aequicrurii, ⟨aequilateri vero nunquam, eo quod latus recto angulo subtensum⟩ reliquis lateribus maius existere necessarium ducimus. Aliter etenim triangulus rectiangulus esse non poterit.

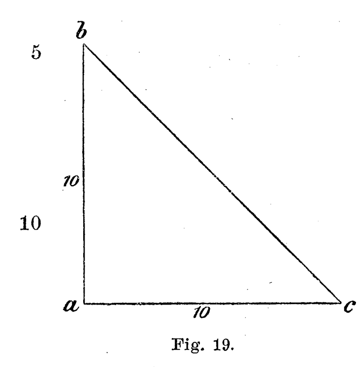


Fig. 19.

5 Sit ergo triangulus aequicrurius et orthogonius abc (Fig. 19), cuius utrumque latus ab, ac 10 ulnas et rectum angulum a contineat. Latus vero | bc fit radix 200. Totius igitur 12′ trianguli embadum 50, quod est multiplicatio 10 in 5, amplectitur, et hoc est unius lateris 10 in alterius dimidium multiplicatio. Cumque in hoc triangulo perpendicularem super latus recto angulo subtensum elevare volueris, nimirum 50 radicem invenias. Quam si in dimidium radicis 200, quae est linea recto angulo sub-15 tensa, nec non et basis perpendicularis, multiplicaveris, 50 colligentur, quod est embadi quantitas.

Poteris etiam in hoc triangulo embadum per latera et latera per embadum, sicut in quadratis et quadrilateris ostendimus, investigare.

25. *Ampligonii vero trianguli proprie propium est, ut ab illa eius linea,* 20 *quae obtuso subtenditur angulo descriptus quadratus tanto duobus quadratis duorum laterum eidem angulo adiacentium maior existit, quantum est duplum multiplicationis alterius lateris, supra quod perpendicularis erigitur, in eo, quod a perpendiculari extra comprehenditur.* Ut in hoc ampligonio triangulo abc (Fig. 20), cuius ebeti angulo a sub duobus lateribus ab, ac 25 contento linea bc subtenditur. Extra hunc autem triangulum perpendicularis bd supra lineam ac protrahitur. Quadratus itaque lineae bc tanto duobus quadratis a lineis ab, ac descriptis maior existit, quantum est duplum multiplicationis ac in lineam ad, quod est longitudo, quae inter ipsam, scilicet ac, et perpendicularem continetur, ut in figura hac mon-30 stratur.

26. In hoc item triangulo perpendiculares dupliciter abstrahuntur. Nam duae extra triangulum elevantur, quarum altera super unum ex lateribus obtuso adiacentibus angulo, altera vero super alterum latus abstrahitur. Quaedam etiam intra triangulum super latus obtuso angulo sub-35 tensum erigitur. Qualiter ergo hae perpendiculares abstrahuntur, indicemus.

Esto igitur trigonus ampligonius abc (Fig. 21), cuius hebes angulus a,

---

1—2 aequilateri . . . subtensum *in A auf dem Rande ausradiert.* — 4 Sic ergo. — 5 utraque. — 15 colligantur. — 22 quod] quam *A.* — 24 ebethi *A.* — 25 linea ab.

weder ungleichseitig oder gleichschenklig; gleichseitig sind sie aber niemals, da die den rechten Winkel überspannende Seite immer grösser sein muss als die beiden übrigen Seiten, denn sonst könnte es eben kein rechtwinkliges Dreieck sein.

Es sei also abc (Fig. 19) ein gleichschenkliges und rechtwinkliges Dreieck, dessen beide Seiten ab, ac je 10 Ellen enthalten, und dessen Winkel a ein rechter ist, dann wird die Seite bc gleich $\sqrt{200}$ sein. Der Inhalt des ganzen Dreiecks ist nun 50, das ist das Produkt von 10 mal 5, nämlich das Produkt einer Seite mit der Hälfte der andern. Will man nun in diesem Dreiecke die Höhe bestimmen, welche auf der den rechten Winkel überspannenden Seite errichtet ist, so findet man sie natürlich gleich $\sqrt{50}$, und multipliciert man dies mit der Hälfte von $\sqrt{200}$, das ist der den rechten Winkel überspannenden Geraden, und zugleich der zu dieser Höhe gehörigen Grundlinie, so entsteht 50, die Grösse des Flächeninhaltes.

Man könnte auch für dieses Dreieck den Inhalt aus den Seiten und die Seiten aus dem Inhalte finden, wie wir das für Quadrate und Rechtecke gezeigt haben.

25. *Die charakteristische Eigenschaft des stumpfwinkligen Dreiecks ist aber, dass das Quadrat, welches über der Seite errichtet ist, die den stumpfen Winkel überspannt, um so viel grösser ist als die beiden über den zwei demselben Winkel anliegenden Seiten gebildeten Quadrate, als das doppelte Rechteck aus der Seite, auf welcher die Höhe steht, und dem Stücke, das von der Höhe ausserhalb des Dreiecks abgeschnitten wird, beträgt.* Wie z. B. in dem stumpfwinkligen Dreiecke abc (Fig. 20), dessen zwischen den beiden Seiten ab, ac gelegenen stumpfen Winkel a die Linie bc überspannt, ausserhalb des Dreiecks aber die Höhe bd auf die Gerade ac gefällt ist. Hier ist also das Quadrat der Geraden bc um so viel grösser als die beiden Quadrate, die über den Geraden ab, ac beschrieben sind, als das doppelte Produkt aus ac und der Geraden ad, das ist der Strecke, welche zwischen der Geraden ac selbst und der Höhe enthalten ist, wie in nebenstehender Figur zu sehen ist.

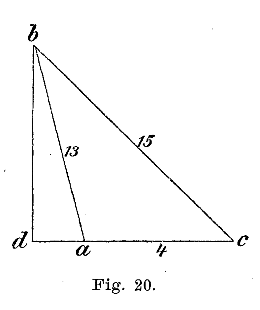


Fig. 20.

26. Bei diesem Dreiecke giebt es zweierlei Höhen. Zwei werden nämlich ausserhalb des Dreiecks geführt, von denen eine auf die eine, die andere auf die andere der beiden dem stumpfen Winkel anliegenden Seiten gefällt ist, eine wird ausserdem innerhalb des Dreiecks auf der den stumpfen Winkel überspannenden Seite errichtet. Wie man also diese Höhen finden kann, wollen wir jetzt zeigen.

Es sei also ein stumpfwinkliges Dreieck abc (Fig. 21) gegeben, dessen

sitque latus *ab* 4, latus vero *ac* 13, latus quoque *bc* angulo obtuso subtensum 15 ulnarum existat. Cuius numeri, scilicet 15, in se ipsum multiplicatio duos aliorum numerorum, quae sunt 4 et 13, multiplicationes superat in 40. Cuius superationis dimidium si per quamlibet duorum late-
5 rum summam diviseris, perpendicularis longitudinem ab eodem latere reperies. Veluti si dimidium 40, quod est 20, in lineae *ab* summam, quae est 4, diviseris, exibit linea *ea* 5 ulnarum, quod est perpendicularis a linea *ab* longitudo. Perpendicularis | autem, quae super ipsam elevatur, 13
est *ce*. Verum si idem 20 per lineae *ac* summam, quae est 13, diviseris,
10 unus et insuper 7 partes de 13 unius partibus exibunt, et hoc est longitudo perpendicularis *a* linea *ac*. Perpendicularis autem est *bd*, sicut in hac formula subscripta depingitur.[1])

27. Si perpendicularis igitur longitudinem nosse cupis, lineam *ac*, quae est longitudo longior, in se ipsam multiplicans 25 provenient. Quae
15 si ex longioris lateris in se ipsum multiplicatione depresseris, 144 remanebunt, cuius summae radix est 12, quod est linea *ce* perpendicularis. Cuius perpendicularis multiplicatio in dimidium lateris *ab*, quod ab ipsa extra comprehenditur, eiusdem trianguli embadum complet.[2])

28. Item si perpendicularis *bd* longitudinem invenire volueris, multi-
20 plicationem *ad*, qnae est longitudo brevior, in se ipsam, quae est 2 et 62 de 169 partibus unius, addiscens eam de 16, quae est brevioris lateris in se ipsum multiplicatio, deme, et 13 cum 107 partibus ⟨de⟩ 169 partibus unius remanebunt. Cuius numeri radix est 3 ulnarum et 9 partium de 13 unius partibus, quod est perpendicularis *bd* longitudo. Quam si in di-
25 midium lateris *ac* multiplicaveris, 24, quod est trianguli embadum, exibunt.[3])

29. Si autem super lineam obtuso angulo subtensam perpendicularem elevare desideras, fac, quemadmodum in triangulo acutiangulo demonstravimus, et perpendiculum in hoc subscripto triangulo trium ulnarum et quintae unius invenies. Quam si in dimidium lineae, cui perpendicularis
30 superstat, multiplicaveris, 24 in trianguli embado reperies. Manifestum est etiam, quod una perpendicularis tibi satis sufficeret, sed ut numerandi solertiam habeas et in numero promptus existas, qualiter super unumquodque cathetus elevetur, ostendimus.[4])

30. Hoc item triangulus aut erit aequicrurius aut diversilaterus, aequi-
35 laterus vero nunquam, sicut et de triangulo orthogonio supra diximus, eo

---

4 per quamlibet] supra quaelibet. — 21 eam de] eandem. — 22 de *fehlt.* — 24 Qui si.

---

1) Leonardo 36, 19. 2) Leonardo 38, 25. 3) Ebendaselbst.
4) Leonardo 38, 13.

stumpfer Winkel a, die Seite ab 4, und die Seite ac 13 sei; die Seite bc, welche den stumpfen Winkel überspannt, enthalte 15 Ellen. Das Quadrat dieser Zahl, nämlich von 15, übertrifft die Quadrate der beiden andern, nämlich von 4 und 13, in 40. Theilt man die Hälfte dieses Restes durch die Länge einer der beiden Seiten, so erhält man den Abstand der Höhe von der betreffenden Seite. Theilt man also die Hälfte von 40, das ist 20, durch die Länge von ab, das ist durch 4, so ergiebt sich die Linie ea gleich 5 Ellen, das ist der Abstand der Höhe von der Seite ab. Die daraufstehende Höhe aber ist ec. Dividiert man aber 20 durch die Linie ac, das ist durch 13, so kommen $1\frac{7}{13}$, und das ist der Abstand der Höhe von der Linie ac. Die Höhe selbst aber ist bd, wie in der nebenstehenden Figur zu sehen ist.[1])

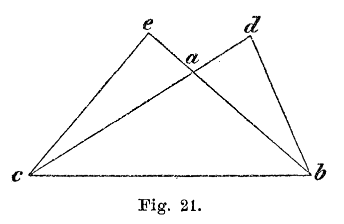


Fig. 21.

27. Um nun die Länge der Höhe zu finden, so erhält man durch Multiplikation der Geraden ae, das ist des grösseren Abstandes, mit sich selbst 25. Subtrahiert man das von dem Produkte der längern Seite mit sich selbst, so bleiben 144 übrig, davon ist die Wurzel 12, und das ist die Höhe ec. Das Produkt dieser Höhe mit der Hälfte der Seite ab, auf deren Verlängerung sie steht, macht den Flächeninhalt des Dreiecks aus.[2])

28. Will man ebenso die Länge der Höhe bd finden, so sucht man das Quadrat von ad, das ist des kleinern Abstandes, und erhält $2\frac{62}{169}$, und subtrahiert man das von 16, dem Quadrate der kleinern Seite, dann bleiben $13\frac{107}{169}$ übrig. Davon ist die Wurzel $3\frac{9}{13}$ Ellen, und so lang ist die Höhe bd. Multiplikation mit der Hälfte der Seite ac giebt 24, und das ist der Flächeninhalt des Dreiecks.[3])

29. Soll aber die Höhe auf der dem stumpfen Winkel überspannenden Seite gefunden werden, so mache man es so, wie wir es für das spitzwinklige Dreieck gelehrt haben, dann findet man für das oben gezeichnete Dreieck diese Höhe gleich $3\frac{1}{5}$ Ellen, und multipliciert man das mit der Hälfte der Geraden, auf welcher die Höhe steht, so findet man wieder 24 als Inhalt des Dreiecks. Es ist freilich klar, dass eine Höhe hingereicht hätte, damit aber der Leser Übung im Rechnen habe und in den Zahlen gewandt dastehen möge, zeigten wir auch, wie für jede Seite die Höhe zu finden sei.[4])

30. Solche Dreiecke sind wieder entweder gleichschenklig oder ungleichseitig. Gleichseitig sind sie aber niemals, wie wir schon vom rechtwinkligen Dreiecke oben behaupteten, weil in beiden Dreiecksarten die den

quod in utroque triangulo linea recto vel obtuso angulo subtensa reliquis lateribus maius existit, quemadmodum et ipsius quadratus quolibet quadrato reliquorum laterum maior habetur.

31. Hanc igitur subscriptam regulam memoriae tenaci commenda: *Si* 5 *cuiuslibet trianguli unum latus reliquis lateribus longius fuerit, illud in se ipsum multiplica, eiusque multiplicationem si duabus multiplicationibus duorum reliquorum laterum aequalem invenies, eum orthogonium fore non ambigas. Si vero eam maiorem inveneris, eum ampligonium fore cognoscas. Si autem minor existiterit, eum oxigonium iudicabis. Quod si unum latus utrique* 10 *reliquorum laterum aequum fuerit, eum similiter oxigonium fore non deneges, et tunc nec orthogonius nec ampligonius esse poterit.* | 13'

32. Ostensa doctrina metiendi triangulorum embada, ostensisque orthogonii trigoni nec non ampligonii proprietatibus oxigonii proprietatem ostendamus. *Trianguli igitur oxigonii proprie proprium est, ut, qui a linea acuto* 15 *angulo subtensa quadratus describitur, tanto duobus quadratis a reliquis lateribus eidem angulo adiacentibus conformatis minor existat, quantum est duplum multiplicationis totius lineae, cui infra perpendicularis superstat, in eam sui partem, quae inter perpendicularem et eundem acutum angulum continetur.*

20 Hoc idem autem superius in extrahendo perpendicularem intra triangulum oxigonium et diversilaterum indicavimus. Ibidem etiam illud edocuimus, per quod omnium triangulorum genera mensurari possunt. Nullum enim trigonum aliquo acuto angulo expertem fore agnoscamus.

33. Et licet mensurae omnium triangulorum per eorundem perpendi- 25 culares, ut edocuimus, inveniantur, alia tamen dari potest notitia, quae omnium trilaterarum figurarum embada metitur, quam *augmentationis vel excessus* nimirum appellant. Ea igitur est, ut *in omni triangulo singulorum laterum dimidium addiscas, et in unum colligas, indeque collectum in quo singulorum laterum quantitates excedat inquire et serva. Post haec quem-* 30 *libet eorum excessuum in altero duorum reliquorum multiplica, indeque proveniens si in tertium eorundem duxeris, et quod fuerit, in dimidium singulorum laterum in unum coadunatorum multiplicaveris, quadratus areae vel multiplicatio eiusdem trianguli colligitur, cuius quadrati radix illius trianguli embadum implet.*

35 Et ut haec levius ostendatur, triangulus, cuius unum latus 10, aliud autem 8, tertium vero 6 mensuras contineat, describatur, quorum omnium

---

18 inter] in. — 25 ut] vel. — 27 appellār *A*. — 29—30 quodlibet. — 32 coadunatum.

rechten oder stumpfen Winkel überspannende Seite grösser sein muss als jede der beiden andern Seiten. Es ist auch ihr Quadrat grösser als die Quadrate der beiden andern Seiten.

31. Folgende Regel behalte man treu im Gedächtnisse: *Ist in einem Dreiecke eine Seite grösser als jede der beiden andern, so multipliciere man sie mit sich selbst. Ist dieses Quadrat dann gleich den Quadraten der beiden andern Seiten zusammengenommen, so ist das Dreieck unzweifelhaft rechtwinklig; ist es aber grösser, so erkennt man das Dreieck als stumpfwinklig; ist es kleiner, so wird man das Dreieck für spitzwinklig erklären. Ebenso muss man, wenn eine Seite jeder der beiden andern gleich ist, das Dreieck für spitzwinklig gelten lassen, denn dann kann es weder rechtwinklig noch stumpfwinklig sein.*

32. Wir haben nun die Lehre von der Ausmessung der Inhalte der Dreiecke und die charakterischen Eigenschaften sowohl des rechtwinkligen als des stumpfwinkligen Dreiecks gezeigt, und wollen jetzt auch das Kennzeichen des spitzwinkligen angeben. *Das charakteristische Merkmal des spitzwinkligen Dreiecks ist also, dass das Quadrat einer Seite, welche einen spitzen Winkel überspannt, um so viel kleiner ist als die beiden über den dem Winkel anliegenden Seiten gebildeten Quadrate, als das doppelte Produkt der ganzen Linie, der die Höhe innerhalb des Dreieckes aufsteht, mit demjenigen Theile derselben beträgt, welcher zwischen der Höhe und dem genannten spitzen Winkel enthalten ist.*

Wir haben das schon oben bei der Bestimmung der Höhe im spitzwinkligen und ungleichseitigen Dreiecke angegeben. Dort haben wir auch gezeigt, wie wir dadurch alle Arten von Dreiecken ausmessen können, denn es giebt kein Dreieck, das einen spitzen Winkel entbehrte.

33. Obwohl die Ausmessung aller Dreiecke durch ihre Höhen gefunden werden kann, wie wir gezeigt haben, so lässt sich doch noch eine andere Regel geben, durch welche der Flächeninhalt aller dreiseitigen Figuren gemessen werden kann. Man nennt sie *die Regel der Vermehrung oder des Überschusses.* Es ist aber folgende: *Man suche in einem beliebigen Dreiecke die Hälfte jeder Seite und addiere dieselben, dann sehe man zu, um wieviel diese Summe die Länge der einzelnen Seiten übertrifft, und merke sich dieses. Darauf vervielfache man eine dieser Differenzen mit der einen der beiden andern und das Ergebnis mit der dritten, das Resultat endlich mit der Summe der Hälften der drei Seiten, so entsteht dadurch das Quadrat des Flächeninhaltes, oder das Produkt des Dreiecks mit sich selbst. Die Wurzel dieses Quadrates giebt dann den Inhalt des Dreiecks.*

Damit dies leichter klar werde, sei ein Dreieck gezeichnet, dessen eine Seite 10, die zweite 8, die dritte aber 6 Maasseinheiten enthalte. Die

laterum medietas 12 reddit. Cuius 12 ab uno laterum differentia sunt 2, ab altero vero latere 4, a tertio quidem 6. Si duo igitur, quae sunt unius lateris differentia, in 4, quae sunt differentia alterius lateris, multiplicaveris, 8 colligentur. Quod si in 6, quae sunt tertii lateris differentia
5 excessus, duxeris, 48 reperies; cuius nnmeri summam si in 12, quod est collectorum laterum medietas, multiplicaveris, 576 coadunabuntur, quorum quantitas quadratum totius embadi in praedicto triangulo manifeste complet. Cuius quadrati radicem, quae est 24, eam eiusdem trianguli embadum implere non dubites.

10 Haec quidem in geometriae demonstrationibus est intricata, quapropter tibi leviter explanari posse non existimo.[1])

Huc usque de secunda parte, deinceps vero ad tertiam transitum faciamus.

Pars tertia in illorum quadrilaterorum dimensionibus,
15 *quorum quaedam rhomboides, quaedam vero diversilatera nuncupantur.*

1. *Ad rhomboidum itaque doctrinam investigandam* rhomboides $abcd$ (Fig. 22) descri|batur, cuius duo ab, cd latera in oppositum constituta 14 sibimet invicem sint aequalia, quorum unumquodque latus 25 contineat ulnas, reliqua vero duo latera bc, da sibimet opposita alterum alteri simi-
20 liter aequentur, quorum utrumque 15 ulnas amplectatur. Cumque istius embadum nosse desideras, eius diametrum bd, quod est 20 ulnarum ⟨invenias⟩. Unde scilicet, quia est 20 ulnarum, ipsius angulos rectos non esse monstratu addiscas, nam si rectos haberet angulos, eius diametrum bd solius numeri 850 et non alterius radix existeret, ⟨quae radix⟩ 29 ulnas
25 et quasdam insuper fractiones ad sui perfectionem recipit. Hoc autem diametrum 20 supra inventum rhomboidem in duos sibimet aequos triangulos dividit, et quoniam istius rhomboidis embadum nisi per horum triangulorum areas investigare nequimus, si in altero istorum triangulorum perpendicularem produxerimus, eius embadum addiscemus. Quod inventum
30 si duplicaverimus, totius rhomboidis embadum non ignorabimus. Si in triangulo igitur abc perpendicularem super latus ab produxerimus, eius perpendicularis quantitas 12, trianguli que area 150 continebit, cuius summae duplum 300 in se suscipit, quod est huius rhomboidis embadum. Si autem aliam perpendicularem in altero triangulo produxeris, ad idem pervenies.

---

2 latere] latus. — 8 quadrato. — radicem] radice multiplicata. — 21 desiderat. — 21—22 invenias *fehlt.* — 24 quae radix *in A über der Zeile ausradiert.* — 26 rhomboides.

---

1) Leonardo 40, 7. Er giebt auch den von Savasorda als zu verwickelt ausgelassenen Beweis im Ganzen nach dem der drei Brüder.

Summe der Hälften aller Seiten ergiebt dann 12. Die Differenz dieser 12 mit der ersten Seite ist 2, mit der zweiten Seite 4, mit der dritten aber 6. Vervielfacht man also 2, die Differenz mit der ersten Seite, mit 4, das ist der Differenz der zweiten Seite, so entsteht 8; dieses wieder mit 6, das ist der Differenz der dritten Seite, multipliciert liefert 48. Multipliciert man diese Summe mit 12, das ist mit der Hälfte der Seitensumme, so wächst das Produkt zu 576 an, und diese Grösse erfüllt das Quadrat des Gesammtinhaltes des genannten Dreiecks. Die Wurzel dieses Quadrates, und das ist 24, ist unzweifelhaft der Flächeninhalt unseres Dreiecks.

Der geometrische Beweis dieser Regel ist jedoch sehr verwickelt, sodass ich nicht glaube, ihn hier leicht auseinandersetzen zu können.[1])

Soweit der zweite Theil, nun wollen wir zum dritten übergehen.

Dritter Theil: Die Ausmessung derjenigen Vierecke, welche theils Rhomboide, theils ungleichseitige Vierecke genannt werden.

1. *Um jetzt die Lehre von den Rhomboiden zu ergründen,* sei das Rhomboid $abcd$ (Fig. 22) gezeichnet, dessen beide gegenüberliegende Seiten ab, cd einander gleich seien, und jede derselben enthalte 25 Ellen. Von den beiden andern sich gegenüberliegenden Seiten bc, da, die ebenfalls einander gleich sind, sei jede 15 Ellen lang. Um nun den Inhalt desselben kennen zu lernen, muss man die Länge der Diagonale bd desselben suchen, sie sei gleich 20 Ellen, und daraus, nämlich dass sie 20 Ellen misst, folgt, dass seine Winkel keine rechten sein können. Denn, wären die Winkel rechte, so wäre die Diagonale die Wurzel der einzigen Zahl 850, und diese Wurzel hat eine Gesammtlänge von 29 Ellen und einem Bruche. Die oben gefundene Diagonale von 20 Ellen Länge zerschneidet das Rhomboid in zwei einander gleiche Dreiecke, und da wir den Flächeninhalt des Rhomboids nur durch die Inhalte dieser Dreiecke auffinden können, so werden wir, indem wir in einem von diesen Dreiecken die Höhe ziehen, seinen Inhalt kennen lernen. Verdoppeln wir dann das Ergebnis, so kennen wir auch den Flächeninhalt des ganzen Rhomboids. Ziehen wir also im Dreiecke abc die Höhe auf der Seite ab, so finden wir ihre Länge gleich 12, und die Fläche des Dreiecks enthält 150. Das Doppelte dieser Summe ist 300, und das ist der Inhalt des Rhomboids. Zöge man aber in dem andern Dreiecke eine andere Höhe, so käme man auf dasselbe hinaus.

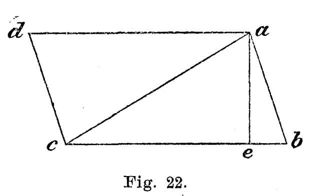


Fig. 22.

Similiter etiam, si totam perpendicularem in totius basis summam multiplicaveris, idem nimirum ostendet, ut in hoc depicta figura monstratur.[1])

2. ⟨In hac autem rhomboide quodlibet duorum diametrorum par alterius quantitatem inveniri poterit, si omnium laterum longitudinem et totius embadi quantitatem sciveris, quod qualiter invenias, per supradictas demonstrationes ostenditur.⟩

3. Quadrilatera vero diversilatera, quorum doctrina relinquitur, in duo genera dividuntur. Primi ⟨itaque⟩ generis figurae sunt, quibus duo tantum latera aequidistantia continentur. Hae autem in quatuor figurarum manerias subdividuntur. Secundum vero genus illas figuras amplectitur ⟨quarum⟩ nulla latera aequidistantia repraesentantur.

4. Primae igitur maneriei primum genus est figura quadrilatera *abcd* (Fig. 23), cuius duo latera *ab*, *cd* sibimet invicem sunt aequalia, non autem aequidistantia, quorum unumquodque 13 ulnas in se continet. Reliqua vero duo latera *ac*, *bd* aequidistantia quidem sunt, sed non aequalia. Latus etenim *ac* 8, latas vero *bd* 18 continet ulnas. Haec autem figura ⟨*aeque caput abscissa* nuncupatur. De eius aequidistantibus lateribus breve latus *abscisionis caput* nominatur, latus vero *bd* longius⟩ *abscisionis basis* vocatur. Si hanc igitur figuram metiri volueris, eius perpendicularem prius invenias. Modum autem inveniendi perpendicularis ⟨longitudinem⟩ dicimus, ut abscisionis caput ex abscisionis basi demas, et reliquum | in duo divides 14′ aequa, alteram divisionis partem in se ipsam multiplices, indeque collectum ex multiplicatione alterius duorum aequalium laterum in se ipsis minuas, et reliqui radicem addiscas, quia ipsa est perpendicularis quantitas.[2])

Huius quidem demonstrationem sic addiscas. Quia 8, quae sunt caput abscisionis, ex 18, quae sunt abscisionis basis subtraximus, 10 remanebunt, cuius summae dimidium sunt 5, quod est quantitas basis, quae ex altera parte figurae remanet, et ipsa est linea *bc* ex parte *b* remanens, ex parte vero *d* est linea *df*. Quare si a puncto *a* ad punctum *e* lineam *ae*, a puncto vero *c* usque ad punctum *f* lineam *cf* protraximus, harum linearum utramque super basim *bd* orthogonaliter cadere nulli dubium est. Triangulus igitur *aeb* est orthogonius, cuius linea recto angulo subtensa est latus *ab*. Notum est etiam, quod quadratus istius lineae *ab*, quae est 13, quadrato

1 tota. — 4—7 In hac . . . ostenditur *in A auf dem Rande ausradiert.* — 8 quadrilateras. — diversilateras. — 9 itaque *über der Zeile in A ausradiert.* — 11 quarum *fehlt.* — 18—19 aeque caput . . . longius *in A auf dem Rande ausradiert.* — 20 meteri. — 21 longitudinem *fehlt.* — 30 puncto *a*] punta *A.* — 32 utramque] unamque *B.* — 34 est 13] est ex *A.*

1) Leonardo 77, 9. 2) Leonardo 78, 24.

Ebenso würde das Produkt aus der ganzen Höhe und der ganzen Grundlinie dasselbe ergeben, wie in der nebengezeichneten Figur gezeigt ist.[1])

2. In einem solchen Rhomboide kann jede der beiden Diagonalen durch die Grösse der andern gefunden werden, wenn die Grösse aller Seiten und der Flächeninhalt bekannt sind. Wie man das findet, wird durch die obigen Darlegungen gezeigt.

3. Die ungleichseitigen Vierecke, deren Lehre noch aussteht, werden in zwei Arten getheilt. Die erste Art dieser Figuren sind solche, welche nur zwei parallele Seiten besitzen. Sie zerfallen wieder in vier Unterabtheilungen. Die zweite Art umfasst dann alle jene Figuren, welche mit gar keinen parallelen Seiten dargestellt werden.

4. Die erste Unterabtheilung der ersten Art ist ein Viereck $abcd$ (Fig. 23), dessen beide Seiten ab, cd einander gleich aber nicht parallel sind, eine jede möge 13 Ellen enthalten. Die andern beiden Seiten ac, bd sind zwar parallel, aber nicht gleich. Es möge nämlich die Seite ac 8, die Seite bd aber 18 Ellen enthalten. Solche Figuren heissen *mit gleichmässig abgeschnittenem Kopfe* (gleichschenkliges Trapez). Von den beiden parallelen Seiten nennt man die kleinere Seite ac den *Abschnittskopf,* die längere Seite bd dagegen die *Abschnittsgrundlinie.* Will man diese Figur ausmessen, so muss man zuvörderst ihre Höhe finden. Als Methode, die Länge der Höhe zu bestimmen, geben wir folgende. Man ziehe den Abschnittskopf von der Abschnittsgrundlinie ab, halbiere den Rest, multipliciere die Hälfte mit sich selbst und ziehe das Ergebnis von dem Quadrate einer der beiden gleichen Seiten ab, dann suche man die Wurzel des Restes, denn diese ist die Grösse der Höhe.[2])

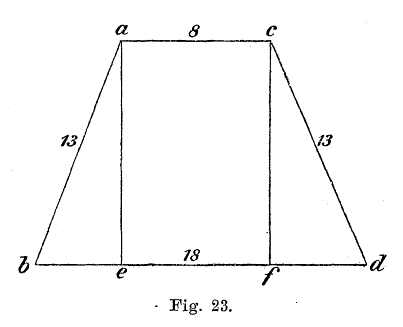


Fig. 23.

Den Beweis dafür kann man so einsehen. Wenn man 8, das ist der Abschnittskopf, von 18, der Abschnittsgrundlinie, wegnimmt, so bleibt 10 übrig. Die Hälfte dieser Summe ist 5, und das ist die Strecke, welche auf jeder der beiden Seiten der Figur übrig bleibt. Es ist auf der Seite von b die Gerade bc, auf Seite von d aber die Strecke df. Zieht man daher vom Punkte a nach dem Punkte e die Gerade ae, vom Punkte c aber nach dem Punkte f die Gerade cf, so ist nicht zweifelhaft, dass beide Geraden auf der Grundlinie bd senkrecht stehen. Das Dreieck aeb ist also rechtwinklig, und die den rechten Winkel überspannende Seite ist ab. Es ist ferner bekannt, dass das Quadrat dieser Seite ab, die gleich 13 ist,

lineae *eb*, quae est 5, et quadrato lineae *ae*, cuius quantitatem quaerimus, aequatur. Quare si quadratum 5 de quadrato 13 depresseris, 144 remanebunt, cuius summae radicem, quae est 12, perpendicularem esse non ignoramus.

5. Istius autem *aeque caput abscissae figura embadum* si nosse desi-
5 deras, summam abscisionis capitis cum summa abscisionis ⟨basis coniungens 26 efficies, cuius numeri dimidium, quod est 13, in perpendicularis summam, quae est 12, multiplicans 156 in embado⟩ reperies.

Et ut huius rei demonstrationem non ignores, sic accipias. Quia embadum trianguli *abe*, sicut est manifestum, est multiplicatio perpendicularis *ae*
10 in dimidium lineae *be*, embadum vero trianguli *cfd* est multiplicatio lineae *cf*, quae est perpendicularis, quae lineae *ae* existit aequalis, in dimidium lineae *fd*, quae est aequalis lineae *be*, erunt duorum triangulorum embada in unum collecta ut multiplicatio *ae* perpendicularis in totam eius basim *eb*. Embadum autem parte altera longioris *aecf* est multiplicatio lineae *ae* in
15 lineam *ef*. Igitur huius figurae aeque caput abscissae embadum est multiplicatio *ae*, quae est una perpendicularis, in totam basim *bef*. Manifestum est etiam, lineam *be* dimidium superflui, lineam vero *ef* dimidium duarum linearum *ef*, *ac* continere; sunt enim *ef*, *ac* aequales. Erit igitur tota linea *bef* aequalis dimidio capitis abscisionis cum basis dimidio coadunato.[1])

20 6. Item si huius *aeque caput abscissae diametrum* invenire quaeris, ex ipsius basi dimidium illius augmenti, quod inter ipsam basim et abscisionis caput fuerit, deme, quodque ex basi supererit, in se ipsum multiplica, indeque collectum perpendicularis in se ipsam multiplicationem superaddens coadunati radicem accipe, et quaesitum diametrum invenies. | 15

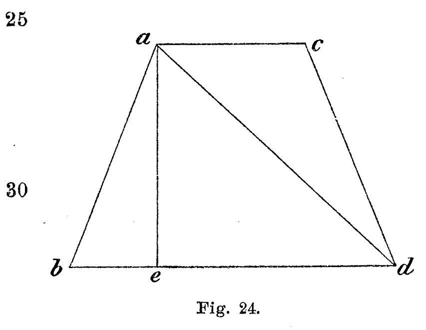


Fig. 24.

25 Veluti si in hac eadem figura protraxeris ab *a* usque ad *d* lineam *ad* (Fig. 24), cuius longitudinem scire quaeris. Quia ipsa subtenditur recto angulo *aed*, cui perpendicularis *ae*
30 et linea *ed*, quae ex base supererat, sunt adiacentes, erit totius lineae *ad* in se ipsam ⟨multiplicatio⟩ multiplicationibus linearum *ae*, *ed*, quae recto adiacent angulo, aequalis. Cumque per-
35 pendicularis *ae* multiplicationem, quae est 144, multiplicationi *ed*, quae est id, quod ex basi supererat, et sunt 169, superaddideris, 313 inde col-

---

5 capitis] capias. — 5—7 basis ... in embado *auf dem Rande von A ausradiert.* — 19 coadunatum scilicet abscionis caput fuerit. — 32 multiplicatio *fehlt.* — 34 adiacet.

dem Quadrate der Geraden *eb*, die 5 beträgt, plus dem Quadrate der Geraden *ae*, deren Länge wir suchen, gleich ist. Wenn wir also das Quadrat von 5 von dem Quadrate von 13 abziehen, so bleiben 144, und dass die Wurzel dieser Zahl, die 12 beträgt, die Höhe ist, wissen wir.

5. Will man nun *den Flächeninhalt des gleichschenkligen Trapezes* kennen lernen, so addiert man die Länge des Abschnittkopfes zur Länge der Grundlinie und erhält so 26. Dann multipliciert man die Hälfte dieser Summe, das ist 13, mit der Länge der Höhe, nämlich 12, und findet so 156 als Flächeninhalt.

Um den Beweis dieser Regel zu führen, verfährt man so. Da der Inhalt des Dreiecks *abe* offenbar gleich dem Produkte der Höhe *ae* mit der Hälfte der Linie *be*, der Inhalt des Dreiecks *cfd* aber das Produkt der Geraden *cf*, das ist der Höhe, und sie ist der Linie *ae* gleich, mit der Hälfte der Geraden *fd* ist, welche der Geraden *be* gleich ist, so ist die Summe der beiden Dreiecke gleich dem Produkte der Höhe *ae* mit der ganzen Grundlinie *eb*. Der Inhalt des Rechtecks *aecf* ist aber gleich dem Produkte der Geraden *ae* mit der Geraden *ef*. Der Gesammtflächeninhalt dieses gleichschenkligen Trapezes ist daher das Produkt von *ae*, das ist einer Höhe, mit der ganzen Grundlinie *bef*. Nun ist klar, dass die Gerade *be* die Hälfte der Differenz, die Gerade *ef* aber die Hälfte der beiden Geraden *ef*, *ac* enthält, *ef* und *ac* sind nämlich gleich. Also ist die ganze Linie *bef* gleich der Hälfte des Abschnittkopfes plus der Hälfte der Abschnittsgrundlinie.[1])

6. Will man ferner die *Diagonale dieses gleichschenkligen Trapezes* bestimmen, so ziehe man von der Grundlinie die Hälfte des Unterschiedes zwischen der Grundlinie und dem Abschnittskopfe ab, den Rest der Grundlinie multipliciere man mit sich selbst und addiere zu dem Produkte das Quadrat der Höhe, nehme von der Summe die Wurzel, und findet so die fragliche Diagonale.

Wenn man z. B. in derselben Figur von *a* nach *d* die Gerade *ad* zieht (Fig. 24), deren Länge man zu finden wünscht. Da diese den rechten Winkel *aed* überspannt, dem die Höhe *ae* und die Strecke *ed* anliegen, welche von der Grundlinie übrig blieb, so muss das Quadrat der Linie *ad* den Quadraten der Linien *ae*, *ed*, welche dem rechten Winkel anliegen, gleich sein. Addiert man nun das Quadrat der Höhe, das ist 144, zu dem Quadrate von *ed*, das ist das, was von der Grundlinie übrig blieb, es sind 169,

---

1) Leonardo 78, 39.

ligentur, et haec est diametri in se ipsum multiplicatio, cuius summae radix diametri longitudinem repraesentat.[1])

7. Si duo aequalia, sed non aequidistantia latera hac in figura, quae aeque caput abscissa dicitur, illa ex parte a qua terminantur in lineam, 5 quae abscisionis caput nuncupatur, donec ad idem punctum concurrant, abstrahere cupis, triangulus inde proveniet. Sicut exempli causa si hac in figura duo latera *ba*, *dc* a duobus punctis *a*, *c*, quae sunt capitis extremitates, extra produxeris, supra punctum *f* concurrent, et tunc haec figura caput abscissa in triangulum *fbd* terminabitur (Fig. 25). Quare si illarum 10 duarum linearum, quae extra protrahuntur longitudines non ignorare desideras, quantitatis omnium laterum capitis abscissae prius notitiam habeas. Dehinc id, in quo basis abscisionis caput ⟨superat, et sunt 10, inquire et serva. Post hoc abscisionis caput⟩, quod est 8, in totius lateris summam, quae est 13, multiplicans 104 efficies. Quae si per 10, quod est superatio, 15 diviseris, 10 et duas insuper unius quintas reperies, quod est lineae *af* extra productae longitudo, ⟨quae⟩ *cf*, quae similiter extra protrahitur, aequatur.[2])

8. Hoc idem, si volueris, aliter numerare poteris. Nam si proportionem 8, quae sunt abscisionis capitis longitudo, ad 10, quod est id, in 20 quo a sua basi superatur, et est subsexquiquarta, didiceris, eandem proportionem id, quod extra protrahitur, ad illud, quod infra continetur, quod est figurae latus, habere non dubites. Scilicet latus ipsum autem est 13, linea igitur extra protracta 10 et duas quintas, quae sunt quatuor quintae de 13, continebit.

25 **9.** In hoc item triangulo si perpendicularem invenire volueris, perpendiculari *ae*, ⟨quam⟩ in figura aeque caput abscissa produxeras, quatuor eius quintas, quemadmodum et lateribus, superadde, et perpendicularis trianguli *fbd* longitudinem invenies. Perpendicularis autem *ac*, ut supra diximus, 12 in se continet, cui si quatuor eius quintas superaddideris, 30 21 et tres quintas invenies, quod est perpendicularis *fg* in triangulo erectae longitudo.[3])

10. Secundae vero maneriei est figura caput abscissa, cuius duo tantum latera sunt aequidistantia, quorum alterum *ac* 8, alterum vero *bd* 22 con-

---

5 concurret. — 6 triangulis. — perveniet. — 12—13 superat ... caput *auf dem Rande von A ausradiert.* — 16 *Das erste* quae *fehlt.* — 26 quam *fehlt.*

---

1) Leonardo 79, 4. 2) Leonardo 79, 43. 3) Leonardo 80, 20.

so ist die entstehende Summe 313, und das ist das Quadrat der Diagonale, und dessen Wurzel ergiebt die Länge der Diagonale.[1])

7. Wenn man die beiden gleichen, aber nicht parallelen Seiten dieser Figur, die mit gleichmässig abgeschnittenem Kopfe genannt wird, nach der Seite hin, wo sie in der Abschnittskopf genannten Geraden endigen, zu verlängern wünscht, bis sie in einem Punkte zusammenlaufen, so entsteht dadurch ein Dreieck. Verlängert man z. B. in der vorliegenden Figur die beiden Seiten ba, dc von den beiden Punkten a, c aus, den Endpunkten des Abschnittskopfes, nach aussen, so laufen sie im Punkte f zusammen, und dann endigt dieses Trapez in dem Dreiecke fdb (Fig. 25). Will man nun die Grösse der beiden Linien, die ausserhalb die Verlängerung bilden, kennen lernen, so muss man zuvor die Grösse aller Seiten des Trapezes wissen. Dann suche man den Überschuss der Grundlinie über den Abschnittskopf, das ist 10, und verwahre ihn. Darauf multipliciert man den Abschnittskopf, nämlich 8, mit der ganzen Länge der Seite, das ist mit 13, und erhält 104. Dividiert man das durch 10, das ist den obigen Überschuss, so findet man $10\frac{2}{5}$, und das ist der Betrag der äussern Verlängerung af, welche der andern äussern Verlängerung ef gleich ist.[2])

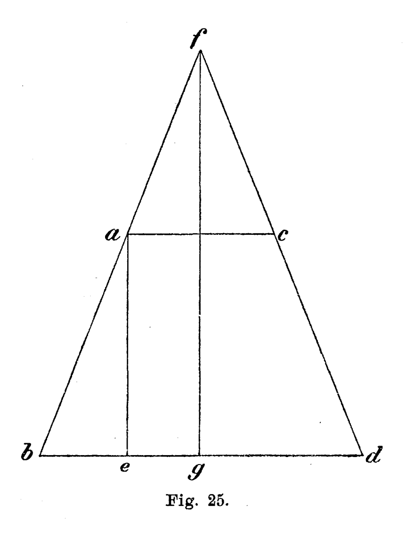


Fig. 25.

8. Das kann man auch, wenn man will, anders berechnen. Sucht man nämlich das Verhältnis von 8, der Länge des Abschnittkopfes, zu 10, das ist das, worin derselbe von der Grundlinie übertroffen wird, und dieses Verhältnis ist das von 4 zu 5, so muss die äussere Verlängerung zu dem innerhalb liegenden Stücke, das ist zu der Seite der Figur, dasselbe Verhältnis besitzen. Nun ist die Seite 13, also enthält die äussere Verlängerung $10\frac{2}{5}$, das sind $\frac{4}{5}$ von 13.

9. Will man ferner in diesem Dreiecke die Höhe finden, so braucht man nur der Höhe ae, die man in dem Trapeze gefällt hatte, $\frac{4}{5}$ wie den Seiten, hinzuzufügen, und findet so die Länge der Höhe des Dreiecks fbd. Die Höhe ae enthält aber, wie wir oben sagten, 12 in sich. Addiert man hierzu $\frac{4}{5}$, so ergeben sich $21\frac{3}{5}$, und das ist die Länge der in dem Dreiecke gefällten Höhe fg.[3])

10. Die zweite Unterabtheilung ist aber eine Figur mit abgeschnittenem Kopfe, bei der nur zwei Seiten parallel sind, von denen die eine ac 8,

tinet ulnas. Reliqua duo latera sunt inaequalia, quorum alterum *ab* 15, alterum vero *cd* ulnas 13 amplectitur (Fig. 26). Haec autem figura *abscissa caput diversa* | nuncupatur. Embadum per suae perpendicularis in- 15′ ventionem, sicut et superiori figura monstravimus, addiscitur.[1])

5 In hac etiam figura caput abscissa *puncta casus perpendicularium* nobis scire necesse est, et qualiter longiorem atque breviorem casum addiscamus. Quae taliter investigantur. Eius nempe brevius latus in ⟨se⟩ ipsum multiplica, indeque collectum ex longioris lateris in se ipsum multiplicatione deme, residuique dimidium sumens illud per basis excessum ⟨ab⟩ abscisionis 10 capite partire, quodque exierit, si dimidio eiusdem excessus superaddideris, longiorem casum invenies, quod est catheti remotio a latere longiori. Veluti si exempli causa 13, quae sunt lateris *cd* longitudo, in semet duxeris, 169 provenient. Quae si ex 225, quae sunt multiplicatio lateris longioris, demantur, 56 remanebunt. Cuius summae dimidium, quod est 28, si per 14, 15 quae sunt basis excessus ab abscisionis capite, partitus fueris, 2 exibunt. Quae si 7, quod est dimidium excessus basis, superaddideris, 9 procurabuntur, et haec est lineae *be* longitudo, quod est remotio perpendicularis a latere *ab* longiori. Si idem autem ex 7 depresseris, remanebunt 5, quod est lineae *df* longitudo, quae est a breviori latere perpendicularis 20 remotio.[2])

Huius quidem demonstrationes ex demonstratione perpendicularis in triangulis diversilateris superius ostensa cognosces. Cum enim ex basi abscisionis capitis longitudinem abstuleris, reliquum ut *bg* unius continuum lineae quantitas remanebit. Et punctum *a* quasi coniungi cum puncto *g*, 25 ipsamque figuram triangularem assumere formam tibi mente propone, et tunc longiorem atque breviorem casum sicut in triangulo diversilatero reperies.

11. Item si *perpendicularis longitudinem* nosse desideras, utriusque ⟨casus⟩ longitudinis multiplicationem ex multiplicationibus illorum laterum, 30 quae eis sunt contigua, deme, residuique radicem accipiens perpendicularis longitudinem invenies. Veluti si 9, ⟨quae sunt linea *be*, quae est casus longior, in semet duxeris, 81 efficies. Quae si ex 225 depresseris, quae sunt multiplicatio lineae *ab*⟩, quae est latus longior, 144 remanebunt, quod est perpendicularis multiplicatio. Cuius multiplicationis radix est 12,

---

3 divisa *A.* — 7 se *fehlt.* — 8 multiplicationem. — 9 ab *fehlt.* — 11 longioris. — 22 trianguli. — 28 utriusque utriusque *A.* — 29 casus *fehlt.* — 31—33 quae est ... lineae *ab in A auf dem Rande ausradiert.*

---

1) Leonardo 81, 9 v. u. 2) Leonardo 81, 5 v. u.

die andere *bd* aber 22 Ellen enthalten mag. Die beiden andern Seiten sind ungleich, die eine derselben *ab* sei 15, die andere *cd* aber 13 Ellen lang (Fig. 26). Diese Figur aber heisst *mit verschiedenartig abgeschnittenem Kopfe*. Ihr Inhalt wird, wie der der vorhergehenden Figur, durch Aufsuchung ihrer Höhe bestimmt.[1])

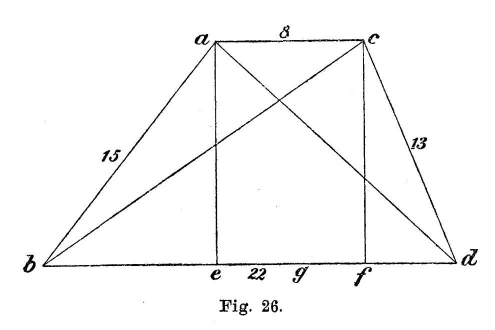


Fig. 26.

Auch für diese Figur müssen wir *die Höhenfusspunkte* kennen, und wie wir den längern und kürzern Höhenabschnitt bestimmen können. Man findet sie folgendermaassen. Man nehme das Quadrat der kleinern Seite von dem Quadrate der grössern Seite weg, dann theile man die Hälfte des Restes durch die Differenz zwischen der Grundlinie und dem Kopfe, und addiere das Ergebnis zu der Hälfte obiger Differenz, so findet man dadurch den längern Höhenabschnitt, das heisst die Entfernung derselben von der grössern Seite. Vervielfacht man nämlich 13, das ist die Länge der Seite *cd*, mit sich selbst, so kommen 169, und zieht man das von 225 ab, das ist von dem Quadrate der längern Seite, so bleiben 56. Die Hälfte dieser Zahl ist 28. Man theilt sie durch 14, die Differenz zwischen Grundlinie und Abschnittskopf, das liefert 2. Wenn man dies zu 7, der halben Differenz von Grundlinie und Kopf, addiert, so entstehen 9, und das ist die Länge der Strecke *be*, der Entfernung der Höhe von der längern Seite *ab*. Zieht man aber dasselbe von 7 ab, so bleiben 5, und das ist die Länge der Strecke *df*, der Entfernung der Höhe von der kleinern Seite.[2])

Die Beweise dafür findet man gemäss den Beweisen, die für die Höhe der ungleichseitigen Dreiecke geführt sind. Denn, wenn man von der Grundlinie die Länge des Kopfes abschneidet, so bleibt als Rest *bg*, als einer stetigen Linie Länge übrig. Nun denke man sich den Punkt *a* gleichsam mit dem Punkte *g* verbunden und dadurch die Form eines Dreiecks entstanden, dann kann man den längern oder kürzern Höhenabschnitt wie im ungleichseitigen Dreiecke auffinden.

11. Will man ferner *die Länge der Höhe* kennen lernen, so ziehe man das Quadrat eines der beiden Höhenabschnitte von dem Quadrate der Seite ab, welche jedesmal demselben anliegt. Sucht man dann die Wurzel des Restes, so findet man die Länge der Höhe.

Vervielfacht man z. B. 9, das ist die Linie *be*, der längere Höhenabschnitt, mit sich selbst, so kommt 81; zieht man das von 225, dem Quadrate der Geraden *ab*, das ist der längern Seite, so bleibt 144 als Rest,

et haec est perpendicularis *ae* longitudo. Similiter etiam, si 5, quae sunt casus brevior, in semet duxeris, 25 reperies. Quae si ex 169, quod est brevioris lateris multiplicatio, dempta fuerit, 144 remanebunt, quod est perpendicularis *ef* ⟨multiplicatio⟩, cuius longitudo est 12, sicut et alterius
5 perpendicularis. Huius nempe demonstrationem ex demonstratione, quam superius in prima caput abscissa monstravimus, addisces.[1])

12. Istius autem *caput abscissae area* ex multiplicatione unius perpendicularis in totius capitis ⟨et⟩ totius basis dimidium sicut et in aeque caput abscissa colligitur.[2])

10 Verbi gratia si in hac eadem figura 8, quae sunt capitis totius summa, et 22, quae sunt totius basis quantitas, coadunaveris, 30 colligentur, | quorum medietate sumpta, quod est 15, si eam in 12, quod est perpendicularis summa, multiplicaveris, 180 procreabuntur, et haec est huius capitis abscissae area. 16

15 **15.** Quod si eiusdem figurae *diametra* scire volueris, totius capitis totiusque casus perpendicularis summam in unum colligens inde collectum in se ipsum multiplica, eique multiplicationi perpendicularis in se ipsam multiplicationem superadde, et quod habueris erit illius diametri in semet multiplicatio, quod est contiguum illi lateri, cuius a perpendiculari remo-
20 tionem capiti coadunaveras.

Veluti si brevius diametrum *ad* scire desideras, 8, qua totius capitis summa constituitur, cum 5, quae sunt casus brevior, coadunabis, et 13 efficies, quorum in semet multiplicatio 169 colligit. Perpendicularis vero multiplicatio 144 in se complectitur. Haeque duae multiplicationes in unum
25 coadunatae 314 efficiunt, quod est brevioris diametri *ad* in se ipsum multiplicatio.

Item si longius diametrum *bc* nosse volueris, 8 quae sunt summa capitis, et 9, quae sunt casus longior, in unum colligens 17 invenies, quorum multiplicatio 289 colligit. Quibus si 144, quae sunt perpendicularis
30 multiplicatio, superaddideris, 433 nimirum invenies, et haec est longioris diametri *bc* multiplicatio.[3])

14. Ac si huius capitis abscissae verticem invenire desideras, id est, si duas *ba*, *dc* lineas, donec ad idem punctum *f* concurrant, abstraxeris, et duarum linearum *af*, *cf* longitudinem nosse volueris, perpendicularis
35 casum, qui in triangulo *bfd* forte ceciderit, taliter addiscas. Superfluum, quod inter basim et abscisionis caput exstiterit, quod est 14, inquirens, utriusque casus proportionem ad illud addisce. Verum in hac caput ab-

---

4 multiplicatio *fehlt.* — 8 et *fehlt.* — 11 colligantur *A.* — 13 multiplicaveris summa. — 32 At si *B.* — id est] idem.

und das ist das Quadrat der Höhe. Multipliciert man in ähnlicher Weise 5, das ist den kleinern Höhenabschnitt, mit sich selbst, so findet man 25, und das von 169, dem Quadrate der kleinern Seite weggenommen, lässt 144 zum Rest, und das ist das Quadrat der Höhe *ef*, deren Länge 12 ist, wie die der andern Höhe. Den Beweis dafür kann man nach dem Beweise führen, den wir oben bei der ersten Art der Trapeze gezeigt haben.[1])

12. Der Flächeninhalt unseres Trapezes wird als Produkt einer der beiden Höhen mit der Hälfte der Summe der ganzen Grundlinie und des ganzen Kopfes gefunden, wie für das gleichschenklige Trapez.[2])

Addiert man z. B. für dieses Trapez 8, das ist die Länge des ganzen Kopfes, zu 22, der Länge der ganzen Grundlinie, so erhält man 30. Nimmt man nun ihre Hälfte, also 15, und vervielfacht dieses mit 12, das ist mit der Länge der Höhe, so erzeugt das 180, und das ist der Inhalt unseres Trapezes.

13. Sollen die *Diagonalen* derselben Figur gefunden werden, so addiere man die Länge des ganzen Kopfes und des ganzen Höhensegmentes zusammen, multipliciere die Summe mit sich selbst und füge diesem Quadrate das Quadrat der Höhe hinzu. Was man dann erhält, ist das Quadrat der ganzen Diagonale, welche jener Seite anliegt, deren Höhensegment man dem Kopfe hinzugefügt hat.

Zur Auffindung der kürzern Diagonale *ad*, addiert man also 8, die die Länge des ganzen Kopfes darstellt, zu 5, dem kürzern Höhenabschnitt, und erhält 13. Das Quadrat davon enthält 169. Das Quadrat der Höhe ist aber 144; beide Quadrate zusammengezählt geben 314, und das ist das Quadrat der kleinern Diagonale *ad*.

Ebenso addiert man zur Bestimmung der grössern Diagonale die Länge 8 des Kopfes, zu 9, dem längern Höhenabschnitt, und findet 17. Das Quadrat davon ergiebt 289. Addiert man hierzu 144, nämlich das Quadrat der Höhe, so findet man 433, und das ist das Quadrat der längeren Diagonale.[3])

14. Will man aber den Scheitel dieses Trapezes bestimmen, das heisst, will man die Grösse der durch Verlängerung der beiden Geraden *ba*, *dc*, bis sie in demselben Punkte *f* zusammenlaufen, entstehenden zwei Geraden *af*, *cf* auffinden, so kann man folgendermaassen ergründen, wohin im Dreiecke *bfd* der Höhenfusspunkt fallen wird. Man suche die Differenz zwischen der Grundlinie und dem Kopfe, sie ist 14, und bestimme das Verhältnis jedes der beiden Höhensegmente zu derselben. Nun ist für unsere Figur der kürzere Höhenabschnitt 5, und das sind $\frac{2}{7} + \frac{1}{14}$ $(\frac{5}{14})$ von jener Differenz.

---

1) Leonardo 82, 5. 2) Leonardo 82, 9. 3) Leonardo 82, 11.

scissa brevior casus est 5, quae sunt illius superflui duae septimae et semis. Hanc itaque proportionem si de totius basis summa, quae est 22, depresseris, 8 minus septima reperies. Quibus de basi *bd*, quae est 22, ex parte brevioris lateris, id est a puncto *d*, resectis supra punctum *h* sectionis
5 casus reperietur. Lineam igitur *hd* longitudinem 8 minus septima continere non dubites, et hoc est perpendicularis casus ⟨in⟩ triangulo *fbd* ex parte lateris brevioris. Cumque ex linea *hd*, quae est 8 minus septima, lineam *gd*, quae est 5, et hic est casus brevior, depresseris, linea *gh* 3 ulnarum minus septima remanebit, et hoc est superfluum, quod inter
10 casum perpendicularis trianguli et breviorem casum perpendicularis caput abscissae continetur. Hoc itaque superfluum si in latus brevius figurae caput abscissae, quod est 13, multiplicaveris, 37 et septimam procreabis. Cuius numeri summam si per breviorem casum caput abscissae, quae est 5, diviseris, 7 et tres septimas invenies, quod est id, in quo latus trianguli
15 breve | caput abscissae latus excedit, et ipsa est linea *cf* ex parte bre- 16′ vioris lateris producta (Fig. 27).

Item si longiorem *af* lineam nosse cupis, longiorem casum in triangulo, quemadmodum et breviorem, inquirens, eum 14 et septimam continere reperies, ⟨qui⟩ longiorem caput abscissae casum in 5 et septima
20 superabit. Quae si in latus longius, quod est 15, multiplicaveris, 79 ac septimam invenies. Cuius numeri summam si in 9, quae sunt caput abscissae longior casus, diviseris, 8 et quatuor septimae unius exibunt, quod est id, in quo latus trianguli longius caput abscissae longius latus excedit, et ipsum est linea *af*.[1])

25 **15.** Ast si perpendicularis quantitatem non ignorare desideras, superfluum brevioris casus, quae est 3 minus septima, in perpendicularem caput abscissae, quae est 12, multiplica, et quod fuerit, per breviorem casum, qui est 5, partire, vel, si volueris, superfluum longioris casus, quod est 5 et septima, in caput abscissae cathetum, quod est 12, multiplica, et per
30 longiorem casum, qui 9 in se continet, partire. Quocumque istorum modorum operabis, ad idem pervenies, et illud erit 7 minus septima, quod est id, in quo perpendicularis trianguli caput abscissae cathetum excedit. Illud igitur 12, quae sunt caput abscissae cathetus, superadde, indeque collectum

---

2—3 depresserit *A*. — 6 casus] caput. — in *fehlt*. — 13 si per] super *B*. — 17 causam. — 19 qui *fehlt*. — septimam. — 21 summa.

---

1) Leonardo 82, 22.

Nimmt man nach diesem Verhältnis von der ganzen Länge der Grundlinie, das ist von 22, so findet man 8 weniger $\frac{1}{7}$, und schneidet man dieses von der Grundlinie, die 22 beträgt, von der kleinern Seite aus, also vom Punkte d, ab, so findet man im Punkte h den Höhenfusspunkt. Die Strecke hd hat also eine Länge von 8 weniger $\frac{1}{7}$, und das ist der Höhenabschnitt im Dreiecke fbd von der kleinern Seite ab gerechnet. Nimmt man ferner von der Geraden hd, die 8 weniger $\frac{1}{7}$ beträgt, die Gerade gd weg, deren Länge 5 ist, es ist der kleinere Höhenabschnitt (des Trapezes), so bleibt die Strecke gh mit 3 Ellen weniger $\frac{1}{7}$ übrig, das ist also die Differenz zwischen dem Höhenabschnitte des Dreiecks und dem kleinern Höhenabschnitte des Trapezes. Durch Multiplikation dieser Differenz mit der kleinern Seite des Trapezes, nämlich mit 13, entsteht $37\frac{1}{7}$, und dividiert man nun diese Zahl durch den kleinern Höhenabschnitt des Trapezes, der 5 beträgt, so findet man $7\frac{3}{7}$, und das ist der Betrag, um welchen die Seite des Dreiecks die kürzere Seite des Trapezes übertrifft, also der Geraden cf, welche die Verlängerung der kleinern Seite bildet (Fig. 27).

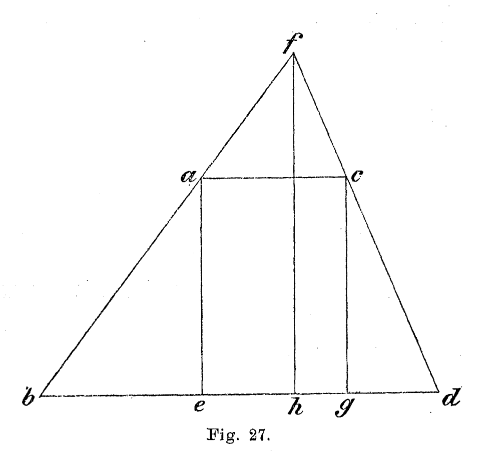


Fig. 27.

Um die längere Linie af zu finden, sucht man in ähnlicher Weise wie den kürzern den längern Höhenabschnitt des Dreiecks, und findet, dass er $14\frac{1}{7}$ enthält. Er übertrifft den längern Höhenabschnitt des Trapezes in $5\frac{1}{7}$. Multipliciert man dies mit der längern Seite, die gleich 15 ist, so findet man $77\frac{1}{7}$, und nach Division durch 9, den längern Höhenabschnitt (des Trapezes), kommen $8\frac{4}{7}$, und um soviel übertrifft die längere Seite des Dreiecks die grössere Seite des Trapezes, und das ist die Gerade af.[1])

15. Soll man aber auch die Länge der Höhe ermitteln, so multipliciere man den Überschuss des kürzern Höhenabschnittes, das ist 3 weniger $\frac{1}{7}$, mit der Höhe des Trapezes, die 12 beträgt, und theile das Ergebnis durch den kleinern Höhenabschnitt, also durch 5, oder, wenn es beliebt, man multipliciere den Überschuss des grössern Höhenabschnittes, das ist $5\frac{1}{7}$, mit der Höhe des Trapezes, also mit 12, und dividiere durch 9, den längern Höhenabschnitt. Auf welche Art man auch vorgeht, kommt man auf dasselbe Ergebnis, das ist auf 7 weniger $\frac{1}{7}$, und das ist der Überschuss der Dreieckshöhe über die Höhe des Trapezes. Addiert man also 12, die Trapez-

19 minus septima continebit, et haec est linea *fh*, quae perpendicularis trianguli dicitur longitudo, quemadmodum in hac figura describitur.

16. Tertiae quidem maneriei est figura caput abscissa, cuius caput et basis sunt aequidistantia, alterumque latus super basim perpendiculariter
5 erigitur. Haec autem figura *semicaput abcissa* nuncupatur. Ad huius itaque similitudinem quaedam *abcd* figura describatur (Fig. 28), cuius caput *ac* 8, basisque *bd* 20, longius quoque latus *ab* 15 brevius vero latus *cd*, quod etiam perpendiculariter supra basim *bd* elevatur, 9 ulnas contineat. Istius autem figurae caput si basi superaddideris et collecti dimidium accipiens
10 in perpendicularis summam multiplicaveris, huius *caput abscissae aream* invenies.[1])

Verbi gratia si in hac figura caput suae basi superadiunxeris, 28 colligentur, cuius summae dimidium 14 reddit, quae in perpendicularis quantitatem, quae est 9, multiplicata 126 procreabunt, et haec est caput ab-
15 scissae area.

17. Istius quidem *brevius diametrum,* quod est *ad*, si scire volueris, caput, id est 8, in se ipsum multiplicans 64 invenies. Quibus si brevioris lateris, id est perpendicularis multiplicationem, quae est 81, superadderis, 145 coadunabuntur, et haec ⟨est⟩ diametri multiplicatio. Cuius summae
20 radix brevioris diametri quantitatem efficiet. Verum si *longius diametrum* eiusdem nosse desideras, multiplicationi basis perpendicularis multiplicationem superadde, et inde 481 provenient, quae sunt longioris diametri multiplicatio, ut in hac repraesentatur figura.[2]) | 17

18. Item si huius *caput abscissae perfectionem* habere volueris, quem-
25 admodum et in praecedenti caput abscissa monstravimus, operabis, quod est, ut id, in quo basis caput excesserit, quod hac figura 12 fore dicitur, addiscas. Cumque caput in lineam *ab* multiplicaveris et per basis excessum diviseris, illius lineae longitudo proveniet, quae a latere *ab* ad trianguli finem protrahitur. Si autem in perpendicularem *ac* caput duxeris
30 et per basis excessum inde collectum partitus fueris, illius lineae longitudinem, quae a perpendiculari ad finem trianguli producitur, invenies. Tu autem ipse ad aliarum figurarum exemplar tibi figuram formare poteris.[3])

19. Quartae vero maneriei est figura caput abscissa, cuius caput et basis aequidistantia sunt, alterumque duorum laterum supra basim ⟨secun-
35 dum⟩ hebetem angulum elevatur. Haec autem caput abscissa duas perpen-

---

4 perpendicularem. — 17 id est] idem. — 19 est *fehlt.* — 27 in eam lineam *B.* — 31 ad perpendicularis ad. — 32 figurarum] figuram. — 34—35 secundum *in A über der Zeile ausradiert.*

---

1) Leonardo 80, 29. 2) Leonardo 81, 5. 3) Leonardo 81, 16 v. u.

höhe, hinzu, so ist die Summe gleich 19 weniger $\frac{1}{7}$, und das ist die Gerade *fh*, die Länge der Dreieckshöhe, wie in der Figur gezeichnet ist.

16. Die dritte Unterart ist das Trapez, dessen Kopf und Grundlinie parallel sind, und dessen eine Seite senkrecht auf der Grundlinie steht. Dieses Trapez heisst mit *halbabgeschnittenem Kopfe.* Für diese Art werde also die Figur *abcd* gezeichnet (Fig. 28), deren Kopf *ac* 8, die Grundlinie *bd* 20, die längere Seite *ab* 15, die kürzere Seite *cd* aber, welche auf der Grundlinie senkrecht steht, 9 Ellen enthalte. Addiert man in dieser Figur den Kopf zur Grundlinie und multipliciert die Hälfte der Summe mit der Höhe, so erhält man den Inhalt des Trapezes.[1])

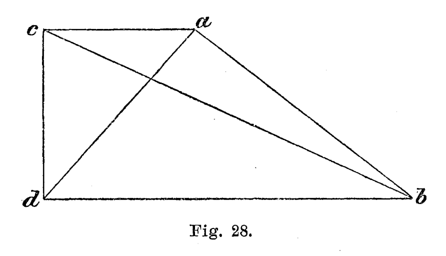


Fig. 28.

Addiert man z. B. in diesem Trapeze den Kopf zur Grundlinie, so erhält man 28. Die Hälfte davon ist 13, und durch Multiplikation derselben mit der Länge der Höhe, das ist mit 9, kommen 126, und das ist der Inhalt unseres Trapezes.

17. Zur Bestimmung der *kleinern Diagonale ad* multipliciert man den Kopf, das ist 8, mit sich selbst, und findet 64. Addiert man hierzu das Quadrat der kleinern Seite, das ist der Höhe des Trapezes, nämlich 81, so ist die Summe 145, und das ist das Quadrat der Diagonale. Um aber die *längere Diagonale* zu bestimmen, addiere man zu dem Quadrate der Grundlinie das Quadrat der Höhe, dann kommen daraus 481, und das ist das Quadrat der grössern Diagonale, wie in der beigegebenen Figur dargestellt wird.[2])

18. Um ferner die *Vollendung des Trapezes* zu finden, verfährt man ebenso, wie wir für die früheren Trapeze gezeigt haben. Man sucht nämlich den Unterschied zwischen der Grundlinie und dem Kopfe, der in unserer Figur gleich 12 ist. Multipliciert man nun den Kopf mit der Geraden *ab* und dividiert das Produkt durch den Überschuss der Grundlinie, so erhält man den Betrag der Linie, welche als Verlängerung der Seite *ab* zur Spitze des Dreiecks gezogen ist. Vervielfacht man aber die Höhe mit dem Überschuss der Grundlinie, so findet man die Länge der Geraden, welche als Verlängerung der Höhe bis zur Spitze des Dreiecks gezogen ist. Der Leser aber möge nach dem Beispiele der vorhergehenden Figuren sich selbst die betreffende Figur konstruieren.[3])

19. Die vierte Unterart aber bildet das Trapez, dessen Kopf und Grundlinie parallel sind, und dessen eine Seite mit der Grundlinie einen stumpfen Winkel bildet. Dieses Trapez besitzt zwei Höhen im Innern und

diculares infra se et unam extra continet, vocaturque *caput abscissa* ⟨*declinans*. Ad cuius similitudinem esto caput abscissa⟩ $abcd$ (Fig. 29), cuius caput ac 14, basis vero db 21, longiusque latus ab 20, breviusque latus cd 15 ulnas amplectitur. Huius nempe caput abscissae aream per suarum
5 perpendicularium abstractionem addiscas, sed prius terminum casus perpendicularis te non ignorare necesse est. Eum igitur sic ratione procedens cognosces. Caput scilicet, quod est 14, de basi, quae est 21, demens, 7 tibi supererit, quae sunt differentia basis. Hanc autem si in se ipsam duxeris, et quod fuerit, multiplicationi brevioris lateris superaddideris,
10 274 invenies. Cuius numeri summam si ex multiplicatione longioris lateris in se ipsum, quae est 400, proieceris, 126 remanebunt, quorum medietatem, quae est 63, si per 7, quae sunt basis differentia, diviseris, exibunt 9. Quae si differentiae basis, quae 7 sunt, superaddideris, 16 nimirum reperies, quae sunt terminus casus perpendicularis ex parte lineae ab longioris.
15 Haec autem superius 9 inventa sunt brevior casus perpendicularis eg supra basim bd extra figuram elevatae. Eadem scilicet 9 etiam sunt casus interioris perpendicularis df supra punctum d cadentis.[1])

20. Verum si *perpendicularis longitudinem* nosse desideras, eius quamlibet casum in se ipsum multiplica, et si longiorem casum, quae est 16,
20 multiplicaveris, eius multiplicationis summam ex longioris lateris multiplicatione, scilicet lateris, quod est 20, deme. Si vero breviorem casum multiplicaveris, inde collectum ex brevioris lateris multiplicatione minue, quodque ex quolibet istorum remanserit, 144 continebit, et haec est perpendicularis in semet multiplicatio. Cuius summae radix 12 in se complectitur, quod
25 est perpendicularis longitudo.[2])

21. Istius quippe *caput abscissae aream* ex multiplicatione perpendicularis in totius basis totiusque capitis dimidium, quemadmodum in aliis figuris praemissis, quae caput abscissae dicuntur, indicavimus, agnosces. Erit scilicet area 210.

30 **22.** Demonstratio vero istius abstractionis perpendicularis est ut demonstratio diversae caput abscissae superius diligenter ostensa. Cum enim caput ex basis summa diminutum fuerit et 7 reman|serit, erit ille 7 latus 17′ trigonii ampligonii, cuius unum latus 7, alterum 15 continet, et haec sunt latera, quae obtuso adiacent angulo. Cuius anguli corda, quae est huius
35 figurae caput abscissae linea ab, 20 continere non dubitatur. Quod si in

1—2 declinans ... abscissa *in A auf dem Rande ausradiert.* — 6 procedere. — 10 summa. — 12 exibunt 8 *A.* — 14 casus casus *A.* — 21 scilicet latus. — 34 adiacent] ad invicem.

1) Leonardo 82, 11 v. u. 2) Leonardo 83, 4.

eine ausserhalb, es heisst aber Trapez *mit geneigt abgeschnittenem Kopfe.* Nach dieser Art sei ein Trapez $abcd$ (Fig. 29) gezeichnet, dessen Kopf ac 14, die Grundlinie db aber 21, die längere Seite ab 20, die kürzere cd 15 Ellen betrage. Auch dieses Trapezes Flächeninhalt findet man durch Bestimmung seiner Höhen. Dazu muss man aber zunächst den Höhenfusspunkt auffinden. Diesen lernt man auf folgende Art kennen. Den Kopf von 14 Ellen Länge nimmt man von der Grundlinie weg, das ist von 21, es bleiben 7 übrig, der Überschuss der Grundlinie. Ihn multipliciert man mit sich selbst und addiert dazu das Quadrat der kleinern Seite, man erhält so 274. Subtrahiert man das von dem Quadrate der längern Seite, das ist von 400, so bleibt 126 als Rest. Theilt man die Hälfte davon, also 63, durch 7, den Überschuss der Grundlinie, so ist der Quotient 9. Addiert man diesen zu dem Überschuss der Grundlinie 7, so erhält man 16, und das ist die Länge des von der grössern Seite ab aus gerechneten Höhensegmentes. Die oben gefundene 9 aber ist der Abschnitt der kleinern Höhe cg auf der Verlängerung der Grundlinie bd ausserhalb der Figur. Dieselbe 9 ist auch das Höhensegment der innern Höhe df, die im Punkte d errichtet ist.[1])

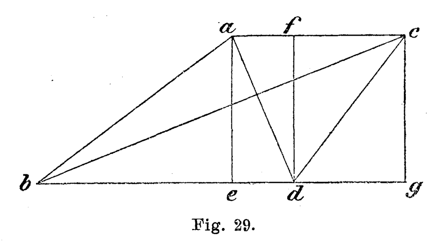


Fig. 29.

20. Zur *Ermittelung der Höhe* selbst vervielfache man einen beliebigen Höhenabschnitt mit sich selbst, und ziehe dieses Quadrat, und zwar, wenn man den längern Abschnitt, also 16, benutzt hat, von dem Quadrate der längern Seite, nämlich dem von 20, ab, wenn man aber den kleinern Abschnitt quadriert hatte, zieht man das Quadrat von dem Quadrate der kleinern Seite ab. Auf beide Arten werden dann gleichmässig 144 übrig bleiben, und das ist das Quadrat der Höhe. Seine Wurzel ist 12, und das ist die Länge der Höhe.[2])

21. Den *Flächeninhalt dieses Trapezes* erhält man durch Multiplikation der Höhe mit der Hälfte der Summe aus der ganzen Grundlinie und dem ganzen Kopfe, wie wir für die früheren Trapezarten gezeigt haben. Derselbe wird übrigens gleich 210 gefunden.

22. Der Beweis für die Berechnung der Höhe ist dem Beweise für die Höhe des Trapezes mit ungleich abgeschnittenem Kopfe ähnlich, den wir oben führten. Wenn man nämlich den Kopf von der Grundlinie abschneidet, so dass 7 Rest bleiben, so ist diese 7 die Seite eines stumpfwinkligen Dreiecks, dessen eine Seite 7, die andere 15 enthält, das sind die beiden Seiten, welche dem stumpfen Winkel anliegen. Die Sehne dieses Winkels aber, es ist die Seite ab des Trapezes, beträgt 20. Fällt man

hoc triangulo ampligonio perpendicularem, extra scilicet triangulum ipsum, erexeris, eius casum exteriorem 9 continere cognosces, sicut superius numerando monstravimus.

23. Huius etiam *caput abscissae longius diametrum* invenies, si exterioris perpendicularis casum basi superaddideris et in se ipsum multiplicaveris, eique multiplicationi perpendicularis multiplicationem superadiunxeris. Veluti si in hac figura 21, quae sunt totius basis summa, 9, quae sunt exterioris perpendicularis casus, superadderis, 30 colliguntur. Cuius numeri summa in semet multiplicata eique perpendicularis multiplicatione in semet ipsam superaddita 1044, quod est totius diametri longioris multiplicatio, reperies. Cuius summae radix huius caput abscissae ⟨diametri⟩ longitudinem a puncto *c* usque ad punctum *b* protracti notificat. Si autem *brevius diametrum,* quod a puncto *a* ad punctum *d* protrahitur, nosse volueris, multiplicationi perpendicularis multiplicationem excessus basis super casum longiorem, qui est 5, superadde, eruntque hae duae multiplicationes in unum collectae 169, quod est brevius diametri multiplicatio, cuius numeri radix est diametri longitudo.[1])

Istius quidem demonstrationem per praemissas demonstrationes intelligeres.

24. In hac autem figura perpendicularis eiusdem caput abscissae idem cum breviori eius diametro multotiens esse poterit. Veluti si in hac alia figura (Fig. 30) longitudo capitis 9, eius basis 16, duorumque reliquorum laterum quantitas eadem, quae est in superiori figura, fuerit, perpendicularem a puncto *a* ad punctum *d* necessario protrahendam et ipsius insuper eandem eiusdem figurae brevius diametrum existere non dubitabis, eritque tunc longioris diametri longitudo, quae a puncto *c* ad punctum *b* distenditur, radix 769, quod est multiplicatio perpendicularis *ad* coniuncta multiplicationi lineae *ac* et lineae *bd*, cum ad unam lineam efficiendam convenerint, et ipsa est figurae caput abscissae, caput et basis.

Tu autem ipse ipsius demonstrationem, si subtiliter observaberis, plane cognosces.

25. *Secundi generis vero figurarum quadrilaterarum,* ut praediximus, illa quadrilatera dicuntur, quorum nulla duo latera sunt aequidistantia. Harum autem figurarum embada nullus nisi per triangulorum, in quibus ipsi dividuntur, areas investigare poterit. Omneque quadrilaterum in duos triangulos resolvitur, et manifestum est, quod, qui illorum triangulorum areas non ignoraverint et eas in unum coadunaverint, quadrilateri emba-

---

15 eritque *A.* — 21 multotiens] multiplicationes. — 33 nulla] alteri. — 35 poteris.

nun in diesem Dreiecke die ausserhalb derselben gelegene Höhe, so findet man als Betrag des ausserhalb liegenden Höhenabschnittes 9, wie wir oben durch Rechnung gezeigt haben.

23. Die *längere Diagonale des Trapezes* findet man, indem man den äussern Höhenabschnitt zur Grundlinie addiert, das Ergebnis mit sich selbst multipliciert, und hierzu das Quadrat der Höhe addiert. In unserer Figur ergiebt die ganze Grundlinie, nämlich 21, und der äussere Höhenabschnitt, nämlich 9, zusammen 30. Das Quadrat davon und das Quadrat der Höhe zusammengenommen ergeben 1044, und das ist das Quadrat der längern Diagonale unseres Trapezes, derjenigen, welche vom Punkte c nach dem Punkte b gezogen ist. Um aber die *kleinere Diagonale,* die vom Punkte a nach dem Punkte d gezogen ist, kennen zu lernen, addiert man zum Quadrate der Höhe das Quadrat von 5, des Überschusses der Grundlinie über den längern Höhenabschnitt, und beide Quadrate sind zusammen 169, das ist das Quadrat der kleinern Diagonale, und die Wurzel aus dieser Zahl ist die Länge der Diagonale.[1])

Der Beweis dafür ist nach den frühern Beweisen leicht zu verstehen.

24. In einem solchen Trapeze kann übrigens die Höhe oftmals mit der kleinern Diagonale zusammenfallen, wie z. B. in diesem andern Trapeze (Fig. 30), dessen Kopf 9, die Grundlinie 16, die Länge der beiden andern Seiten aber dieselbe ist wie im vorhergehenden Trapeze, die vom Punkte a gefällte Höhe nothwendigerweise durch den Punkt d gehen muss. Sie ist also unzweifelhaft zugleich die kleinere Diagonale des Trapezes. In diesem Falle ist die längere Diagonale gleich $\sqrt{769}$, das ist die Wurzel aus der Summe der Quadrate der Höhe ad und der zu einer Geraden vereinigten Linien ac und bd, welche zugleich die Summe aus dem Kopfe und der Grundlinie ist.

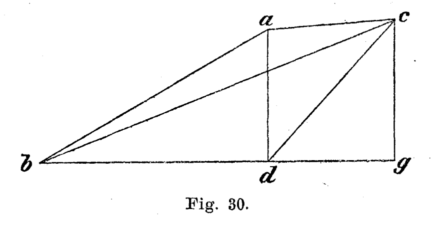


Fig. 30.

25. *Die zweite Art der vierseitigen Figuren* enthält, wie wir schon oben sagten, diejenigen Vierecke, bei denen keine Seite einer andern parallel ist. Den Flächeninhalt solcher Figuren kann niemand, ohne die Inhalte der Dreiecke, in welche sie getheilt werden können, zu Hilfe zu nehmen, berechnen.

Nun kann jedes Viereck in zwei Dreiecke aufgelöst werden, und es ist klar, dass man, wenn man den Inhalt dieser Dreiecke kennt und sie

1) Leonardo 83, 14.

dum, cuius et ipsi partes exstiterint, adinveniet. Hac itaque via omnium quadrilaterorum embada, sive tetragonica, sive parallelogramma, seu quolibet alio, id est diversilateri modo, formata fuerint, adinvenies, praeter quod aequilaterorum atque parallelogrammorum areas aliter etiam adin-
5 venire valebis, nec tibi suorum | triangulorum areas erit numerare necesse. 18
Aliorum vero quadrilaterorum diversorum laterum areae, quorum nulla duo latera sunt aequidistantia, non nisi per triangulos investigantur.

26. Ad cuius rei evidentiam illa, licet non prorsus eadem figura, qua praesens opus terminatum est, quae est quarta caput abscissa declinans,
10 satis ad aliarum figurarum notitiam superficies in exemplari describatur (Fig. 31), cuius latus *ac* 14, latus vero *bd* 21, et latus *ab* 20, latus quoque *cd* 15 mensuras amplectitur. Huius quippe brevius diametrum, quemadmodum numerando superius inveneras,* 13 ulnarum exstiterit. Quod si forte in hac eadem figura alius maioris minorisve quantitatis, veluti si
15 16 ulnarum illud idem diametrum inveneris, hanc figuram nequaquam caput abscissam nuncupabis. Nulla etenim eius latera erunt aequidistantia. Nam si qua eius latera aequidistantia forent, eiusdem diametra nullatenus a praedictis quantitatibus deviarent. Quapropter duorum triangulorum *abd*, *adc* embada, in quibus hoc quadrilaterum a diametro supra protracto divi-
20 ditur, te non ignorare necesse est. Horum autem triangulorum latera sunt nota, ideoque ipsorum areas per suorum perpendicularium inventionem; ut supra docuimus, adinvenire poteris. Embadum igitur trianguli *adb* ⟨96 ulnarum et modicum minus una tertia, embadum vero trianguli *adc*⟩ 150 et parum minus duabus tertiis continere reperies. Erit itaque totius quadri-
25 lateri embadum 247 fere, scilicet quia parum minus continetur. Eius autem embadum in caput abscissa declinantis dispositione 210 ulnarum invenies. Verum quia in istius figurae dispositione diametrum crevit, et eius embadum similiter suscepit augmentum. Si vero diminutionem accepisset diametrum, et embadi quantitas similiter.[1])

30 **27.** Quapropter perpendicularis hanc regulam assignare poteris. *Omne quadrilaterum, cuius diametrum protrahitur, in duobus triangulis resolvitur, cumque in utroque triangulo perpendicularem supra diametro erexeris et utriusque perpendicularis summam in unum coadunaveris, collectique dimidium acceperis et illud in totius diametri summam multiplicaveris, vel si*

2 paralellograma *und so immer.* — 8 qua] quam. — 16 nuncubabis *A.* — erit. — 22—23 96 ulnarum ... trianguli *adc in A auf dem Rande ausradiert.* — 26 dispositio. — 32—33 et ut utriusque.

1) Leonardo 83, 21.

dann zusammenfasst, den Inhalt des Viereckes, dessen Theile sie sind, gefunden hat. Auf diesem Wege kann man also den Inhalt sämmtlicher Vierecke bestimmen, mögen es nun Quadrate oder Parallelogramme sein, oder mögen sie auf irgend eine andere Art als ungleichseitig gebildet sein, nur dass man den Inhalt der gleichseitigen Vierecke und Parallelogramme auch auf andere Weise zu bestimmen vermag, und man nicht nöthig hat, die Flächen ihrer Dreiecke zu berechnen, während die Flächeninhalte der andern ungleichseitigen Vierecke, bei denen keine Seite einer andern parallel läuft, sich nur durch die Dreiecke finden lässt.

26. Zum Augenscheine zeichne man die Gestalt der, wenn auch nicht in allen Stücken, gleichen Figur nochmals, mit welcher wir die vorhergehende Theorie beschlossen haben, die der vierten Unterart der Trapeze, da sie zur Kenntnis auch anderer Figuren hinreicht (Fig. 31). Ihre Seite ac enthalte 14, die Seite bd 21, die Seite ab 20 und die Seite cd 15 Maasseinheiten. Die kürzere Diagonale fanden wir oben zu 13 Ellen. Fände man nun diese Diagonale in derselben Figur von grösserem oder kleinerem Betrage, etwa von 16 Ellen, so kann man das Viereck keinesfalls ein Trapez nennen, denn es ist dann keine Seite einer andern parallel.

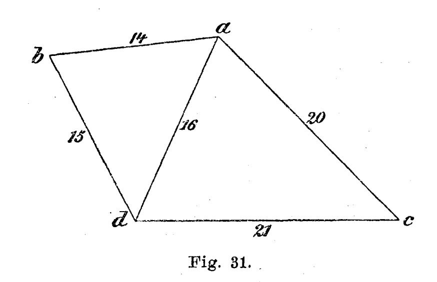


Fig. 31.

Wären nämlich die beiden Seiten parallel, so könnten die beiden Diagonalen in keiner Weise von den frühern Beträgen abweichen. Man muss also hier die Flächenräume der beiden Dreiecke abd, adc kennen, in welche das Viereck durch die oben gezogene Diagonale zerfällt. Nun kennt man die Seiten dieser Dreiecke, man kann also auch ihre Flächeninhalte durch Bestimmung ihrer Höhen, wie wir oben gesagt haben, finden. Der Inhalt des Dreiecks adb ist aber 96 und eine Kleinigkeit weniger als $\frac{1}{3}$ Quadratelle, der Inhalt des Dreiecks adc jedoch 150 und etwas weniger als $\frac{2}{3}$, also ist der Inhalt des ganzen Vierecks nahezu 247, da er nur um eine Kleinigkeit weniger enthält. In der Gestalt eines geneigten Trapezes aber wäre der Inhalt nur 210 Quadratellen. Da aber bei der Anordnung unserer Figur die Diagonale sich vergrösserte, so wuchs dementsprechend auch der Inhalt. Hätte sich aber die Diagonale verringert, so hätte das auch der Inhalt entsprechend gethan.[1])

27. Man kann also folgende Regel für die Höhe angeben. *Durch Ziehen einer Diagonale wird jedes Viereck in zwei Dreiecke getheilt. Fällt man nun in jedem dieser Dreiecke die Höhe auf die Diagonale, addiert die Beträge der beiden Höhen zusammen, und multipliciert die Hälfte der Summe mit der ganzen Länge der Diagonale, oder multipliciert die ganze Summe*

utriusque perpendicularis summam in totius diametri dimidium duxeris, quadrilateri aream nimirum invenies.

Ad harum itaque figurarum notitiam cum ista sufficiant, plura tibi monstrare supervacaneum ducimus. Tertiae igitur particulae quadrilaterorum hoc in loco finem congruum imponentes, quartae partis notitiam, qua circulares ac semicirculares figuras, et quae sunt plus minusve semicirculo, metiri possumus, deo adiuvante monstrabimus.

Pars quarta in arearum camporum circularium ac semicircularium, | et quorum formae sunt plus minusue semicirculo perfecto, cognitione. 18′

1. *Perfecti quidem circuli aream nosse poteris,* si eius diametri cognitionem habueris. Igitur si diametri summam in 3 et septimam multiplicaveris, circumferentiae circuli longitudinem reperies. Qua inventa, si diametri dimidium in dimidium circumferentis lineae duxeris, circuli embadum nimirum invenies.[1])

Ad cuius evidentiam esto circulus (Fig. 32), cuius diametrum 14 contineat, quod in tria et septimam multiplicatum 44 reddet, et haec est circumferentis lineae longitudo. Cumque diametri dimidium, quod est 7, in circumferentis lineae dimidium, quod est 22, multiplicaveris, 154 inde provenient, et haec erit circuli area.

2. *Circuli autem aream aliter absque circumferentis lineae cognitione sic investigare poteris.* Diametrum scilicet in se ipsum multiplicans ex inde collecto septenam septenaeque partis dimidium deme, et reliquum erit totius circuli area. In hac namque supradicta similitudine totius diametri in semet multiplicationem 196 continere reperies. De cuius numeri summa si septenam septenaeque partis dimidium, quod est 42, depresseris, 154, sicut et supra, relinquentur, et hoc erit circuli embadum.[2])

3. Haec autem numeratio fit, secundum quod circumferentem circuli lineam suo diametro triplam septima superaddita confitentur, ideoque, si ex diametri multiplicatione septimam septimaeque dimidium minueris, embadum invenies. Illi vero, qui subtiliter circulum numerare nituntur, et sunt illi, qui stellarum loca veraciter inveniunt, circumferentem circuli

---

6 deo] x̄po. *Da* Savasorda *als Jude jedenfalls dieses letztere Wort nicht gebraucht hat, so habe ich diese dem Übersetzer oder Abschreiber zur Last fallende Ausdrucksweise in obiger Art umgeändert.* — 8 *B. setzt vor dieser Zeile noch hinzu:* Pars quarta secundae partis. — 21 cognitionem. — 25 multiplicatione.

---

1) Leonardo 86, 16. D. h. $\pi = 3\frac{1}{7}$, $J = \frac{d}{2} \cdot \frac{P}{2}$.

2) Leonardo 86, 20. $J = \frac{11}{14} d^2$.

der Höhen mit der Hälfte der Diagonale, so findet man sicher den Inhalt des Vierecks.

Da das Gesagte zur Kenntnis dieser Figuren ausreicht, halten wir für überflüssig noch mehr auszuführen. Indem wir daher an diesem Orte dem dritten Theile über Vierecke ein Ziel setzen, wollen wir mit Gottes Hilfe im vierten Theile zeigen, wie man die kreisförmigen und halbkreisförmigen Figuren, und die, welche mehr oder weniger als ein Halbkreis betragen, auszumessen im stande ist.

Vierter Theil: Bestimmung der Inhalte von kreisförmigen und halbkreisförmigen Feldern und solchen, welche mehr oder weniger sind als ein vollständiger Halbkreis.

1. *Den Flächeninhalt eines Vollkreises* kann man finden, wenn man die Länge des Durchmessers desselben kennt. Vervielfacht man nämlich die Länge des Durchmessers mit $3\frac{1}{7}$, so erhält man die Länge des Kreisumfangs. Hat man diese gefunden, und multipliciert dann den Halbmesser mit dem halben Umfang, so findet man sicher den Inhalt.[1])

Zur genauern Erkenntnis sei ein Kreis gegeben, dessen Durchmesser 14 enthalte, das giebt mit $3\frac{1}{7}$ multiplicirt 44, und das ist die Länge des Umfangs. Wenn man nun den Halbmesser, also 7, mit dem halben Umfange, nämlich 22, multipliciert, so kommen 154, und das ist der Inhalt des Kreises.

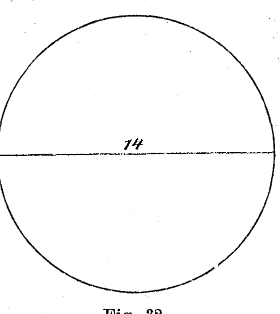


Fig. 32.

2. *Den Inhalt des Kreises kann man aber auch ohne Kenntnis des Umfangs folgendermaassen auffinden.* Man multipliciere den Durchmesser mit sich selbst und vermindere das Ergebnis um den siebenten Theil und die Hälfte des siebenten Theiles ($\frac{3}{14}$), so ist der Rest der Inhalt des ganzen Kreises. In dem obigen Beispiele findet man nämlich das Quadrat des Durchmessers gleich 196. Zieht man hiervon $\frac{3}{14}$, das sind 42, ab, so bleiben 154 übrig wie vorher, und das ist der Inhalt des Kreises.[2])

3. Diese Rechnung geschieht nach dem Verhältnis, dass der Umfang als das $3\frac{1}{7}$-fache des Durchmessers angenommen wird, dann findet man nämlich den Inhalt, indem man $\frac{3}{14}$ von dem Quadrate des Durchmessers wegnimmt. Diejenigen aber, welche den Kreis genauer zu berechnen versuchten (es sind das jene, welche die Örter der Sterne genau aufzufinden lehren), sagen, der Umfang des Kreises enthalte das Dreifache seines Durch-

lineam suo diametro triplum et insuper 8 et dimidium de 60 diametri partibus continere pronunciant. Quapropter secundum eos non est haec numeratio ⟨facienda, sed ut antea ex diametri multiplicatione quarta pars minus 8 partibus et dimidium de eiusdem⟩ quartae partibus est minuenda,
5 et reliquum erit circuli embadum. Veluti si in eodem supradicto exemplo ex diametri multiplicatione, quae 196 continet, quartam partem eius minus 8 partibus et dimidia de 60 ⟨eiusdem quartae partibus depresseris, quod est 42 ulnarum et 3 partium et dimidii de 60⟩ unius ulnae partibus, 154 minus tribus partibus et dimidia de 60 unius ulnae partibus remane-
10 bunt, et hoc erit circuli embadum. Verum quia inter has duas numerationes adeo minima differentia reperitur, quod nec etiam ad dimidium octavae partis unius ulnae ex 154 ulnis pervenerit, et huiusmodi differentia modicum in numerando confert, hac in scientia parvissimi difficultatem vitare volentes, primum numerandi modum sumus prosecuti.[1])

15 **4.** Igitur si diametri longitudinem cognoveris, circuli embadum absque suae circumferentiae numerositate non ignorare poteris. *Cumque circuli embadum sciveris et eius diametri longitudinem nosse volueris, tres partes de 11 embado superaddas, et diametri multiplicationem invenies, cuius summae radix diametri longitudinem continebit.*[2]) | 19

20 Veluti si diametrum circuli, cuius embadum 154 ulnas amplectitur, quot in longitudine mensuras contineret, quaeratur, hoc embadum in 11 partes diligenter dividas, et eius undecimam partem 14 continere reperies. Tres itaque partes in unum collectae 42 continebunt, quibus 154 superadditis 196 procurabuntur, et haec est totius diametri multiplicatio, cuius
25 summae radix 14, quae sunt diametri longitudo, sibi connumerabit.

5. *At si circumferentis lineae summam noveris et diametri quantitatem scire volueris,* 7 partes de 22 partibus circumferentiae sumas, vel circumferentem lineam in 3 et septimam partiaris, et diametrum invenies. Quodcumque istorum feceris, ad idem pervenies. Veluti si diametrum circum-
30 ferentis lineae, quae 44 ulnarum existiterit, quot in sui longitudine mensuras contineat, quaeratur, ex praedictis 44 septem partes de 22 partibus accipiens 14 reperies, quae sunt diametri longitudo. Similiter etiam si 44 in 3 et septimam diviseris, diametri longitudinem 14 continere non dubitabis.[3])

35 **6.** *Item quaerenti de circulo, cuius diametrum in 11 multiplicatum eius embadum perficit, quot in sui diametro mensuras recipiat,* sic respondeas.

3—4 facienda ... eiusdem *in A auf dem Rande ausradiert.* — 7—8 eiusdem ... de 60 *in A auf dem Rande ausradiert.* — 14 sumus] sunt. — 17 longitudine. — 21 embadum] exemplum *A.*

messers und ausserdem $8\frac{1}{2}$ Sechzigstel desselben. Nach ihnen darf man also obige Rechnung nicht machen, sondern man muss, ähnlich wie oben, von dem Quadrate des Durchmessers den vierten Theil weniger $8\frac{1}{2}$ Sechzigstel dieses vierten Theiles $(\frac{13}{120})$ wegnehmen; der Rest ist dann der Inhalt des Kreises. Wenn z. B. im obigen Beispiele vom Quadrate des Durchmessers, das 196 beträgt, der vierte Theil weniger $8\frac{1}{2}$ Sechzigstel dieses vierten Theiles, das sind 42 Ellen und $3\frac{1}{2}$ Sechzigstel einer Elle, weggenommen werden, so bleiben 154 Ellen weniger $3\frac{1}{2}$ Sechzigstel einer Elle übrig, und das wäre der Inhalt des Kreises. Da aber zwischen diesen beiden Zahlenwerthen eine so geringfügige Differenz besteht, die noch nicht einmal die Hälfte einer achtel Elle bei 154 Ellen erreicht, und ein so mässiger Unterschied nur wenig beim Rechnen ausmacht, so werden wir die erste Rechnungsart weiter benutzen, da wir bei dieser Lehre die Schwierigkeit solcher kleinen Zahlen vermeiden wollen.[1])

4. Kennt man also die Länge des Durchmessers, so kann man auch seinen Inhalt ohne Kenntnis des Umfanges bestimmen. *Hat man aber den Inhalt des Kreises, und sucht die Länge des Durchmessers, so addiert man zu dem Inhalte* $\frac{3}{11}$ *desselben, und erhält damit das Quadrat des Durchmessers. Die Wurzel desselben zeigt die Länge des Durchmessers an.*[2])

Wenn etwa gefragt würde, wieviele Maasseinheiten die Länge des Durchmessers enthält, dessen Inhalt 154 Quadratellen umfasst, so theilt man diese Zahl genau in 11 Theile, und findet, dass ein Elftel 14 enthält. Drei solche Theile zusammengenommen sind also gleich 42, und zählt man dies zu 154 hinzu, so kommt 196, das Quadrat des Durchmessers, und die Wurzel aus dieser Zahl, das ist seine Länge, beträgt 14.

5. *Kennt man aber die Grösse des Umfanges und sucht die Länge des Durchmessers,* so nehme man $\frac{7}{22}$ des Umfangs oder theile den Umfang durch $3\frac{1}{7}$, und findet so den Durchmesser. Welche Methode man auch wählt, man gelangt zu demselben Ergebnis. Wird z. B. gefragt, wieviel Maasseinheiten der Durchmesser enthalte, wenn der Umfang 44 Ellen Länge besitzt, so erhält man 14, wenn man $\frac{7}{22}$ von diesen 44 nimmt, und das ist die Länge des Durchmessers. Dividiert man ähnlich 44 durch $3\frac{1}{7}$, so findet man auch auf diese Weise, dass die Länge des Durchmessers 14 beträgt.[3])

6. *Wenn man fragt, wieviel Maasseinheiten der Durchmesser eines Kreises enthält, wenn dieser Durchmesser mit 11 multipliciert den Inhalt*

---

1) Das ist der Werth des Ptolemäus $\pi = \frac{377}{120}$, $J = \frac{377}{480} d^2$.

2) Leonardo 86, 6 v. u. $d = \frac{7}{22} P = P : 3\frac{1}{7}$.

3) Savasorda hat hier die oben gegebene Formel $J = \frac{d}{2} \cdot \frac{P}{2}$ in $J = d \cdot \frac{P}{4}$ umgewandelt, was sonst im Mittelalter nicht vorkommt.

Cum diametri multiplicationem in quartam sui circumferentiae partem ipsius circuli embadum complere manifestum sit, et in hac quaestione diametrum in 11 multiplicatum sui circuli aream efficere proclamatur, quartam ipsius circumferentis lineae partem 11 mensuras continere non est ambi-
5 guum. Igitur si 11 in 4 multiplicaveris, 44, quae sunt circumferentis lineae summa, reperies, quam si in 3 et septimam diviseris, exibit diametri longitudo.[1])

7. Huc usque perfecti circuli dimensionibus ostensis ad portionum circuli dimensiones arcuum formas habentium transitum faciamus. Circulorum
10 itaque portiones sicut et omnium figurarum in tria dividuntur. Quaedam etenim *semicirculum,* quaedam *minus,* quaedam *plus semicirculo* continebunt. Harum autem portionum singulae *cordam* et *sagittam* habere dicuntur.

Igitur eius *corda est linea recta ab altero fine arcus ad alterum finem protracta,* et eiusdem vero *sagitta est linea recta a praedictae cordae dimidio*
15 *usque ad arcum secundum rectum angulum elevata.*

Cumque dimidio cordae sagitta aequalis exstiterit, erit arcus ille semicirculus; si autem minor ea fuerit, erit et ipse minor semicirculo; verum si maior apparuerit, et ipse arcus semicirculo maior apparebit.

8. Sit igitur exempli causa circuli portio $\widehat{abc}$, cuius corda adc 8, eius-
20 que sagitta db 4 ulnas contineat: erit ergo *semicirculus.* Cuius embadum si nosse deside|ras, dimidium eius cordae, quae est circuli diametrum, in arcus 19′ dimidium multiplica, et semicirculi embadum exibit (Fig. 33).[2])

9. Arcus vero summam si nosse cupis, dimidium cordae, quae est 4, in 3 et septimam multiplica, et 12 ulnas quatuorque septenas invenies, et
25 haec est ipsius arcus, totius circumferentiae dimidium in se continentis quantitas. Huius quidem arcus dimidium, 6 scilicet duasque septimas, assumens in 4, quae sunt totius cordae dimidium, multiplica, et 25 ac unius septimam invenies, quod est semicirculi embadum.

10. Aliter etiam embadum scire poteris, scilicet si cordam in semet
30 multiplicaveris et ex inde collecto septimam septimaeque dimidium abstuleris, residuique dimidium acceperis, semicirculi aream nimirum reperies. Quare si 8 praefatas ulnas in semet duxeris, 64 innascentur, de cuius numeri summa si septimam septimaeque partis dimidium, quod est 13 ulnas et 5 septimas, abstuleris, 50 ulnae et duae septimae remanebunt, cuius summae

3 procreatur. — 6 summam. — 33 12 ulnas.

1) Leonardo 92, 4. Man beachte die Bezeichnung der zum Theil krummlinig begrenzten Figur durch $\widehat{abc}$ im Gegensatze zu dem geradlinigen Dreiecke abc.

2) $d = \sqrt{1\frac{3}{11}J}$.

ergiebt, so ist die Antwort folgende. Da das Produkt aus dem Durchmesser und dem vierten Theile seines Umfanges den Inhalt des Kreises erzeugt, so ist klar, da nach obiger Frage der Durchmesser mit 11 vervielfacht den Inhalt des zugehörigen Kreises ausmachen soll, dass der vierte Theil des Umfanges 11 Maasseinheiten enthält. Multipliciert man also 11 mit 4, so findet man als Länge des Umfanges 44, und dividiert man das durch $3\frac{1}{7}$, so kommt die Länge des Durchmessers.[1]

7. Bisher haben wir die Ausmessung des Vollkreises gelehrt, nun wollen wir zur Ausmessung der Kreisabschnitte, welche die Form von Kreisbogen haben, übergehen. Die Kreisabschnitte werden wie alle solche Figuren in drei Arten getheilt. Einige nämlich enthalten einen *Halbkreis,* einige *weniger,* einige *mehr als einen Halbkreis.* Von jedem solchen Abschnitte sagt man, er besitze eine *Sehne* und einen *Pfeil.*

Sehne desselben ist nämlich die gerade Linie, welche von einem Endpunkte des Bogens nach dem andern gezogen ist;

Pfeil desselben aber ist die gerade Linie, welche im Halbierungspunkte der Sehne bis zum Bogen senkrecht errichtet ist.

Ist der Pfeil der Hälfte der Sehne gleich, so ist der Bogen ein Halbkreis; ist er kleiner als die Hälfte, so ist der Bogen ebenfalls kleiner als der Halbkreis; ist er aber grösser, so ist der Bogen auch grösser als der Halbkreis.

8. Um ein Beispiel zu zeigen, sei der Kreisabschnitt $\widehat{abc}$ vorgelegt, seine Sehne adc enthalte 8, der Pfeil db 4 Ellen: es ist also *ein Halbkreis.* Um seinen Inhalt zu finden, multipliciere man die Hälfte seiner Sehne, die zugleich Durchmesser des Kreises ist, mit der Hälfte des Bogens, so kommt der Inhalt des Halbmessers (Fig. 33).[2]

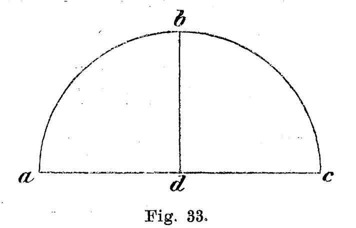


Fig. 33.

9. Um aber die Länge des Bogens zu bestimmen, vervielfache man die halbe Sehne, das ist 4, mit $3\frac{1}{7}$, so erhält man $12\frac{4}{7}$ Ellen, und das ist die Grösse des Bogens, der die Hälfte des ganzen Umfanges in sich fasst. Die Hälfte dieses Bogens, das ist $6\frac{2}{7}$, multipliciere man nun mit 4, das ist der Hälfte der Sehne, und man erhält $25\frac{1}{7}$ als Inhalt des Halbkreises.

10. Den Inhalt kann man auch auf andere Weise bestimmen. Wenn man nämlich die Sehne mit sich selbst vervielfacht, von dem Quadrate $\frac{3}{14}$ abzieht und von dem Reste die Hälfte nimmt, so findet man ohne weiteres den Inhalt des Halbkreises. Wenn man also die 8 obengenannten Ellen mit sich selbst vervielfacht, so entstehen 64. Zieht man hiervon $\frac{3}{14}$ ab, das ist $13\frac{5}{7}$ Ellen, so bleiben $50\frac{2}{7}$ Ellen übrig. Die Hälfte dieser Grösse,

dimidium, quod est 25 et unius insuper septima, semicirculi embadum complet. Hac itaque via semicirculi embadum addiscere ⟨poteris⟩, et haec est semicirculi figura.

11. Ad illius autem portionis similitudinem, quae semicirculo minor existit, $\widehat{abc}$ constituatur, cuius corda *ac* 8, eiusque sagitta *db* 2 mensuras in se contineat. Haec quidem portio non est semicirculus, sed minor semicirculo, eo quod ipsius sagitta eiusdem cordae minor invenitur. Huius autem portionis aream absque illius circuli, cuius portio est, diametri cognitione scire non poteris. Circuli vero diametrum addiscas, si cordae dimidium in semet multiplicaveris, et quod fuerit, per sagittae summam diviseris, quodque exierit, toti summae sagittae superaddideris. Illud etenim, quod inde collectum fuerit, erit totius diametri quantitas (Fig. 34).[1]

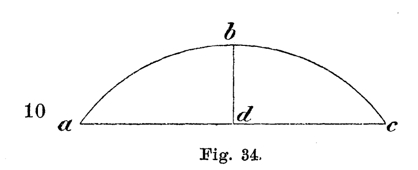


Fig. 34.

Verbi gratia si hac in portione dimidium cordae, quod est 4, in se ipsum multiplicaveris, 16 invenies, cuius numeri summam si in duo, quae sunt sagittae quantitas, diviseris, 8 nimirum exibunt. Quibus superadditis 2, quae sunt sagittae longitudo, 10, quae sunt summa diametri illius circuli, cuius haec est portio, colligentur.

Istius quippe numerationis demonstrationem si nosse desideras, huius portionis circulum perficiens (Fig. 35) sagittam *bd* ex altera parte usque ad circumferentem lineam protrahas ad similitudinem lineae *bdf*, quae in hac subscripta figura circulari protracta est, eruntque duae lineae *ac*, *bf* in circulo *abcf* supra punctum *d* sese invicem abscinden|tes. Multiplicatio igitur lineae *ad* in lineam *dc*, quae sibimet invicem sunt aequales, erit ut multiplicatio lineae *bd* in lineam *df*, quemadmodum ab Euclide, geometra peritissimo, manifeste monstratur. Linea *df* ⟨lineam⟩ *ac* in duo secat aequalia, ad cuius sectionis dimidio linea *bf* perpendiculariter super ipsam protrahitur, quapropter eam per centrum transire et circuli diametrum esse necesse est, ut in suo libro dictus Euclides ostendit. Huius itaque circuli diametrum 10 continere mensuras nulli dubium est.

12. His ita repertis, si eiusdem portionis embadum nosse volueris,

2 poteris *fehlt.* — 16 est cordae 4. — 28 lineam *fehlt.*

1) Savasorda kennt also die Beziehungen zwischen Halbsehne, Sagitta und Durchmesser. Am Schlusse des Kapitels kommt er nochmals darauf zurück und bezieht sich zum Beweise ausdrücklich auf Euklides.

das ist $25\frac{1}{7}$, macht den Inhalt des Halbkreises aus. Auf diese Art kann man also den Inhalt eines Halbkreises finden, und das ist die Figur des Halbkreises.

11. Als Beispiel eines Kreisabschnittes, der kleiner als ein Halbkreis ist, sei $\widehat{abc}$ gezeichnet, dessen Sehne ac 8, der Pfeil db 2 Maasseinheiten in sich fasse. Dieser Abschnitt ist kein Halbkreis, sondern kleiner als ein Halbkreis, weil sein Pfeil kleiner als die Hälfte seiner Sehne ist. Der Inhalt dieses Abschnittes lässt sich aber ohne Kenntnis des Durchmessers des Kreises, von dem er ein Theil ist, nicht bestimmen. Den Kreisdurchmesser findet man aber, wenn man die halbe Sehne mit sich selbst vervielfacht, das entstehende Quadrat durch die Länge des Pfeils dividiert, und das Ergebnis der ganzen Länge des Pfeiles hinzuzählt, denn diese Summe ist die Länge des Durchmessers (Fig. 34).[1])

Multipliciert man z. B. die Hälfte der Sehne des gegebenen Abschnittes, die 4 beträgt, mit sich selbst, so findet man 16; dividiert man das durch 2, die Länge des Pfeiles, so kommen 8, und das zu 2, nämlich zu der Länge des Pfeiles, hinzugelegt, macht zusammen 10, das ist die Länge des Durchmessers des Kreises, zu welchem der gegebene Abschnitt gehört.

Zum Beweise dieser Berechnung vollende man den zu dem Abschnitte gehörigen Kreis (Fig. 35), und verlängere den Pfeil bd nach der andern Seite bis zum Umfange; wie die Gerade bdf zeigt, die in der nebenstehenden Figur des Kreises gezogen ist. Dann schneiden sich die beiden Geraden ac, bf im Kreise $abcf$ im Punkte d, also ist das Produkt aus der Geraden ad und der Geraden dc, die einander gleich sind, gleich dem Produkte der Geraden bd und der Geraden df, wie von Euklides, dem erfahrensten Geometer, klar bewiesen ist. Die Gerade df schneidet die Gerade ac in zwei gleiche Theile, und in diesem Halbierungspunkte ist die Gerade bf senkrecht auf derselben errichtet, sie muss daher durch den Mittelpunkt gehen und Durchmesser des Kreises sein, wie der ebengenannte Euklides in seinem Buche gezeigt hat. Dass also der Durchmesser dieses Kreises 10 Ellen enthält, kann nicht zweifelhaft sein.

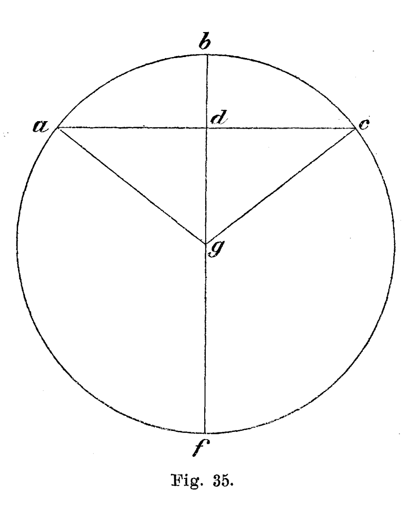


Fig. 35.

12. Will man nach Bestimmung des Durchmessers den Inhalt des Ab-

lineam bf in duo aequa supra punctum g, quod est circuli centrum, partiaris, a quo scilicet puncto duas ag, gc lineas ad duo puncta a, c dirigas, cumque lineam ag, quae est diametri dimidium, in dimidium arcus $\overset{\frown}{ac}$, quod est $\overset{\frown}{ab}$, multiplicaveris, embadum trianguli, cuius duo latera sunt lineae ag, gc, eiusque basis est arcus $\overset{\frown}{abc}$, reperies. De cuius numeri summa si trianguli agc aream abstuleris, embadum portionis $\overset{\frown}{abcd}$ remanebit. Huius autem trigoni embadum, quod est 12, est multiplicatio lineae gd, quae hac in figura trium existit ulnarum, in dimidium lineae ac, quod 4 ulnas amplectitur, et ipsum videlicet embadum ⟨est⟩ illa quantitas, quae ex multiplicatione rectae lineae ag in lineam $\overset{\frown}{ab}$ circularem proicitur. Reliquum itaque portionis $\overset{\frown}{abcd}$ aream complet.[1])

Manifestum est igitur, quod *in omni circuli portione, quae semicirculo minor exstiterit, si circuli, cuius ipsa portio fuerit, diametri dimidium in dimidium arcus eiusdem portionis duxeris, et quod fuerit, seorsum servaveris, post haec ex diametri dimidio sagittae summam proieceris, residuumque in cordae dimidium multiplicaveris, et, quod fuerit, ex servata quantitate depresseris, reliquum eiusdem portionis embadum fore non dubites.*

13. Item ad exemplar illius portionis circuli, quae semicirculo maior fuerit, $\overset{\frown}{abc}$ portio constituatur, cuius corda ac 12, eiusque sagitta bd 12 mensuras amplectitur. Huius autem portionis embadum taliter scire poteris. *Si diametrum scilicet illius circuli, cuius portio est, produxeris et ipsius dimidium in dimidium arcus multiplicaveris, eique multiplicationi embadum trianguli supra cordam existentis superadiunxeris, inde coadunatum totius portionis embadum incunctanter efficiet.*

Veluti si dimidium cordae in se ipsum multiplicaveris, 36 invenies, cuius numeri summam si in sagittae quantitatem, quae est 12, diviseris, 3 nimirum exibunt. Quibus eaedem sagittae superadditis, 15, quae sunt totius diametri longitudo, colli|gentur, cuius dimidium, quod est linea bf, 7 et semissem suscipit. Quod si in dimidium arcus multiplicaveris, embadum portionis sub lineis cf et af, nec non et arcu $\overset{\frown}{abc}$ contentae reperies. Cui si embadum trianguli acf superaddideris, et ipsum est id, quod ex multiplicatione lineae df in dimidium lineae ac colligitur, quod inde coadunatum fuerit, istius portionis aream complebit (Fig. 36).

---

2 duas scilicet puncta ag, gc. — 6 triangulum. — 9 est *fehlt*. — 23 inde] n̄ *A*.

---

1) Leonardo 100, 4 v. u. Die *Portio minor* ist also gleich dem Kreisausschnitt *minus* dem durch die Sehne und die Radien gebildeten Dreiecke.

schnittes finden, so halbiere man die Gerade bf im Punkte g, das ist der Mittelpunkt des Kreises, und ziehe von diesem Punkte die beiden Geraden ag, gc nach den beiden Punkten a und c. Wenn man dann die Linie ag, die gleich dem Halbmesser ist, mit der Hälfte des Bogens $\widehat{ac}$, das ist mit $\widehat{ab}$ multipliciert, so erhält man den Inhalt des Dreiecks, dessen beide Seiten die Geraden ag, gc sind, und als dessen Grundlinie man den Bogen $\widehat{abc}$ findet. Zieht man von diesem Produkte die Fläche des Dreiecks agc ab, so bleibt der Inhalt des Kreisabschnittes $\widehat{abcd}$ übrig. Der Inhalt des genannten Dreiecks ist 12, er ist nämlich das Produkt der Geraden gd, die in unserer Figur 3 Ellen lang ist, mit der Geraden ac, welche 4 Ellen enthält, und der obige Flächeninhalt ist die Grösse, welche aus der Multiplikation der geraden Linie ag mit dem Kreisbogen $\widehat{ab}$ entsteht. Der Rest macht daher die Fläche des Abschnittes $\widehat{abcd}$ aus.[1])

Es ist also klar, *dass, wenn man für jeden Kreisabschnitt, der kleiner ist als ein Halbkreis, den Halbmesser des Kreises, dessen Abschnitt er ist, mit der Hälfte des Bogens des Abschnittes vervielfacht und das Produkt sich merkt, dann die Länge des Pfeiles von dem Halbmesser wegnimmt, und den Rest mit der halben Sehne multipliciert, das Ergebnis aber von dem gemerkten Produkte subtrahiert, der Rest zweifellos den Inhalt des Kreisabschnittes bildet.*

13. Als ein Beispiel eines Kreisabschnittes, der grösser ist als ein Halbkreis, zeichne man einen Abschnitt $\widehat{abc}$, dessen Sehne ac 12, sein Pfeil bd ebenfalls 12 Maasseinheiten umfasst. Den Inhalt dieses Abschnittes kann man folgendermaassen bestimmen. *Zieht man nämlich den Durchmesser des Kreises, zu welchem er gehört, multipliciert dessen Hälfte mit der Hälfte des Bogens und addiert zu dem Produkte den Inhalt des Dreiecks, das über der Sehne steht, so macht die Summe den Inhalt des ganzen Abschnittes aus.*

Wenn man hier die Halbsehne mit sich selbst vervielfacht, so findet man 36, Division dieser Grösse durch die Länge des Pfeiles, nämlich 12, ergiebt 3. Dies zu dem Pfeile addiert liefert 15, und das ist die ganze Länge des Durchmessers. Seine Hälfte, das ist die Länge bf ist also $7\frac{1}{2}$. Multipliciert man das mit dem halben Bogen, so erhält man den Inhalt des Ausschnittes, der zwischen den Geraden cf und af sowie dem Bogen $\widehat{abc}$ enthalten ist, und wenn man hierzu den Inhalt des Dreiecks acf addiert, und derselbe entsteht durch Multiplikation der Geraden df mit der Hälfte der Geraden ac, so ist die Summe gleich dem Flächeninhalte des Kreisabschnittes (Fig. 36).

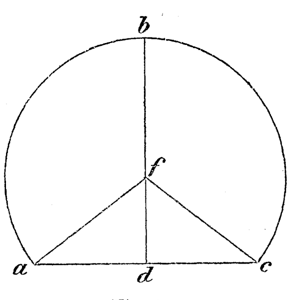


Fig. 36.

Quicumque igitur portionis circuli semicirculo maioris existentis embadum scire voluerit, dimidium diametri illius circuli, cuius portio fuerit, in dimidium arcus portionis multiplicet, et quod fuerit, servet. Post haec dimidium diametri ex totius sagittae summa demat reliquumque in cordae-dimi- 5 dium multiplicet, et quod fuerit, servatae quantitati superaddat, indeque collectum eiusdem portionis semicirculi maioris adparentis embadum fore confirmet.

Cuius demonstratio supradictas demonstrationes non ignoranti manifesti patebit.[1])

10 **14.** Ad horum itaque similitudinem omnes circulares figuras, illa etiam insuper, quae partim ex arcubus, partim ex rectis lineis formantur, metiri poteris. Ut in triangulo, cuius basis est arcus $\widehat{bdc}$ (Fig. 37), eiusque duo latera sunt lineae ab, ac rectae, si rectam lineam bc protraxeris, triangulus rectilineus abc nec non et figura $\widehat{bdc}$ ex recta et circulari linea constans 15 circulique portio nuncupata formabitur. Cumque utriusque istarum figurarum aream singulariter noveris, si eas in unum colligeris, totius figurae aream continebunt, et haec est figura.[2])

15. Simili quoque ratione si figura $\widehat{aecbd}$ procreatur (Fig. 38), cuius basis bc recta linea fuerit, eiusdemque duo latera $\widehat{adb}$, $\widehat{aec}$ lineae circu- 20 lares exstiterint, et in ea duas rectas ab, ac lineas protraxeris, in tres partes tota figura dividetur. Quarum una fuerit trigonus rectilineus abc, reliquae vero duae circuli portiones apparebunt, quarum ⟨alteram tres a, d, b⟩, alteram autem tres a, e, c litterae designabunt. Istorum quidem trium partium embada via 25 praedicta reperies.

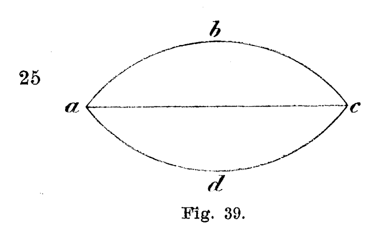


Fig. 39.

16. Quod si forte aliqua figura ex duabus circuli portionibus constare contingit, ut in hac figura $\widehat{abcd}$, quam *piscis formam* habere dicunt, et rectam in eo lineam ab produxeris (Fig. 39), 30 duae circulorum portiones separabuntur, quarum embada singulariter addiscens totius figurae piscis formam habentis embadum non ignorabis.[3])

---

4 reliquumque] reliquum quidem quod. — 22 alteram tres *a, d, b über der Zeile in A ausradiert.* — 29 et *fehlt in B.* — 31 embada.

---

1) Leonardo 101, 9. Die *portio maior* ist also Kreisausschnitt *plus* dem obengenannten Dreiecke. Da sonst im Mittelalter die *portio maior* durch Subtraktion der *portio minor* vom ganzen Kreise gewonnen wird, so ist die Übereinstimmung Leonardo's mit Savasorda um so beachtenswerther.

2) Leonardo 101, 13. 3) Leonardo 101, 18.

Wer also den Inhalt eines Kreisabschnittes, der grösser ist als der Halbkreis, finden will, muss den Halbmesser des Kreises, zu dem der Abschnitt gehört, mit dem halben Bogen des Abschnittes multiplicieren und das Produkt sich merken. Dann muss er den Halbmesser von der ganzen Länge des Pfeiles wegnehmen und den Rest mit der halben Sehne vervielfachen, das Produkt aber zu dem vorher gemerkten Produkte addieren, dann kann er behaupten, dass die Summe gleich dem Inhalte des Kreisabschnittes grösser als der Halbkreis ist.

Der Beweis hierfür wird jedem, der den vorhergehenden Beweis verstanden hat, klar sein.[1])

14. In dieser Weise kann man alle Kreisfiguren, sowie ausserdem auch diejenigen, welche zum Theil aus Kreisbogen, zum Theil aus geraden Linien gebildet werden, ausmessen. Wenn man z. B. in dem Dreiecke, dessen Grundlinie der Bogen $\widehat{bdc}$ (Fig. 37), seine beiden Seiten aber die Geraden ab, ac sind, die gerade Linie bc zieht, so wird dadurch das geradlinige Dreieck abc und die von einer Geraden und einem Kreisbogen begrenzte Figur $\widehat{bdc}$, die Kreisabschnitt genannt wird, gebildet. Da man nun für jede einzelne dieser Figuren den Inhalt kennt, so werden sie durch Addition den Inhalt der ganzen Figur ergeben, und das ist die zugehörige Figur.

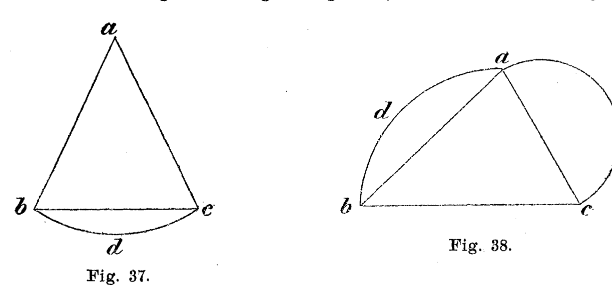


Fig. 37. Fig. 38.

15. Wird in ähnlicher Weise eine Figur $\widehat{aecbd}$ gebildet (Fig. 38), deren Grundlinie bc eine gerade Linie, die beiden Seiten $\widehat{adb}$, $\widehat{aec}$ aber Kreisbogen darstellen, und man zieht in derselben die beiden Geraden ab, ac, so zerfällt die ganze Figur in drei Theile. Einer davon ist das geradlinige Dreieck abc, die andern beiden aber erscheinen als Kreisabschnitte, von welchen den einen die drei Buchstaben a, d, b, den andern aber die Buchstaben a, e, c bezeichnen. Die Inhalte dieser drei Theile findet man auf dem vorgenannten Wege.

16. Besteht zufällig eine gegebene Figur aus zwei Kreisabschnitten, wie die Figur $\widehat{abcd}$, von welcher man sagt, sie habe die *Form eines Fisches,* und man zieht in derselben die Gerade ab, so werden dadurch zwei Kreisabschnitte getrennt, deren Inhalt man einzeln berechnen und so auch den Inhalt der ganzen fischähnlichen Figur kennen wird.[3])

17. *Item in figura, quae non sit circularis, sed obliqua procreatur, cuius duo diametra sunt inaequalia, utriusque diametri dimidium accipiens in unum collige, collectumque | in semet ipsum multiplica. Ex qua multi-* 21 *plicatione septimam septimaeque dimidium, sicut in circulo feceras, abiiciens* 5 *reliquum huius obliquae figurae aream fore non ambigas* (Fig. 40).[1]

Istarum quippe figurarum variabilium multas invenies, ad quorum cognitionem, ne prolixitas operis taedium generet, ista sufficiant.

18. Cum circuli cuiuslibet diametrum sciveris, et quaelibet, in ipso scilicet circulo, tibi data corda fuerit, si eiusdem cordae arcum nosse 10 volueris, et, quemadmodum certam regulam in cognitione longitudinis cuiuslibet diametri per suam circumferentiam, vel cuiuslibet circumferentiae per sui diametri notitiam inveneris, ita certam regulam, qua per cordam vel sagittam longitudinem sui arcus addiscas, invenire desideras, hanc regulam te nullatenus invenire posse cognoscas, eo quod portio cordae ad suum arcum non semper eodem intervallo procedit, sed secundum arcuum cordarumque variationes alteratur. Veluti si in eodem circulo duo inaequales procreantur arcus, proportio maioris arcus ad minorem erit maior proportione cordae maioris ad cordam minoris, et eorum huiusmodi differentia non semper est eadem, quapropter nulli subiacet regulae, ideoque cordarum et arcuum numeratio nonnullis obscura difficilisque videtur. Eos autem, qui hoc numerando scire voluerunt, quamplures geometriae regulas non ignorare necesse est.

15 Tabula arcum et cordarum.

Partes Cordarum	Arcus		
	Partes	Min.	Sec.
1	1	0	2
2	2	0	8
3	3	0	26
4	4	0	55
5	5	1	44
6	6	2	54
7	7	4	42
8	8	7	11
9	9	9	56
10	10	13	42
11	11	18	54
12	12	24	38
13	13	31	9
14	14	40	0
15	15	50	10
16	17	2	16
17	18	16	36
18	19	33	27
19	20	53	26
20	22	17	10
21	23	45	6
22	25	19	24
23	27	0	0
24	28	49	56
25	31	26	37
26	33	20	52
27	36	27	32
28	44	0	0

19. In astronomia vero peritissimi istud addiscere summopere curaverant, eo quod astronomicae doctrinae valde necessarium est. Quapropter quaedam inde scripta, ne oblivione traderetur, composuerunt, ex quibus illud hoc in opusculo transtulimus, quod nobis operique nostro necessarium fore cognovimus. Quasdam insuper tabulas, in quibus 28 lineationes protrahuntur, ordinavimus. Diametrum enim circuli similiter in 28 partes divisimus, quare secundum istas divisiones linea circumferens 88 partes | neces- 21′

15 intervallo] calle. — 16 set *A und so später immer.* — 19 portione. — 22 nullius *A.* — 24 Eos qui autem. — *In der* Tabula arcuum et cordarum *liest A in der dritten Tafelzeile* 25 *statt* 26 *und in der sechszehnten* 15 *statt* 16 *in den Sekunden.*

17. *In einer Figur ferner, die kein Kreis ist, sondern eine ovale Gestalt hat, und deren beide Durchmesser ungleich sind, addiere man die Hälften der beiden Durchmesser und multipliciere die Summe mit sich selbst. Nimmt man dann von dem Produkte* $\frac{3}{14}$ *hinweg, wie beim Kreise geschah, so wird der Rest den Inhalt der ovalen Figur darstellen* (Fig. 40).[1]) Solcher veränderlicher Figuren kann man viele finden, doch mögen, damit nicht die Verwickeltheit des Werkes Abscheu errege, zu ihrer Kenntnis die gegebenen Beispiele genügen.

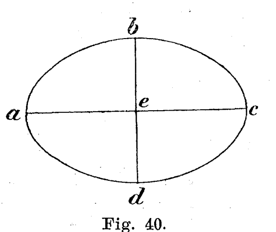


Fig. 40.

18. Kennt man den Durchmesser eines Kreises, und ist eine Sehne desselben Kreises gegeben, man will den zu der Sehne gehörigen Bogen bestimmen und man wünscht in ähnlicher Weise, wie man den Durchmesser aus dem zugehörigen Umfange oder den Umfang aus seinem Durchmesser durch eine sichere Formel finden kann, ebenso eine sichere Regel zu finden, durch welche man aus der Sehne oder dem Pfeile die Länge des zugehörigen Bogens bestimmen kann, so muss man wissen, dass eine solche Regel überhaupt nicht gefunden werden kann, weil nämlich das Verhältnis der Sehne zu ihrem Bogen nicht immer in gleichem Maasse wächst, sondern nach der Veränderung von Sehne und Bogen verschieden ist. So ist, wenn in demselben Kreise zwei ungleiche Sehnen gezogen werden, das Verhältnis des grössern Bogens zum kleinern grösser als das Verhältnis der Sehne des grössern zur Sehne des kleinern, und der Unterschied der Verhältnisse ist nicht immer derselbe, und deshalb unterliegt er eben keiner Regel, und hierdurch erscheint die Berechnung der Sehnen und Bogen manchem dunkel und schwierig. Diejenigen aber, welche diese Berechnung anstellen wollen, müssen eine sehr grosse Zahl geometrischer Sätze kennen.

Die in der Astronomie Erfahrensten sind das zu lernen am meisten beflissen, da es für die Lehren der Astronomie unumgänglich nöthig ist. Einige von ihnen haben daher Schriften darüber verfasst, damit es nicht in Vergessenheit gerathe, und wir haben aus denselben dasjenige in unser Werk aufgenommen, was wir für unser Werk als nothwendig erkannten. Wir haben ferner eine Tafel hinzugefügt, in welcher 28 Zeilen gezogen sind. Auch den Durchmesser des Kreises haben wir in ähnlicher Weise in 28 Theile getheilt, so dass von diesen Theilen der Umfang nothwendiger-

1) Leonardo 101, 23. Es handelt sich hier offenbar um eine Ellipse mit den Achsen a und b. Savasorda so gut wie Leonardo geben für den Inhalt die Formel $J = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \pi$.

sario continebit. Istarum etiam tabularum latitudo in quatuor lineationes dividitur, quarum prima 28 diametri partes in longitudine continet, in reliquis autem tribus, arcuum quantitates ab uno usque ad 28, prout singulis cordis debetur, inscribuntur. Aream vero tabularum idcirco in tria divisimus,
5 quoniam cum cuiuscunque arcus quantitatem subtiliter investigare voluimus, cum in 60, quae minuta vocantur, quorum iterum unumquodque in 60, quae secunda dicuntur, dividimus, ut in his subscriptis tabulis ostenditur.[1])

20. Ad harum autem tabularum notitiam quandam regulam tibi valde necessariam et perutilissimam indicabimus. Ea est huiusmodi. *Si quatuor*
10 *proportionales quantitates exstiterint, multiplicatio primae ⟨in quartam⟩ ea erit, quae et secundae in tertiam.* Hac itaque regula tibi bene cognita et tenaci memoriae commendata, istarum tabularum numerationes breviter ostendamus.

21. *Si cuiuslibet igitur arcus corda tibi data fuerit, et eius arcum scire voluerís,* ipsius circuli diametrum per cordae sagittaeque longitudinem, ut
15 supra docuimus, prius addiscas. Quod diametrum si 28 partium exstiterit, quemadmodum circuli diametrum in his tabulis positum fore praediximus, laboris expers cum data corda in lineam partium cordarum ingrediens, quod in eius directo in lineis arcuum ex partibus et minutis ac secundis invenies, erit quaesiti arcus quantitas. Si autem illius dati circuli dia-
20 metrum plus minusve 28 partibus continuerit, quam proportionem ad 28 partes habuerit, inquire, quoniam eadem erit datae cordae ad cordam tabularum proportio. Nam manifestum est, quod proportio diametri dati circuli ad datam cordam est eadem, quae et diametri tabularum, quod 28 partes in se recipit, ad illam cordam, quae secundum illius diametri quantitatem his
25 in tabulis esset accipienda. Quare si datam cordam, quae in proportione prima consequens est, assumpseris, et eam in tabularum diametrum, quod in secunda proportione est antecedens et 28 partes suscipit, multiplicaveris, indeque proveniens per dati circuli diametrum, quod in prima proportione est antecedens, diviseris, corda, quae his tibi debetur in tabulis, exibit. In
30 cuius directo ipsius quaesitum arcum reperies. Proportio autem istius inventae cordae ad suum arcum ea est, quae et datae cordae ad suum arcum, quem quaeris. Quapropter, si arcum in his tabulis repertum, qui est in prima proportione consequens, in datam cordam multiplicaveris, et per tabularum cordam diviseris, quaesitum arcum incontanter invenies.

---

9 perutissimam *A.* — Ea] Hea *A.* — 10 in quartam *in A über der Zeile ausradiert.* — 21 tabulatam *A.* — 22 portio. — 25 portione. — 30 portio. — 31 ea] eo. — arcus. — 33 portione.

---

1) Die Sehnentafel SAVASORDA's dürfte wohl die älteste sein, welche in einem lateinisch geschriebenen Werke nachweisbar ist.

weise 88 Theile enthält. Die Breite der Tafel ist in vier Kolumnen getheilt. In der ersten sind die 28 Theile des Durchmessers enthalten, in den drei übrigen ist der Betrag der Kreisbogen, wie er zu den einzelnen Sehnen von 1 bis 28 gehört, eingeschrieben. Die Fläche der Tafel ist aber deshalb in drei Kolumnen getheilt, weil wir den Betrag der einzelnen Bogen genau finden wollten, und deshalb jeden einzelnen Theil desselben in 60 Theile, die wir Minuten nennen, und von diesen wieder jeden einzelnen in 60 Theile, die Sekunden heissen, zerschneiden, wie in der beigegebenen Tafel zu sehen ist.[1])

20. Für den Gebrauch der Tafel wollen wir eine sehr nöthige und höchst nützliche Regel hier anführen. Es ist folgende: *Wenn vier Grössen in Proportion stehen, so ist das Produkt der ersten und vierten gleich dem der zweiten und dritten.* Nachdem diese Regel bekannt und in treuem Gedächtnis festgehalten ist, wollen wir den Gebrauch jener Tafel in Kürze darlegen.

21. *Ist also die Sehne irgend eines Bogens gegeben, und man will den Bogen bestimmen,* so suche man nach dem oben Gelehrten zunächst den Durchmesser des Kreises durch die Länge der Sehne und des Pfeiles. Hat dann der Durchmesser 28 Theile, wie wir sagten, dass der Durchmesser des Tafelkreises gesetzt sei, so geht man ohne jede Rechnung mit der gegebenen Sehne in die Kolumne der Theile der Sehne ein, und der Betrag, welchen man in derselben Zeile in den Kolumnen der Bogen an Theilen, Minuten und Sekunden findet, ist die gesuchte Länge des Bogens. Enthält aber der Durchmesser des gegebenen Kreises mehr oder weniger als 28 Theile, so sehe man zu, wie gross sein Verhältnis zu 28 Theilen ist, da das Verhältnis der gegebenen Sehne zur Tafelsehne dasselbe ist. Es ist nämlich klar, dass das Verhältnis des Durchmessers der gegebenen Kreises zu der gegebenen Sehne dasselbe ist als das des Tafeldurchmessers, der 28 Theile enthält, zu derjenigen Sehne, welche der Länge dieses Durchmessers entsprechend in der Tafel zu nehmen wäre. Multipliciert man daher die gegebene Sehne, welche in dem ersten Verhältnis das Hinterglied ist, mit dem Tafeldurchmesser, dem Vordergliede des zweiten Verhältnisses, und theilt das Produkt durch den Durchmesser des gegebenen Kreises, der im ersten Verhältnis das Vorderglied bildet, so kommt die Sehne, die in der Tafel entspricht, und in derselben Zeile findet man den zugehörigen Bogen. Das Verhältnis dieser gefundenen Sehne zu ihrem Bogen ist dasselbe wie das der gegebenen Sehne zu ihrem Bogen, den man sucht. Multipliciert man daher den in der Tafel gefundenen Bogen, der im ersten Verhältnis das Hinterglied bildet, mit der gegebenen Sehne, und dividiert dann mit der Tafelsehne, so findet man unverzüglich den gesuchten Bogen.

Ad cuius similitudinem circulus, cuius diametrum 10 et semissem contineat, proponatur, | in quem quaedam corda, cuius longitudo 6 mensuras recipiat, protrahatur. Huius autem cordae ⟨arcum⟩ si scire desideras, datam cordam, et sunt 6, in 28, quae sunt tabularum diametrum, multiplicans, 168 nimirum reperies. Cuius numeri summam si in 10 et semissem, quod est dati circuli diametrum, diviseris, 16 partes exibunt, et haec est corda, cuius proportio ad tabularum diametrum ea est, quae et datae cordae ad sui circuli diametrum. In istius autem cordae directo 17 partes et 2 minuta 16que secunda invenies, quae sunt eiusdem cordae arcus in tabulis. Quem si in 6, quae sunt datae cordae quantitas, duxeris, 102 partes et 13 minuta ac 36 secunda procreabuntur. Quam summam si ⟨per⟩ 16, quae sunt tabularum corda, diviseris, 6 partes et 13 minuta ac 21 secunda reperies, quod est quaesiti arcus summa.

Hac itaque via in omnibus datis cordis, si sui circuli diametrum non ignoraveris, et, quemadmodum ostendimus, processeris, ad illius datae cordae arcum pervenies.

22. *Item si cuiuslibet circuli arcus, cuius diametrum sciveris, datus fuerit, et eius cordam nosse volueris,* si illius circuli diametrum 28 partes habuerit, nullo labore metitur. Datum arcum in lineis partium arcuum inquirens, quod in directo ipsius ex cordarum partibus inveneris, accipe, quia ipsum erit eius cordae longitudo.

Quod si circuli diametrum plus minusve 28 partibus ad sui constitutionem susceperit, datum arcum in 28, quod est tabularum diametrum, multiplica, indeque collectum per diametrum circuli, cuius ipse arcus extiterit, partire, et exibit arcus, cuius proportio ad tabularum cordam ea est, quae etiam arcus ad suam cordam. Eius itaque cordam in ipsius directo positam ⟨ex⟩ tabulis abstrahens eam in datum arcum multiplica, et quod fuerit, per arcum tabularum partire, quodque exierit, erit corda quaesita. In hoc autem nulla, ni fallor, eget similitudine, eo quod si praedictae similitudinis conversam non ignoraveris, tu ipse absque omni doctrina manifeste illud agnoscas.

23. *Item si cuiuslibet circuli, cum circumferentem lineam sciveris, corda quaelibet data fuerit, et eius arcum nosse volueris,* si circuli diametrum per circumferentem lineam, ut supra docuimus in areae circuli cognitione, dideris, idem, quod et supra monstravimus, invenies. Habebis etenim cordam circuli, cuius diametrum non ignorabis. Hunc autem operandi modum superius diligenter | ostendimus.

3 arcum *in A über der Zeile ausradiert.* — 9 secundas. — 11 per *fehlt.* — 18 corda. — 25 portio. — 27 ex *fehlt in A.* — 29 similitune *A.* — 35 idem] id est. — 35—36 corda.

Als Beispiel nehmen wir einen Kreis an, dessen Durchmesser gleich $10\frac{1}{2}$ sei, und in demselben werde eine Sehne gezogen, deren Länge 6 Maasseinheiten enthält. Zur Bestimmung des Bogens dieser Sehne multipliciert man die gegebene Sehne, das ist 6, mit 28, dem Tafeldurchmesser, und erhält so 168. Wenn diese Zahl durch $10\frac{1}{2}$, den gegebenen Durchmesser, dividiert wird, so kommen 16 Theile, und das ist die Sehne, deren Verhältnis zum Tafeldurchmesser dasselbe ist, wie das der gegebenen Sehne zu ihrem Durchmesser. In der Zeile dieser Sehne findet man nun 17 Theile 2 Minuten 16 Sekunden, und das ist die Länge des Bogens, der zu der Tafelsehne gehört. Multipliciert man diesen Bogen mit 6, nämlich der Länge der gegebenen Sehne, so erhält man 102 Theile 13 Minuten und 36 Sekunden, welche durch 16, das ist die Tafelsehne, dividiert, 6 Theile 13 Minuten und 21 Sekunden ergeben, und das ist die Grösse des gesuchten Bogens.

Auf diesem Wege also kommt man für alle gegebenen Sehnen zur Kenntnis des zu der gegebenen Sehne gehörigen Bogens, sobald man nur den Kreisdurchmesser kennt, und so vorgeht, wie wir gelehrt haben.

22. *Ist ebenso der Bogen eines beliebigen Kreises, dessen Durchmesser man kennt, gegeben, und man wünscht die Sehne desselben zu finden,* so wird dieselbe, falls der Durchmesser des Kreises 28 Theile besitzt, ohne Mühe gemessen. Man sucht den gegebenen Bogen in den Kolumnen der Theile des Bogens auf, und nimmt das, was man in derselben Zeile als Theile der Sehne findet, denn das ist dann die Länge der Sehne.

Ist jedoch der gegebene Kreisdurchmesser mehr oder weniger als 28 Theile lang, so multipliciere man den gegebenen Bogen mit dem Tafeldurchmesser 28, und theile das Produkt durch den Durchmesser des Kreises, dessen Bogen gegeben ist, so ergiebt sich der Bogen, dessen Verhältnis zur Tafelsehne dasselbe ist, als das des gegebenen Bogens zu seiner Sehne. Man entnimmt also die in derselben Zeile stehende Sehne aus der Tafel und multipliciert sie mit dem gegebenen Bogen, theilt das Produkt durch den Bogen der Tafel, so ist das Ergebnis die gesuchte Sehne. Hierbei bedarf es, wenn ich nicht irre, keines Beispieles, weil, wenn man die Umkehrung des vorhergehenden Beispieles sich vergegenwärtigt, man ohne jede Belehrung die Sache klar erkennen wird.

23. *Ist ferner eine Sehne eines beliebigen Kreises, dessen Umfang man kennt, gegeben, und man will den zugehörigen Bogen ermitteln,* so wird man, sobald man den Kreisdurchmesser aus dem Umfange so berechnet hat, wie wir oben bei der Lehre vom Kreisinhalte gelehrt haben, in derselben Weise, wie wir soeben gezeigt haben, das Gewünschte finden. Man kennt ja die Sehne des Kreises, dessen Durchmesser bekannt ist. Die Methode der Auffindung haben wir oben deutlich dargelegt.

Verum si hoc idem aliter scire desideras, datam cordam in circumferentem lineam circuli tabularum, quam 88 partium constare diximus, multiplica, indeque coadunatum per summam circumferentiae circuli, corda cuius arcus data fuerit, partire, quodque exierit, erit corda circuli tabula-
5 rum similis cordae datae. Eius igitur arcum per has tabulas inquirens eum in datae cordae summam multiplica, et inde collectum per cordam, quam ex tabula inveneras, quemadmodum in praecedenti numeratione feceras, partire, et quaesitum arcum veraciter invenies.

Huius autem numerationis similitudo est, ut in circulo, cuius circum-
10 ferens linea 33 partes continet, si corda, cuius longitudo 6 partium exstiterit, protrahatur, et, quota sit eius arcus longitudo, non ignorare volueris, datam cordam, quae est 6, in circumferentem lineam circuli tabularum, quae est 88 partium, multiplica, et 528 procreabuntur. Cuius numeri summam per 33, quae sunt summa circumferentis lineae circuli, cuius haec
15 corda, partire, et 16 partes invenies, quae sunt corda circuli tabularum datae cordae similis. Istius itaque cordae arcum per tabulas, ut supra monstravimus, addiscito, et eum in summam datae cordae multiplica, indeque repertum per tabularum cordam, ut superius feceras, partire, et quaesitum arcum ut supra reperies.

20 **24.** *Si quilibet arcus cuiuslibet circuli, cuius circumferentiam noveris, datus fuerit, et eius cordam per tabulas nosse volueris,* datum arcum in 88, quae sunt summa circumferentiae circuli tabularum, multiplica, et quod inveneris, per circumferentem lineam circuli, cuius datus arcus fuerit, partire, quodque exierit, erit arcus circuli tabularum arcu dato similis. Eius
25 itaque cordam in tabulis, ut diximus, addiscens eam in arcus dati ⟨summam⟩ multiplica, indeque coadunatum per summam arcus tabularum supra reperti partire, et quod fuerit, erit corda quaesita.

Ad cuius similitudinem sit arcus 5 ulnas et semissem in sui obliquitate continens ex circulo, cuius circumferens linea 33 ulnas recipiat. Huius
30 autem arcus longitudinem nosse volens eum in 88, quae sunt circumferentia circuli tabularum, multiplica, et 484 invenies, quibus per 33, quae sunt circumferens linea circuli, cuius arcus datus exstiterit, divisis 14 partes et 40 minuta, id est duas tertias, reperies, et hic est arcus circuli tabularum dato arcu similis, cuius cordam in tabulis 14 partes continere non dubites.
35 Quam si in 5 et semissem, quae est | dati ⟨arcus⟩ quantitas, duxeris, 23
77 partes colligentur. Cuius numeri summam si in 14 et duas tertias di-

19 ut] valde. — 25—26 summam *in A über der Zeile ausradiert.* — 33 id est] idem. — 35 arcus *fehlt.*

Wünscht man aber auf andere Weise vorzugehen, so multipliciere man die gegebene Sehne mit dem Umfange des Tafelkreises, den wir zu 88 Theilen angeben, und dividiere das Produkt durch die Länge des Umfangs des gegebenen Kreises, dessen Bogen gegeben ist, dann ist das Ergebnis die Sehne des Tafelkreises, welche der gegebenen Sehne entspricht. Sucht man nun dazu den Bogen durch unsere Tafel, multipliciert ihn mit der gegebenen Sehne und theilt das Produkt durch die in der Tafel gefundene Sehne, wie man es in der vorhergehenden Berechnung that, so findet man den gesuchten Bogen nach wahrer Länge.

Ein Beispiel für diese Rechnung ist folgendes. In einem Kreise, dessen Umfang 33 Theile enthält, sei eine Sehne, deren Länge aus 6 Theilen besteht, gezogen. Will man nun wissen, wie lang der Bogen derselben ist, so multipliciere man die gegebene Sehne von 6 Theilen mit dem Umfange des Tafelkreises, der 88 Theile enthält, dann entstehen 528. Dieses Produkt dividiere man durch 33, das ist die Länge des Umfangs desjenigen Kreises, dessen Sehne gegeben ist, so findet man 16 Theile, und das ist die Sehne des Tafelkreises, die der gegebenen Sehne entspricht. Zu dieser Sehne sucht man den Bogen in der Tafel, wie wir oben gezeigt haben, und multipliciert ihn mit der Länge der gegebenen Sehne, das Produkt aber dividiert man durch die Tafelsehne, wie oben geschah, und findet dadurch den gesuchten Bogen wie oben.

24. *Ist aber ein Bogen eines beliebigen Kreises, dessen Umfang man kennt, gegeben, dessen Sehne man vermittelst der Tafel finden will,* so multipliciere man den gegebenen Bogen mit 88, das ist mit dem Umfange des Tafelkreises, und dividiere das Ergebnis durch den Umfang des Kreises, dessen Bogen gegeben ist, der Quotient ist dann der Bogen des Tafelkreises, der dem gegebenen Bogen ähnlich ist. Die zugehörige Tafelsehne sucht man, wie wir oben gezeigt haben, multipliciert sie mit der Länge des gegebenen Bogens, und dividiert das Ergebnis durch die Länge des Tafelbogens, den wir oben gefunden haben, der Quotient ist dann die gesuchte Sehne.

Als ein Beispiel sei ein Bogen gegeben, der $5\frac{1}{2}$ Ellen in seiner Rundung enthält, von einem Kreise, dessen Umfang 33 Ellen fasst. Will man nun die Länge des Bogens der Tafel ermitteln, so multipliciere man ihn mit 88, das ist mit dem Umfange des Tafelkreises, dann findet man 484, die durch 33, den Umfang des Kreises, dessen Bogen gegeben ist, dividiert 14 Theile und 40 Minuten, das sind $\frac{2}{3}$, ergeben, und das ist der Bogen des Tafelkreises, der dem gegebenen Bogen ähnlich ist. Seine Sehne ist in der Tafel ohne Zweifel gleich 14 Theilen. Multipliciert man sie mit $5\frac{1}{2}$, der Länge des gegebenen Bogens, so erhält man 77 Theile, und dividiert

viseris, quae sunt quantitas arcus tabularum, 5 et quarta provenient, quod est arcus dati corda, quam quaeris.

25. Item si arcus, cuius quantitas 27 et semissem continuerit, ex circulo, cuius circumferentiam 33 partes metiuntur, proponatur, et eius cordae 5 longitudinem scire desideras, eam 5 et quartam, sicut et supra, continere reperies, propterea quod omnis arcus, qui semicirculo maior exstiterit, si ex tota sui circuli circumferentia demptus fuerit, arcum semicirculo minorem relinquit. Horum quidem duorum arcuum corda erit eadem, eo quod omnis recta linea, quae in circulo protrahitur praeter diametrum, si ex utraque 10 sui parte in ipsius circumferentia terminatur eum per inaequales dividit partes. Diametra enim eum semper per aequalia partiuntur, aliae vero lineae circulum per inaequales partes dividunt. Harum altera pars maior, altera vero semicirculo minor existit, et linea dividens corda utriusque arcus iudicatur. Arcus autem in tabulis cordarum descriptus est duorum arcuum 15 eandem cordam habentium minimus. Maiorem quidem arcum ibi describere non necessarium duximus, eo quod per minorem arcum in tabulis descriptum leviter inveniri poterit. Minore enim arcu ex tota circumferentia dempto maior arcus, qui ei ad eandem cordam habendam copulatur, relinquitur. Verum si arcum semicirculo maiorem habueris et eius cordam 20 nosse volueris, eum totum ex sui circuli circumferentia demens arcus semicirculo minor remanebit, cuius cordam inveniens eam eiusdem maioris arcus quaesitam cordam fore non ambigas.

26. Hoc etiam similiter ab animo non labatur, quod *in omnibus circulorum cordis duae sagittae in earum dimidio secundum rectum angulum ele-* 25 *vatae et per centrum productae reperiuntur.* Hae autem in nulla linearum, quae circuli corda vocetur, sibimet invicem sunt aequales, sed altera longior, altera brevior iudicabitur. Longior quidem in directo longioris, brevior autem in directo brevioris arcus protrahitur. Harum quippe sagittarum longitudines in arearum portionum circuli cognitione, cum embadis por- 30 tionum embada triangulorum eisdem portionibus contigua superaddere vel minuere volueris, sunt perutillimae, quemadmodum in hac eadem particula superius indicavimus.

Cum igitur cordam et circuli diametrum sciveris, si sagittae longitudinem | nosse desideras, diametri dimidium in semet multiplica, et ex collecto 23′ 35 medietatis cordae multiplicationem deme, residuique radicem inquire, quam si diametri dimidio superadderis, longiorem sagittam invenies, si vero ex

---

1 quartam *B.* — 4 circumferentia. — 6 minor *A.* — 7 fueris. — 11 inaequalia *A.* — 12 Harum] Nam *B.* — 15 Maiorem] Maior est. — 26 sunt sunt *A.* — 29—30 portionum portionum *A.* — 30 eisdem] eiusdemque *B.*

man diese Zahl durch $14\frac{2}{3}$, das ist die Länge des Tafelbogens, so kommen $5\frac{1}{4}$, und das ist die Sehne des gegebenen Bogens, den man sucht.

25. Wird ferner ein Bogen von der Länge $27\frac{1}{2}$ vorgelegt von einem Kreise, dessen Umfang 33 Theile misst, und man sucht die zugehörige Sehne, so findet man, dass sie $5\frac{1}{4}$ Theile wie oben enthält, weil jeder Bogen, der grösser ist als ein Halbkreis, von dem ganzen Kreisumfange abgezogen einen Bogen kleiner als der Halbkreis übrig lässt. Diese beiden Bogen besitzen dieselbe Sehne, weil jede gerade Linie, die, ohne Durchmesser zu sein, im Kreise gezogen wird und nach beiden Seiten in dem Umkreise endigt, ihn in zwei ungleiche Stücke theilt. Der Durchmesser halbiert ihn nämlich immer, jede andere Gerade aber zerschneidet den Kreis in zwei ungleiche Theile. Von diesen Theilen ist der eine grösser, der andere kleiner als der Halbkreis, und die Theilungslinie wird als Sehne von beiden Bogen angesehen. Der Bogen aber, der in der Sehnentafel verzeichnet ist, ist von den beiden Bogen, welche dieselbe Sehne besitzen, der kleinste. Den grössern Bogen dort auch zu verzeichnen hielten wir für nicht nöthig, weil er durch den in der Tafel aufgeführten kleinern Bogen leicht gefunden werden kann. Nimmt man nämlich den kleinern Bogen von dem ganzen Umfange weg, so bleibt der grössere Bogen übrig, der jenem als zu derselben Sehne gehörig verbunden ist. Hat man aber einen Bogen grösser als der Halbkreis und will seine Sehne finden, so zieht man ihn von dem Umfange des zugehörigen Kreises ab, und es bleibt der Bogen übrig, der kleiner als der Halbkreis ist, dessen Sehne sucht man auf, und sie ist dann sicher auch die gesuchte Sehne desselben grösseren Bogens.

26. Das lasse man auch niemals ausser Acht, *dass für jede Sehne im Kreise zwei Pfeile in ihrem Halbierungspunkte unter rechten Winkeln errichtet und durch den Mittelpunkt gezogen gefunden werden können.* Sie sind aber für keine Gerade, die Kreissehne genannt werden kann, einander gleich, sondern der eine ist länger, der andere aber kürzer; der längere wird nach dem grössern Bogen, der kleinere aber nach dem kleinern hin gezogen. Die Länge der Pfeile ist für die Auffindung des Inhaltes der Kreisabschnitte, wenn man dem Inhalte der Kreisausschnitte den Inhalt der Dreiecke, welche diesen Ausschnitten anliegen, hinzufügen oder von ihnen wegnehmen muss, von höchstem Nutzen, wie wir oben in diesem Theile schon auseinander setzten.

Kennt man nun die Sehne und den Kreisdurchmesser, und will die Länge des Pfeiles finden, so multipliciere man den Halbmesser mit sich selbst und subtrahiere von dem Produkte das Quadrat der halben Sehne, von dem Reste suche man die Wurzel. Addiert man diese dann zu dem

eodem depresseris, breviorem sagittam nimirum reperies.[1]) Quapropter si duarum sagittarum alteram sciveris et eam ex diametro depresseris, alteram sagittam incontanter habebis. Atque *si utramque sagittam sciveris et earum cordam nosse volueris,* sagittarum alteram in alteram multiplica, indeque
5 collecti radicem accipiens, eam quaesitae cordae dimidium fore non dubites. Qua duplicata cordam integram reperies.[2])

Si autem cordam et sagittarum alteram sciveris, diametrum vero non ignorare volueris, cordae dimidium in se ipsum multiplica, et collectum inde per notam sagittam partire, quodque exierit, erit alterius sagittae longitudo.
10 Istarum nempe sagittarum longitudines in unum coadunatae totius diametri longitudinem efficiunt.[3])

Huius itaque partis dimensionibus perfecte monstratis ad dimensionem multilaterarum figurarum explanationem transitum faciamus.

Quinta pars in multilaterarum figurarum dimensionibus.

15 **1.** Ut superius in his, quae praemissa sunt, ostendimus, harum figurarum diversa sunt genera. Quaedam enim sunt *pentagonae,* quaedam *exagonae,* quaedam autem *eptagonae* et aliarum etiam conplurium generum. Hae autem figurae nunc aequilaterae et aequiangulae, nunc diversorum laterum et diversorum angulorum inveniuntur. Quapropter earum dimen-
20 siones monstrare volentes ad earum figurarum evidentiam, quae sunt aequilaterae et aequiangulae, quaedam regula praemittatur. Ea est huius modi.

Si circulus intra figuram rectilineam eius omnia latera contingens describatur, multiplicatio medietatis diametri illius in omnium laterum eiusdem figurae dimidium ipsius figurae aream reddit.[4])

25 In omni vero tali figura tetragona et deinceps omnia eius latera contingens circulus scribi potest. In illis autem, quarum latera et anguli diversificantur, circulus nequaquam circumscribi potest. Quod si in aliqua figurarum, ut in triangula, vel tetragona, seu pentagona, sive aliarum qualibet circulus eius omnia latera contingens circumscribatur, multiplicationem
30 medietatis diametri in illius omnium laterum figurae dimidium eiusdem embadum procreare non dubites.

---

2 ex diametro eam *B.* — 5 quaesitam cordam. — 14 *In A ausradiert.* — 24 *Hinter* dimidium *setzt A nochmals:* ipsius figurae dimidium. — 25 tali *fehlt in B.* — 25—31 *Neben diesen Zeilen steht in B die Randglosse:* Hic vel omnino tota littera corrupta est, vel autor falsitates maximas ait. *B hat also übersehen, dass der Verfasser nur von regulären Figuren handeln will.*

---

1) D. h. $\text{sag}\,\alpha = \frac{d}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left(\frac{\text{cord}\,\alpha}{2}\right)^2}$.

Halbmesser, so erhält man den längern Pfeil, subtrahiert man sie aber davon, so findet man den kürzern Pfeil.[1]) Kennt man also den einen der beiden Pfeile und subtrahiert ihn von dem Durchmesser, so erhält man ohne weiteres den andern Pfeil. *Kennt man beide Pfeile und will ihre gemeinsame Sehne finden,* so multipliciere man den einen mit dem andern, dann ist sicherlich die Wurzel des erhaltenen Produktes die Hälfte der gesuchten Sehne, durch deren Verdoppelung man die ganze Sehne findet.[2])

Hat man aber die Sehne und den einen Pfeil gegeben, und will die Länge des Durchmessers erhalten, so multipliciert man die Halbsehne mit sich selbst und theilt das Ergebnis durch den bekannten Pfeil. Der Quotient ist die Länge des andern Pfeils. Beide Pfeillängen zusammengezählt machen dann die Länge des ganzen Durchmessers aus.[3])

Nachdem so die Ausmessungen dieses Theiles vollständig erledigt sind, gehen wir zur Darlegung der Ausmessung vielseitiger Figuren über.

Fünfter Theil. Die Ausmessung der vielseitigen Figuren.

1. Wie wir oben in den vorausgeschickten Bemerkungen gezeigt haben, giebt es verschiedene Arten dieser Figuren. Einige sind nämlich *Fünfecke,* andere *Sechsecke,* wieder andere *Siebenecke* und anderer vielerlei Arten. Diese Figuren sind nun bald gleichseitig und gleichwinklig, bald ungleichseitig und ungleichwinklig. Indem wir jetzt ihre Ausmessung zeigen wollen, soll zur näheren Kenntnis derjenigen Figuren, welche gleichseitig und gleichwinklig sind, ein gewisser Satz vorausgeschickt werden. Es ist folgender: *Wenn innerhalb einer geradlinigen Figur ein Kreis beschrieben werden kann, der sämmtliche Seiten derselben berührt, so ergiebt das Produkt des Halbmessers desselben mit der halben Summe aller Seiten der Figur den Inhalt der Figur.*[4])

In jede solche (regelmässige) Figur, nämlich Quadrat u. s. w., lässt sich ein alle Seiten berührender Kreis beschreiben. In diejenigen aber, deren Seiten und Winkel nicht gleich sind, kann niemals ein Kreis beschrieben werden. Deshalb ist sicher, dass, wenn in irgend eine solche Figur, wie in ein Dreieck, ein Quadrat, ein Fünfeck oder irgend eine der andern, ein Kreis, der sämmtliche Seiten berührt, beschrieben werden kann, das Produkt des Halbmessers mit der halben Summe aller Seiten der Figur den Inhalt derselben erzeugt.

---

2) $\text{cord}\,\alpha = 2\sqrt{\text{sag}\,\alpha\,(d - \text{sag}\,\alpha)}$.

3) $d = \text{sag}\,\alpha + \left(\frac{\text{cord}\,\alpha}{2}\right)^2 : \text{sag}\,\alpha$.

4) Leonardo 84, 11.

2. Trianguli quidem tetragonique similiter ostendere nobis super|vacaneum est, eo quod, qualiter ad eorum arearum cognitionem perveniatur, superius ostendimus. 24

Pentagoni vero similitudinem, in cuius lateribus *abcde* litterae de-
5 signentur (Fig. 41), et cuius omnia latera omnesque anguli sint ad invicem aequales, indicamus, intra quam circulus *fghkl* ipsius quinque latera contingens circumscribatur, cuius centrum punctus *m*. Dicemus igitur, ⟨quod⟩ multiplicatio medietatis diametri circuli in dimidium omnium quinque laterum pentagoni eius embadum efficiet. Diametri vero dimidium est
10 linea a puncto *m* ad quamlibet punctorum contactus protracta. Quare si a puncto *m*, quod est circuli centrum, ad duo *a*, *b* puncta, quae sunt duo anguli pentagoni, duas lineas protraxerimus, triangulum *mab* constituamus, cuius embadum multiplicatio perpendicularis supra dimidium basis erectae in basis dimidium efficit. Si autem a puncto *m* ad punctum *l*, in quo
15 circulus latus *ab* contingit, lineam produxerimus, erit illa linea perpendicularis trianguli *mab*, quod est diametri illius circuli medietas. Igitur si hanc perpendicularem lineam in dimidium *ab* multiplicaveris, embadum trianguli *mab* procuratur. Manifestum est igitur, quod multiplicatio medietatis diametri in sui lateris dimidium trianguli embadum con-
20 stituit. Hac itaque via quinque triangulos super quinque pentagoni latera constitues, eritque singulorum area ut multiplicatio medietatis diametri in sui lateris dimidium. Quinque vero triangulorum embada simul collecta totius pentagoni embadum constituunt, quod totum ex multiplicatione medietatis diametri in omnium quinque laterum dimidium
25 provenit.[1])

3. Ad istius omnium simulitudinem in omni figura multorum vel paucorum laterum, si circulum in ipsam omnia eius latera contingentem circumscripseris, operari poteris. Et erit etenim eius embadum ut multiplicatio medietatis diametri in omnium eius laterum dimidium.

30 **4.** Et quoniam in omni figura circulus eius omnia latera contingens circumscribi non potest, ad omnium figurarum plus quam quatuor latera continentium dimensiones non est haec regula sufficiens. Quapropter hanc regulam aliam ad omnium figurarum rectilinearum dimensiones sufficientem indicabo.

---

8 quod *in A über der Zeile ausradiert.* — 14 a puncto *l.* — 18 procurabunt. — 22 diametri] dimidium. — 32 sufficiens] subiciens. — 33 sufficiente.

---

1) Leonardo 84, 14.

2. Dies für das Dreieck und ebenso für das Quadrat zu zeigen, ist überflüssig, weil wir schon oben gelehrt haben, auf welche Weise wir zur Kenntnis ihres Inhaltes gelangen.

Als Beispiel eines Fünfecks nehmen wir eines, an dessen Seiten die Buchstaben a, b, c, d, e geschrieben seien (Fig. 41), und dessen Seiten und Winkel sämmtlich einander gleich sind. Innerhalb desselben sei ein alle seine fünf Seiten berührender Kreis $fghkl$ beschrieben, dessen Mittelpunkt m heisse. Wir behaupten also, es mache das Produkt des Halbmessers des Kreises mit der halben Summe aller fünf Seiten des Fünfecks den Inhalt desselben aus. Halbmesser des Kreises ist aber die vom Punkte m nach irgend einem Berührungspunkte gezogene Gerade. Verbinden wir also den Punkt m, das ist den Mittelpunkt des Kreises, mit den beiden Punkten a, b, das sind zwei Ecken des Fünfecks, durch zwei gerade Linien, so bilden wir dadurch das Dreieck mab, dessen Inhalt durch Multiplikation der auf dem Halbierungspunkte der Grundlinie errichteten Höhe mit der halben Grundlinie entsteht. Wenn man aber vom Punkte m nach dem Punkte l, in welchem der Kreis die Seite ab berührt, eine gerade Linie zieht, so ist diese die Höhe des Dreiecks mab und zugleich Halbmesser jenes Kreises. Wenn wir also die Höhe mit der Hälfte von ab multiplicieren, so entsteht dadurch der Inhalt des Dreiecks mab. Es ist also klar, dass das Produkt aus dem Halbmesser und der Hälfte der Seite des Dreiecks dessen Inhalt ausmacht. Auf diese Weise kann man fünf Dreiecke über den fünf Seiten des Fünfecks konstruieren, und der Inhalt jedes einzelnen ist gleich dem Produkte des Halbmessers mit der Hälfte seiner Seite. Die Inhalte der fünf Dreiecke geben aber addiert den Flächeninhalt des ganzen Fünfecks, das also als das Produkt des Halbmessers mit der halben Summe aller Seiten herauskommt.[1])

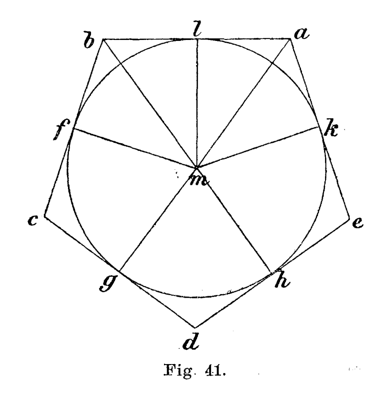


Fig. 41.

3. In genau derselben Weise kann man bei jeder Figur mit vielen oder wenigen Seiten vorgehen, wenn man in sie einen allen Seiten berührenden Kreis einbeschreiben kann, und es wird dann der Inhalt gleich dem Produkte des Halbmessers mit der halben Summe aller Seiten hervorgehen.

4. Da nun nicht in jede Figur sich ein Kreis beschreiben lässt, der alle ihre Seiten berührt, so ist die obige Regel zur Ausmessung aller Figuren, welche mehr als vier Seiten besitzen, nicht ausreichend. Deshalb werden wir noch die folgende Regel angeben, welche für die Ausmessung aller geradliniger Figuren ausreicht.

Scito igitur, quod *omnis plana superficies rectilinea in tot rectilineos triangulos dividitur, quot sunt eiusdem figurae latera duobus inde subtractis,* ut quadrilaterum in duos, pentagonum in tres, exagonum in quatuor, et ita 5 de singulis. Hac igitur regula quamlibet figuram rectilineam per rectilineos triangulos | partire poteris. Cumque 24′ singulorum triangulorum embada, sicut supra docuimus, didiceris, et ea in unum 10 coadunaveris, illius totius figurae aream reperies. Veluti si in praedicto pentagono (Fig. 42) a puncto *a* ad duo *d*, *c* puncta duas rectas lineas protraxeris, ipsum pentagonum in tres ad minus 15 triangulos dividatur, quorum areas addiscens totius pentagoni aream non ignorabis, ut in hac figura monstratur.[1])

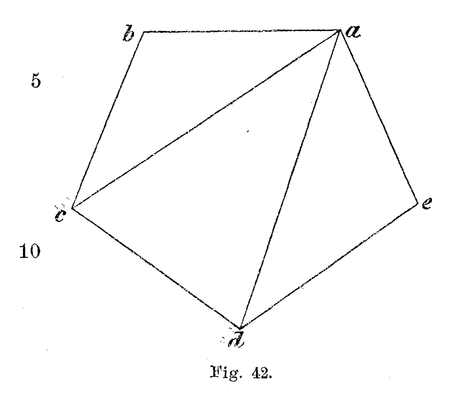


Fig. 42.

5. Has nempe dimensiones, quas hucusque docuimus, sunt agrorum superficialium, quorum superficies a rectitudine et aequalitate non recedunt. Et quia multipliciter agrorum alii in declivio reperiuntur, alii vero super-20 ficiem quasi gibbosam repraesentant, ne eos metiendo devies, tibi quam maxime dico cavendum. Si campus igitur, cuius aream nosse cupis, in declivi montis latere proiciatur, ipsius altitudinem, quod est eius in alto longitudo a summo capitis usque ad eius radicem, addiscens eius altitudinis multiplicationem ex multiplicatione longitudinis eiusdem campi deme, 25 residuique radicem in ipsius campi latitudinem multiplicans eius incontanter embadum reperies.

6. Si vero campus ille concavus fuerit, hac eadem via procedas, ⟨ut ipsius embadum secundum planam et rectam superficiem addiscas⟩. Illa etenim, quae quolibet ei modo superponuntur, ut semina, arbores et aedi-30 ficia, secundum rectum angulum et non aliter elevantur. Quare, quod in metiendo propter elevationem vel depressionem supererit, nullum conferret ulli iuvamen: est igitur inde prorsus resecandum.[2])

7. In mensurando vero peritissimi, qualiter montium altitudines, investigarent, summa solertia assiduoque labore didicerunt, ut per eas ad 35 ipsarum arearum cognitionem veraciter provenirent. Quandam enim arundinem in radice montis secundum rectum angulum elevantes in eiusdem arundinis supremo aliam arundinem secundum rectum angulum coaptabant,

5 Hanc igitur regulam. — 19 multipliciter] multiplicationes. — 20 gibosa. — 27—28 ut . . . addiscas *in A auf dem Rande ausradiert.* — 29 quaelibet. — 29—30 haedificia *A.* — 30 Quare pro in.

Man wisse also, *dass jede geradlinige ebene Fläche in soviel geradlinige Dreiecke getheilt werden kann, als die betreffende Figur Seiten hat, weniger zwei.* So das Viereck in zwei, das Fünfeck in drei, das Sechseck in vier u. s. w. Durch diese Regel hat man also die Möglichkeit, jede geradlinige Figur in geradlinige Dreiecke zu zerschneiden. Da man nun den Inhalt der einzelnen Dreiecke, wie wir oben gezeigt haben, finden und sie alle zusammennehmen kann, so erhält man so den Inhalt jener ganzen Figur. Zieht man z. B. in dem oben gezeichneten Fünfecke (Fig. 42) vom Punkte a nach den beiden Punkten d, c zwei gerade Linien, so wird dadurch das Fünfeck mindestens in drei Dreiecke zerschnitten, und indem man von diesen die Inhalte sucht, kennt man auch die Fläche des ganzen Fünfecks, wie aus beigegebener Figur ersichtlich.[1]

5. Die Ausmessungen nun, die wir bis jetzt gelehrt haben, sind solche von Ackerflächen, deren Oberflächen von der Horizontalebene nicht abweichen. Da aber vielfach einige Felder auf Abhängen gefunden werden, andere wieder eine gleichsam einen Höcker bildende Oberfläche darstellen, so rathe ich, man möge sich gar sehr hüten, bei ihrer Ausmessung Fehler zu machen. Wenn nämlich ein Feld, dessen Flächeninhalt man finden will, auf dem Abhange eines Berges liegt, so suche man zunächst die Höhe desselben, das ist seine Abmessung in der Höhe vom Gipfel bis zu seinem Fusse, und subtrahiere das Quadrat dieser Höhe von dem Quadrate der Länge desselben Ackers. Multipliciert man dann die Wurzel des Restes mit der Breite des Feldes, so findet man unverzüglich seinen Flächeninhalt.

6. Wäre aber das Feld vertieft, so müsste man ebenso vorgehen, um seinen Flächeninhalt nach der Horizontalebene zu erhalten. Denn das, was man irgendwie darauf thut, wie Sämereien, Bäume oder Gebäude, wird unter rechtem Winkel und nicht anders errichtet. Das also, was sich beim Messen wegen der Erhöhung oder Vertiefung mehr ergiebt, bringt niemandem irgend welchen Nutzen, und ist deshalb vollständig zu vernachlässigen.[2]

7. Die kundigsten unter den Feldmessern untersuchten nun mit grösster Sorgfalt und beharrlichstem Fleisse, wie sie die Höhen der Berge auffinden könnten, um durch sie zur genauen Kenntnis ihres Inhaltes zu gelangen. Sie errichteten nämlich am Fusse eines Berges eine Latte und verbanden am Kopfende dieser Latte unter rechtem Winkel damit eine zweite Latte von solcher Länge, dass auch der zweite äussere Theil der Kopflatte irgend einen Punkt des Berges berührte. Dann massen sie genau die Länge der Fläche des Berges vom Fusse der senkrechten Latte bis zu dem Punkte, den die obere Latte berührte, und fanden diese Länge immer

---

1) Leonardo 83, 5 v. u. 2) Leonardo 107, 19.

tantae videlicet longitudinis, ut ipsius vel alterum capitis extrema pars alicui parti superficiei montis adhaereret. Post haec a radice arundinis erectae usque ad locum, quem arundo superposita tangebat, montis superficiem diligenter metiendo illius quantitatem semper maiorem illa quantitate
5 arundinis superpositae, quae est a loco contactus usque ad arundinis erectae verticem, inveniebant, et secundum illam differentiam iudicabant differentiam, quae erat inter declivam et planam montis superficiem.

Ad cuius similitudinem campus in declivi montis constitutus proponatur (Fig. 43), in cuius declivo 20, in latitudine vero 15 ulnae con-
10 tineantur. Eius autem planam et directam superficiem, supra quam continetur, scire cupientes, super notae longitudinis lineam duas *a*, *b* litteras describamus, ipsiusque longitudinem secundum planam et directam superficiem linea *eb* repraesentat, | altitudo vero eiusdem ab *ae* linea demon- 25 stratur. Erit ergo haec figura trigonus *aeb*, in cuius *ab* linea 20, ut
15 praediximus, ulnas invenimus. Et manifestum est, quod campus, qui nobis proponitur, metiendus est ut linea *eb*, quae totius campi basis esse dicitur. Omnis namque campus, in cuius epiphania aliquid est seminandum, vel plantandum, vel superaedificiandum, taliter est metiendus. Quapropter, qualiter ad certam congnitionem longitudinis lineae *eb* ignotae per lineam *ab*
20 notam perveniatur, elaborabimus. Quandam igitur arundinem, loco cuius linea *bc* ponitur, in inferiori parte lineae *ab*, quod est punctus *b*, orthogonaliter constituimus, in cuius supremo capite quandam aliam arundinem, pro qua linea *dc* protrahitur, secundum rectum angulum adaptamus, tantae scilicet quantitatis, ut ex altera sui parte ad praefati campi super-
25 ficiem perveniat et eam contingat. Triangulus itaque *bcd* triangulo *aeb* similis est elevatus, in cuius *dc* latere duas ulnas et semissem, in alio vero latere *bd* tres tantum et non plus invenimus. Verum quia hi duo trianguli sibimet invicem similes ordinantur, erit proportio lineae *cd* minoris trianguli ad lineam *eb* maioris trianguli ut proportio lineae *db*
30 ad totam lineam *ba*. Quare si *dc*, primum antecedens, in *ba*, secundum consequens, multiplicaverimus, et quod fuerit, per *db*, secundum antecedens, diviserimus, primum *eb* consequens quaesitum ex divisione proveniet. Veluti si duo et semissem, quod est longitudo lineae *dc*, in 20, quae sunt lineae *ab* longitudo, multiplicaverimus, 50 provenient. Cuius numeri
35 summam si in 3, quae sunt lineae *db* longitudo, diviserimus, 17 minus triente reperies, et haec est longitudinis *eb* summa, per quam praedicti

---

17 ephiphania. — 18 superhaedificiandum *A*. — 19 qualiter] quoniam *A*. — 34 50] L *A*. — 35 3] III *A*.

grösser als die Grösse der obern Latte vom Berührungspunkte bis zum Scheitelpunkte der senkrecht errichteten Latte. Und nach dem Betrage dieses Unterschiedes beurtheilten sie den Unterschied, der zwischen der abhängigen und der Horizontalfläche des Berges bestand.

Um ein Beispiel zu zeigen, sei ein Feld gegeben, das auf dem Abhange eines Berges liegt (Fig. 43); der Abhang möge 20, die Breite aber 15 Ellen enthalten. Um aber die Horizontalfläche, auf welcher es enthalten ist, zu finden, schreiben wir an seine bekannte Länge die Buchstaben *a*, *b*, seine Länge auf der Horizontalebene stelle die Gerade *eb* dar, seine Höhe aber sei durch die Gerade *ae* bezeichnet. Es ist also diese Figur das Dreieck *aeb*, in dessen Seite *ab*, wie wir oben sagten, 20 Ellen gefunden sind. Nun ist klar, dass das uns vorgelegte Feld nach der Geraden *eb* zu messen ist, welche die Grundlinie des ganzen Feldes heisst. Jedes Feld nämlich, auf dessen Fläche etwas zu säen, oder zu pflanzen, oder zu erbauen ist, muss so genommen werden. Wir müssen daher untersuchen, wie wir zur genauen Kenntnis der Länge der unbekannten Linie *eb* durch die bekannte Linie *ab* gelangen können. Wir stellen deshalb am untern Ende der Geraden *ab*, das ist im Punkte *b*, eine Latte, welche die Gerade *bc* darstellen soll, senkrecht auf, der wir im Scheitelpunkte eine andere Latte, für welche die Linie *dc* gezogen werden möge, unter rechtem Winkel verbinden, und zwar von solcher Länge, dass ihr anderes Ende an die Fläche des vorgenannten Feldes heranreicht und sie berührt. Das Dreieck *bcd* ist dadurch dem Dreiecke *aeb* ähnlich konstruiert. In seiner Seite *dc* finden wir $2\frac{1}{2}$ Ellen, in der andern *bd* nur drei und nicht mehr. Da aber die beiden Dreiecke einander ähnlich angeordnet sind, so wird das Verhältnis der Seite *cd* des kleinern Dreiecks zur Seite *eb* des grössern gleich dem Verhältnis der Seite *db* zur ganzen Länge *ab* sein. Multipliciert man daher *dc*, das erste Vorderglied, mit *ab*, dem zweiten Hintergliede, und dividiert das Produkt durch *db*, das zweite Vorderglied, so wird aus der Division das gesuchte erste Hinterglied *eb* hervorgehen. Wenn man also hier $2\frac{1}{2}$, die Länge der Linie *dc*, mit 20, der Länge der Linie *ab*, multipliciert, so kommen 50. Theilen wir dann diese Zahl durch 3, das ist die Länge der Linie *db*, so finden wir 17 weniger $\frac{1}{3}$, und das ist der Betrag der Länge *eb*, durch welche die Fläche des genannten

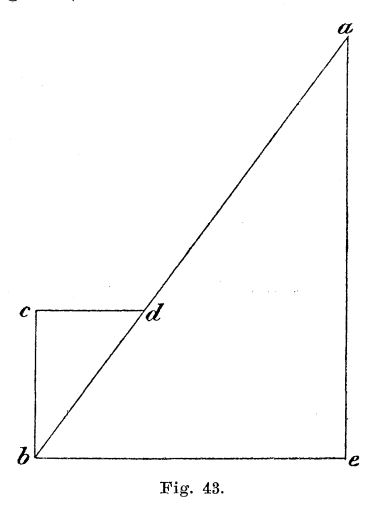


Fig. 43.

campi *eb* embadum est investigandum. Quapropter si 15, quae sunt totius campi latitudo, in lineam *eb*, quae 17 in se minus triente continet, multiplicaverimus, praedicti campi embadum non ignorabimus.[1])

8. Ad huius itaque similitudinem omnes agros, quorum superficies non
5 sunt aequales, directe mensurare debemus. Cumque lineam *cb* in triangulo *dcb* consequens, quae arundo stans, cuius longitudo unam et modicum plus duabus tertiis in se recipit, in totam lineam *ab* notam, quae est in triangulo *aeb* antecedens, multiplicaverimus, et quod fuerit, per notam lineam *db*, antecedens in triangulo *dcb*, diviserimus, lineae *ae*, in tri-
10 angulo *aeb* consequentis, longitudo proveniet, quod est campi altitudo a terrae superficie, ipsamque | in hac figura 11 ulnas et unam 33^{am} continere 25′ probatur. Altitudinis namque numeratio est multis necessaria, nam ad perpendiculares piramidum inveniendas, quemadmodum in quarto capitulo deo volente monstrabimus, est satis ydonea.

15 9. Item si campus in declivo rotundi montis constituatur, et eius embadum secundum planam et directam superficiem nosse desideras, quandam arundinem orthogonaliter in radice montis erigens in eiusdem arundinis supremo capite aliam arundinem secundum rectum angulum coapta, tantae scilicet longitudinis, ut eius alterum caput campi superficiem, sicut
20 supra docuimus, contingat. Et manifestum est, quod duae lineae *db*, *ab* sunt duo arcus circumferentiae eiusdem circuli, et uterque notus, eo quod arcus *ab* campi, cuius embadum quaeritur, longitudinem repraesentat (Fig. 44). Arcus vero *db* est arcus a duabus arundinibus superius ordinatis inclusus, cuius cordam per triangulum, intra quem ipsa continetur,
25 addisces, si lineam *dc* et lineam *cb* in se ipsas duxeris, et duas multiplicationes in unum coadunaveris, collectique radicem acceperis. Ipsa etiam erit longitudo cordae arcus *db*, ut hac in figura subscripta docetur. Istius itaque cordae longitudine nota eius sagittam invenire laboremus, ut per eas ad totius circuli diametrum perveniamus. Manifestum est autem,
30 quod omnis sagitta cordam et arcum in duo partitur aequalia. Huius igitur sagittae loco lineam *ghf* a puncto *g*, quod est cordae dimidium, protractam et arcum *db* in duo aequalia supra punctum *h* secantem constituamus, eamque versus lineam *cb*, donec supra punctum *f* ipsam tangat,

---

6—7 modius plus. — 18—19 coapta, tantae] coaptantae. — 24 corda. — 28 longitudinem. — 29 perveniam.

---

1) Leonardo 108, 12 v. u.

Feldes *eb* zu bestimmen ist. Multiplicieren wir aber 15, das ist die Breite der ganzen Fläche, mit der Geraden *eb*, welche 17 weniger $\frac{1}{3}$ enthält, so werden wir den Flächeninhalt des gegebenen Feldes kennen lernen.[1])

8. Nach Art dieser Betrachtung müssen wir also alle Felder ausmessen, deren Oberflächen nicht in der Horizontalebene liegen. Wenn wir ferner die Gerade *cb*, die im Dreiecke *dcb* das Hinterglied ist, sie heisst die stehende Latte und enthält eine Elle und eine Kleinigkeit mehr als $\frac{2}{3}$, mit der ganzen bekannten Linie *ab*, die im Dreiecke *aeb* das Vorderglied bildet, multiplicieren, und das Produkt durch die bekannte Linie *db*, das Vorderglied im Dreieck *dcb*, dividieren, so kommt die Länge der Geraden *ae*, des Hintergliedes im Dreiecke *aeb*, und sie ist die Höhe des Feldes von der Erdoberfläche. Man findet, dass sie in der vorliegenden Figur $11\frac{1}{33}$ Ellen enthält. Die Berechnung der Höhe ist nämlich vielfach nothwendig, denn sie ist zur Bestimmung der Höhe der Pyramiden sehr nützlich, wie wir im vierten Kapitel, so Gott will, zeigen werden.

9. Ist ferner ein Feld auf dem Abhange eines runden Berges gelegen, und man will seine Fläche nach der Horizontalebene kennen lernen, so errichtet man wieder eine Latte senkrecht am Fusse des Berges, und verbindet mit ihr im Scheitelpunkte rechtwinklig eine zweite Latte von solcher Länge, dass ihr anderes Ende die Fläche des Berges berührt, so wie wir oben gelehrt haben. Nun ist klar, dass die beiden Linien *db* und *ab* zwei Bogen des Umfanges ein und desselben Kreises, und dass beide bekannt sind, weil der Bogen *ab* die Länge des Feldes darstellt, dessen Inhalt wir suchen (Fig. 44), der Bogen *db* aber der Bogen ist, welcher von den beiden oben errichteten Latten eingeschlossen wird. Die Sehne des letzteren findet man vermöge des Dreiecks, dem sie angehört, wenn man jede der beiden Linien *dc* und *cb* mit sich selbst vervielfacht, die beiden Quadrate zusammenaddiert und aus der Summe die Wurzel zieht. Sie ist dann die Länge der Sehne des Bogens *db*, wie in beigegebener Figur gezeigt ist. Nachdem wir so die Länge der Sehne kennen, müssen wir uns bemühen, den Pfeil zu finden, damit wir durch ihn zur Kenntnis des ganzen Kreisdurchmessers gelangen. Es ist aber klar, dass der Pfeil jedesmal die Sehne und den Bogen in zwei gleiche Theile theilt. Für den fraglichen Pfeil ziehen wir daher die Gerade *ghf* vom Halbierungspunkte *g* der Sehne aus, welche den Bogen *db*

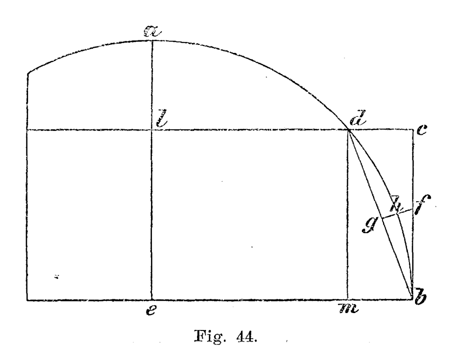


Fig. 44.

extrahamus. Triangulus itaque *fbg* triangulo *bcd* similis constituetur: erit ergo proportio lineae *dc* ad lineam *cb* sicut proportio lineae *fg* ad lineam *gb*. Tres autem lineae *dc*, *cb*, *gb* sunt notae, quarta vero *fg* ignota, quare si notam ⟨lineam *dc*, antecedens, in notam lineam *gb*,
5 consequens, multiplicaverimus, et quod fuerit, per notam⟩ *cb* lineam diviserimus, exibit linea *fg* ignota. Qua reperta qualiter ad lineam *gh* pervenire possimus, ostendamus. Quia igitur proportio *dc* ad *db* est ut proportio *fg* ad *fb*, si lineam *fg* in lineam *db* multiplicaverimus, indeque collectum per lineam *cd* diviserimus, summam lineae *fb* reperiemus. Qua
10 inventa spatium, quod est a puncto *f* noto usque ad punctum *h* subtiliter mensuremus, qua lineae *fh* longitudinem addiscamus. Cumque eam cognoverimus, si eius summam ex summa totius notae lineae *fhg* depresserimus, longitudo lineae *gh*, quae est sagitta quaesita, remanebit, per quam et per cordam *db* circuli diametrum, quemadmodum in fine quartae
15 partis explanavimus, inveniemus. Quo veraciter cognito cordam | arcus, 26 qui noto arcui *ad* duplum exstiterit, sicut in tabulis cordarum et arcuum monstravimus, investigare potuissemus. Erit itaque illius cordae dimidium ut linea *dl* in hac eadem figura. Cui si lineam *dc* notam superadiunxerimus, tota linea *cdl* nota perveniet. Ipsam autem lineae *bme*, quae
20 pro totius obliquitatis campi longitudine ponitur, aequam fore ratio demonstrat.[1])

10. Ad alterius vero partis, quae latitudo dicitur, cognitionem, nisi eandem vel consimilem tortuositatem habuerit, laborandum fore non existimamus. Quod si tortuositas in utraque parte, sicut in apium thalamis,
25 vel alvis, vel in sphaera fuerit, ad istius similitudinem numerando procedemus. Saepe tamen illud subtiliter observare iubemur, quantum ad veram ipsius embadi numerationem perveniamus.

Hoc itaque secundo capitulo diligenter enodato ad tertium capitulum divina opitulante clementia transeamus oportet.

---

1 simul *B*. — 4—5 lineam . . . notam *in A auf dem Rande ausradiert.*

---

1) Leonardo 109, 21.

im Punkte *h* in zwei gleiche Stücke theilt, und verlängern sie nach der Geraden *cb* hin, bis sie diese im Punkte *f* trifft. Dann ist das Dreieck *fbg* dem Dreiecke *bcd* ähnlich angeordnet, also ist das Verhältnis der Linie *dc* zur Linie *cb* gleich dem Verhältnis der Linie *fg* zur Linie *gb*. Die drei Linien *dc*, *cb*, *gb* aber sind bekannt, die vierte *fg* unbekannt. Wenn wir also das bekannte Vorderglied, die Gerade *dc*, mit dem bekannten Hintergliede, der Geraden *gb*, multiplicieren, und das Produkt durch die bekannte Gerade *cb* dividieren, so kommt die unbekannte Gerade *fg*. Nach ihrer Bestimmung wollen wir nun zeigen, wie wir zur Linie *gh* kommen können. Da das Verhältnis von *dc* zu *cb* gleich dem Verhältnis von *fg* zu *fb* ist, so finden wir durch Multiplikation der Geraden *fg* mit der Geraden *db* und Division des Produktes durch die Gerade *cd* die Länge der Geraden *fb*. Haben wir diese gefunden, so messen wir genau die Entfernung vom Punkte *f* bis zum Punkte *h*, und haben so die Länge der Strecke *fb* gefunden. Da wir sie nun kennen und ihre Länge von der Länge der ganzen bekannten Linie *fgh* wegnehmen, so bleibt die Länge der Linie *gh* übrig, welche der gesuchte Pfeil ist. Durch ihn und durch die Sehne *db* bestimmen wir, wie am Ende des vierten Theiles auseinandergesetzt ist, den Durchmesser des Kreises. Nachdem dieser genau gefunden ist, können wir die Sehne des Bogens bestimmen, welcher doppelt so gross ist als der Bogen *ad*, wie wir das bei Gelegenheit der Tafel der Sehnen und Bogen gezeigt haben. Die Hälfte dieser Sehne ist also dann gleich der Geraden *dl* in derselben Figur. Addieren wir hierzu die bekannte Gerade *dc*, so kommt die ganze Gerade *dl* als bekannt heraus. Diese ist aber, wie der Augenschein lehrt, der Geraden *bme* gleich, welche als Länge der ganzen Krümmung des Feldes zu gebrauchen ist.[1])

10. Mit der Auffindung des andern Theiles, der die Breite genannt wird, meine ich, wollen wir uns nicht beschäftigen, wenn sie nicht dieselbe oder eine ähnliche Krümmung besitzt. Wäre die Krümmung auf beiden Seiten vorhanden, wie bei den Bienenzellen, oder den Bienenkörben, oder der Kugel, so würden wir mit ähnlicher Berechnung vorgehen. Aber oft muss man sehr genau beobachten, wie man zur richtigen Berechnung des Flächeninhaltes gelangen kann.

Nachdem so dieses zweite Kapitel emsig entwickelt ist, müssen wir mit Gottes gnädigem Beistande zum dritten Kapitel übergehen.

Capitulum tertium in arearum divisionum explanatione.

1. In secundo quidem capitulo agrorum ac domorum dimensionibus executis, eorundemque arearum secundum figurarum alterationes cognitione habita, geometricalibus deductionibus, ut dimensionum modus planius in-
5 telligeretur, adductis, deinceps in hoc tertio capitulo agrorum domorumque divisiones inter consortes et conhaeredes ostendere proposuimus. In singulis etiam divisionibus rationes immo demonstrationes apertas, ut lucidius clarescant, certas insuper regulas, quibus fides adhibenda sit, subiungere decrevimus. A triangulis igitur exordium in dividendo faciemus, quibus
10 diligenter executis quadrilateras et pentagonas aliasque figuras in partes dividere non formidabimus.

2. *Si cuiuslibet trianguli summitas inter duorum dividentium campos exstiterit.* De triangulorum divisoribus, quorum uterque suam trigoni portionem proprio campo velit adiungere, ipsius basim in duo partiaris
15 aequalia. Quo facto ab ipsius summitatis puncto usque ad basis dimidium rectam lineam protrahas, eritque triangulus in duo aequa divisus.

Veluti si triangulus *abc* (Fig. 45) proponatur, cuius basis linea *bc*, summitas vero sit punctus *a*, praedictam basim in duo aequa supra punctum *d* partiaris. Qua divisa rectam lineam a puncto *a* usque ad *d* pro-
20 trahens triangulus *abc* in duos aequos triangulos *adb*, *adc* dividetur. Eorum enim bases sunt ad invicem aequales, et utriusque altitudo est eadem. Duos autem huiusmodi triangulos sibimet invicem aequales esse necesse est, ut in | hac subscripta figura cernitur.[1] 26′

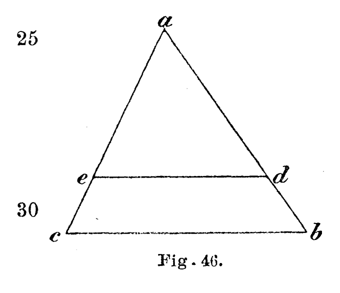


Fig. 46.

3. *Verum si alterius divisoris terminus in*
25 *directo summitatis praedicti trianguli, cui a suprascribitur, alterius vero terminus in directo basis bc eiusdem trigoni fuerit, et utrique suam portionem in sui termini directo dare volueris* (Fig. 46), ut si altera pars in directo lineae *bc*, altera
30 vero in directo summitatis, cui *a* superponitur, existat, utrumque duorum laterum *ab*, *ac* sic in duo dividas, ut totius lateris multiplicatio sui maioris portionis multiplicationem duplicem contineat.

Veluti si lineam *ac* supra punctum *d*, et lineam *ac* supra punctum *e*

---

1 in arearum] manierarum *B*. — 15 a basis usque. — 29 alteram. — 29—30 alteri vero.

---

1) Leonardo 110, 13 v. u.

Drittes Kapitel. Die Darlegung der Feldertheilung.

1. Nachdem so im zweiten Kapitel die Ausmessung der Felder und Häuser vollendet ist, und wir ihren Inhalt nach der Verschiedenheit ihrer Gestalten kennen gelernt, und sie durch geometrische Beweise gestützt haben, damit die Methode der Ausmessung deutlicher verstanden würde, haben wir nun in diesem dritten Kapitel die Theilung der Äcker und Häuser unter Genossen und Miterben zu zeigen uns vorgenommen. Bei den einzelnen Theilungsarten haben wir die betreffenden Gründe, vielmehr noch offenkundige Beweise dafür hinzuzufügen beschlossen, damit sie heller und klarer werden, sowie noch gewisse Regeln dafür, denen man Vertrauen schenken darf. Wir werden also von den Dreiecken den Anfang der Theilungen nehmen, und nachdem dieses gründlich durchgeführt ist, uns nicht scheuen, auch die Vierecke, Fünfecke und andere Figuren in Stücke zu theilen.

2. *Wenn die Spitze des Dreiecks zwischen den Feldern der Theilenden eingeschlossen ist,* und wenn von den das Feld Theilenden jeder seinen Theil des Dreiecks seinem eigenen Felde hinzufügen will, theilt man die Grundlinie desselben in zwei gleiche Theile, dann zieht man von der Spitze bis zum Halbierungspunkte der Grundlinie eine gerade Linie, so wird dadurch das Dreieck in zwei gleiche Stücke getheilt sein.

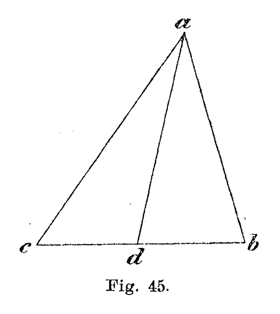


Fig. 45.

Es sei z. B. das Dreieck abc gegeben (Fig. 45), dessen Grundlinie die Gerade bc, die Spitze aber der Punkt a sei, dann halbiert man die genannte Grundlinie im Punkte d. Nachdem sie so getheilt ist, zieht man eine gerade Linie vom Punkte a nach d, und dann ist das Dreieck abc in die beiden gleichen Dreiecke adb, adc getheilt. Ihre Grundlinien sind nämlich gleich, und die Höhe beider ist ein und dieselbe. Zwei dergleichen Dreiecke aber sind nothwendigerweise einander gleich, wie in der beigegebenen Figur zu sehen ist.[1])

3. *Wenn aber die Grenze des einen Theilenden der Spitze des vorgenannten Dreiecks, die mit a bezeichnet ist, anliegt, die Grenze des andern aber an die Grundlinie bc anstösst, und man jedem seinen Theil direkt an seiner Grenze geben will* (Fig. 46), wenn z. B. der eine Theil an der Geraden bc, der andere aber an der Spitze, die mit a bezeichnet ist, anliegen soll, so theilt man jede der beiden Seiten ab, ac so in zwei Stücke, dass das Quadrat der ganzen Seite das Doppelte des Quadrates seines grössern Theiles enthält, also so, dass man die Gerade ac im Punkte d, und die

in duo diviseris, ut tetragonus lineae *ad* dimidium tetragoni lineae *ab*, tetragonus vero lineae *ae* dimidium tetragoni lineae *ac* continebit. Lineam igitur a puncto *d* usque ad punctum *e* protrahens triangulum *abc* in duo aequa, quorum altera pars erit trigonus *adc*, altera vero pars erit superficies *debc* almuncharif, ut subiecta figura repraesentat.[1])

Ad horum tetragonorum numerationem pervenies, si ex utriusque linearum *ab*, *ac* longitudine, a puncto videlicet *a*, quod est trianguli summitas, quinque septimas minus fere medietate decenae unius septenae partis acceperis, cuius regula est, ut in 140 partes totam lineam partiaris, ex quibus 99 partes minus parte modica sumas.[2]) Quemadmodum, si exempli causa longitudo lineae *ab* 7 ulnarum exstiterit, linea *ad* 5 ulnas fere medietate decenae partis unius septenae subtracta continebit. Latus etiam *ac* si 10 ulnas in longitudine receperit, linea *ae* 7 ulnas fere dimidio septenae partis unius ulnarum superaddito in sui longitudine non refutabit. His itaque duobus lateribus ita divisis si *ed* lineam divisionis produxeris, triangulus *abc* in duo dividatur aequalia, eo quod lineam *ed* sic protractam basi *bc* aequidistantem fore geometricalis ratio demonstrat. Quare triangulus *ade* triangulo *abc* similis existit: eorum etenim anguli sibimet invicem aequantur. Omnium autem similium triangulorum proportio est ut proportio tetragoni unius lateris trianguli ad tetragonum illius lateris alterius trianguli, quod ei in proportione similis existit, sicut Euclides in suo libro demonstrationibus explicat. At in triangulo *abc*, tetragonus lateris *ac* tetragoni lateris *ae* alterius trianguli *ade* duplus esse probatur. Haec autem duo latera sunt in proportione consimilia. Item tetragonus lateris *ab* tetragonum lateris *ad* in dupla continet proportione: triangulus igitur *abc* duplus est triangulo *ade*, superficies igitur *debc* almuncharif aequa est triangulo *ade*. In duo igitur aequa triangulus *abc* divisus ostenditur, et hoc voluimus. | 27

4. *Item si terminus alterius duorum divisorum in aliqua parte cuiuslibet lateris trigoni fuerit, et suam portionem in directo sui termini quaesierit.*

Veluti si in triangulo vel trigono *abc* (Fig. 47) supra latus *ab* circa punctum *d* terminus divisoris exstiterit, et suam portionem ab ipso *d* puncto postulaverit, utrum in eiusdem lateris dimidio punctus *d* fuerit, observa. Qui si in dimidio lateris inventus exstiterit, nil tibi faciendum supererit, praeter quod ab anguli summitate usque ad praedictum *d* punctum rectam lineam protrahens triangulum in duo secabis aequalia.[3])

---

3 protractis *A*. — 8 medietatem. — 19 similium *fehlt in B*. — 30 quaesieris. — 33 utra.

---

1) Leonardo 119,6. 2) $\sqrt{\frac{1}{2}} \sim \frac{1}{7}\sqrt{25-\frac{1}{2}} \sim \frac{5}{7}-\frac{1}{140}=\frac{99}{140}$. 3) Leonardo 111,3 v. u.

Gerade *ac* im Punkte *e* so in zwei Stücke theilt, dass das Quadrat der Geraden *ad* die Hälfte des Quadrates der Geraden *ab*, das Quadrat der Linie *ae* aber die Hälfte des Quadrates der Linie *ac* enthält. Zieht man dann vom Punkte *d* nach dem Punkte *e* eine gerade Linie, so theilt man dadurch das Dreieck *abc* in zwei gleiche Stücke. Der eine Theil ist das Dreieck *adc*, der andere aber das Trapez *debc*, wie die beigegebene Figur zeigt.[1])

Auf rechnerischem Wege gelangt man zu obigen Quadraten, wenn man von der Länge jeder der beiden Geraden *ab*, *ac* vom Punkte *a* aus, das ist von der Spitze des Dreiecks, $\frac{5}{7}$ minus ungefähr der Hälfte eines Siebentels abschneidet, das ist als Regel gefasst, dass man die ganze Linie in 140 Theile theilt und von diesen 99 weniger eine ganze Kleinigkeit nimmt.[2]) Ist z. B. die Länge der Geraden *ab* 7 Ellen, so wird die Gerade *ad* etwa 5 Ellen weniger $\frac{1}{140}$ enthalten. Wenn ebenso die Seite *ac* 10 Ellen in der Länge hat, so wird die Gerade *ae* nahezu 7 Ellen plus $\frac{1}{140}$ Elle in ihrer Länge aufweisen. Sind also die beiden Geraden so getheilt, und man zieht die Theilungslinie *ed*, so zerfällt das Dreieck in zwei gleiche Hälften, weil die so gezogene Linie *ed* aus geometrischen Gründen der Grundlinie *bc* parallel sein muss, und daher das Dreieck *ade* dem Dreiecke *abc* ähnlich ist, denn ihre Winkel sind einander gleich. Das Verhältnis ähnlicher Dreiecke ist aber gleich dem Verhältnis des Quadrates einer Seite des einen Dreiecks zu dem Quadrate der Seite des andern Dreiecks, die ihm proportional entspricht, wie EUKLIDES in seinem Werke beweist. Nun ist aber gezeigt, dass im Dreiecke *abc* das Quadrat der Seite *ac* doppelt so gross ist als das Quadrat der Seite *ae* des andern Dreiecks *ade*. Diese beiden Seiten sind aber proportionalisch ähnlich. Ebenso enthält das Quadrat der Seite *ab* das Doppelte des Quadrates der Seite *ad*: also ist das Dreieck *abc* das Doppelte des Dreiecks *ade*, und folglich ist das Trapez *debc* gleich dem Dreiecke *ade*. Es ist also bewiesen, dass das Dreieck *abc* in zwei Hälften getheilt ist, und das wollten wir.

4. *Fällt ferner die Grenze des einen der beiden Theilenden in irgend einen Punkt einer Seite des Dreiecks, und will er seinen Theil an seine Grenze anliegend erhalten,* wenn also z. B. in dem Dreiecke *abc* (Fig. 47) der Theilpunkt auf der Seite *ab* im Punkte *d* liegt, und er seinen Theil vom Punkte *d* aus fordert, so sehe man zu, ob der Punkt *d* etwa in die Mitte der Seite fällt. Ist er wirklich im Halbierungspunkte der Seite gelegen, so bleibt nichts weiter zu thun übrig, als von der Spitze des Winkels nach genanntem Punkte *d* eine gerade Linie zu ziehen, die das Dreieck in zwei gleiche Stücke theilt.[3])

At si punctus *d* non in dimidio praefati lateris inventus fuerit, aliter triangulum dividamus oportet. Exempli namque causa praedictum trigoni latus *ab* 12, secundum vero latus *bc* 10, tertium quoque latus *ac* 15 ulnas continere ponamus, punctumque *d*, qui pro divisoris termino ponitur, prius a puncto *b* per spatium duarum ulnarum elongemus. Linea igitur *ad* 10 ulnas continebit, positoque puncto *f* supra lateris *ab* dimidium lineam *af* 6 ulnas continere non dubitabimus: latus etenim *ab* 12 ulnas habere posuimus. Linea igitur *af* cum sit totius *ab* lineae dimidium in 4 ulnis, quae sunt duae quintae totius *ad* lineae, *ab* eadem *ad* linea superabitur. Quapropter ex latere *ac*, quod est lateri *ad* contiguum, duas quintas a parte *c*, quae est trianguli summitas, accipe, et quod fuerit, puncto impresso *e* signabis. Erit igitur linea *ec* 6 ulnarum: totum namque latus *ac* 15 ulnas continere supra posuimus. Quo facto a puncto *d* usque ad punctum *e* rectam lineam protrahens totus triangulus in duo dividetur aequalia, quorum altera pars erit trigonus *ade*, alteram vero partem superficies *debc* almuncharif sibi perfecte vindicabit.

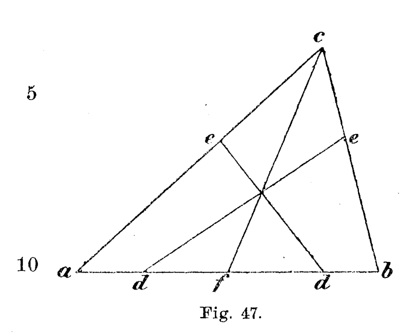


Fig. 47.

Quod si praenominatus terminus *d* a puncto *a* per duarum ⟨ulnarum⟩ spatium elongatus fuerit, divisionis lineam non ad latus *ac*, ut prius, sed ad latus *bc* dirigas. Duas namque quintas ex latere *bc*, quod 10 existit ulnarum, a puncto *c* sumens *e* puncto signabis. Erit itaque linea *ce* 4 ulnarum. Divisionis ergo lineam a puncto *d* ad punctum *e* sicut in hac figura cernitur, produces. In hac etenim similitudine divisionis linea semper ad latus maiori portioni contiguum transmittatur, quare, si linea *bd* maior portio fuerit, divisionis lineam ad latus *bc* producas; si vero non ⟨haec⟩, sed *ad* linea portio maior exstiterit, ad latus *ac* producta linea dirigatur.

Istud etiam nullatenus oblivioni traderetur, quod illae duae quintae semper a puncto *c*, quae est trianguli summitas, sunt assumendae, quoniam ad hunc idem punctum divisionis linea producetur, cum terminus, qui est punctus *d*, supra dimidium *ab* lineae ceciderit. Quapropter secundum illam quantitatem, in qua terminus a dimidio lineae elongabitur, erit *e* punctus a puncto *c*, qui est trigoni summitas, elongandus. Hoc autem, et si nullo | monstratur exemplo, satis tamen esset apertum. Quod autem exemplo [27′] monstravimus, ideo fecimus, ut auditoribus levius et apertius innotesceret.

12 lineae *ab* lineam. — 19 altera vero. — 21 ulnarum *fehlt.* — 27 minor *A.* — 28 haec *in A über der Zeile ausradiert.* — 32 hunc] hoc. *Es ist aber sonst stets* punctus *als Masculinum gebraucht.*

Findet man aber, dass der Punkt d nicht in der Mitte der genannten Seite liegt, so muss man das Dreieck auf andere Weise theilen. Nehmen wir z. B. an, es sei die Seite ab genannten Dreiecks 12, die andere Seite bc aber 10, und die dritte ac 15 Ellen lang, und der Punkt d, der als Grenzpunkt des Theilenden genommen wird, sei zunächst vom Punkte b aus um die Länge zweier Ellen entfernt, so wird also die Strecke ad 10 Ellen enthalten, und wenn wir an den Halbierungspunkt der Seite ab den Buchstaben f setzen, so muss unzweifelhaft die Strecke af 6 Ellen enthalten: wir haben ja angenommen, es habe die Seite ab 12 Ellen. Die Strecke af, welche der ganzen Geraden ab Hälfte ist, wird von der Strecke ad um 4 Ellen übertroffen, das sind $\frac{2}{5}$ der ganzen Linie ad. Man schneide deshalb von der Seite ac, die der Seite ad anliegt, von c, dem Scheitel des Dreiecks, aus $\frac{2}{5}$ ab, und bezeichne den Endpunkt durch den Buchstaben e. Dann ist also die Strecke ec 6 Ellen, denn die ganze Seite ac haben wir vorher zu 15 Ellen angenommen. Hierauf wird durch Verbindung des Punktes d mit dem Punkte e durch eine gerade Linie das ganze Dreieck in zwei Hälften getheilt, von denen die eine das Dreieck ade, die andere aber das Trapezoid $debc$ für sich in Anspruch nimmt.

Wäre aber der obengenannte Grenzpunkt d vom Punkte a aus um die Länge zweier Ellen entfernt, so würde man die Theilungslinie nicht, wie früher, nach der Seite ac, sondern nach der Seite bc führen müssen. Man schnitte nämlich $\frac{2}{5}$ von der Seite bc, die 10 Ellen lang ist, vom Punkte c aus ab, und bezeichnete den Endpunkt durch e. Dann ist die Strecke ce 3 Ellen lang. Die Theilungslinie würde alsdann vom Punkte d nach dem Punkte e gezogen, wie in der beigegebenen Figur zu sehen ist. In diesem Falle wird nämlich die Theilungslinie immer nach der Seite, die der grössern Theilstrecke anliegt, gezogen. Ist also bd der grössere Theil, so führt man die Theilungslinie nach der Seite bc; ist aber nicht diese, sondern die Strecke ad der grössere Theil, so wird die Linie nach der Seite ac geführt.

Man behalte auch stets im Gedächtnis, dass die obigen $\frac{2}{5}$ immer vom Punkte c aus, das heisst von der Spitze des Dreiecks, zu nehmen sind, weil die Theilungslinie nach demselben Punkte gezogen wird, wenn der Grenzpunkt, das ist der Punkt d, auf die Mitte von ab fällt, Nach dem Verhältnis also, nach welchem der Grenzpunkt sich von der Mitte der Linie entfernt, muss der Punkt e von dem Punkte c, nämlich der Spitze des Dreiecks, entfernt genommen werden. Das Obige wäre auch, wenn kein Beispiel gezeigt wäre, doch genügend klar gewesen, dass wir aber ein Beispiel durchgeführt haben, ist deshalb geschehen, damit es dem Hörer leichter und offenkundiger einleuchte.

Huius quidem demonstrationem addisces, si a puncto *f*, qui lineae *ab* dimidium sibi vindicat, duas lineas, alteram scilicet ad punctum *c* alteram vero ad punctum *e*, et si a puncto etiam *d* ad punctum *c* aliam rectam lineam produxeris, quemadmodum in hac figura depingitur (Fig. 48). His

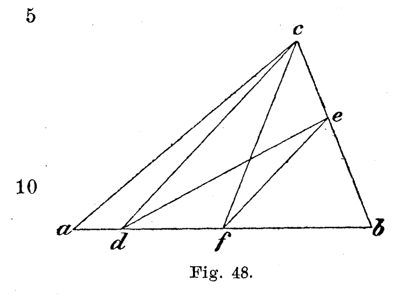


Fig. 48.

5 lineis hac in subscripta figura productis, linea *fe* lineae *cd* aequidistans invenietur, eo quod proportio lineae *ce* ad lineam *ea* est ut proportio lineae *df* ad lineam *fa*. Nam linea *ce* duas quintas totius lineae *ca*, 10 linea quoque *df* duas itidem totius *ad* lineae quintas amplectitur. Omnesque duo trianguli, qui super eandem basim ad easdem partes in eisdem alternis lineis conformantur sunt aequales ad invicem. Triangulus igitur *cdf* in hac figura aequus est 15 triangulo *cde*: sunt enim inter duas subalternas lineas *fe*, *dc* et super eandem basim *cd*. Triangulo igitur *cda* communiter assumpto erit totus triangulus *caf* toti superficie *cade* almuncharif aequalis. Triangulus autem *caf* trianguli *abc* dimidium continet, eo quod punctus *f* im dimidio lateris *ab* collocatur, superficies itaque *ceda* almuncharif, quam ei aequalem fore 20 monstravimus, dimidium trianguli *abc*, ut supra diximus, continet.[1])

5. *Item si triangularis campus,* ut triangulus *abc, tribus divisoribus dividendus proponatur, quorum unus supra unum, alius vero supra aliud, tertius quoque supra tertium trianguli latus suam portionem habere voluerit,* quodlibet trianguli latus, ut exempli causa latus *ab* supra punctum *d*, in 25 duo partiaris aequalia. Dehinc a puncto *d* usque ad punctum *c* rectam lineam protrahens triangulum in duo aequa secabis. Quo diviso per medium, ex linea *cd* tertiam sui partem a puncto *d* sumens puncto *e* impresso signabis. Post hoc a puncto *e* duas lineas, alteram scilicet ad punctum *a*, alteram vero ad punctum *b* producens in tres aequales partes, quae sunt 30 *cea*, *ceb*, *aeb*, triangulus *abc* dividetur, ut haec figura repraesentat (Fig. 49).

Istius nempe demonstratio est, quod, quia linea *bd* aequalis est lineae *da*, erit trigonus *cda* trigono *cdb* aequalis, et quia linea *de* tertiam totius lineae *dc* partem continet, trigonus *aed* totius trigoni *acd* tertiam partem continebit. Triangulus *acd* est dimidium trianguli *abc*, triangulus igitur 35 *aec* tertia pars | trianguli *abc* remanebit. Simili quoque ⟨modo⟩ tri- 28

12 eisdem] eiusdem *A*. — 21 divisoribus] dominis *B*. — 31 aequalis est] aequalem. — 35 modo *fehlt*.

1) Leonardo 112, 5.

Den Beweis hierfür führt man so, dass man vom Punkte *f* aus, der die Mitte der Linie *ab* bezeichnet, zwei Gerade, eine nach dem Punkte *c*, die andere nach dem Punkte *e*, und zugleich vom Punkte *d* nach dem Punkte *c* eine andere gerade Linie zieht, wie in der nebenstehenden Figur gezeichnet ist (Fig. 48). Sind diese Linien in der Figur gezogen, so findet man die Gerade *fc* parallel der Geraden *cd*, da das Verhältnis der Linie *ce* zu der Linie *ea* gleich dem Verhältnis der Linie *df* zu der Linie *fa* ist. Denn die Linie *ce* enthält $\frac{2}{5}$ der ganzen Linie *ca*, und auch die Linie *df* umfasst $\frac{2}{5}$ der ganzen Linie *da*. Nun sind je zwei Dreiecke, welche über derselben Grundlinie nach derselben Seite hin zwischen Parallelen gebildet sind, einander gleich. Das Dreieck *cdf* in der Figur ist also gleich dem Dreiecke *cde*: sie liegen eben zwischen den beiden Parallelen *fe*, *dc*, und haben dieselbe Grundlinie *cd*. Nimmt man also beidemale das Dreieck *cda* hinzu, so ist das ganze Dreieck *caf* dem ganzen Trapezoid *cade* gleich. Das Dreieck *caf* ist aber die Hälfte des Dreiecks *abc*, weil der Punkt *f* in der Mitte der Seite *ab* gelegen ist, also ist das Trapezoid *cade*, das wir als ihm gleich erwiesen haben, die Hälfte des Dreiecks *abc*, wie wir oben gesagt haben.[1])

5. *Wenn ferner ein dreieckiges Feld,* etwa das Dreieck *abc, gegeben ist, das unter drei Theilende auszutheilen ist, von denen der eine seinen Antheil auf der einen Seite, der zweite aber auf der andern, der dritte endlich auf der dritten Seite des Dreiecks zu haben wünscht,* so theilt man eine beliebige Seite des Dreiecks, z. B. die Seite *ab*, im Punkte *d* in zwei gleiche Theile. Dann zieht man vom Punkte *d* nach dem Punkte *c* eine gerade Linie, und theilt so das Dreieck in zwei gleiche Stücke. Nachdem es so in zwei Hälften getheilt ist, schneidet man vom Punkte *d* aus von der Geraden *dc* ihren dritten Theil ab, und bezeichnet den Endpunkt mit *e*. Darauf zieht man vom Punkte *e* zwei Gerade, eine nach dem Punkte *a*, die andere nach dem Punkte *b*, und theilt dadurch das Dreieck in drei gleiche Stücke, nämlich in *cea*, *ceb*, *aeb*, wie die beigegebene Figur zeigt (Fig. 49).

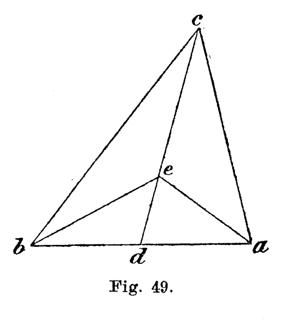


Fig. 49.

Der Beweis dafür ist folgender. Weil die Strecke *bd* der Strecke *da* gleich ist, wird das Dreieck *cda* dem Dreick *cdb* gleich sein, und weil die Strecke *de* den dritten Theil der ganzen Strecke *dc* enthält, so ist das Dreieck *aed* von dem ganzen Dreiecke *acd* der dritte Theil. Das Dreieck *acd* ist die Hälfte des Dreiecks *abc*, also bleibt das Dreieck *aec* als dritter Theil des Dreiecks *abc* übrig. Auf ähnliche Art beweist man, dass

angulum *ceb* tertiam trianguli *abc* partem continere probabitur. Hac itaque ratione cognosces, quod triangulus *abc* in tres aequales partes super eius tria latera dividatur.[1])

6. *Item si tres divisores exstiterint, quorum unus suam portionem supra unum trianguli latus, reliqui vero duo ab eiusdem trigoni summitate suas portiones habere postulaverint.*

Veluti si in triangulo *abc* (Fig. 50) unus ex tribus divisoribus suam portionem supra latus *bc*, reliqui vero duo a puncto *a*, qui est trianguli summitas, suas portiones habere voluerint, utrumque latus *ab*, *ac* in duo partiaris inaequalia, ⟨ita⟩ tamen, quod multiplicatio totius lateris semel maioris portionis multiplicationem et insuper eius dimidium contineat. Ut exempli causa latus *ab* in duas portiones *ad*, *db*, latus vero *ac* in duas itidem *ae*, *ec* portiones partiaris ita, quod multiplicatio lateris *ad* in se ipsum duas tertias totius multiplicationis *ab*, ⟨et multiplicatio lateris *ae* duas tertias totius multiplicationis *ac*⟩ contineat, et triangulus *abc* in duas inaequales partes dividatur, quarum altera sit superficies *bdce* almuncharif, quae totius trianguli tertiam partem amplectitur, altera vero pars sit triangulus *ade* triangulo *abc* ⟨similis⟩ duas totius trianguli tertias in sui constitutione recipiens, eo quod triangulus *ade* triangulo *abc*, quemadmodum in istius capituli secunda figura docuimus, assimiliatur. Trianguli autem ad triangulum proportio ut proportio quadrati unius lateris ad quadratum alterius lateris, quod ei in proportione adsimiliatur. Sed quadratus lateris *ab* in triangulo *abc* unum et semissem totius summae quadrati lateris *ad* in triangulo *ade* continet, quapropter trigonus *ade* duas tertias totius trianguli *abc* continebit. Superficiei igitur *bdec* almuncharif tertia pars relinquetur. Quare si lineam *de* in duo aequa supra punctum *f* diviseris, et ab ipso puncto *f* usque ad punctum *a* lineam rectam protraxeris, triangulum *ade* in duos aequos triangulos *afe*, *afd* secabis. Totus itaque triangulus *abc* in tres aequales partes, quae sunt duo trigoni *afe*, *afd* et superficies *bdec* almuncharif, erit divisus, ut hac in figura monstratur.

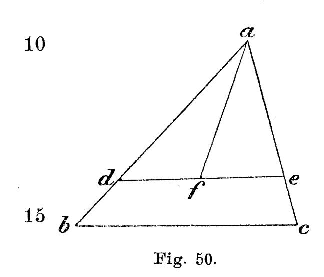


Fig. 50.

Horum item duorum laterum divisiones si per numerum invenire volueris, latus *ab* 6 ulnas continere proponas, quod cum in duo divisum fuerit, ita tamen, quod totius lateris multiplicatio in se ipsum totam alterius portionis multiplicationem et eius insuper dimidium amplectitur, 5 ulnas

4 unius. — 11 ita *in A über der Zeile ausradiert.* — 17—18 et... ac *in A auf dem Rande ausradiert.* — 21 similis *fehlt.*

das Dreieck *ceb* den dritten Theil des Dreiecks *abc* enthält. Auf solche Weise ersieht man also, dass das Dreieck *abc* in drei gleiche Theile über den Seiten desselben zerschnitten ist [1])

6. *Sind weiter drei Theilende vorhanden, von denen der eine seinen Antheil auf einer Dreiecksseite, die andern beiden aber von der Spitze des Dreiecks aus zu haben wünschen,* wenn also z. B. für das Dreieck *abc* (Fig. 50) der eine der drei Theilenden seinen Antheil an der Seite *bc*, die beiden übrigen aber vom Punkte *a*, das ist der Spitze des Dreiecks, aus ihre Antheile zu haben verlangen, so theilt man die beiden Seiten *ab*, *ac* jede in zwei ungleiche Stücke, jedoch so, dass das Quadrat der ganzen Seite das Quadrat des grössern Theiles ein und ein halb mal enthält. Z. B. also so, dass die Seite *ab* in zwei Stücke *ad*, *db*, die Seite *ac* aber in die beiden Stücke *ae*, *ec* getheilt werde, so dass das Quadrat der Seite *ad* $\frac{2}{3}$ des Quadrates der ganzen Seite *ab*, und das Quadrat der Seite *ae* $\frac{2}{3}$ des Quadrates der ganzen Seite *ac* enthält, dann wird das Dreieck *abc* in zwei ungleiche Stücke getheilt, von denen das eine das Trapez *bdec* ist, das den dritten Theil des ganzen Dreiecks umfasst, das andere aber das Dreieck *ade* ist, das dem Dreiecke *abc* ähnlich zwei Dritttheile des ganzen Dreiecks in sich begreift, weil nämlich das Dreieck *ade* dem Dreiecke *abc* ähnlich ist, wie wir in dieses Kapitels zweiter Figur gelehrt haben, das Verhältnis eines solchen Dreiecks aber zum andern gleich dem Verhältnis des Quadrates einer Seite des einen zum Quadrate der Seite des andern ist, welche der ersten proportionalisch ähnlich ist, das Quadrat der Seite *ab* aber im Dreiecke *abc* $1\frac{1}{2}$ mal das Quadrat der Seite *ad* im Dreiecke *ade* enthält. Es wird also für das Trapez *bdec* der dritte Theil übrig bleiben. Halbiert man also die Gerade *de* im Punkte *f* und zieht von diesem Punkte *f* nach dem Punkte *a* eine gerade Linie, so theilt diese das Dreieck *ade* in zwei gleiche Dreiecke *afe*, *afd*. Das ganze Dreieck *abc* ist daher in drei gleiche Stücke getheilt, und zwar in die beiden Dreiecke *afe*, *afd* und das Trapez *bdec*, wie die Figur zeigt.

Will man die Theilung der beiden Seiten durch Rechnung finden, so nehme man an, es enthalte die Seite *ab* 6 Ellen. Wird dieses nun in zwei Stücke getheilt, jedoch so, dass das Quadrat der ganzen Seite das $1\frac{1}{2}$-fache des Quadrates des andern Theiles umfasst, so enthält dieser Theil 5 Ellen, von denen $\frac{1}{60}$ einer Elle abgezogen ist. Das Quadrat der ganzen Seite enthält nämlich 36, das Quadrat jenes Theiles macht aber

1) Leonardo 120, 12 v. u.

decena unius ulnae inde subtracta illa portio continebit: totius enim lateris
multiplicatio 36, multiplicatio quoque illius portionis fere 24 | ulnas efficiet. 28′
Alterius vero lateris longitudinem si 9 ulnas habere dixeris, eius altera
pars 7 ulnas et insuper tres decenas ac unius decenae semissem continebit.
5 Huius namque portionis multiplicatio fere 54, multiplicatio quoque totius
lateris 81 ulnas constituit, cuius numeri summa totam praenominatae portionis multiplicationem et eiusdem insuper dimidium amplectitur. Ipsius
quippe doctrinae regula est, ut radix duarum tertiarum cuiuslibet quadrati
5 sextas radicis totius quadrati decena unius sexta inde subtracta contineat,
10 et sunt 49 partes de 60 partibus totius radicis cuiuslibet quadrati.[1]) Haec
itaque regula in huius modi numeratione nullatenus a memoria labatur.

7. *Hoc item alio modo probetur.* Triangulum *abg* constituamus (Fig. 51),
de cuius latere *bg* tertia pars, et ex parte *g* excipiatur, et puncto ⟨*d*⟩
etiam signetur, a quo ad punctum *a* linea *da* dirigatur. Post hoc supra
15 lineam *dg* punctus utlibet imprimatur, sitque punctus *e*, a quo ad punctum *a* linea *ea* trahatur. Dehinc ad punctum *d* linea *df* parallela lineae *ea*
abstrahatur. Quo facto linea *ef* dirigatur, quam si in duo aequa supra
punctum *c* diviseris, et lineam *bc* produxeris, erit triangulus *agb* in tres
aequales partes divisus, quae sunt superficies *afge* almuncharif et trianguli
20 duo *fcb*, *bec*. Quod sic probatur. Quia duo trianguli *afd*, *fde* super
eandem basim, lineam *fd*, ad easdem partes et in eisdem alternis lineis *df*
et *ae* conformantur, sunt ad invicem aequales. Communiter itaque sumpto
fdb, erit totus triangulus *abd* toti triangulo *feb* aequalis. Triangulus
autem *abd* duas totius trianguli *abg* tertias partes continet, igitur triangulus *feb* similiter duas tertias partes eiusdem trianguli continet, quae
sunt triangulus *fbc* et triangulus *bec*. Superficies itaque *afeg* almuncharif tertiam reliquam partem eiusdem trianguli continet. Divisus est
igitur triangulus *abg* in tres aequales partes ita, quod una pars super
unum latus *ag* existit, et reliquae duo a summitate eiusdem trianguli, quae
30 est *b*, sunt abstractae.[2])

8. *Item si tres inaequales divisores ⟨exstiterint⟩, quorum scilicet unus
dimidium alius vero tertiam, tertius quoque sextam totius triangulateri campi
quaesierit, et singuli suas portiones super singula trianguli latera postulaverint.*

35 Ut in triangulo *abc* (Fig. 52) lateris *ab*, supra quod ille, cuius est

---

12 Triangulus. — 13 a parte *d*. — *d fehlt*. — 16 lineam *ea*. — punctum *g*. —
18 triangulus *ace*. — 19 sunt] est *B*. — 31 exstiterint *in A über der Zeile ausradiert*.

---

1) $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{1}{6}\sqrt{24} \sim \frac{5}{6} - \frac{1}{60}$. 2) Leonardo 120, 7.

nahezu 24 Ellen aus. Nimmt man die Länge der andern Seite zu 9 Ellen an, so wird ihr einer Theil 7 Ellen und $\frac{3}{10}$ und die Hälfte eines Zehntels enthalten. Das Quadrat dieses Theiles macht nämlich nahezu 54 aus, und das Quadrat der ganzen Seite 81, und letztere Zahl ist das $1\frac{1}{2}$-fache des vorgenannten Quadrates.

Die Rechnungsregel für diese Lehre ist, dass die Wurzel von $\frac{2}{3}$ eines beliebigen Quadrates $\frac{5}{6}$ der Wurzel des ganzen Quadrates weniger $\frac{1}{60}$ derselben enthält, das sind $\frac{49}{60}$ der ganzen Wurzel eines beliebigen Quadrates.[1]) Diese Regel darf also bei dieser Rechnung niemals dem Gedächtnis entschwinden.

7. *Diese Theilung kann auch auf andere Weise erfolgen.* Wir zeichnen das Dreieck abg (Fig. 51), von dessen Seite bg der dritte Theil, und zwar von b aus genommen und durch den Punkt d bezeichnet werde. Von ihm aus werde nach dem Punkte a die Gerade da gezogen. Dann sei auf der Strecke dg ein beliebiger Punkt angenommen, es sei der Punkt e, und von ihm nach dem Punkte a die Gerade ea gezogen. Man ziehe ferner durch den Punkt d die Linie df parallel der Linie ea und sodann die Linie ef. Theilt man diese im Punkte c in zwei gleiche Stücke und zieht die Gerade bc, so wird das Dreieck abg in drei gleiche Theile zerschnitten, nämlich in das Trapezoid $afge$ und die beiden Dreiecke fcb, bec, was man folgendermaassen beweist. Da die beiden Dreiecke afd, efd über derselben Grundlinie, der Geraden df, nach derselben Seite und zwischen denselben Parallelen df, ae gezeichnet sind, so sind sie einander gleich. Addiert man hierzu das gemeinsame Dreieck fdb, so wird das ganze Dreieck adb dem ganzen Dreieck feb gleich. Das Dreieck adb enthält aber $\frac{2}{3}$ des ganzen Dreiecks abg, also umfasst das Dreieck feb ebenfalls $\frac{2}{3}$ desselben Dreiecks, und diese Drittel sind die Dreiecke fbc und bce. Das Trapezoid $afeg$ enthält also den noch übrigen dritten Theil unseres Dreiecks. Es ist daher das Dreieck abg so in drei gleiche Stücke getheilt, das der eine Theil an der Seite ag anliegt, die beiden andern aber von der Spitze desselben Dreiecks aus, das ist b, genommen sind.[2])

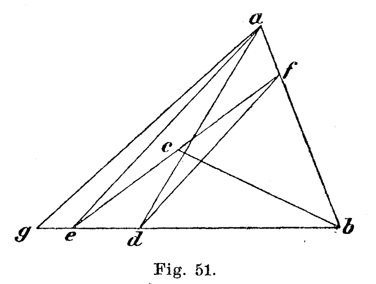


Fig. 51.

8. *Sind ferner drei ungleiche Theilende, von denen der eine die Hälfte, der zweite den dritten Theil, der dritte den sechsten Theil des ganzen dreiseitigen Feldes verlangt, und jeder seinen Antheil auf je einer Seite des Dreiecks erhalten will,* so nimmt man etwa im Dreiecke abc (Fig. 52)

trianguli medietas, suam portionem habere voluerit, tertiam partem, quae est *be*, seorsum accipe. Quo facto lineam a puncto *e* ad puuctum *c*, quod est trianguli summitas, protrahens | eam in duo aequalia supra punctum *d* partiaris, a quo duas rectas lineas, alteram videlicet ad punctum *a*, alteram vero ad punctum *b* dirigens triangulum *abc* in tres inaequales partes secabis, quarum una ipsius dimidium, quod est triangulus *adb*, alia vero eiusdem tertiam, quae est trigonus *adc*, reliqua totius sextam, quae est triangulus *bdc*, continebit, ut in hac figura subscribitur.

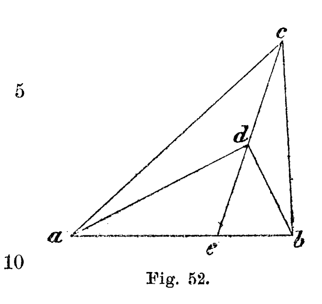


Fig. 52.

Huius autem divisionis demonstrationem non ignorabis, si supradictas demonstrationes memoriae tenaci commendaveris.

9. Quod si triangulum secundum harum divisionum numerum, aliarum tamen quantitatum partiri volueris, ad huiusmodi similitudinem operabis. Si autem in 4 aut in 5 vel in plures partes eum dividere desideraveris, leviter hoc facere poteris. Nobis quidem divisio trianguli secundum suorum laterum numerum satis sufficere debuit. Hoc igitur in loco triangulorum divisiones cum dei auxilio terminemus.

De divisionibus quadrilaterorum.

10. A primis quidem antecessoribus quadrilateras superficies in tria genera dividi compertum est. Quaedam enim earum sunt, quarum utraque diametra sese invicem per aequalia partiantur, quaedam vero, quarum alterum diametrum, cum per aequalia partiatur alterum, ipsum quidem ab eodem per inaequalia dividitur; quaedam etiam aliae sunt, quarum diametra se invicem per inaequalia secant. Hae autem qualiter in duo ac tria nec non et quatuor aequa secundum suorum laterum numerum, sicut et in triangulis ostendimus, ipsae dividantur, in istorum trium generum unoquoque diligenter ostendemus, nec in plures partes earum divisiones indicabimus. Peritissimus vero geometra, qualiter in plura dividantur, leviter investigare poterit.

De divisione quadrilateri in duo aequalia.

11. *Si campus, qui duobus dominis dividendus proponitur, quadratus fuerit* (Fig. 53), cum utraque diametra sese invicem in duo aequa secaverint, eum in duas aequas partes cum diagonali linea a quolibet eius angulo

7 quarum] quare. — 26 Hos. — 32 quadrilateris. — 34 cuius utraque.

von der Seite *ab*, an welcher derjenige, dem die Hälfte des Dreiecks gehört, seinen Antheil haben will, den dritten Theil, er sei *be*, besonders, dann zieht man von dem Punkte *e* nach dem Punkte *c*, das ist nach der Spitze des Dreiecks, eine Gerade, die man im Punkte *d* halbiert. Wenn man dann von ihm aus zwei gerade Linien, eine nach dem Punkte *a*, die andere aber nach dem Punkte *b* zieht, so hat man das Dreieck in drei ungleiche Stücke getheilt, von denen das eine die Hälfte desselben, nämlich das Dreieck *adb*, das andere den dritten Theil, das ist das Dreieck *adc*, das übrige aber von dem Ganzen den sechsten Theil enthält, nämlich das Dreieck *bdc*, wie in der nebenstehenden Figur gezeichnet ist.

Der Beweis für diese Theilung wird dem nicht unbekannt sein, der die voraufgegangenen Beweise treuem Gedächtnis anvertraut hat.

9. Wollte man das Dreieck in die nämliche Anzahl Stücke, aber nach anderem Grössenverhältnisse theilen, so müsste man in ähnlicher Weise vorgehen. Will man es aber in vier oder fünf oder in noch mehr Stücke zertheilen, so kann man das mit Leichtigkeit thun. Für uns aber musste die Theilung des Dreiecks nach der Zahl seiner Seiten vollständig ausreichen. Hier wollen wir also die Theilung des Dreiecks mit Gottes Hilfe beendigt haben.

Über die Theilung der Vierecke.

10. Von unsern ersten Vorgängern wurden die vierseitigen Flächen in drei Arten unterschieden. Es giebt nämlich solche, deren beide Diagonalen sich gegenseitig halbieren, ferner solche, bei denen die eine Diagonale die andere halbiert, sie selbst aber von ihr in zwei ungleiche Stücke getheilt wird, endlich auch solche, deren Diagonalen einander in ungleiche Stücke theilen. Wie diese in zwei, in drei und auch in vier gleiche Theile nach der Anzahl ihrer Seiten zerschnitten werden können, wollen wir wie bei den Dreiecken, und zwar für jede der drei Arten besonders, vollständig zeigen, die Theilung in mehr Stücke aber nicht. Ein kluger Geometer wird aber leicht auffinden, wie sie in mehr Stücke getheilt werden können.

Die Theilung des Vierecks in zwei Stücke.

11. *Ist das Feld, das unter zwei Herren zu vertheilen ist, ein Quadrat* (Fig. 53), so kann man es, da beide Diagonalen sich gegenseitig halbieren, durch jede der beiden von einer Ecke nach der gegenüberliegenden gezogene Diagonalen theilen. Ebenso wird es auch von einem

ad angulum protracta partiri poteris. Similiter etiam a quolibet puncto super eius quolibet latere dato in duo aequalia secabitur.[1])

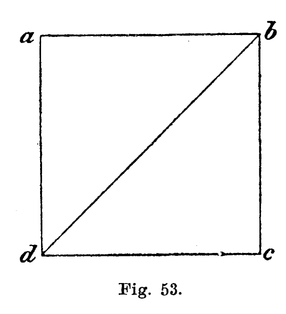


Fig. 53.

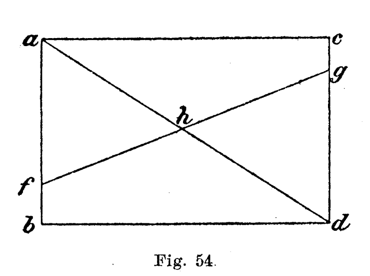


Fig. 54.

12. *Quod si parte altera longior vel rhombus seu rhomboides in divisione proponitur,* eorum itidem diametra sese invicem per aequalia partiuntur. Ab eorum igitur angulis in duo aequa ⟨eos⟩ secari poteris. Si autem a quolibet puncto supra quodlibet eorum latus insignito huiusmodi quadrilaterum dividere volueris, ut si a puncto f supra latus ab (Fig. 54) longe ab eius dimidio secundum duarum ulnarum quantitatem dato, superficiem $abcd$ parallelogrammum in duo | aequa secare desideraveris, supra latus cd punctum g longe ab eius dimidio secundum quantitatem duarum ulnarum signabis, quod sic facies. Ab angulo scilicet d, qui angulo a ex opposito ponitur, supra dc latus secundum lineae af quantitatem metire, et quod fuerit, puncto g impresso signabis. Post haec a puncto g ad punctum f lineam gf protrahens, quadrilaterum $abcd$ in duas aequas superficies $bfgd$, $afcg$ almuncharif secabis. 29′

Huius nempe divisionis demonstratio est, quod, si diametrum ad protraxeris, lineam gf in duo aequa supra punctum h secabit, eritque triangulus ghd triangulo afh aequalis. Quadrilaterum itaque $afge$ aequale erit quadrilatero $fbdg$. Simili quoque demonstratione hoc idem probaretur, si diametrum bc protrahitur.[2])

13. *Item si quadrilaterum illud non fuerit parallelogrammum, sed alterum duorum diametrorum in duo aequa diviserit alterum, ipsum autem ab eodem per inaequalia secabitur.* Ut exempli causa quadrilaterum $abcd$ (Fig. 55), cuius diametrum bd alterum diametrum ac supra punctum e in duo dividit aequalia, ipsumque super idem punctum e per inaequalia secatur, ab angulo b ad angulum d vel e converso dividens in duos aequos triangulos abd, bcd a diametro bd secabitur.

14. Quod si idem quadrilaterum ab angulo a vel c partiri volueris, diametrum ab eorum alterutro protractum illud per inaequalia partietur.

4 itidem] inde *A*. — 5 eos *fehlt*. — 7 quadratum. — 11 quod si. — qui] quod.

beliebigen Punkte auf einer beliebig gegebenen Seite in zwei gleiche Stücke zertheilt.[1])

12. *Wird zur Theilung ein Rechteck, ein Rhombus oder ein Rhomboid vorgelegt,* so schneiden ihre Diagonalen in ähnlicher Weise einander in gleiche Theile, man kann sie also von den Ecken aus in zwei gleiche Stücke theilen. Soll aber ein solches Viereck von einem beliebigen auf irgend einer Seite desselben festgelegtem Punkte getheilt werden, wie wenn etwa vom Punkte f auf der Seite ab (Fig. 54) aus, der von ihrer Mitte um 2 Ellen Länge abstehend gegeben ist, das Parallelogramm $abcd$ in zwei gleiche Stücke getheilt werden soll, so bestimmt man auf der Seite cd den Punkt g, der ebenfalls von ihrer Mitte um die Grösse zweier Ellen absteht. Das macht man aber so: Von der Ecke d nämlich, welche der Ecke a gegenüberliegt, misst man auf der Geraden dc die Länge der Linie af ab, und bezeichnet den Endpunkt mit g. Dann zieht man vom Punkte g nach dem Punkte f die Gerade gf und theilt dadurch das Viereck $abcd$ in die zwei gleichen Trapeze $bfgd$, $afcg$.

Der Beweis dieser Theilung liegt darin, dass, wenn die Diagonale ad gezogen wird, sie die Gerade gf im Punkte h halbiert, und das Dreieck ghd dem Dreiecke afh kongruent wird. Also ist das Viereck $afgc$ dem Viereck $fbdg$ gleich. Dasselbe könnte in gleicher Weise bewiesen werden, wenn man die Diagonale bc ziehen würde.[2])

13. *Wäre ferner jenes Viereck kein Parallelogramm, sondern theilte die eine Diagonale die andere in gleiche Theile, sie selbst aber würde von der letzteren in ungleiche Stücke zerschnitten,* wie z. B. das Viereck $abcd$ (Fig. 55), dessen Diagonale bd die andere Diagonale ac im Punkte e halbiert, selbst aber in dem nämlichen Punkte e in ungleiche Stücke getheilt wird, so zieht man von der Ecke b nach dem Endpunkte d oder umgekehrt die Diagonale bd, dann wird es dadurch in die beiden gleichen Dreiecke abc, bcd zerschnitten.

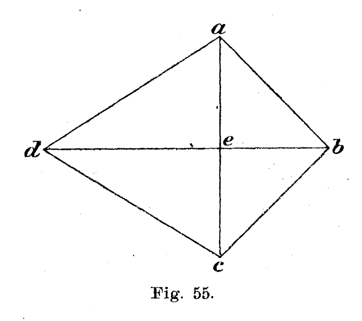


Fig. 55.

14. Soll dasselbe Viereck vom Eckpunkte a oder c aus getheilt werden, so würde es die von einem derselben gezogene Diagonale in ungleiche Stücke theilen. Man muss daher die Diagonale bd im Punkte f halbieren.

1) Leonardo 122, 5 v. u. 2) Leonardo 123, 14.

Quapropter diametrum *bd* supra punctum *f* in duas aequales partes abscidas oportet. Quo facto proportionem lineae *ef* ad lineam *ed* diligenter investigans secundum investigatae proportionis quantitatem, si a puncto *a* divisionis initium feceris, ex linea *cd* sumes, et quod fuerit, puncto *g* 5 signabis, a quo ad angulum *a* lineam *ga* dirigens quadrilaterum in duo secabis aequalia (Fig. 56).

Verbi gratia utrumque duorum laterum *ab*, *bc* 10 ulnas et tres insuper quintas, utrumqe vero duorum reliquorum laterum *ad*, *dc* 15 ulnas contineat. Diametrum itaque *bd*, quod ab *ac* diametro per inaequales 10 partes *be*, *de* dividitur, 17 ulnas et tres quintas continebit, eritque linea *ed* 12 ulnarum. Cumque hoc diametrum in duo aequa supra punctum *f* diviseris, ⟨et⟩ linea *fd* 9 ulnas minus una quinta recipiet, linea igitur *ef* 3 ulnas et unam quintam amplectitur. Quod si secundum quantitatem proportionis lineae *ef* ad *ed* ex linea *cd* suppresseris, lineam *cg* 4 ulnas habere 15 non dubitabis. Cumque a puncto *a* ad punctum *g* rectam lineam produxeris, quadrilaterum *abcd* | in duo partiaris aequalia, quae sunt trigonus 30 *agd* et superficies *abcg* almuncharif, ut haec figura repraesentat.

Ad huius nempe divisionis demonstrationem si duas lineas *af*, *cf* protraxeris, duos triangulos *cfb*, *afb* in unum coniunctos dimidium quadri- 20 lateri *abcd* continere cognosces. Hi autem duo trianguli superficie *abcg* almuncharif sunt aequales. ⟨Triangulum etenim *acf* triangulo *acg* aequalem esse non denegas, quia supra eandem *ac* basim et inter alternas *ca*, *gf* lineas contineatur. Triangulo itaque *abc* adiuncto⟩ superficies igitur *cfab* almuncharif superficiei *cgab* almuncharif aequatur. At superficies *cfab* 25 dimidium quadrilateri *abcd* continet, superficies itaque *cgab* almuncharif dimidium eiusdem quadrilateri *abcd*, quod in duo aequalia dividere quaerebamus, amplectitur.

15. *Ad hunc itaque modum omnia quadrilatera, quorum neutrum duorum diametrorum alterum per aequalia partitur, in duo aequa secabis, cum* 30 *a quolibet eorum angulorum divisiones facere volueris.*[1])

16. *Quod si divisionem aliter facere cupis,* quemadmodum ⟨si⟩ in subscripta figura a puncto *e* (Fig. 57) supra latus *ab* impresso divisionis initium facere proposueris, prius ab angulo *b* lineae *ab*, sicut in supra-

---

12 et *fehlt in A.* — lineam. — 21—23 Triangulum ... adiuncto *habe ich sinngemäss hinzugefügt. Der Schreiber von B hat nicht gemerkt, dass im Texte etwas fehle, und hat deshalb, da scheinbar zweimal genau dasselbe gesagt ist, am Rande hinzugefügt:* Totum illud superfluum est. — 25 quadrilateris. — 29 segabis.

Ist das geschehen, so sucht man genau das Verhältnis der Geraden *ef* zur Geraden *ed*, und schneidet nach der Grösse des gefundenen Verhältnisses, wenn vom Punkte *a* aus getheilt werden soll, von der Geraden *cd* ein Stück ab, dessen Endpunkt man mit *g* bezeichnet. Zieht man von ihm nach dem Endpunkte *a* die Gerade *ga*, so theilt man dadurch das Viereck in zwei gleiche Stücke (Fig. 56).

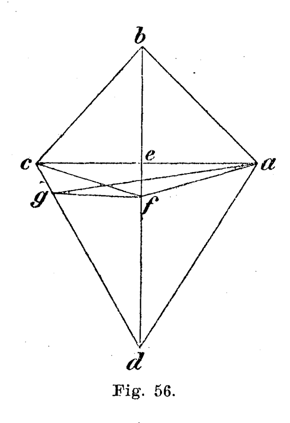


Fig. 56.

Es enthalte z. B. jede der beiden Seiten *ab*, *bc* $10\frac{3}{5}$ Ellen, jede der beiden andern Seiten *ad*, *dc* aber 15 Ellen. Die Diagonale *bd*, die von der Diagonale *ae* in ungleiche Stücke *be*, *de* geschnitten wird, soll $17\frac{3}{5}$ Ellen enthalten, und es wird die Strecke *ed* 12 Ellen sein. Da die Diagonale im Punkte *f* halbiert ist, so wird die Strecke *fd* 9 Ellen weniger $\frac{1}{5}$ enthalten. Die Strecke *ef* umfasst daher $3\frac{1}{5}$ Ellen. Schneidet man nun gemäss dem Werthe des Verhältnisses der Linie *ef* zu *ed* von der Geraden *ed* ab, so wird sicherlich die Strecke *cg* 4 Ellen enthalten und wenn man jetzt vom Punkte *a* nach dem Punkte *g* eine gerade Linie zieht, so wird dadurch das Viereck *abcd* in zwei gleiche Stücke getheilt, nämlich in das Dreieck *agd* und das Trapezoid *abcg*, wie nebenstehende Figur darstellt.

Zieht man zum Beweise der Theilung die beiden Geraden *af*, *cf*, so sieht man, dass die beiden Dreiecke *cfb*, *afb* zusammengenommen die Hälfte des Vierecks *abcd* ausmachen. Diese beiden Dreiecke sind aber dem Trapezoid *abcg* gleich. Dass das Dreieck *acf* nämlich dem Dreiecke *acg* gleich ist, sieht man ein, weil sie auf derselben Grundlinie *ac* und zwischen den Parallelen *ca*, *gf* enthalten sind. Fügt man das Dreieck *abc* hinzu, so ist das Trapezoid *cfab* dem Trapezoid *cgab* gleich. Das Trapezoid *cfab* enthält aber die Hälfte des Vierecks *abcd*, also umfasst das Trapezoid *cgab* ebenfalls die Hälfte des Vierecks *abcd*, das wir halbieren wollten.

15. *Auf dieselbe Weise kann man auch alle Vierecke, vvn denen keine Diagonale die andere in gleiche Stücke theilt, in gleiche Theile zerschneiden, wenn man von irgend einem Eckpunkte aus die Theilung ausführen will.*[1])

16. *Wünscht man die Theilung anders zu bewirken,* wie wenn wir in nachstehender Figur den Anfangspunkt der Theilung in den Punkt *e* setzen (Fig. 57), der auf der Seite *ab* angenommen ist, so muss man zu-

1) Leonardo 138, 10.

scripta figura monstravimus, totam superficiem in duo aequa partiaris, eruntque duae portiones triangulus *bcf* et superficies *abfd* almuncharif.

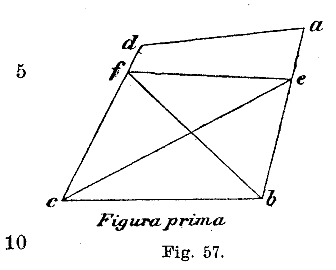


Figura prima
Fig. 57.

Linea igitur *bf* ab angulo *b* protracta totam hanc superficiem primo in duo dividet aequa. Qua sic divisa, a puncto *f* ad punctum *e* linea *fe* producta si lineae *cb* subalterna fuerit, a puncto *e* ad punctum *c* lineam *ce* dirigens, totam superficiem in duo aequa secabis. Erit itaque superficies *aecd* almuncharif triangulo *ebc* aequalis, ut haec figura prima declarat.

Istius quippe divisionis demonstratio est, quod, quia linea *ef* lineae *bc* subalterna protrahitur, triangulus *fcb*, qui totius superficiei dimidium amplectitur, triangulo *ecb* erit aequalis. Inter duas enim aequidistantes et super eandem basim collocantur. Triangulus igitur *ecb* totius superficiei dimidium continebit.[1])

17. *Verum si linea ef lineae bc subalterna non fuerit,* a puncto *b*, quod in superficiei angulo designatur, linea *bg* lineae *bf* infra vel extra superficiem, prout sors dederit, aequidistanter protrahas. *Si autem infra superficiem ceciderit, ut in hac secunda figura* (Fig. 58) *cernitur,* a puncto *e* ad punctum *g* lineam *eg* producens, tota superficies in duo secabitur aequalia, quae sunt duae portiones *aedg*, *ebcg* almuncharif. Manifestum est etenim, ut supra diximus, | quod trigonus *fbc* totius superficiei dimidium continet, et quod triangulus *bgf* triangulo *egb* existit aequalis, eo quod intra duas aequidistantes lineas continentur. Quare, si utrique superaddatur triangulus *bgc*, erit triangulus *fbc* aequalis superficiei *ebcg* almuncharif. Superficies igitur *abcg* totius superficiei dimidium continebit. Alteram vero medietatem superficies *aedg* almuncharif, ut supradiximus, amplectitur.[2])

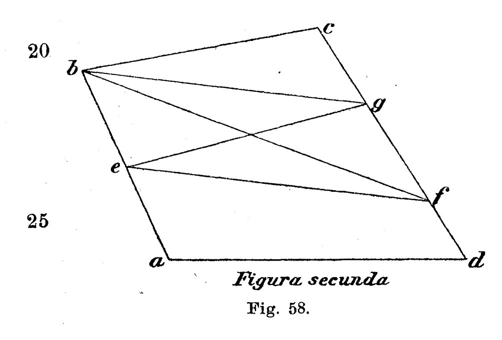


Figura secunda
Fig. 58.

18. *⟨Si autem⟩ extra superficiem, ut in hac tertia figura, ceciderit linea ⟨bg* (Fig. 59), lineam⟩ *dc* usque ad punctum *g* usque ad supra dictam lineam *bg* producatur. Post haec duae lineae *eg*, *ec* a puncto *e* ad duo puncta *g*, *c* dirigentur. Dehinc a puncto *g* linea *gh* aequidistans lineae *ec* extrahatur.

---

1 aequa partieris aequalia *A*. — 34 Si autem *fehlt*. — 34—35 *bg* lineam *fehlt*. — 35 at *B*. — suprn dicta linea.

erst vom Eckpunkte b der Geraden ab aus in derjenigen Art, die wir in der vorherigen Nummer gezeigt haben, die ganze Fläche in zwei gleiche Stücke zertheilen; es mögen die beiden Theile das Dreieck bef und das Trapezoid $abfd$ sein. Die von dem Punkte b aus gezogene Gerade bf wird also diese ganze Fläche zunächst in zwei Hälften theilen. Ist nach dieser Theilung die vom Punkte f nach dem Punkte e gezogene Gerade fe der Geraden cb parallel, so ziehe man vom Punkte e nach dem Punkte c die Gerade ce, dann halbiert man dadurch die ganze Fläche. Es ist also das Trapezoid $aecd$ dem Dreiecke ebc gleich, wie die erste Figur zeigt.

Der Beweis der Theilung folgt daraus, dass das Dreieck fcb, welches die Hälfte der ganzen Fläche enthält, weil die Gerade ef der Geraden bc parallel verläuft, dem Dreiecke ecb gleich wird. Sie liegen nämlich zwischen Parallelen und über derselben Grundlinie. Das Dreieck ecb umfasst daher die Hälfte der ganzen Fläche.[1])

17. *Ist aber die Gerade ef der Geraden bc nicht parallel,* so ziehe man vom Punkte b, dem einen Eckpunkte der Fläche, die Gerade bg parallel der Linie ef innerhalb oder ausserhalb der Fläche, wie der Zufall es will. *Fällt sie zunächst innerhalb der Fläche, wie in der zweiten Figur* (Fig. 58) *zu sehen ist,* so ziehe man vom Punkte e nach dem Punkte g die Gerade eg, wodurch die ganze Fläche in zwei Hälften getheilt wird, nämlich die beiden Trapezoide $aedg$, $ebcg$. Denn es ist klar, dass, wie wir oben sagten, das Dreieck fbc die Hälfte der ganzen Fläche enthält, und dass das Dreieck bfg gleich dem Dreiecke agb sein wird, da sie zwischen zwei Parallelen enthalten sind. Fügt man also zu jedem das Dreieck bgc hinzu, so wird das Dreieck fbc gleich dem Trapezoid $ebcg$ sein, und das Trapezoid $ebcg$ enthält daher ebenfalls die Hälfte der Fläche. Die andere Hälfte umfasst, wie wir oben sagten, das Trapezoid $aedg$.[2]).

18. *Fällt aber die Parallele bg ausserhalb der Fläche, wie in der dritten Figur* (Fig. 59), so verlängere man die Gerade dc bis zum Punkte g in der eben genannten Geraden bg. Dann ziehe man die beiden Geraden eg, ec vom Punkte e nach den beiden Punkten g und c, ferner werde vom Punkte g aus die Gerade gh parallel der Geraden ec gezogen. Sind diese Geraden gezeichnet, und man zieht vom Punkte e nach dem

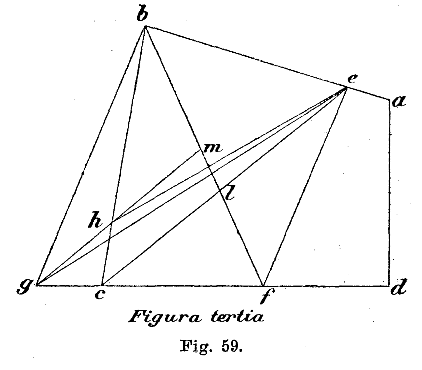


Fig. 59.

1) Leonardo 138, 18. 2) Leonardo 138, 29

His lineis ita productis, si a puncto *e* ad punctum *h* lineam produxeris, totam superficiem in duas aequales partes, quae sunt trigonus *ehb* et pentagonum *aehcd* secabis.

Cuius demonstratio est, quod, quia linea *ef* lineae *bg* subalterna 5 ponitur, erit trigonus *bfg* aequalis triangulo *beg*. Trigonus etiam *geh* trigono *gch* probatur aequalis: inter duas enim aequidistantes lineas *ec*, *gh* collocantur. Quare, si de triangulo *bfg* triangulum *cgh*, et de triangulo *bgc* triangulum *cgh* depresseris remanebunt duo trianguli *bhg*, *bcf* duobus triangulis *bhg*, *beh* aequales. Dempto itaque triangulo *bhg* communi, 10 remanebit trigonus *bcf* aequus triangulo *beh*. Triangulus autem *bcf* totius superficiei dimidium amplectitur, triangulum igitur *beh* eiusdem superficiei dimidium continere nullus ambigit.[1])

Qualiter autem in hac tertia figura praedictam lineam *gh* aequidistantem lineae *ec* protrahas, ostendemus. Igitur si proportionem lineae *gc* 15 ad lineam *cf* cognoveris, et secundum illam proportionem ex linea *fl* a puncto *l* versus *b* sumpseris et puncto *m* impresso signaveris, post hac a puncto *g* ad notam *m* lineam *ghm* protraxeris, eam lineae *ec* subalternam fore non dubitabis. Nam quoniam in triangulo *fmg* linea *cl* protrahitur, erit proportio lineae *cf* ad lineam *cg* sicut proportio lineae *fl* ad lineam *lm*, 20 linea igitur *ghm* lineae *ce* erit, ut supra diximus, subalterna.

19. *Si quadrilateri cuiuslibet omnia latera subalterna fuerint, cuius embadum in tres aequales sectiones supra quolibet eius latere secare volueris,* ut si quadrilaterum *abcd* (Fig. 60), cuius omnia latera sibimet invicem 25 subalterna sunt, supra latus *ab* dividere quaesieris, idem *ab* latus in tres aequales partes | supra duo 31 puncta ⟨*f*, *e*, alterum quoque latus subalternum *cd* in tres aequales 30 partes supra puncta⟩ *g*, *h* simili modo secabis. Quo facto, si duas lineas *eg*, *fh* protraxeris, quadrilaterum *abcd* in tres aequales portiones abscindes, quae sunt *ag*, *eh*, *fd*. Super aequas enim bases et inter subalternas lineas continentur, ut hac figura monstratur.[2])

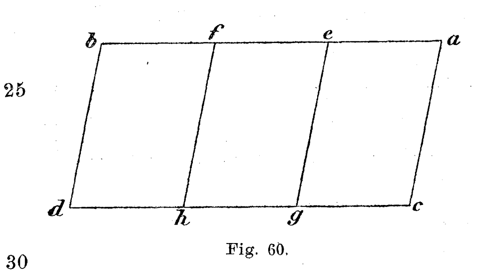


Fig. 60.

35 **20.** *Item si idem quadrilaterum abcd ab angulo incipiens in tres portiones ⟨aequales⟩ partiri volueris,* rectam lineam a puncto *a* ad punctum *h* super duas tertias lineae *cd* impressum protrahens trigonus *ach* tertiam

10 aequo. — 12 ambigitur *A*. — 26 idem] id est. — laterum. — 28—30 *f*, *e*, alterum . . . puncta *habe ich hinzugefügt*. — 36 aequales *fehlt*.

Punkte h die Gerade eh, so theilt diese die ganze Fläche in zwei gleiche Stücke, nämlich das Dreieck ehb und das Fünfeck $aehcd$.

Der Beweis ist folgender: Da die Gerade ef parallel der Geraden bg gezogen ist, so ist das Dreieck bfg dem Dreiecke bge gleich. Ebenso wird auch das Dreieck geh dem Dreicke gch gleich erwiesen: sie sind nämlich zwischen den Parallelen ec, gh gelegen. Zieht man also vom Dreiecke bfg das Dreieck cgh, und vom Dreiecke bgc das Dreieck cgh ab, so bleiben die beiden Dreiecke bhg, bcf zusammen gleich den beiden Dreiecken bhg, beh übrig. Nimmt man daher das gemeinsame Dreieck bhg weg, so bleibt das Dreieck bcf gleich dem Dreiecke beh übrig. Das Dreieck bcf ist aber die Hälfte der ganzen Fläche, also enthält zweifelslos auch das Dreieck beh die Hälfte dieser Fläche.[1])

Wie man aber in dieser dritten Figur die obengenannte Gerade gh parallel der Geraden ce ziehen kann, wollen wir zeigen. Wenn man nämlich das Verhältnis der Geraden gc zu der Geraden cf kennt und nach demselben Verhältnis von der Geraden fl vom Punkte l aus gegen b ein Stück abschneidet und den Endpunkt mit m bezeichnet, dann aber vom Punkte g nach dem Punkte m die Gerade ghm zieht, so muss diese der Geraden ec parallel sein. Denn da im Dreiecke fmg die Gerade cl gezogen ist, wird das Verhältnis der Geraden cf zu der Geraden cg gleich dem Verhältnis der Geraden fl zu der Geraden lm sein: es ist also die Linie ghm der Geraden ce parallel, wie wir oben gesagt haben.

19. *Wenn die Seiten eines beliebigen Vierecks parallel sind, und man den Inhalt in drei gleiche Stücke von einer beliebigen Seite aus theilen will,* wie wenn man etwa das Viereck $abcd$ (Fig. 60), dessen Seiten einander parallel sind, von der Seite ab aus zu theilen wünscht, so theilt man die Seite ab in drei gleiche Abschnitte in den beiden Punkten e, f, und ebenso die ihr parallele Seite cd in drei gleiche Theile in den Punkten g, h. Wenn man hierauf die beiden geraden Linien eg, fh zieht, ist das Viereck $abcd$ in drei gleiche Stücke zertheilt, nämlich ag, eh, fd. Sie sind nämlich auf gleichen Grundlinien und zwischen denselben Parallelen enthalten, wie die nebenstehende Figur zeigt.[2])

20. *Will man ferner dasselbe Viereck vom Eckpunkte a aus beginnend in drei gleiche Theile theilen,* so zieht man eine gerade Linie vom Punkte a nach dem Punkte h, der $\frac{2}{3}$ der Linie cd abschneidet, dann enthält das Dreieck ach

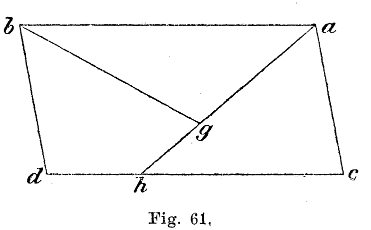


Fig. 61.

1) LEONARDO 138, 4 v. u. 2) LEONARDO 124, 13.

totius quadrilateri partem continebit. Dehinc reliquam superficiem *abdh* almuncharif ab angulo *b*, ut superius ostendimus, in duo aequa cum linea *bg* diligenter abscindens quadrilaterum *abcd* in tres aequales portiones, quae sunt duo trianguli *ach*, *agb* et superficies insuper *bghd* almuncharif,
5 secabitur, ut haec figura (Fig. 61) repraesentat.[1])

Huius autem divisionis demonstrationem, quia leviter sciri potest, reticemus.

21. *Quod si quadrilaterum parallelogrammum non fuerit,* ut hoc subscriptum quadrilaterum *abcd* (Fig. 62), cuius alterum duorum diametrorum *ac*
10 alterum *bd* diametrum supra punctum *e* per inaequalia secat, si linea *de* dimidium lineae *eb* in sui quantitate receperit, ut hac in figura cernitur, triangulus *dca* tertiam totius quadrilateri partem
15 continebit, trigonus vero *acb* duas tertias reliquas sibi perfecte vindicabit, quem si in duo aequa utlibet, quemadmodum supra docuimus, diviseris, quadrilaterum *abcd* in tres aequales partes dividetur.[2])

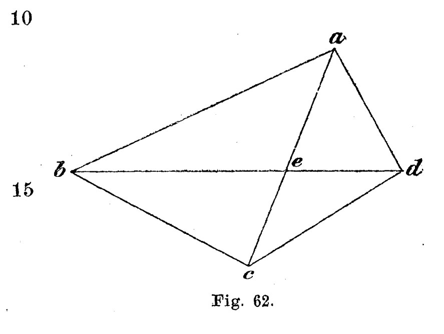


Fig. 62.

20 **22.** *At si lineam de totius lineae db subtriplam non invenies, sed eam plus minusve ipsius tertia parte continere cognoveris,* totam *bd* lineam in tria dividens aequa (Fig. 63), puncto *f* impresso vocabis, eritque *bf* pars eius tertia. Eiusdem *bf* proportionem ad lineam *be* diligenter inquirens, et secundum eamdem proportionem ex linea *bc* sumens puncto *g* signabis,
25 eritque proportio lineae *bg* ad lineam *bc* sicut proportio *bf* ad *be*. Dehinc si divisionis *ag* lineam ab *a* ad *g* produxeris, tertiam totius quadrilateri partem segregabis, quae est triangulus *abg*. Superficies autem *agcd* almuncharif reliquas duas tertias continebit. Quam si in duo aequa diviseris, erit totum quadrilaterum *abcd* in tria aequa divisum, ut haec figura
30 repraesentat.

Ad huius nempe divisionis demonstrationem si tres lineas *fg*, *fe*, *fc* protraxeris, triangulum *afb* totius | trianguli *bda* tertiam partem continere 31′ cognosces, triangulum ⟨insuper⟩ *bcf* triangulo *bcd* subtriplum fore non dubitabis. Duo igitur trianguli *afb*, *bcf* in unum collecti tertiam totius
35 quadrilateri *abcd* partem continebunt. Hi autem duo trianguli triangulo *abg* sunt aequales, eo quod triangulus *fgc* unius aequus est triangulo *agf*

6 potes. — 21—22 in tria] tertiam. — 23 Eiusdem *bf*] Idem *bf* erit. — 25 *bc* ad *be*. — 29 in tria in tria *A*. — 33 insuper *in A über der Zeile ausradiert.*

1) LEONARDO 136, 8. 2) LEONARDO 139, 6 v. u.

den dritten Theil des ganzen Vierecks. Darauf theilt man das überbleibende Trapez *abdh* vom Eckpunkte *b* aus auf die Weise, die wir oben gezeigt haben, in zwei gleiche Stücke durch die Gerade *bg*, und es wird dadurch das Viereck *abcd* in drei gleiche Stücke getheilt werden, nämlich in die beiden Dreiecke *ach*, *agb* und ausserdem in das Trapezoid *bgdh*, wie die betreffende Figur (Fig. 61) zeigt.[1])

Den Beweis dieser Theilung verschweigen wir, da er leicht zu finden ist.

21. *Ist das Viereck kein Parallelogramm,* wie das nebengezeichnete Viereck *abcd* (Fig. 62), von welchem die eine Diagonale *ac* die andere Diagonale *bd* im Punkte *e* in ungleiche Abschnitte theilt, und es enthält dann die Strecke *de* die Hälfte der Strecke *eb*, wie in der Figur zu sehen ist, so umfasst das Dreieck *dca* den dritten Theil des ganzen Vierecks, das Dreieck *acb* aber nimmt für sich die beiden andern Drittel in Anspruch. Theilt man nun dieses letztere beliebig in zwei gleiche Stücke, wie wir das oben gelehrt haben, so wird dadurch das Viereck *abcd* in drei gleiche Theile zerschnitten.[2])

22. *Findet man aber die Gerade de nicht als den dritten Theil der Geraden db, sondern sieht man, dass sie mehr oder weniger als den dritten Theil enthält,* so theilt man die ganze Gerade *bd* in drei gleiche Abschnitte (Fig. 63). Der Endpunkt des ersten sei *f* genannt, dann ist also *bf* ihr dritter Theil. Sucht man nun das genaue Verhältnis von *bf* zu der Linie *be* und schneidet nach demselben Verhältnis von der Geraden *bc* ein Stück durch den Punkt *g* ab, so ist also das Verhältnis der Linie *bg* zur Linie *bc* gleich dem Verhältnis von *bf* zu *be*. Zieht man darauf die Theilungslinie *ag* von *a* nach *g*, so schneidet man dadurch den dritten Theil des ganzen Vierecks ab, nämlich das Dreieck *abg*. Das Trapezoid *agcd* enthält also die andern beiden Drittel. Theilt man es daher in zwei gleiche Stücke, so ist das ganze Viereck *abcd* in drei gleiche Theile getheilt, wie die Figur darstellt.

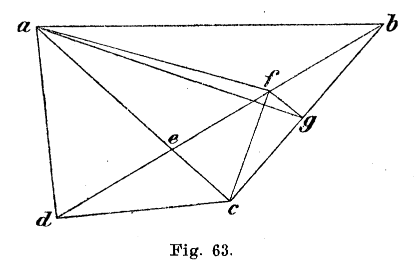


Fig. 63.

Zieht man nämlich zum Beweise dieser Theilung die drei geraden Linien *fg*, *fa*, *fc*, so sieht man, dass das Dreieck *afb* den dritten Theil des ganzen Dreiecks *hda* enthält, ausserdem dass das Dreieck *bcf* vom Dreiecke *bcd* der dritte Theil ist. Die beiden Dreiecke *afb*, *bcf* enthalten also zusammen den dritten Theil des Vierecks *abcd*. Diese beiden Dreiecke sind aber zusammen gleich dem Dreiecke *abg*, weil das Theildreieck *fgc* des einen gleich dem Theildreiecke *agf* des andern ist: sie liegen nämlich

alterius: sunt enim inter duas alternas lineas, scilicet quae sunt *fg*, *ac*, constituti. Triangulus igitur *abg*, qui duobus vel praedictis aequatur, totius quadrilateri *abcd* tertiam sibi partem nimirum recipiet. Superficiei itaque *agcd* almuncharif duae tertiae relinquuntur. Quam si in duo aequa
5 utlibet secundum supra dictam doctrinam diviseris, totum praedictum quadrilaterum in tres aequales partes, ut supra diximus, incontanter abscindes.[1])

23. *Item si idem quadrilaterum in tres aequales partes a quolibet puncto cuiuslibet laterum impresso partiri volueris,* veluti si quadrilaterum *abcd* (Fig. 64) a puncto *h*
10 eius lateri *cb* insignito in tria aequa secare desideras, ab ipsius angulo *a* cum linea *ac* vel *ag* tertiam eiusdem quadrilateri partem accipiens, reliquum, quod est triangulus *abc* vel superficies *agcd*, almuncharif, duas tertias continebit.

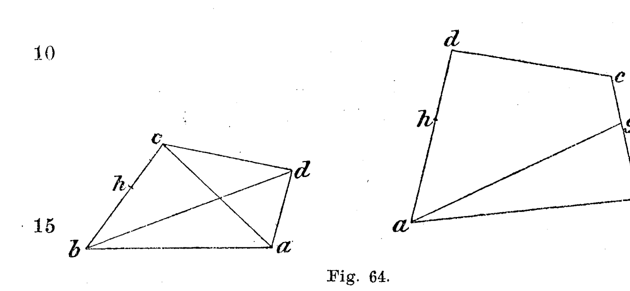


Fig. 64.

Quare si hunc triangulum vel hanc superficiem in duo, ut supra docuimus,
20 aequa ⟨ex puncto *h*⟩ diviseris, totum quadrilaterum *abcd* in tria aequa divisum reperies, ut in his subscriptis figuris ostenditur.[2])

24. *Si quadrilaterum parallelogrammum fuerit, ⟨cuius embadum in quatuor aequales sectiones supra quolibet eius latere partiri volueris⟩,* nullus in huiusmodi partitione labor incumbit, eo quod ipsius utraque diametra
25 sese invicem per aequalia secant. Duobus itaque diametris in eo protractis quadrilaterum in quatuor aequos triangulos abscindes. Ut si exempli causa in quadrilatero *abcd* parallelogrammo (Fig. 65) duo diametra *ad*, *bc* protraxeris, sese invicem supra punctum *e* et quadrilaterum insuper in quatuor aequos triangulos *abe*, *bde*, *cde*, *cae* secabunt, et haec est figura.

30 **25.** *Item si alterum duorum diametrorum, in duo aequa dividat alterum, ipsum autem ab eodem per inaequalia secatur,* ut in quadrilatero *abcd* (Fig. 66), cuius latus *ab* nequaquam lateri *ed*, sed lateri *bc* sibi contiguo, latus vero *cd* lateri *da* coaequatur, si diametrum *bd* protraxeris, totum quadrilaterum in duo dividet aequa. Alterum vero diametrum si pro-
35 tractum fuerit, illum non sic, sed per inaequalia secabit. In hoc itaque quadrilatero diametro *bd* tantum producto et supra punctum *e* in duo

---

3 superficies. — 7 cuilibet *A*. — 20 ex puncto *h fehlt*. — 22—23 cuius . . . volueris *in A auf dem Rande ausradiert*.

---

1) Leonardo 140, 5. 2) Leonardo 140, 11.

zwischen zwei parallelen Linien, nämlich *fg*, *ca*. Das Dreieck *abg*, das den beiden oben erwähnten Dreiecken gleich ist, enthält also den dritten Theil des Vierecks *abcd*. Für das Trapezoid *abcd* bleiben also zwei Drittel übrig. Theilt man dieses nach den oben gegebenen Anweisungen in zwei Hälften, so hat man damit das ganze vorgenannte Viereck in drei gleiche Theile zerschnitten, wie wir oben verlangten.[1])

23. *Wollte man ferner dasselbe Viereck in drei gleiche Stücke von einem beliebigen Punkte einer Seite aus theilen,* wenn man also z. B. das Viereck *abcd* (Fig. 64) vom Punkte *h* auf der Seite *cb* angenommen in drei gleiche Stücke zertheilen wollte, so würde man vom Eckpunkte *a* aus durch die Gerade *ac* oder *ag* den dritten Theil des Vierecks abschneiden. Dann enthält der Rest, nämlich das Dreieck *abc* oder das Trapezoid *agcd* zwei Drittel. Wenn man dann dieses Dreieck oder das Trapezoid vom Punkte *h* aus, wie wir oben gezeigt haben, hälftelt, so findet sich das ganze Viereck *abcd* in drei gleiche Theile zerschnitten, wie die beiden zugehörigen Figuren zeigen.[2])

24. *Ist das Viereck ein Parallelogramm, dessen Fläche man in vier gleiche Stücke über jeder Seite zu theilen beabsichtigt,* so macht diese Theilung keine Mühe, da die beiden Diagonalen einander halbieren. Zieht man also die beiden Diagonalen, so zerfällt das Viereck in vier gleiche Dreiecke. Wenn man z. B. in dem Parallelogramm *abcd* (Fig. 65) beide Diagonalen *ad*, *bc* zieht, so halbieren sie sich im Punkte *e* und zerschneiden ausserdem das Viereck in die vier gleichen Dreiecke *abe*, *bde*, *cde*, *cae*, und das ist die zugehörige Figur.

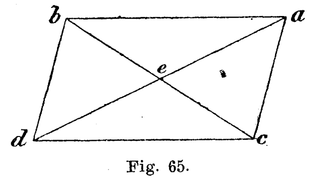


Fig. 65.

25. *Desgleichen, wenn eine Diagonale die andere halbiert, sie selbst aber von der letztern in ungleiche Abschnitte getheilt wird,* wie wenn man im Vierecke *abcd* (Fig. 66), dessen Seite *ab* nicht der Seite *cd*, sondern der ihr anliegenden *bc*, die Seite *cd* aber der Seite *da* gleich ist, die Diagonale *bd* zieht, so zerschneidet man das ganze Viereck in zwei gleiche Theile. Würde aber die andere Diagonale gezogen, so würde sie das Viereck nicht so, sondern in ungleiche Stücke theilen. Man zieht daher in solchem Vierecke nur die Diagonale *bd* und halbiert sie im Punkte *e*. Zieht man dann von dem Theilpunkte die Ge-

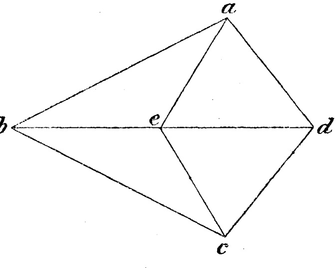


Fig. 66.

aequa diviso, si duas ab ipso puncto | lineas *ea*, *ec* ad duos angulos *a*, *c* protraxeris, quadrilaterum in quatuor aequa secabis, ut haec figura repraesentat.

26. *Quod si neutrum duorum diametrorum alterum per aequalia secaverit, quemadmodum in omnibus figuris almuncharif contingit,* illud quadrilaterum, ut in supradictis ostenditur, cum triangulo et superficie almuncharif in duo divideris aequalia, quibus seorsum in duo aequa divisis quatuor aequales quadrilateri portiones invenies. Ut si exempli causa superficies *abcd* almuncharif (Fig. 67) in triangulum *agd* et superficiem *abcg* almuncharif aequaliter dividatur, triangulum *agd* in duos aequos triangulos *ade*, *deg*, et superficiem etiam *abcg* in triangulum *afb* et superficiem *bfgc* almuncharif aequales abscidens praedictam superficiem in quatuor aequa, quae sunt tres trianguli *aed*, *def*, *afb* et superficies *fbcg* almuncharif nimirum secabis, ut haec figura declarat.

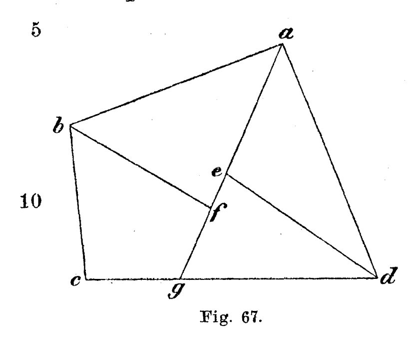


Fig. 67.

Hanc item figuram aliter partiri poteris, si praedictorum demonstrationum, quas in triangulorum et quadrilaterorum divisionibus ostendimus, non inmemor exstiteris. Et ita figurarum rectilinearum divisiones leviter agnosces. Ad earundem etiam figurarum similitudinem pentagonas et exagonas aliasque plurimorum angulorum figuras secabis, si eas in triangulos vel figuras quadrilateras resolveris.

27. *Item si campus, cuius unum latus circulare fuerit, reliqua vero latera rectarum linearum exstiterint, in divisione ponatur,* ut campus $a\overset{\frown}{bc}$ (Fig. 68), cuius duo latera *ab*, *bc* duabus rectis lineis repraesentantur, reliquum vero latus $\overset{\frown}{ac}$ circularis linea designat, vocaturque cata adeiret, id est sector circuli, si hunc, inquam, campum in duo aequa partiri volueris, rectam lineam *ac* protrahens eam supra punctum *e* in duo partiaris aequalia, a quo si super lineam *ac* perpendicularem *ef*, et ex altera ipsius parte ad punctum *f* in ipso circulari latere $\overset{\frown}{ac}$ impressum, ex altera vero parte lineam *be* ad punctum *b*, ut contingerit duxeris, praedictum circuli sectorem cum linea *bef* in duo secabis aequalia, sive in directum ipsa linea *bef*, ut prior figura demonstrat, sive non in directum, sed aliter producatur, ut figura secunda (Fig. 69) repraesentat.[1])

4 *Zu* quemadmodum ... contingit, *fügt B die Randglosse hinzu:* Hic falsum dicit. — 8 diviseris. — 12—17 *In A werden die Worte:* triangulum *agd* ... nimirum secabis *nochmals wiederholt, nur steht statt* secabis: dividitur. — 27 aderret *B.*

1) Leonardo 148, 13.

raden ea, ec nach den beiden Eckpunkten a, c, so theilt man dadurch das Viereck in vier gleiche Stücke, wie die Figur zeigt.

26. *Wenn aber keine der beiden Diagonalen die andere halbiert, wie in allen Trapezoiden der Fall ist,* so theile man das Viereck, wie oben gelehrt ist, durch ein Dreieck und ein Trapezoid in zwei gleiche Stücke. Durch Halbierung jedes einzelnen von ihnen findet man dann vier gleiche Theile des Vierecks. Ist z. B. das Trapezoid $abcd$ (Fig. 67) in das Dreieck agd und das Trapezoid $abcg$ gleich getheilt, so zerschneidet man das Dreieck agd in die beiden gleichen Dreiecke ade, deg, und ebenso das Trapezoid $abcg$ in die einander gleichen Stücke, das Dreieck afb und das Trapezoid $bfgc$, und hat dadurch das vorgenannte Trapezoid in vier gleiche Stücke getheilt, nämlich die drei Dreiecke aed, def, afb und das Trapezoid $fbeg$, wie die beigegebene Figur zeigt.

Dieselbe Figur könnte man auch auf andere Weise theilen, wenn man sich nur an die Beweise erinnert, die wir bei Theilung der Dreiecke und Vierecke gezeigt haben, und so wird man auch die Theilung der ⟨andern⟩ geradlinigen Figuren leicht auffinden. In ähnlicher Weise nämlich wie diese Figuren, wird man auch die Fünfecke, die Sechsecke und die andern vieleckigen Figuren theilen können, wenn man sie in Dreiecke oder Vierecke auflöst.

27. *Wird ferner ein Feld zur Theilung vorgelegt, dessen eine Seite ein Kreisbogen ist, die beiden andern Seiten aber gerade Linien darstellen,* wie z. B. das Feld $\widehat{abc}$ (Fig. 68), dessen beide Seiten ab, bc zwei gerade Linien darstellen, die übrige Seite aber ein Kreisbogen bildet, man nennt es aber *„Cata adeiret“*, das heisst Kreissektor, wenn man dieses Feld, sage ich, in zwei gleiche Theile zerschneiden will, so zieht man die gerade Linie ac und halbiert sie im Punkte e. Errichtet man nun auf der Geraden ac in diesem Punkte das

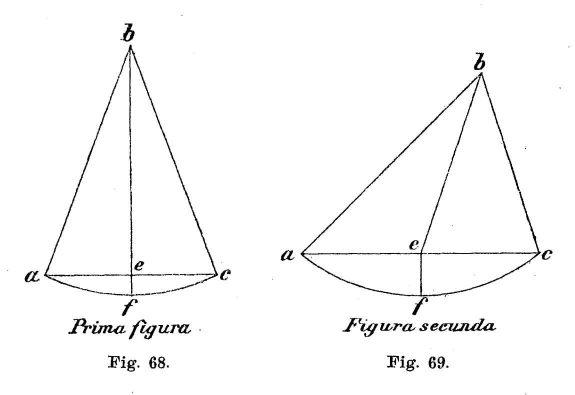


Fig. 68. Fig. 69.

Loth ef, dessen zweiter Endpunkt f auf dem Kreisbogen $\widehat{ac}$ liegt, und zieht nach der andern Seite, wie es gerade trifft, die Gerade eb nach dem Punkte b, so hat man den Kreissektor durch die Linie bef halbiert, mag nun die Linie bef eine Gerade sein, wie die erste Figur zeigt, oder keine Gerade, sondern anders gezogen sein, wie die zweite Figur (Fig. 69) darstellt.[1])

28. *Hanc autem eandem figuram aliter in duo secare poteris aequa.* Veluti si a puncto b (Fig. 70) usque ad punctum f lineam bf protraxeris, ⟨quae⟩ per lineam ac transiens eam supra punctum h utcumque secabit. Post haec proportionem lineae hc ad lineam ea diligenter inquirens et secundum eandem proportionem ex linea ba a puncto b sumens nota g impressa signabis. Erit' igitur proportio bg ad ga ⟨sicut proportio hc ad ha⟩. His omnibus taliter insignitis, si a puncto f usque ad punctum g lineam fg rectam produxeris, circuli sectorem in duo aequa secabis, quae sunt sector $\widehat{fga}$ et superficies $\widehat{bgfc}$ almuncharif, ut in hac tertia figura depingitur.

Divisionis autem haec demonstratio est, quod, quia duo trianguli fge, bge inter duas aequidistantes bf, eg lineas constituti alter alteri sunt aequales, sector $\widehat{agf}$ triangulo abe et sectori $\widehat{afe}$ in unum collectis aequabitur. Amborum etenim summam primi sectoris $\widehat{abc}$ dimidium continere supra monstravimus: sector igitur $\widehat{agf}$ totius sectoris $\widehat{abc}$ dimidium continebit.[1])

27. *In circulorum nempe divisionibus, cum a centro dividuntur, nulla difficultas, quae sit explananda, reperitur.* Si ergo circulum $\widehat{abc}$ (Fig. 71) supra centrum d circumductum in tria partiri desideras, eius circumferentiam in tres aequales partes $\widehat{ab}$, $\widehat{bc}$, $\widehat{ca}$ partiaris. Igitur si ab eius centro d ad tria puncta a, b, c tres lineas da, db, dc protraxeris, eum in tres sectores $\widehat{dba}$, $\widehat{dca}$, $\widehat{dbc}$ secabis, ut figura subscripta demonstrat.[2])

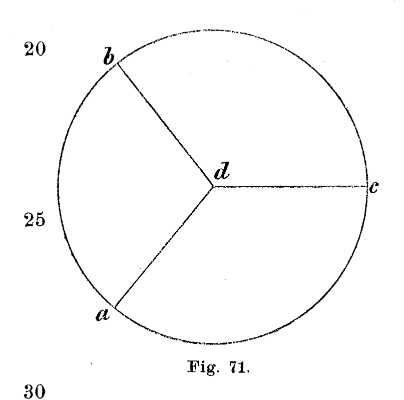


Fig. 71.

Item si circumferentem lineam in 4 aut 5 seu plures aequales diviseris partes, et ad hunc modum operare volueris, in totidem aequales partes, quot divisiones exstiterunt, circulum secabis.

Hoc igitur in loco divisionum capitulo finem imponentes, corporum dimensiones deo adiuvante prosequemur.

---

3 quae *fehlt.* — utrumque *B.* — 5 ex linea ba a puncto] linearum baf a puncto *B.* — 6—7 sicut . . . ha *fehlt.* — 24 sectores] asciscores *A.* — 27 aequalis. — 32 deo] χ̃po.

28. *Diese selbe Figur kann man auch anders halbieren.* Zieht man nämlich vom Punkte b (Fig. 70) nach dem Punkte f die Gerade bf, die, weil sie die Gerade ac durchqueren muss, diese im Punkte h irgendwo schneiden wird, sucht darauf genau das Verhältnis der Geraden he zu der Geraden ea, und schneidet von der Geraden ba vom Punkte b aus nach demselben Verhältnisse eine Strecke ab, deren Endpunkt durch g bezeichnet werde, dann ist also das Verhältnis von bg zu ga gleich dem Verhältnis von he zu ha. Nachdem dies alles so bezeichnet ist, zieht man vom Punkte f nach dem Punkte g die Gerade fg und theilt dadurch den Kreissektor in zwei gleiche Stücke, nämlich den Sektor $\widehat{fga}$ und das Trapezoid $\widehat{bgfc}$, wie in der dritten Figur gezeichnet ist.

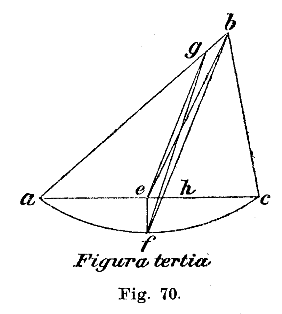


Fig. 70.

Der Beweis der Theilung ist folgender. Weil die beiden Dreiecke fge, bge, da sie zwischen den beiden Parallelen bf, eg liegen, einander gleich sind, so ist der Sektor $\widehat{agf}$ der Summe des Dreiecks abe und des Sektors $\widehat{afe}$ gleich. Diese Summe der beiden enthält aber, wie oben bewiesen ist, die Hälfte des Sektors $\widehat{abc}$, also ist auch der Sektor $\widehat{agf}$ gleich der Hälfte des Sektors $\widehat{abc}$.[1])

29. *Bei Theilung des ganzen Kreises, wenn die Theilung vom Mittelpunkte aus geschehen soll, findet man keine Schwierigkeit, die zu erläutern wäre.* Will man z. B. den Kreis $\widehat{abc}$ (Fig. 71), der um den Mittelpunkt d beschrieben ist, in drei gleiche Theile zerschneiden, so theilt man seinen Umfang in drei gleiche Bogen $\widehat{ab}$, $\widehat{bc}$, $\widehat{ca}$. Zieht man nun vom Mittelpunkte d nach den drei Punkten a, b, c die drei Geraden da, db, dc, so theilt man ihn dadurch in die drei Sektoren $d\widehat{ba}$, $d\widehat{ca}$, $d\widehat{bc}$, wie die beigegebene Figur zeigt.[2])

Wenn man ähnlich den Umfang in vier oder fünf oder noch mehr gleiche Abschnitte theilt, und auf die angegebene Weise vorgeht, so zertheilt man dadurch den Kreis in ebensoviele gleiche Stücke, als Abschnitte des Umfangs vorhanden sind.

Indem wir an dieser Stelle dem Kapitel über die Theilungen ein Ende setzen, gehen wir mit Gottes Hilfe zur Ausmessung der Körper über.

---

1) Leonardo 148, 21. 2) Leonardo 145, 29.

Capitulum quartum in dimensionibus corporum secundum longitudinem, latitudinem et altitudinem.

⟨Nota, quod punctus nullam, linea unam, superficies duas, corpus tres longitudines, id est dimensiones, habere dicitur.⟩

5 **1.** Qualiter in tria genera corporum dimensiones dividuntur, hoc in capitulo diligenter explanabimus.

Primi itaque generis esse dicuntur omnia corpora, quorum termini super proprias bases secundum rectum angulum elevantur, et quorum inferiores superioresque superficies sunt ad invicem aequidistantes, quare 10 etiam necessitate cogente sunt aequales. Haec autem in tres species subdividuntur. Sunt enim quaedam, quorum bases atque summitates quatuorque latera superficiebus quadrilateris designantur; quaedam autem sunt, quorum bases summitatesque triangulares vel pentagonae vel aliae multiangulae superficies ostendunt. Horum quidem omnes lineae rectae, latera 15 vero sunt superficies quadrilaterae. | Sunt etiam et aliae, quorum bases 33 atque summitates circulares superficies continent, totumque corpus teretem ad columnae similitudinem formam recipit. Omnium autem sub hoc genere contentorum altitudines per exteriores earundem superficies addiscuntur.[1])

2. *Secundi vero generis* sunt omnia corpora, quorum exteriores super- 20 ficies supra proprias bases non secundum rectum, sed secundum acutum angulum eriguntur, et quorum insuper altitudines, quandoque ad idem punctum sese coartando conveniunt, quandoque, licet coartantur, non tamen ad idem punctum terminantur. Formae vero corporum ad idem punctum pervenientium secundum propriae basis formam alterantur, vocanturque 25 *piramides erectae.* Cuiuscunque vero earundem basis quadrilatera fuerit, quadrangula, cuius autem triangularis, triangula, si circularis basis exstiterit, circularis piramis nuncupabitur. Illorum vero corporum, quae, licet coartantur, non tamen ad idem punctum terminantur, superiores superficies a suis basibus non nisi in quantitatibus discordant, minoris enim quanti- 30 tatis existunt. Huiusmodi quippe formam observantes *curtae piramides* appellantur. Cunctorum autem corporum sub hoc secundo genere contentorum altitudines per suas exteriores superficies nequaquam addiscuntur. Eorum etenim altitudines sunt lineae, quae ab ipsorum summitatibus usque ad proprias bases secundum rectum angulum elevantur.[2])

35 **3.** Illa vero corpora sub *tertio genere* continentur, quae rotundam ex omni parte formam repraesentant, ut sphaerica corpora et similia sperarum, quae portiones eiusdem generis esse dicuntur.

3—4 Nota... dicitur *in A auf dem Rande ausradiert.* — 37 quos.

Viertes Kapitel. Die Ausmessung der Körper nach Länge, Breite und Höhe.

Man beachte, dass man sagt, der Punkt habe keine, die Linie eine, die Fläche zwei, der Körper drei Längen, das heisst Ausdehnungen.

1. Auf welche Weise bei der Ausmessung die Körper in drei Arten getheilt werden, wollen wir in diesem Kapitel genau auseinandersetzen.

Zur *ersten Art* werden alle Körper gerechnet, deren Grenzflächen auf ihren Grundflächen unter rechten Winkeln errichtet, und deren untere und obere Flächen einander parallel sind, die daher auch nothwendigerweise gleich sein müssen. Sie zerfallen aber in drei Unterarten. Einige sind nämlich darunter, deren Grund- und Deckflächen und die vier Seitenflächen von Vierecken gebildet werden; andere wieder, deren Grund- und Deckflächen dreieckig oder fünfeckig oder andere vieleckige Figuren zeigen; ihre Kanten sind sämtlich gerade Linien, die Seitenflächen aber viereckige Flächen. Es giebt auch noch andere, deren Grund- und Deckflächen Kreise bilden, und der ganze Körper eine gedrehte Form nach Art einer Säule erhält. Die Höhen aller Körper aber, die unter diese Art fallen, werden an ihren Aussenflächen gefunden.[1])

2. Zur *zweiten Art* gehören alle Körper, deren Aussenflächen nicht auf den Grundflächen unter rechtem, sondern unter spitzem Winkel aufstehen, und deren Kanten ausserdem bald sich verengend in demselben Punkte zusammentreffen, bald, obwohl sie sich verengern, doch nicht in demselben Punkte endigen. Die Gestalt der Körper, welche in demselben Punkte zusammenkommen, ist nach der jedesmaligen Gestalt der Grundfläche verschieden: sie heissen *gerade Pyramiden.* Diejenige, deren Grundfläche vierseitig ist, wird vierseitige, wenn sie dreiseitig ist, dreiseitige, wenn die Grundfläche kreisförmig ist, Kreispyramide genannt. Bei den Körpern aber, welche, obwohl sie sich ergänzen, doch nicht in einem Punkte endigen, unterscheiden sich die oberen Flächen von den Grundflächen nur in der Grösse, sie sind eben kleiner. Die diese Form beobachten, heissen *abgestumpfte Pyramiden.* Die Höhen sämtlicher Körper, welche unter diese zweite Art fallen, kann man vermittelst der Aussenflächen niemals finden. Ihre Höhen sind nämlich Gerade, die von ihren Spitzen auf die jedesmalige Grundfläche unter rechtem Winkel gefällt sind.[2])

3. Zur *dritten Art* werden aber diejenigen Körper gerechnet, die eine allseitig runde Gestalt besitzen, wie die kugelförmigen Körper und die kugelähnlichen, und die, welche Abschnitte dieser Art genannt werden.

---

1) Hierunter sind also alle geraden Prismen und Cylinder verstanden.

2) Das sind also Pyramiden und Kegel, sowie abgestumpfte Kegel und Pyramiden.

4. Primo itaque genere incipientes eiusdem figurarum diversitates ostendamus. Multas enim et diversas figuras amplectitur, quarum quidem prima est, cuius omnes longitudines, id est dimensiones, sunt quadrilaterae rectiangulae. Haec etiam in quamplures formas subdividitur. Quarum est,
5 cuius omnes dimensiones sunt ad invicem aequales, ut in corpore, cuius singulae dimensiones 10 ulnas continent, vocaturque *mucahab,* id est *calcaneum.* Haec autem embadi notia est, ut 10 in 10 multiplicatis 100 invenias, quod est duorum dimensionum, longitudinis scilicet et latitudinis, embadum. Post haec si 100 in 10, quae sunt altitudo, multiplicaveris,
10 1000 ulnas invenies, quod est area istius mucahab. Haec autem ulnae solidae sunt, quarum trium dimensionum, scilicet longitudinis, latitudinis et altitudinis, superficies sunt ulnae super ulnas quadratae. Omnes quidem ulnae, de quibus in corpore mentionem facimus, sunt ulnae super | ulnas 33′ in ulnae unius altitudine.[1])

15 **5.** Quod si non omnes huius figurae dimensiones, sed quaelibet duae sibimet aequales exstiterint, tertia vero maior vel minor remanserit, ut in corpore, cuius longitudo quatuor, latitudo similiter quatuor, altitudo vero 10 ulnas habuerit, quod *staris longum* nuncupatur, si longitudinem in latitudinem duxeris, 16 procreabuntur, quae si in altitudinem multiplicaveris,
20 160 nimirum invenies, quod est staris longi embadum.[2])

6. Item si istius figurae dimensiones inaequales apparuerint, ut in corpore, cuius longitudo 6, latitudo 7, altitudo autem 8 continet, si longitudinem in latitudinem multiplicaveris, et quod fuerit inde collectum, in altitudinem duxeris, 336 reperies, quod est huius corporis area.[3])

25 **7.** *Harum quidem figurarum diametrum* est linea ab uno angulo basis usque ad alium angulum sibi oppositum protracta, et ipsa est, quam in his figuris trianguli orthogonii ypotenusam dicimus, cuius alterum latus recto adiacens angulo corporis est altitudo, alterum autem latus est diametrum basis eiusdem corporis, ypotenusa vero diametrum totius corporis
30 existit. Quare diametrum in praenominata figura, quae mucahab nuncupatur, radix 300 esse dicitur, eo quod diametrum basis est radix 200, altitudinisque multiplicatio 100 efficit ulnas. Hae autem duae multiplicationes, altitudinis videlicet et diametri basis, in unum coadunatae, sunt diametri corporis multiplicatio, ideoque radicem 300 illud esse diximus. Ad
35 istius namque similitudinem omnium corporum diametrum investigare poteris.[4])

---

3 omnes id est longitudines dimensiones. — 18 stans longum *B.* — 20 stans longi *B.* — 30 Quare] Quod si.

---

1) Würfel: $V = a \cdot a \cdot a$. 2) Quadratischer Rechtecker $V = a \cdot a \cdot h$.
3) Rechtecker: $V = a \cdot b \cdot h$.

4. Indem wir mit der ersten Art beginnen, werden wir zunächst die Verschiedenheit der Gestalten zeigen. Sie enthält nämlich vielerlei verschiedene Formen. Die erste ist diejenige, deren sämtliche Längen, das ist Ausdehnungen, rechtwinklige Vierecke sind. Sie zerfallen wieder in sehr vielfache Gestalten. Zu ihnen gehört die, deren sämtliche Längen einander gleich sind, wie der Körper, dessen einzelne Ausdehnungen je 10 Ellen enthalten: er heisst *Mucahab*, das ist *Würfel*. Für ihn ist die Regel zur Bestimmung des Volumens, dass man 10 mit 10 vervielfachend 100 findet, und das ist der Flächeninhalt zweier Ausdehnungen, nämlich der Länge und der Breite. Multipliciert man dann 100 mit 10, nämlich der Höhe, so findet man 1000, das ist der Körperinhalt jenes Mucahab. Diese Ellen sind aber Körperellen, bei denen die Flächen der drei Ausdehnungen, nämlich der Länge, Breite und Höhe, Quadratellen sind. Alle Ellen nämlich, deren wir uns bei den Körpern bedienen werden, sind Elle mal Elle mal einer Elle Höhe.[1])

5. Wenn nicht sämtliche Ausdehnungen dieser Form, sondern nur zwei unter sich gleich sind, die dritte aber grösser oder kleiner übrig bleibt, wie für den Körper, dessen Länge 4, die Breite ebenfalls 4, die Höhe aber 10 Ellen besitzt, und der *Staris longum* genannt wird, und man die Länge mit der Breite multipliciert, so kommen 16, und diese mit der Höhe multipliciert ergeben 160, das ist der Körperinhalt des *Staris longum.*[2])

6. Finden wir die drei Ausdehnungen dieser Figur ungleich, wie bei dem Körper, dessen Länge 6, die Breite 7, die Höhe aber 8 Ellen enthält, und man multipliciert die Länge mit der Höhe und das Produkt mit der Breite, so findet man 336, und das ist das Volumen dieses Körpers.[3])

7. *Für diese Figuren ist die* ⟨*Körper-*⟩ *Diagonale* eine Gerade, die von einem Eckpunkte der Grundfläche nach dem ihr gegenüberliegenden Eckpunkte ⟨der Deckfläche⟩ gezogen ist, es ist das diejenige Gerade, welche wir in diesen Figuren die Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks nennen, dessen eine dem rechten Winkel anliegende Seite die Höhe des Körpers, die andere aber die Diagonale der Grundfläche dieses Körpers ist; die Hypotenuse ist dann die Körperdiagonale.

In der obigen Mucahab genannten Figur ist also die Körperdiagonale gleich $\sqrt{300}$, weil die Diagonale der Grundfläche $\sqrt{200}$ ist, und das Quadrat der Höhe 100 Quadratellen beträgt. Beide Quadrate, das der Höhe und das der Flächendiagonale zusammenaddiert geben das Quadrat der Körperdiagonale, und deshalb sagten wir, sie betrage $\sqrt{300}$. Auf ähnliche Weise kann man die Körperdiagonale aller solcher Körper finden.[4])

---

4) Körperdiagonale $d = \sqrt{a^2 + b^2 + h^2}$; Flächendiagonale $d_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$.

8. Harum quoque figurarum, de quibus nunc mentionem fecimus, bases et summitates sunt quadrilaterae rectiangulae. *Quod si figurae quadrilaterae, sed non rectiangulae fuerint,* ut rhumbus et rhumboides, figuraeque diversorum laterum, earum superficierum aream inquirens eam in altitudinis
5 summam multiplica, et quod fuerit, erit corporis embadum.[1])

9. Item alterius figurae corpus sub hoc eodem genere continetur, ut corpus illud, cuius basis et summitas figura triangularis exstiterit et super tres quadrilateras superficies elevatum fuerit, quod *figura mansor,* id est *serrata,* nuncupatur, eo quod praecedentis, id est mucahab figurae, dimi-
10 dium suscipit. Haec autem figura plures inde species secundum triangulorum diversitates subdividitur, earum tamen arearum notitia est eadem. Quarum scilicet arearum omnium similitudo est, ut figura mansor, cuius basis et summitas fuerit triangulus orthogonius, cuius unum latus 3, alterum 4, tertium vero 5 ulnas in se continet, altitudoque figurae 10 ulnas
15 habuerit, triangulorum embadum, quod est 6, addiscens, illud in 10, quae sunt altitudo, multiplica, et | quod inde procreaverit, erit huius man- 34 sor area.[2])

10. Similiter si basis et summitas corporis superficies pentagonae vel exagonae fuerint, ⟨quod⟩ *pentagonum staris,* vel *exagonum staris* nuncupa-
20 bitur, pentagoni igitur vel exagoni embadum addiscas, et quod fuerit, si in altitudinem duxeris, corporis aream invenies.

11. Si autem alterius figurae corpus sub hoc eodem genere contemtum fuerit, ita quod eius basis et summitas sint circulares superficies, totumque corpus circumrotationibus augmentetur, figurae huius aream, quemadmodum
25 et aliarum figurarum areas sub praedicto modo cognosces, prius tamen ⟨circuli⟩ basis vel summitatis embado reperto. Nam si basis vel summitatis embadum in altitudinem duxeris, istius figurae, quae *rotunda columna* nuncupatur, aream invenies.[3])

12. *Manifestum est igitur, quod modus inveniendi areas omnium figu-*
30 *rarum ⟨huius⟩ generis una est et eadem. Si enim basis vel summitatis cuiuslibet istarum figurarum embadum inveneris, et illud in altitudinis summam multiplicaveris, totius corporis aream reperies.* Nullam quippe, quantum ad hoc, in genere isto diversitatem invenies.[4])

---

5 summa. — 8 quadrilaterae *A.* — elevata *A.* — 19 quod *fehlt.* — stans *zweimal B.* — 25 figura. — 26 circuli *in A über der Zeile ausradiert.* — 30 huius *in A über der Zeile ausradiert.*

---

1) Allgemein $V = G \cdot h$.

2) Das dreiseitige Prisma hat also den speciellen Namen *serrata,* direkte Übersetzung von Prisma.

8. Die Grund- und Deckflächen derjenigen Figuren, welche wir bis jetzt erwähnten, sind Rechtecke. *Wenn nun diese Flächen zwar vierseitig, aber nicht rechtwinklig wären,* wie die Rhomben, die Rhomboide und die Figuren mit ungleichen Seiten, so suche man die Inhalte dieser Flächen und multipliciere sie mit der Höhe, das Ergebnis ist dann das Volumen des Körpers.[1])

9. Unter den Körpern dieser Art ist auch einer von anderer Gestalt enthalten, nämlich der Körper, dessen Grund- und Deckfläche eine dreieckige Gestalt hat, und der drei vierseitige Seitenflächen besitzt. Er wird *Mansor* genannt, das ist *der Gesägte* (Prisma), weil er die Hälfte des vorhergehenden Körpers ist, den wir Mucahab nannten. Diese Körperart wird in viele Unterarten nach der Verschiedenheit der Dreiecke getheilt, die Auffindung des Körperinhaltes aber ist ein und dieselbe. Als Beispiel für die Bestimmung des Volumens sei ein Mansor gegeben, dessen Grund- und Deckfläche je ein rechtwinkliges Dreieck ist, von dem eine Seite 3, die andere 4, die dritte 5 Ellen enthält, die Höhe des Körpers habe 10 Ellen. Man suche den Inhalt der Dreiecke, er ist 6, und multipliciere dies mit der Höhe 10, dann ist das Ergebnis das Volumen dieses Primas.[2])

10. Wenn die Grund- und Deckfläche des Körpers eine fünf- oder sechseckige Fläche wäre, man nennt ihn dann *fünfeckigen Staris* oder *sechseckigen Staris,* so sucht man entsprechend den Inhalt des Fünfecks oder des Sechsecks, und indem man das Ergebnis mit der Höhe multipliciert, erhält man das Volumen des Körpers.

11. Wenn aber der Körper von anderer Gestalt, der unter dieser Art enthalten ist, vorliegt, dessen Grund- und Deckfläche nämlich Kreise sind, und der ganze Körper durch Umdrehung entstanden ist, so findet man seinen Körperinhalt in vorgemeldeter Weise, nachdem man natürlich vorher den Flächeninhalt des Grund- oder des Deckkreises gefunden hat. Vervielfacht man nämlich den Flächeninhalt der Grund- oder der Deckfläche mit der Höhe, so findet man das Volumen dieses Körpers, der *Rundsäule* genannt wird.[3])

12. *Es ist also klar, dass die Methode, den Körperinhalt aller zu dieser Art gehörigen Körper zu bestimmen, eine und dieselbe ist. Hat man nämlich den Flächeninhalt der Grund- oder der Deckfläche irgend eines solchen Körpers gefunden, und multipliciert ihn mit der Länge der Höhe, so findet man das Volumen des Körpers.* Soweit es also diesen betrifft, findet sich bei dieser Art kein Unterschied.[4])

---

3) Cylinder: $V = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi h = G \cdot h.$

4) Der Inhalt für alle dergleichen Körper ist also allgemein $V = G \cdot h.$

13. Secundum vero genus ⟨in⟩ duas dividitur species, quarum altera est, a cuius basi corpus acui vel contrahi incipiens usque ad unum punctum ascendendo distenditur. Haec quidem species est plurium et diversarum, figurarum. Aut enim erit basis quadrilatera vel pentagona, vel exagona, 5 seu aliarum quarumlibet superficierum, multotiens etiam erit et circularis.

Istarum nempe arearum notitia est una et eadem. Nam si basis embadum non ignoraveris, et illud in tertiam altitudinis partem multiplicaveris, totius piramidis aream addisces.

Ad cuius similitudinem proponatur piramis, cuius basis quadrilatera 10 in sui longitudine 4, in latitudine vero similiter 4 ulnas contineat, eiusque summitas ab uno puncto terminata 10 etiam ulnas in sua contineat altitudine. Notum igitur est, quod basis area 16 ulnas continet. Quas si in tertiam partem altitudinis, quae sunt tres et triens, multiplicaveris, 53 et trientem nimirum invenies, quod est huius piramidis area. Si enim 16, 15 quae sunt basis embadum, in totam altitudinis lineam, quae sunt 10, duxeris, 160 procreabuntur, cuius summae pars tertia 53 et trientem efficit, quae sunt, ut diximus, istius piramidis embadum.

Huius quidem rei demonstratio in geometria declaratur. Illa enim manifestis demonstrationibus ostendit, quod in omni corpore, nisi sphaericum 20 sit, tertia pars areae suae piramidis embadum complet.[1])

14. Ex hoc etiam comprehenditur, quod, *si harum piramidum basis trigona vel circularis fuerit,* eiusdem basis aream addiscens, eam in tertiam partem altitudinis multiplica, et quod fuerit, erit piramidis area. Et quia piramidum altitudines per exteriores superficies investigari nequeunt, quia 25 earum altitudines sunt lineae, quae a summo capitum | usque ad bases 34′ secundum rectum angulum protrahuntur, qualiter has lineas addiscamus, elaborabimus.

15. Piramides igitur in quatuor partes dividuntur, quarum *prima* est, cuius basis latera sunt aequalia, vel basis est circularis, omnesque lineae, 30 quae ab angulari basis vel arcuficiente linea basis ad extremum piramidis punctum diriguntur, sunt ad invicem aequales. *Secunda* vero est, cuius omnes lineae, quae a basi ad summum piramidis abstrahuntur, sibimet invicem aequantur, basis autem latera sunt inaequalia. *Tertia* quidem est, cuius basis omnia latera sunt aequalia, lineae vero, quae ab angulis usque

---

1 in *fehlt.* — 2 ad cuius basim corpus vel acui contrahi. — 5 sive *B.* — 12 pasis *A.* — 22 trigona ... basis *in B doppelt.* — 24—25 quia earum] et ex. — 32 piramis.

---

1) Es ist also der Inhalt jeder Vollpyramide und jedes Vollkegels $V = \frac{1}{3} G \cdot h$. Für den Beweis bezieht er sich auf die Geometrie (Euklid's).

13. Die zweite Art wird in zwei Unterarten geschieden. Die erste ist diejenige, von deren Grundfläche an der Körper sich zu verjüngen anfängt, bis er zu einen Punkt aufsteigend in ihm zusammenläuft. Diese Unterart enthält viele verschiedene Formen. Entweder ist nämlich die Grundfläche viereckig, oder fünfeckig, oder sechseckig, oder irgend eine andersgestaltete Fläche; oftmals ist sie auch kreisförmig.

Die Bestimmung der körperlichen Inhalte ist bei diesen Körpern wieder eine und dieselbe. Denn wenn man den Inhalt der Grundfläche kennt, und ihn mit dem dritten Theile der Höhe multipliciert, so erhält man dadurch den Körperinhalt der ganzen Pyramide.

Es sei z. B. eine Pyramide vorgelegt, deren Grundfläche ein Quadrat ist, das in der Länge und ebenso in der Breite je 4 Ellen enthalte. Die Spitze, die von einem Punkte gebildet wird, habe eine Höhe von 10 Ellen. Nun ist bekannt, dass der Flächeninhalt der Grundfläche 16 Quadratellen enthält. Multipliciert man ihn mit dem dritten Theile der Höhe, das ist $3\frac{1}{3}$, so findet man $53\frac{1}{3}$, und das ist der körperliche Inhalt dieser Pyramide. Wenn man nämlich 16, den Inhalt der Grundfläche, mit der ganzen Höhe, das ist mit 10, vervielfacht, so entsteht 160, und dieser Summe dritter Theil giebt $53\frac{1}{3}$, die, wie schon gesagt, das Volumen der Pyramide ausmachen.

Der Beweis dieser Rechnung wird in der Geometrie (EUKLID's) gegeben. Dort wird nämlich klar bewiesen, dass für jeden Körper, ausgenommen für die Kugel, der dritte Theil seines Körperinhaltes das Volumen seiner Pyramide ergiebt.[1])

14. Hieraus folgt weiter, dass man, *falls die Grundfläche solcher Pyramiden dreieckig oder kreisförmig ist,* nach Bestimmung des Inhaltes der Grundfläche, ihn mit dem dritten Theile der Höhe multiplicieren muss und das Ergebnis dann der Körperinhalt der Pyramide sein wird. Da aber die Höhe der Pyramiden durch die Aussenflächen nicht gefunden werden kann, weil die Höhe eine Gerade ist, welche von der Spitze auf die Grundfläche unter rechtem Winkel gezogen wird, so müssen wir zeigen, auf welche Weise wir diese Gerade bestimmen können.

15. Die Pyramiden werden in vier Arten getheilt. Bei *der ersten* sind die Seiten der Grundfläche gleich, oder sie ist ein Kreis, und alle Geraden, welche von den Eckpunkten oder der bogenförmigen Linie der Grundfläche nach dem äussersten Punkte der Pyramide gezogen werden, sind einander gleich. Bei *der zweiten* sind alle Geraden, welche von (den Eckpunkten) der Grundfläche nach der Spitze der Pyramide gezogen werden, einander gleich, aber die Seiten der Grundfläche sind ungleich. Bei *der dritten* sind zwar die Seiten der Grundfläche sämtlich einander gleich, aber die Geraden,

ad extremum punctum capitis distenduntur sunt inaequales. *Quarta* denique pars est, cuius nec basis latera, nec lineae, quae ab angulis ad summum capitis diriguntur, sunt ad invicem aequales. Tertia vero pars et quarta improprie piramides vocantur, eo quod supremum punctum ab
5 angulis basis non aequaliter ex omni parte distet, ideoque ipsarum altitudinum notitiam praetermittimus.[1])

16. *Si basis igitur primae partis circularis exstiterit,* multiplicationem medietatis diametri circuli ex multiplicatione illius lineae, quae a circumferenti linea basis usque ad extremum punctum piramidis dirigitur, deme,
10 residuique radicem inquirens piramidis altitudinem invenies.[2])

17. *Si autem piramidis basis triangularis aequilatera fuerit,* dimidium trium laterum in unum collectum addisce, et per illud trianguli embadum, quod est basis illius, partire, illiusque, quod exierit, multiplicationem ex multiplicatione illius lineae, quae a dimidio cuiuslibet lateris trianguli ad
15 supremum piramidis punctum protrahitur, minue, residuique radicem addiscens, quod fuerit, erit piramidis altitudo.

18. *Quod si basis piramidis fuerit quadratus, vel pentagonum aequilaterum et aequiangulum, seu aliarum figurarum, quae multilaterae nuncupantur, et quarum omnia latera et omnes anguli sunt ad invicem aequales,*
20 per dimidium omnium laterum in unum collectorum basis embadum partire, quodque exierit, in se ipsum multiplica, et quod fuerit, ex multiplicatione illius lineae in se ipsam, quae a dimidio cuiuslibet lateris eiusdem figurae usque ad extremum punctum piramidis protrahitur, deme, residuique radicem accipe, quia ipsa erit altitudo piramidis.[3])

25 **19.** *Item si basis piramidis quadrilatera vel pentagona seu quaelibet multilatera figura, aequilatera quidem, sed non aequiangula fuerit,* ad altitudinis notitiam per hanc regulam pervenire nullatenus poteris. Verum si illius instrumenti, per quod ex declivio montis inferior superficies eiusdem montis inquiritur, non immemor fueris, ad harum piramidum altitudinem
30 leviter et sine difficultate pervenies.

20. *In piramidibus autem secundae partis, quarum omnes lineae, quae*

---

13 partire illius. — 23 piramis. — 28 eius idem.

---

1) Diese vier Arten sind also:
1. Reguläre Pyramide und gerader Kegel;
2. Nichtreguläre Pyramiden, deren Grundfläche aber in einen Kreis beschrieben ist;
3. Reguläre schiefe Pyramiden und schiefer Kegel;
4. Irreguläre schiefe Pyramiden.

2) Höhe des Kegels: $h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$.

welche von den Eckpunkten der Grundfläche nach der Spitze gezogen werden, sind ungleich. Zur *vierten Art* endlich gehören diejenigen, für welche weder die Seiten der Grundfläche, noch die Geraden unter sich gleich sind, welche von den Eckpunkten nach der Spitze gezogen werden. Die dritte und vierte Art werden aber nur uneigentlich Pyramiden genannt, weil ihre Spitze von den Eckpunkten der Grundfläche nicht überall gleich weit absteht; wir unterlassen daher die Bestimmung ihrer Höhen.[1])

16. *Ist die Grundfläche der ersten Art ein Kreis,* so subtrahiert man das Quadrat des Halbmessers von dem Quadrate der Geraden, welche von einem Punkte des Umfangs nach der Spitze der Pyramide gezogen ist. Sucht man dann die Wurzel des Restes, so erhält man die Höhe der Pyramide.[2])

17. *Ist aber die Grundfläche der Pyramide ein gleichseitiges Dreieck,* so bestimme man die Hälfte der Summe der drei Seiten, und theile hierdurch den Inhalt des Dreiecks, das die Grundfläche der Pyramide bildet. Dann ziehe man das Quadrat des Ergebnisses von dem Quadrate der Linie ab, welche von der Mitte irgend einer Seite nach der Spitze der Pyramide gezogen werden kann, dann ist die Wurzel des Restes die Höhe der Pyramide.

18. *Ist die Grundfläche der Pyramide ein Quadrat oder ein gleichseitiges und gleichwinkliges Fünfeck oder eine der übrigen Figuren, welche gleichwinklige und gleichseitige Vielecke genannt werden,* so theile man wieder durch die Hälfte der Seitensumme den Inhalt der Grundfläche und multipliciere den Quotienten mit sich selbst, subtrahiere dann dieses Quadrat von dem Quadrate derjenigen Geraden, welche man von der Mitte einer beliebigen Seite nach der Spitze der Pyramide ziehen kann, und bestimme von dem Reste die Wurzel: sie ist nämlich die Höhe der Pyramide.[3])

19. *Wenn ferner die Grundfläche der Pyramide ein Viereck oder ein Fünfeck oder ein beliebiges zwar gleichseitiges aber nicht gleichwinkliges Vieleck ist,* so kann man durch obige Methode niemals zur Kenntnis der Höhe gelangen. Wenn man sich aber jenes Instrumentes erinnert, vermittelst dessen wir aus dem Abhange eines Berges die Horizontalfläche des Berges gesucht haben, so kann man zur Kenntnis der Höhe solcher Pyramiden leicht und ohne Schwierigkeit gelangen.

20. *Bei den Pyramiden der zweiten Art aber, bei denen alle Geraden,*

---

3) Das Quadrat der Höhe einer regulären Pyramide findet er also, indem er von dem Quadrate derjenigen Seitenlinie, welche vom Halbierungspunkte je einer Seite der Grundfläche gezogen ist, das Quadrat des Radius des eingeschriebenen Kreises abzieht. Dass der Radius gemeint ist, folgt aus Kap. II pars 5 Nr. 1.

ab earundem basibus ad supremum punctum piramidum protrahuntur, sibi | *invicem sunt aequales, basis vero latera sunt inaequalia,* illo eodem in- 35
strumento, per quod ex declivio montis inferior eiusdem superficies in-
quiritur, egemus. *Harum nempe piramidum bases si quadrilaterae recti-*
5 *angulae fuerint, et earum altitudines nosse volueris,* ex multiplicatione illius
lineae quae ab angulo basis ad summum piramidis protrahitur, multiplica-
tionem medietatis diametri basis deme, et radicem residui accipe, quodque
exierit ⟨erit⟩ illius altitudo piramidis.[1])

21. Eiusdem autem secundi generis *secunda species* est, cuius piramides.
10 cum sunt curtae, usque ad summitatis punctum non perveniunt.

Huius autem speciei modus in metiendo a modo primam istius eiusdem generis metiendi speciem nullatenus differt. Ad cuius similitudinem figura caput abscissa subintelligatur (Fig. 72), cuius quadrata basis 6 in unoquoque latere, caput vero similiter quadratum 4 in singulis lateribus, eius etiam altitudo 10 ulnas contineat. Hunc itaque figuram perficies et usque ad unum summitatis punctum reduces, si, quemadmodum in secundo istius libri capitulo deperfectione figurarum caput abscissarum, quousque ad unum punctum redigantur, ostendimus, operabis. Et ut hoc levius ostendatur, sit exempli causa figura caput abscissa $abcd$, cuius caput linea cd 4, eiusdemque basis linea ab 6, altitudo vero cathetus ef 10 existat ulnarum. Si ergo caput ed in totam altitudi-

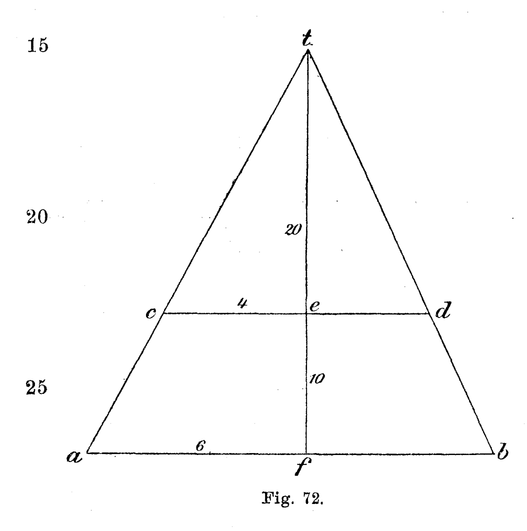


Fig. 72.

30 nem ef duxeris, 40 provenient, quae si in duo, quod est id, in quo basis ab
caput dc superat, diviseris, 20 nascentur, et haec ⟨est⟩ lineae et ad perfec-
tionem piramidis ad unum supremum punctum reducendae longitudo deficiens.
Triangulus igitur abt piramidem magnam, triangulus vero cdt piramidem par-
vam constituet. Basis autem maioris piramidis abt est senarii in senarium
35 multiplicatio, altitudo vero 30, embadum quoque 360 continet ulnas. Basis
etiam minoris piramidis cdt est multiplicatio quaternarii in quaternarium,
altitudo autem 20, embadum vero 106 et duas insuper tertias amplectitur.
Quare si embadum minoris ex embado maioris piramidis abstuleris, 253 et

8 erit *in A über der Zeile ausradiert.* — 28 excitat *A.* — 31 est *fehlt.* — 34 minoris *A.*

welche von den Eckpunkten der Grundfläche nach der Spitze der Pyramide gezogen sind, einander gleich, die Seiten der Grundfläche aber ungleich sind, verfährt man ebenfalls mit demselben Instrumente, vermittelst dessen aus dem Abhange eines Berges dessen Horizontalebene gefunden wurde. *Bei den Pyramiden aber, deren Grundflächen Rechtecke sind, und deren Höhe man bestimmen will,* subtrahiere man von dem Quadrate der Geraden, welche vom Eckpunkte nach der Spitze gezogen ist, das Quadrat der halben Diagonale der Grundfläche und nehme vom Reste die Wurzel: das Ergebnis wird die Höhe der Pyramide sein.[1])

21. Von der zweiten Körperart aber umfasst *die zweite Unterart* die Pyramiden, welche, weil sie abgestumpft sind, nicht bis zu einer Spitze gelangen.

Die Methode der Ausmessung einer solchen weicht jedoch von der Art der Ausmessung der ersten Unterart durchaus nicht ab. Hierzu werde eine Figur mit abgeschnittenem Kopfe angenommen (Fig. 72), deren quadratförmige Grundfläche 6 Ellen in jeder Seite, der ebenfalls quadratförmige Kopf aber in den einzelnen Seiten 4 Ellen, ihre Höhe 10 Ellen enthält. Diese Figur vervollständige man und vollende sie bis zur Spitze, indem man so vorgeht, wie wir im zweiten Kapitel dieses Buches bei der Vervollständigung der Trapeze, bis sie in einem Punkte zusammenkommen, gezeigt haben. Damit dies aber leichter eingesehen werden kann, sei die Figur mit abgeschnittenem Kopfe etwa $abcd$, deren Kopf, die Gerade cd, 4, die Grundlinie, die Gerade ab, 6, die Höhe aber, das Loth ef, 10 Ellen lang ist. Multipliciert man also den Kopf cd mit der ganzen Höhe ef, so kommt 40, und dividiert man das durch 2, das ist durch den Überschuss der Grundlinie ab über den Kopf cd, so entsteht 20, und das ist die Länge der Geraden et, welche zur Vollendung der Pyramide bis zur Spitze (der Höhe) hinzuzufügen ist. Das Dreieck abt bildet also eine grosse Pyramide, das Dreieck cdt aber eine kleine Pyramide. Die Grundfläche der grössern Pyramide ist das Produkt von 6 mal 6, ihre Höhe aber 30, der Körperinhalt enthält 360 Ellen. Die Grundfläche der kleinern Pyramide cdt ist in ähnlicher Weise das Produkt von 4 mal 4, ihre Höhe 20, das Volumen aber umfasst $106\frac{2}{3}$. Subtrahiert man nun das Volumen der kleinern Pyramide von dem der grössern, so bleibt $253\frac{1}{3}$

1) In allen andern Fällen muss man sich also des oben S. 122/123 angegebenen Instrumentes zur Auffindung der Höhe bedienen, worauf er oben schon hingedeutet hatte.

unius tertia remanebit, quod est embadum huius figurae caput abscissae quaesitum, ut in supra scripta figura ⟨repraesentatur⟩.

22. *Item si huius figurae caput abscissae basis et summitas circularis fuerit,* ut in piramide caput abscissa, cuius circularis basis diametrum 4, 5 eiusdemque similiter circularis summitatis diametrum 2, altitudo vero 12 in se continet ulnas, ad istius igitur areae cognitionem si multiplicationem quaternarii in quaternarium, quod est 16, multiplicationem binarii in binarium, et sunt 4, nec non et multiplicationem binarii in quaternarium, quae sunt 8, diligenter inquisieris, | ⟨summam⟩ 28 reperies. Et quibus si septi- 35′ 10 mam septimaeque partis dimidium depresseris 22 remanebunt. Quae si in tertiam altitudinis partem, et sunt 4, duxeris 88 nimirum invenies, quod huius est caput abscissae area.[1])

Hac itaque via omnium figurarum caput abscissarum areas invenies.

23. *Contingit etiam, quod et eadem figura, quae caput abcissa dicitur,* 15 *quandoque duas sectas summitates, unam ex una, alteram ex altera parte suscipiat, in sua vero medietate maiorem et grassiorem contineat amplitudinem,* et tunc non unius erit corporis, sed duae figurae caput abscissae ad hoc efficiendum coniunguntur. Istarum itaque duarum figurarum areas, sicut supra diximus, separatim addiscas, ut postmodum totum simul ad- 20 discas.[2])

24. Sub vero *tertio genere* sphaerica corpora et sphaerarum fractiones continentur.

Igitur si sphaerae diametrum in se ipsum duxeris, et quod fuerit in tres et septimam multiplicaveris, embadum superficiei sphaerae cognosces. 25 *Quod si in sui diametri sextam partem duxeris, embadum totius sphaeralis corporis invenies.*[3])

Quemadmodum si in sphaera, cuius diametrum est 7, diametrum in se ipsum multiplicaveris, 49 reperies. Quae si in tria et septimam duxeris, 154 apparebunt, quod est superficiei sphaerae dimensio. Quam si in 30 sextam diametri partem, quod est unum et sexta, duxeris, 179 et duas tertias provenire non dubitabis, et hoc est totius sphaeralis corporis area.

25. *Hac etiam numeratione sphaericarum fractionum areas investigare poteris,* ut in fonte, cuius interior pars sit rotunda et os circulare, amplitudoque ipsius 7, profunditas vero 3 et unius medietatem contineat. Si

---

2 subscripta *B.* — repraesentatur *habe ich hinzugefügt.* — 4 piramide] columna. — abscissa] inscissa. — 9 summam *fehlt.* — 34 medietatis.

---

1) Unter Benutzung der oben bei Berechnung der *Figura caput abscissae* gegebenen Anleitung die Ergänzungshöhe des Trapezes zu finden, berechnet hier

und das ist der gesuchte Körperinhalt unserer abgestumpften Pyramide, wie in der oben gezeichneten Figur zu sehen ist.

22. *Ist ferner in der abgestumpften Pyramide die Grund- sowie die Deckfläche je ein Kreis,* wie in der abgestumpften Pyramide, für welche der Durchmesser der kreisförmigen Grundfläche 4, und gleichzeitig der Durchmesser der ebenfalls kreisförmigen Deckfläche 2, die Höhe aber 12 Ellen enthält, so sucht man, um zur Bestimmung ihres Volumens zu gelangen, das Quadrat von 4, das ist 16, ferner das Quadrat von 2, es ist 4, und auch das Produkt von 2 und 4, das ist 8, und findet als ihre Summe 28. Nimmt man hiervon $\frac{3}{14}$ weg, so bleiben 22. Multipliciert man dieses mit dem dritten Theile der Höhe, das ist mit 4, so findet man endlich 88, und das ist der Körperinhalt unserer abgestumpften Pyramide.[1])

Auf solche Weise findet man die Volumina aller abgestumpften Pyramiden.

23. *Es kommt auch vor, dass ein solcher Körper, der abgestumpfte Pyramide genannt wird, manchmal zwei abgeschnittene Deckflächen, eine auf der einen Seite, die andere auf der andern, in seiner Mitte aber eine grössere und stärkere Ausdehnung besitzt.* Dann gehört er nicht zu einem Körper, sondern es sind zwei abgestumpfte Pyramiden, um ihn zu bilden, verbunden. Hier wird man die Körperinhalte der beiden Körper einzeln aufsuchen, wie wir es oben gelehrt haben, damit man nachher das ganze Volumen finden kann.[2])

24. Zu der *dritten Körperart* gehören aber die Kugeln und die Kugelabschnitte.

Wenn man den Durchmesser der Kugel mit sich selbst vervielfacht und das Quadrat mit $3\frac{1}{7}$ multipliciert, so erhält man die Oberfläche der Kugel. Multipliciert man diese mit dem sechsten Theile ihres Durchmessers, so findet man den Körperinhalt der ganzen Kugel.

Quadriert man z. B. in einer Kugel, deren Durchmesser 7 ist, diesen Durchmesser, so erhält man 49. Multipliciert dies mit $3\frac{1}{7}$, so erscheinen 154, und das ist die Grösse der Oberfläche der Kugel. Multipliciert man das mit dem sechsten Theile des Durchmessers, das ist mit $1\frac{1}{6}$, so findet man zweifellos $179\frac{2}{3}$, und das ist das Volumen der ganzen Kugel.

25. *Vermittelst derselben Rechenmethode kann man auch den Körperinhalt der Kugelabschnitte bestimmen,* wie z. B. den eines Brunnens, dessen Innenraum gewölbt ist, und die Öffnung ein Kreis, dessen Weite 7 sei, die

Savasorda den Inhalt der abgestumpften Pyramide oder des Kegelstumpfes als Differenz zwischen dem Voll- und dem Ergänzungskörper.

2) Hier handelt es sich offenbar um abgestumpfte Doppelkegel.

3) Kugeloberfläche: $O = d^2\pi$; Volumen: $V = O \cdot \frac{1}{6}d = \frac{1}{6}d^3\pi$.

ergo ipsius profunditatem in eiusdem oris amplitudinem, quod est sphaerae diametrum, multiplicaveris, et quod fuerit, in tria et septimam, sicut in sphaera docuimus, duxeris, 77 invenies, quod est superficiei fontis embadum. Quam scilicet superficiem si in sextam diametri partem duxeris, 90 minus
5 sexta reperies, quod est embadum fontis, qui sphaerae dimidium existit.[1])

26. *Si fontis item profunditas dimidio amplitudinis minor exstiterit, fontem illum minus dimidio sphaerae continere non dubites,* quemadmodum in circulorum fractionibus ostendimus. Cuius rei similitudo est fons rotunda, in cuius profunditate duae habentur ulnae, in oris autem amplitudine radix
10 de 40, quod est 6 et fere tertia, continetur. Manifestum est, itaque, quod in hoc fonte dimidium sphaerae nullatenus reperitur. Verumtamen si sphaerae diametrum protraxeris, illud 7 ulnarum fore cognosces, quapropter, si duo, quae sunt fontis profunditas, in 7, quod est sphaerae diametrum, multiplicaveris, 14 efficies. Quae si in tria et septimam duxeris, 44 in-
15 venies, quod est embadum super|ficiei fontis. Si hoc igitur in sextam dia- 36 metri partem multiplicaveris, 51 et tertiam reperies, et hoc est totius fontis embadum.

27. *Item si fontis profunditas 5, amplitudo autem radix de 40 fuerit, totius sphaerae diametrum 7 continebit.* Si igitur profunditatem in dia-
20 metrum duxeris, 35 nascentur, quae si in tria et septimam multiplicaveris, 110 invenies, quae sunt superficiei fontis embadum. Quod si in sextam diametri partem duxeris, 126 et unius tertiam complebis, quod est fontis area.[2])

Manifestum est igitur, qualiter sphaerarum et earundem fractionum
25 areas, et veraciter, invenire possumus, quare dimensiones corporum, quae sub tribus generibus comprehenduntur, velut in istius capituli principio promisimus, diligenter explanavimus, et ita quartum capitulum deo adiuvante perficimus.

---

1. His ita peractis, qualiter ad metiendi modum levius pervenies, in-
30 dicabimus. Magnus enim labor est, ita, ut praediximus, operari. Quapropter quoddam instrumentum, quo laboris modus evacuatur, ostendamus.[3])

---

7 minus minus *A.* — 9 horis *A.* — 19 totius totius *A.* — 27 deo] χ̃po. — 29 paratis *A.*

---

1) Halbkugel: $O = \frac{d^2}{2}\pi$; $V = O \cdot \frac{1}{6} d = \frac{d^3}{12}\pi$.

2) Kugelkappe: $O = d \cdot h \cdot \pi$; $V = \frac{1}{6} d^2 h \cdot \pi$.

3) Im Nachfolgenden giebt Savasorda praktische feldmesserische Regeln unter Benutzung zweier Instrumente, welche sonst, und auch von Leonardo in

Tiefe desselben aber enthalte $3\frac{1}{2}$. Multipliciert man nun die Tiefe mit der Weite der Öffnung, welche den Durchmesser der Kugel bildet, und vervielfacht das Produkt mit $3\frac{1}{7}$, wie wir für die Kugel gelehrt haben, so findet man 77, und das ist der Inhalt der Oberfläche des Brunnens. Multipliciert man nun diese Oberfläche mit dem sechsten Theile des Durchmessers, so findet man 90 weniger $\frac{1}{6}$, und das ist der Körperinhalt des Brunnens, der die Hälfte der Kugel beträgt.[1])

26. *Ist die Tiefe des Brunnens kleiner als die Hälfte der Weite, so ist ohne Zweifel der Brunnen weniger als die Halbkugel,* wie wir bei den Kreisabschnitten gezeigt haben. Als ein Beispiel dazu sei ein kreisrunder Brunnen vorgelegt, in dessen Tiefe 2 Ellen enthalten seien, die Weite der Öffnung aber sei $\sqrt{40}$, welche 6 und nahezu $\frac{1}{3}$ enthält. Es ist also klar, dass dieser Brunnen keineswegs die Hälfte der Kugel enthält. Wenn man aber den Durchmesser der Kugel bestimmt, so sieht man, dass er von 7 Ellen Länge ist. Multipliciert man daher 2, das ist die Tiefe des Brunnens, mit 7, dem Durchmesser der Kugel, so macht das 14, und durch Multiplikation mit $3\frac{1}{7}$ findet man 44, und das ist der Betrag der Oberfläche des Brunnens. Multipliciert man dann diesen mit dem sechsten Theile des Durchmessers, so findet man $51\frac{1}{3}$, und das ist der Körperinhalt des ganzen Brunnens.

27. *Ist ferner die Tiefe des Brunnens 5, die Weite der Öffnung aber $\sqrt{40}$, so enthält der Durchmesser der Kugel 7.* Multipliciert man nun die Tiefe mit dem Durchmesser, so entstehen 35, und diese mit $3\frac{1}{7}$ vervielfacht geben 110, den Inhalt der Oberfläche des Brunnens. Multiplikation mit dem sechsten Theile des Durchmessers ergiebt $128\frac{1}{3}$, das ist den Körperinhalt des Brunnens.[2])

Es ist also klar, wie man das Volumen der Kugel und der Kugeltheile genau zu finden imstande ist. Wir haben damit die Ausmessung der Körper, welche unter den drei Arten enthalten sind, vollständig dargelegt, wie wir im Anfange dieses Kapitels versprochen haben, und haben so das vierte Kapitel mit Gottes Hilfe zu Ende geführt.

---

1. Nachdem dies geschehen ist, wollen wir zeigen, wie man zu einer leichtern Ausmessungsmethode gelangen kann. Es ist nämlich mit vieler Mühe verknüpft, so vorzugehen, wie wir oben gesagt haben. Wir werden deshalb ein Instrument beschreiben, durch welches die Arbeit vereinfacht wird.[3])

---

seiner Distinctio VII., zur Höhenmessung verwendet wurden. Dass damals solche Regeln in Übung waren, ist wohl kaum einem Zweifel unterworfen.

2. *Si triangulum itaque campum ad modum subscriptae formae abc* (Fig. 73) *formatum metiri volueris,* eius quodlibet unum latus, et sit latus bc, diligenter metire: ipsum sit eiusdem trianguli basis. Post haec duas arundines accipiens, quarum altera super alteram secundum rectum angulum elevetur, vel, si volueris, quoddam quadrilaterum rectiangulum assumens, rectum angulum cuilibet puncto basis superpone, sitque punctus ille punctus d lateris bc. Quo facto mensurandi lineam in arundinis seu lateris praedicti basis directo, quousque ad alterutrum trianguli latus perveniat, protrahe. Quae si forte ad angulum trianguli pervenerit, ut linea da in hac subscripta figura, eam trianguli perpendicularem esse non dubites. Cuius quantitatem diligenter inquirens, ipsam in basis dimidium multiplica, et quod fuerit, erit trianguli embadum, nec aliarum summas investigare te tunc oportebit.

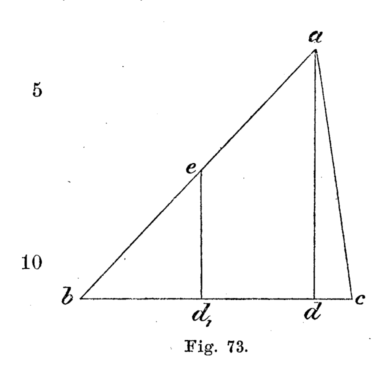


Fig. 73.

3. *Quod si mensurandi linea nequaquam ad angulum trianguli, sed ad alterutrum trigoni latus provenerit,* ut linea d_1e in hac eadem figura, sitque punctus e super lineam ab, erit proportio be ad ab sicut proportio lineae d_1e ad lineam ad, eo quod duo trianguli adb, bd_1e similes existunt. Ex hac itaque proportione summam perpendicularis ad non ignorare poteris. Hoc idem etiam facies, si mensurandi linea ad alterum latus ac perveniret. Isto igitur instrumento omnes triangulares campos metiri poteris, ita quod eorum omnium laterum summam investigare supervacaneum iudicabis.

4. *Item si campus quatuor rectis lateribus terminatur, praedictum quadrilaterum rectangulum supra quemlibet unum angulum eiusdem campi coapta,* et si mensurandi lineam in directo lineae quadrilateri rectilinei et super campum in latus protendi cognoveris, rectum angulum eum fore non dubitabis. | Idem in secundo tertioque angulo faciens, si eos tres rectos inveneris, illum campum quadrilaterum rectiangulum affirmabis, et tunc duorum laterum uni angulo adiacentium summas inquirens, alteram in alteram multiplica, et quod fuerit, erit eiusdem quadrilateri embadum. Nec summarum aliarum laterum cognitionem, cum hoc feceris, egebis, et haec est huius rei prima figura $abcd$ (Fig. 74).

5. *Quod si campus duos tantum rectos angulos et super unum latus*

---

11 vasis *A.* — 12 proveniat. — 16—17 investigari *A.* — 28 et si] et sit *A.* — linea.

2. *Will man also ein dreieckiges nach der nebenstehenden Gestalt* abc (Fig. 73) *gebildetes Feld ausmessen, so misst* man eine beliebige Seite desselben genau, es sei dies die Seite bc, sie werde als Grundlinie des Dreiecks genommen. Darauf nimmt man zwei Stangen, von denen die eine mit der andern unter rechtem Winkel verbunden ist, oder, wenn man will, irgend ein Rechteck, und legt den rechten Winkel auf irgend einen Punkt der Grundlinie auf. Es sei dies der Punkt d der Seite bc. Darauf verlängere man die messende Gerade in der Stange oder der Seite, welche auf vorgenannter Grundlinie errichtet ist, bis sie an eine der beiden andern Seiten des Dreiecks heranreicht. Gelangt sie zufällig an die Spitze des Dreiecks, wie die Gerade da in beigegebener Figur, so zweifele man nicht, in ihr die Höhe des Dreiecks zu haben. Ihre Länge messe man genau und multipliciere sie mit der Hälfte der Grundlinie, dann ist das Produkt der Inhalt des Dreiecks, und man braucht die Längen der andern Seiten nicht mehr zu suchen.

3. *Geht aber die messende Linie nicht durch die Spitze des Dreiecks, sondern kommt an eine Seite des Dreiecks heran,* wie die Gerade d_1e in der nämlichen Figur, und es sei der Punkt e auf der Geraden ab, dann ist das Verhältnis von bc zu ab gleich dem Verhältnis der Geraden d_1e zur Geraden ad, weil die beiden Dreiecke adb, bd_1e ähnlich sind. Aus dieser Proportion kann man die Länge der Höhe ad finden. Genau ebenso würde man vorgehen, wenn die messende Linie an die andere Seite ac heranreichte. Mit obigem Instrumente kann man also alle dreieckigen Felder ausmessen, so dass es überflüssig erscheinen dürfte, die Längen aller ihrer Seiten zu bestimmen.

4. *Ist weiter das Feld von vier geraden Seiten begrenzt, so lege man das oben beschriebene Rechteck auf irgend einen Winkel des Feldes.* Sieht man dann, dass die messende Linie auf der Rechteckseite auch auf der Seite des Feldes sich erstreckt, so muss der betreffende Winkel ein rechter sein. Verfährt man in derselben Weise in einer zweiten und einer dritten Ecke, und findet sie alle drei als rechte Winkel, so kann man behaupten, das das fragliche Viereck ein Rechteck ist. Dann sucht man die Länge zweier Seiten, welche einem Winkel anliegen, und multipliciert eine mit der andern, so wird das Produkt den Inhalt des Vierecks ergeben. Wenn man so vorgeht, braucht man also nicht auch die Länge der andern Seiten zu kennen. Hierzu gehört die erste Figur $abcd$ (Fig. 74).

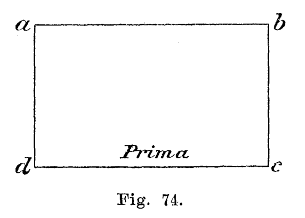


Fig. 74.

5. *Hat das Feld nur zwei rechte Winkel an derselben Seite,* wie in

habuerit, quemadmodum in hoc secundo quadrilatero *abcd* (Fig. 75) cuius duos angulos *c*, *d* super duos terminos lineae *cd* locatos rectos, reliquos vero nequaquam rectos esse didicimus, eius latus *cd* metire, et, quod invenies, in lineae *ca* dimidium, post hoc in dimidium lineae *db*, quae super duos rectos angulos eriguntur, multiplica, indeque collectum istius quadrilateri embadum fore iudicabis, nec te lateris *ab* quantitatem tunc oportebit addiscere.

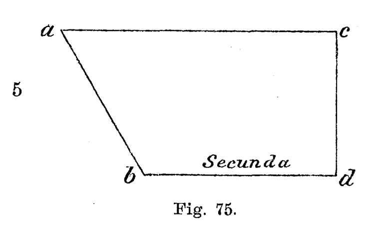


Fig. 75.

6. *Si duo item anguli sibimet oppositi normales exstiterint,* ut in quadrilatero *abcd* (Fig. 76) tertio, cuius duo tantum anguli *c*, *b*, qui per diametrum sibimet invicem opponuntur, recti, reliqui vero *a*, *d* diversi eliciuntur (eorum etenim alter oxigonius, alter ampligonius iudicetur), ebetem, inquam, angulum, qui est *d*, sumens ei angulum praedicti quadrilateri rectianguli superpone. Quo facto mensurandi lineam in directo eiusdem recti anguli protrahe, et manifestum est, eam intra campi aream, et non extra cadere, pervenietque ad lineam *ab*, et eam in duo secabit, eritque punctus sectionis punctus *e*. Nascetur igitur quadrilaterum *aced*, cuius duo recti anguli super idem latus *dc* constituentur, assimiliabiturque quadrilatero *abcd* secundo, quapropter eius embadum, quemadmodum in ipso eadem secundo docuimus, inquires. Remanebit trigonus orthogonius *deb,* cuius embadum ex multiplicatione lineae *eb* in dimidium lineae *bd* dignosces, et haec est figura.

7. *At si campus unum tantum normalem angulum, reliquos vero diversos habuerit,* ut in quadrilatero *abcd* quarto (Fig. 77), cuius solus angulus *c* est rectus, alii vero se ab invicem diversificantur. Cum enim impossibile sit, eos omnes acutos existere, erit eorum unus ebes, sitque in hoc quadrilatero ebes angulus punctus *d*. Ab hoc, inquam, ebete angulo *d*, si quandam rectam ⟨lineam secundum rectum angulum, quemadmodum in tertia figura monstravimus⟩ protraxeris, infra quadrilateri ambitum incidet, et usque ad latus sibi oppositum, ut linea *de*, perveniet formabitque quadrilaterum *aecd*, cuius duo anguli super idem latus locati normales nuncupantur. Huius itaque quadrilateri aream, sicut docuimus, investiga, remanebitque triangulus *deb* sicut in tertia figura, licet non orthogonius, cuius embadum, velut supra mon|stravimus, inquires et invenies, 37′ et haec est figura.

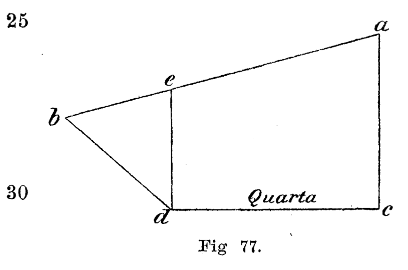


Fig 77.

4 linea. — 30—32 lineam . . . monstravimus *in A auf dem Rande ausradiert.*

dem zweiten Viereck *abcd* (Fig. 75), und wissen wir, dass die beiden Winkel *c*, *d*, die an den beiden Endpunkten der Geraden *cd* liegen, rechte, die beiden andern aber keineswegs rechte sind, dann messe man die Seite *cd* und multipliciere das Gefundene mit der Hälfte der Seite *ca*, darauf mit der Hälfte der Seite *db*, die unter rechtem Winkel gezogen sind. Die Summe der Produkte wird dann der Inhalt des Vierecks sein, und man braucht also die Länge der Seite *ab* nicht zu suchen.

6. *Wenn ebenso zwei sich gegenüberliegende Winkel rechte sind,* wie im dritten Viereck *abcd* (Fig. 76), von dem nur die beiden Winkel *c*, *b*, die sich in der Diagonale gegenüberliegen, rechte sind, die beiden andern aber *a*, *d* als verschieden erfunden werden, denn der eine ist ein spitzer, der andere ein stumpfer, so nehme man den stumpfen Winkel, der *d* sei, und lege auf ihn den Winkel des genannten Rechtecks. Dann verlängere man die Messlinie des rechten Winkels direkt, und es ist klar, dass diese Verlängerung in die Fläche des Feldes und nicht ausserhalb fallen muss, und zur Geraden *ab* gelangen und sie in zwei Stücke schneiden wird. Der Theilpunkt sei der Punkt *e*. Es entsteht so das Viereck *aecd*, für welches zwei rechte Winkel an derselben Seite *dc* gebildet sind, und es gleicht dem zweiten Vierecke *abcd*. Man sucht also seinen Inhalt, wie wir für das zweite Viereck gelehrt haben. Es bleibt das rechtwinklige Dreieck *deb* übrig, dessen Inhalt man durch Multiplikation der Geraden *eb* mit der Hälfte der Geraden *bd* erkennt, und das ist die Figur.

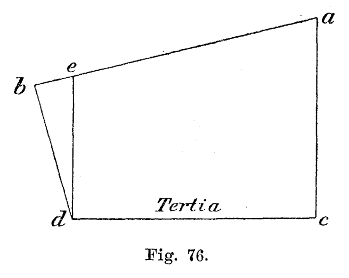


Fig. 76.

7. *Hat aber das Feld nur einen rechten Winkel, die übrigen aber ungleich,* wie im vierten Vierecke *abcd* (Fig. 77), von dem nur der Winkel *c* ein rechter ist, die drei andern aber unter sich verschieden, so muss, da es nämlich unmöglich ist, dass alle drei spitz sind, einer ein stumpfer sein, und es sei in diesem Vierecke der stumpfe Winkel am Punkte *d*. Wenn man, sage ich, von diesem stumpfen Winkel aus eine gerade Linie unter rechtem Winkel zieht, wie wir in der dritten Figur gezeigt haben, so wird sie innerhalb der Fläche des Vierecks fallen und bis zur Gegenseite, wie die Gerade *de*, gelangen. Sie bildet dann das Viereck *aecd*, von dem zwei Winkel an derselben Seite rechte genannt werden. Den Inhalt dieses Vierecks sucht man also so, wie wir es gelehrt haben, und es bleibt das Dreieck *deb* wie in der dritten Figur übrig, wenn auch kein rechtwinkliges. Seinen Inhalt sucht und findet man, wie wir oben gezeigt haben, und das ist die Figur.

8. *Item quadrilaterum etiam, in quo nullus rectus angulus habetur multiformiter describitur, et universaliter, qui sic describuntur, unum vel plures ebetes angulos continebunt.* Non est enim possibile, ut quadrilaterum constituatur, in quo rectus vel obtusus angulus non invenietur. Modus autem eorum 5 areas investigandi unus est et idem. Nam cum perpendiculari linea super ebetem scilicet angulum erecta areas invenies. Descripto itaque quadrilatero *abcd* (Fig. 78) quinto, ebes angulus *c* super lineam *cd* construatur, perpendicularis vero linea *ce* dirigatur, et si angulus *d*, qui super eandem *cd* lineam continetur, obtusus fuerit, aliam perpendicularem *df* supra punctum *d* 10 constituens in tres partes, quae sunt quadrilaterum *cfed*, et duo trianguli *ace*, *dfb*, totum quadrilaterum partieris, ut in subscripta quinta figura monstratur.

9. *Quod si angulus d obtusus non fuerit,* ut in sexto quadrilatero *abcd* (Fig. 79) declaratur, a puncto *d* versus punctum *c* recedens alium perpendicularem super linea *cd* a puncto *f* 15 usque ad punctum *b* vel ad alium punctum lineae *bd* producas, et si perpendicularis ad punctum *b*, sicut linea *fb* pervenitur, quadrilaterum in duos triangulos *ace*, *bfd* et unum quadrilaterum *cbef*, velut supra, dividetur.

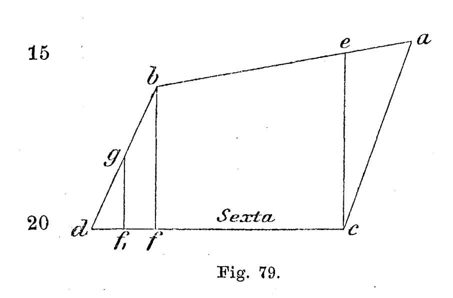


Fig. 79.

20

10. *At si perpendicularis ad punctum b nullatenus pervenire poterit,* ad alium lineae *bd* punctum, ut linea f_1g in hac eadem sexta figura, producetur, et manifestum est, quod proportio lineae *dg* ad lineam *db* est ut 25 proportio perpendicularis gf_1 ad perpendicularem *fb*. Hac itaque proportione perpendicularis *fb* summam veraciter investigare poteris, eo ⟨quod⟩ trium linearum *dg*, *db*, f_1g, quantitas est nota. Hac igitur perpendiculari cognita quadrilaterum in tria, quemadmodum supra diximus dividetur. Et si duos perpendiculares sibimet invicem aequales inveneris, duas lineas *ab*, 30 *cd* subalternas esse non dubites. Post haec unam ex perpendicularibus in dimidium duorum laterum, quae sunt *ab*, *cd*, multiplica, et quod fuerit, erit totius quadrilateri embadum.

11. *Quod si duo perpendiculares, ut in quinto quadrilatero abcd, inaequales exstiterint,* dimidium utriusque perpendicularis *ce*, *bf* in totam 35 lineam *cd*, supra quam eriguntur, multiplica, indeque collectum erit quadrilateri *cebd* embadum. Demum duorum triangulorum *ace*, *bfd* areas inquire, et quod fuerit, embado quadrilateri *cefd* superadde, indeque coadunatum totius quinti quadrilateri *abcd* aream constituet.

---

5 investigandi investigandi *A.* — lineam. — 26 poterit. — quod *fehlt.*

8. *Ein Viereck, in welchem kein Winkel ein rechter ist, kann vielerlei Gestalten haben, und alle, die so gezeichnet werden, haben allgemein einen oder mehrere stumpfe Winkel.* Es ist nämlich nicht möglich, ein Viereck zu zeichnen, in dem kein rechter oder stumpfer Winkel vorhanden ist. Die Methode aber, deren Inhalt zu bestimmen, ist ein und dieselbe, denn man findet durch im stumpfen Winkel errichtete Senkrechte den Flächeninhalt. Hat man also das fünfte Viereck $abcd$ (Fig. 78) beschrieben, und sei der stumpfe Winkel c an der Seite cd konstruiert und die Senkrechte ce errichtet. Ist dann der Winkel d, welcher an derselben Seite cd liegt, auch stumpf, so wird durch Errichtung einer zweiten Senkrechten df im Punkte d das ganze Viereck in drei Theile zerschnitten, nämlich in das Viereck $cfed$ und die beiden Dreiecke ace, dfb, wie die beigegebene fünfte Figur zeigt.

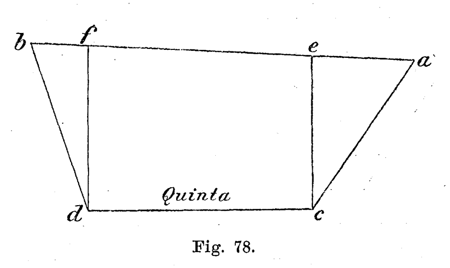


Fig. 78.

9. *Ist aber der Winkel d nicht stumpf,* wie im sechsten Vierecke $abcd$ (Fig. 79) gezeichnet ist, so errichtet man, indem man von d nach c zurückgeht, ein anderes Loth auf der Geraden cd im Punkte f bis zum Punkte b oder bis zu einem andern Punkte der Geraden bd. Erreicht das Loth den Punkt b, wie die Gerade fb, so ist das Viereck in die beiden Dreiecke ace, bfd und ein Viereck $cbef$ wie oben zerschnitten.

10. *Wenn aber das Loth nicht den Punkt b erreicht,* so führe man es bis zu einem andern Punkte der Geraden bd, wie die Gerade f_1g in der nämlichen sechsten Figur. Dann ist klar, dass das Verhältnis der Geraden dg zur Geraden db gleich dem Verhältnis des Lothes gf_1 zu dem Lothe fb ist. Durch diese Proportion kann man also die genaue Länge des Lothes fb bestimmen, weil die Grösse der drei Strecken dg, db, f_1g bekannt ist. Hat man diese Senkrechte gefunden, so ist dadurch das Viereck in drei Stücke wie oben getheilt. Findet man dabei die beiden Lothe einander gleich, so müssen die beiden Geraden ab, cd parallel sein. Dann multipliciert man eines der beiden Lothe mit der halben Summe der beiden Seiten ab, cd, und das Ergebnis ist der Inhalt des ganzen Vierecks.

11. *Sind aber die beiden Lothe, wie im fünften Viereck $abcd$, ungleich,* so multipliciere man die Hälfte jedes der beiden Lothe ce, bf mit der ganzen Länge cd, auf der sie errichtet sind, dann ist die Summe der Produkte der Inhalt des Vierecks $cebd$. Man suche darauf die Inhalte der beiden Dreiecke ace, fbd und addiere das Ergebnis zum Inhalte des Vierecks $cefd$, dann wird die Summe den Gesamtinhalt des fünften Vierecks $abcd$ darstellen.

12. *Item si duo perpendiculares in sexto, secundo scilicet quadrilatero,* | *quadrilatero abcd, similiter inaequales fuerint,* longiorem perpendicularem 37′ in dimidium lineae *cf* multiplica (Fig. 80). Quo facto breviorem perpendicularem in dimidium totius lineae *cd* item multiplica, quodque ex utra-
5 que multiplicatione colligitur, erit quadrilateri *ecbd* area. Post haec residui trianguli *aec* embadum diligenter inquire, et quod inveneris, quadrilateri embado superaddens, totius quadrilateri *abcd* aream invenies.

13. Ostensum est igitur, qualiter omnium triangulorum et quadrilaterorum areas invenies. Verum *si campus multilatera figura fuerit, ut penta-*
10 *gonum vel exagonum aliaeve figurae multiangulae,* eam in triangulares quadrilaterasve figuras partire, et tunc in earum arearum cognitione, quemadmodum ostendimus, operare. Quia vero circulares figurae earumque fractiones rarissime reperiuntur, qualiter ad ipsarum cognitionem perveniamus, reticendum censuimus. Illud tamen, quod in hoc eodem libro superius inde
15 monstravimus, satis sufficere ad hoc non dubitetur.

Finit liber embadorum a Savasorda *Iudaeo in ebraico compositus et a* Platone Tiburtino *in latinum sermonem translatus anno Arabum DX mense saphar, die XV eiusdem mensis, hora tertia, Sole in XX gradu et XV minuto Leonis, Luna in XII gradu et XX minuto Piscium, Saturno in VIII*
20 *gradu et LVII minuto Tauri, Iove in Arietis XXVI gradu et LII minuto, Marte in Libra XXVII. XV, Venere in Libra II. XXVIIII, Mercurio in Leone XIIII. XLV, Capite in Cancro O. I, Cauda in Capricorno O. I.*

---

4 item] iterum *B*. — 5 quadrilaterum *A*. — 7 superaddes. — 16 Finis. — 18 ora *A*. — 22 Cancro t. I. — Capricorno t. I. *Der Buchstaben* t *war im XII. Jahrhundert eine Form für die Null, besonders in astronomischen Tabellen, als Abkürzung von* teca, *einem der vielfachen Namen für Null. Der Abschreiber des XV. Jahrhundert wusste das nicht mehr und schrieb deshalb gedankenlos auch das* t *mit ab.*

12. *Wenn ebenso zweitens die beiden Lothe im sechsten Vierecke abcd ungleich sind,* so multipliciere man die längere Senkrechte mit der Hälfte der Geraden cf (Fig. 80), darauf vervielfache man auch das kleinere Loth mit der Hälfte der ganzen Geraden cd und die Summe beider Produkte ist dann der Inhalt des Vierecks $ecbd$. Dann suche man den Inhalt des Restdreiecks aec und addiere das Ergebnis zu dem Inhalte des Vierecks, so findet man den Gesamtinhalt des Vierecks $abcd$.

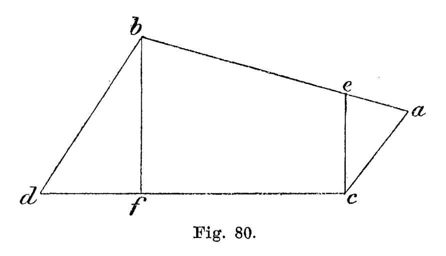


Fig. 80.

13. Hiermit ist gezeigt, wie man die Flächeninhalte aller Dreiecke oder Vierecke bestimmen kann. *Ist aber das Feld von vieleckiger Gestalt, etwa ein Fünfeck oder ein Sechseck oder ein anderes Vieleck,* so zerschneide man es in dreieckige oder viereckige Figuren und gehe dann mit ihrer Bestimmung vor, wie wir es oben gezeigt haben. Da man aber kreisförmige Felder oder dergleichen Abschnitte sehr selten findet, haben wir die Art, wie man zu ihrer Kenntnis gelangt, geglaubt verschweigen zu dürfen. Das aber, was wir in diesem Buche darüber weiter oben auseinandergesetzt haben, ist sicherlich dazu mehr als genügend.

Hier endet der Liber Embadorum, der von dem Juden Savasorda in hebräischer Sprache verfasst und von Plato von Tivoli in das Lateinische übertragen ist, im Jahre DX der Araber, am XV. Tage des Monats Saphar, um die dritte Stunde, während die Sonne in $20^0 15'$ des Löwen verweilte, der Mond in $12^0 20'$ der Fische, Saturn in $8^0 57'$ des Stiers, Jupiter in $27^0 52'$ des Widders, Mars in $27^0 15'$ der Waage, Venus in $2^0 29'$ der Waage, Merkur in $14^0 45'$ des Löwen, der Drachenkopf in $0^0 1'$ des Krebses, der Drachenschwanz in $0^0 1'$ des Steinbocks.

II.

DER BRIEFWECHSEL REGIOMONTAN'S MIT GIOVANNI BIANCHINI, JACOB VON SPEIER UND CHRISTIAN RODER.

Der Briefwechsel Regiomontan's mit Giovanni Bianchini, Jacob von Speier und Christian Roder.

Einleitung.

Die nachfolgenden Briefe und dazugehörigen Rechnungen sind in einem Quarthefte enthalten, das die Stadtbibliothek zu Nürnberg aufbewahrt. Dasselbe hat die Bezeichnung: *Msc. Cent. V. No. 56c* und besteht aus 74 Blättern, welche unten mit rother Tinte von 1—74 bezeichnet sind. Eine frühere Paginierung, die, wie ich zeigen werde, von Regiomontan selbst herrührt, geht von 11—83, und beweist so, dass von dem ursprünglichen Bestande die ersten 10 Blätter verloren gegangen sind. Auf der Innenseite des vordern Umschlages ist von neuer Hand Folgendes geschrieben:

„Eigenhändige Briefe des Joh. Regiomontanus (auch Germanus genannt) und Antworten darauf. Nämlich

S. 11. Brief des Joh. Blanchini, Mathematikers in Ferrara, an Regiomontan.
S. 17. Brief des Regiomontan an Blanchini.
S. 41. Brief des Blanchini an Regiomontan.
S. 47. Brief des Regiomontan an Blanchini.
S. 59. Brief des Regiomontan an Jacob de Spira, Astronom des Grafen von Urbino.
S. 64. Antwort des Spira an Regiomontan.
S. 67. Brief des Regiomontan an Spira.
S. 76. Brief des Regiomontan an Christ. Roder, Mathem. in Erfurt.
Die ersten 10 Seiten fehlen.
St. 40 ist verbunden.“

Ebenso steht auf dem Rücken des Bandes:

„Regiomontani, Ioann. Blanchini et Iacobi Spirensis
Epistolae autographae.“

Der Band ist 22 cm hoch, $15\frac{1}{2}$ cm breit.

In der obigen Inhaltsangabe ist nicht aufgeführt, dass Blatt 19 bis 30 der obigen Bezifferung eine grosse Zahl Rechnungen, die Auflösungen der von BIANCHINI, REGIOMONTAN und JACOB VON SPEIER gestellten Aufgaben, enthält. Sie hat man offenbar als zu dem Briefe REGIOMONTAN'S an BIANCHINI, der Blatt 17 beginnt, gehörig angesehen. Es ist überhaupt die ganze Beschreibung irreleitend.

Der wirkliche Inhalt ist folgendermaassen vertheilt:

Blatt 11^r—15^r: Brief BIANCHINI'S an REGIOMONTAN d. d. *Ex Fossanova Sancti Gillii Die XXI° Novembris 1463.* — Antwort auf den in ihn eingehefteten folgenden Brief REGIOMONTAN'S.

Blatt 15^v und 16 sind leer.

Blatt 17^r—18^v: Brief REGIOMONTAN'S an BIANCHINI d. d. *Ex Sancto Georgio in Venetiis die XXVII. Julii anno LXIII°.*

Blatt 19^r—20^v: Rechnungen zu diesem Briefe gehörig.

Blatt 21^r—28^v, col. 2: Rechnungen zu den drei folgenden Briefen zwischen REGIOMONTAN und BIANCHINI.

Blatt 28^v, col. 3 — 30^v: Rechnungen zu dem Briefwechsel mit JACOB VON SPEIER.

Blatt 31—34 sind leer.

Blatt 35^r—40^r: Brief REGIOMONTAN'S an BIANCHINI. Ohne Datum.

Blatt 40^v ist leer.

Blatt 41^r—46^v: Brief BIANCHINI'S an REGIOMONTAN d. d. *Ex Ferraria die V^to^ februarii 1464 hora 3^a^ noctis* (Blatt 46^r leer, 46^v die Aufschrift des Briefes).

Blatt 47^r—59^r: Brief REGIOMONTAN'S an BIANCHINI ohne Datum, aber sicher aus 1464. Unmittelbar anschliessend.

Blatt 59^r—63^r: Brief REGIOMONTAN'S an JACOBUS SPIRENSIS d. d. *Ex Roma die 15 februarii anno 1465°.*

Blatt 64^r—67^b: Brief JACOB'S VON SPEIER an REGIOMONTAN d. d. *Ex Urbino 6^a^ Aprilis 1465* (Blatt 67^r leer, auf 67^b nur die Adresse, das Siegel abgefallen).

Blatt 68^r—73^r: Brief REGIOMONTAN'S an JACOB VON SPEIER *Apud Balneas Viterbienses die* (so!).

Blatt 73^v, 74 und 75 leer.

Blatt 76^r—82^v: Brief REGIOMONTAN'S an CHRISTIAN RODER d. d. *Ex Nuremberga die 4 Iulii anno Christi 1471.*

Auf Blatt 83^r steht die Notiz: *δὲ τόν χϱιςτανὸν ἐϱφοϱδιαῖον.*

Die Handschrift REGIOMONTAN'S und JACOB'S VON SPEIER ist sehr leicht lesbar, dagegen befleissigt sich BIANCHINI einer sehr schlechten Schrift.

Der Briefwechsel ist schon einmal herausgegeben worden.

In dem Buche: CHRISTOPHORI THEOPHILI DE MURR *Memorabilia Bibliothecarum Publicarum Norimbergensium et Universitatis Altorfinae. Pars I. Cum VIII Tabulis Aeneis. Norimbergae, Sumptibus Iohannis Holschii. M.DCC.LXXXVI.* umfasst diese Ausgabe S. 74—205. Sie ist jedoch nicht vollständig. In den beiden ersten Briefen sind lange Abschnitte weggelassen. Ausserdem aber sind alle Rechnungen, welche REGIOMONTAN über seine Aufgaben und die seiner Korrespondenten geführt hat, nicht mit aufgenommen. DE MURR hat auch viele Abkürzungen nicht verstanden. So löst er $\widetilde{qn}$ = *quando* stets mit *quum* auf, einer Form dieses Wortes, die zu REGIOMONTAN'S Zeiten überhaupt nicht bekannt war. Ebenso heisst bei ihm $\widetilde{qm}$ = *quoniam* immer *quum*. *Scilicet* hat er fast immer, wo es als Kompendium geschrieben ist, mit *seu* wiedergegeben u. dgl. mehr.

In dem ersten Briefe BIANCHINI'S hat er die Orthographie dieses Mannes vollständig verändert. BIANCHINI schreibt in diesem stets nach italienischer Art mit verdoppeltem Konsonanten, also z. B. *subtilli* statt *subtili, ellapsis* für *elapsis,* selbst *Cardinallis* für *Cardinalis:* alle diese Eigenthümlichkeiten sind verwischt, und der Brief ist in der Orthographie des 18. Jahrhunderts abgedruckt worden. Wie oft durch falsche Lesung der Sinn der Worte unverständlich geworden ist, eine gestellte Aufgabe oft einen ganz andern Sinn erhält, als REGIOMONTAN es beabsichtigt hat, wird man bei einer Vergleichung unseres Textes mit dem DE MURR'S leicht finden. Seine Abweichungen von dem hier folgenden Wortlaute unter dem Texte anzugeben habe ich aber für überflüssig gehalten, da sie ja nur auf falscher Lesung der Originalhandschrift beruhen.

Die hier zum ersten Male veröffentlichten Originalrechnungen REGIOMONTAN'S dürften von hohem Interesse sein. Sie geben Beispiele zu seinen *libri quinque de Triangulis,* zeigen aber auch, dass er im vollen Besitze der Algebra gewesen ist.

Die Anordnung der Gleichungsauflösung ist dabei völlig modern und entbehrt selbst des Gleichheitszeichens nicht, für das er einen längern Horizontalstrich verwendet. Die Bezeichnungen für die Unbekannte und deren Quadrat sind ℞ = *res* und c̸ = *census,* die für *res* geht manchmal selbst in eine solche über, dass man sie für x halten könnte. Dass er auch das Restproblem, die Regel Ta-yen der Chinesen, vollständig beherrschte, sowie unbestimmte Gleichungen ersten Grades mit zwei und drei Unbekannten zu lösen verstand, ist ebenfalls aus dem Briefwechsel klar; ob er die unbestimmten Diophantischen Aufgaben zweiten Grades, welche er seinen

Korrespondenten stellt, mehr als durch Probieren lösen konnte, ist zweifelhaft, aber nicht ganz unmöglich. Auch unter den geometrischen und stereometrischen Aufgaben und denen aus der Mechanik sind manche höchst beachtenswerthe. Ich mache darunter nur aufmerksam auf die beiden Maximumaufgaben, die Aufgabe über die Entfernung der Mittelpunkte des ein- und umbeschriebenen Kreises eines Dreiecks, diejenige über die schiefe Ebene, vor allem aber auf die Behandlung der Aufgabe, in einen gegebenen Kreis ein Sehnenviereck einzubeschreiben, dessen Seiten in gegebener Proportion stehen. Ich habe an der betreffenden Stelle den Gedankengang REGIOMONTAN'S klar zu legen gesucht.

Soweit es mir möglich war, habe ich durch Anmerkungen den Briefwechsel sowohl, als die uns aufbewahrten Rechnungen völlig zu erklären gesucht. Die Vergleiche der in den Rechnungen benutzten Sinus mit einer gedruckten Sinustafel des REGIOMONTAN ist mit der den *Tabulae directionum profectionumque* angehängten Tafel gemacht worden, derjenigen, welcher sich zu damaliger Zeit der Verfasser allein bedienen konnte.

GIOVANNI BIANCHINI war Hofastronom des Herzogs von Ferrara. Weder das Geburts- noch das Todesdatum ist bekannt. JACOB VON SPEIER war in ähnlicher Weise Hofastrolog des Fürsten von Urbino. Sonst ist über seine Lebensumstände überhaupt nichts bekannt. CHRISTIAN RODER endlich war Professor der Mathematik an der Universität Erfurt. Er stammte aus Hamburg und war in dem Jahre, in dem REGIOMONTAN an ihn sich wendete, Rektor dieser Hochschule. 1463 war er Dekan der Artistenfakultät: *Factum est A. 1463 Examen 80 Magistrorum sub Decano M. Christiano Roder de Hambork in Quadragesima* citiert DOPPELMAYR in seinem Werke über die Nürnbergischen Mathematiker und Künstler S. 6, Note hh nach der *Matricula sive Catalogo Universitatis Erfordiensis A. 1463.* Aus dem Briefe REGIOMONTAN'S selbst geht hervor, dass RODER auch Die Amplonianische Büchersammlung zu verwalten hatte. Weitere Notizen über ihn besitze ich nicht.

In Bezug auf die Anordnung der Rechnungen bemerke ich schliesslich noch, dass die bei mir den Zahlen nebengeschriebenen Bedeutungen derselben bei REGIOMONTAN unter diese gesetzt sind, weil er die Quartseite in je vier Kolonnen getheilt hat, so dass neben denselben der Platz gemangelt hätte. Wenn ich z. B. habe drucken lassen:

$$\overline{23} \cdot 33' \, 30'' \text{ arcus } hz; \quad 23\,881 \text{ sinus } hz,$$

so sind diese beiden Angaben ebenfalls nicht neben- sondern untereinander angeordnet. Ich glaubte der bessern Übersicht halber so verfahren zu sollen, wie ich es gethan habe. Dass auch die Multiplikationen und Divi-

sionen sowie die Wurzelausziehungen nicht, wie bei mir vielfach geschehen ist, nebeneinander sondern untereinander bei REGIOMONTAN angeordnet sind, brauche ich wohl nicht erst zu sagen. Die algebraischen Rechnungen aber sind so angeordnet, wie ich sie habe abdrucken lassen.

Auch hier eine deutsche Übersetzung beizugeben, hielt ich für inoportun. Sie würde gegen die Frische und Originalität der Briefe selbst so sehr abstechen, dass sie den Eindruck derselben sehr abschwächen würde, ohne dass sie das Verständnis beträchtlich beeinflussen könnte.

I.

Regiomontan an Giovanni Bianchini.

17 (7)[a] | Ad Io. Blanchinum Ferrariensem.

Non mireris, vir optime, si tardius, quam oportuerit, tue interrogationi respondeam. Quid enim moram hanc peperit, prius paucis dabo, deinde vero problema tuum pulcrum et subtile solvere conabor. Magistro Christophoro[1]), virtutum tuarum clamatori et sedulo predicatori, forte uno die obviam venio Rome domum iturus. Is ubi me vidit, salutem optat et interrogationem tuam in cartula offert. Accipio eam ita, ut decuit, hilari animo digna cum reverentia, tanquam indicium tue erga me benivolentie atque fiducie; lego eam et polliceor me responsurum, tametsi ingentem pre se ferret difficultatem. Quis enim tam magistrali interrogato satisfaciet, nisi magnam astronomie partem transcurrat? Discedo igitur a Magistro Christoforo, et domum veniens mox rationibus astronomicis incumbo, ut nodum hunc tuum tam subtilem quam implicatum resolvam. Nihil gratia dei occurrit, quod antehac non decies aut amplius contrectaverim. Responsione itaque exacta reliquum erat, ut epistolam quoque ad te super hac re scriberem. Sed nocte superveniente prohibeor, nam et punctatio problematis tui admodum serotina erat. Die ergo sequenti de more dominum meum Reverendissimum[2]) ad palatium Pape cum carioris suis cappellanis comitor, cumque ibi, ut assolet, operirer, insperato dominus meus pronunciatur legatus ad Venetias. Arbitrabar igitur, cum ad Venetias eundum est cum domino meo, ad Ferrariam etiam me venturum, et non modo litteris, sed et ore tibi responsurum. Cupiebat preterea dominus meus Reverendissimus te, tantum philosophum, videre, nam antehac fama solum et testimonio meo creberrimo te cognovit. Sed in itinere rumor venit, pestem invasisse civitatem, quamobrem preterire decrevit dominus meus Reverendissimus.

---

1) Später von Bianchini als Christophorus Briscensis erwähnt, was doch wohl „*aus Brescia*" heissen soll.

2) Gemeint ist Kardinal Bessarion, bei dem Regiomontan als Sekretär bedienstet war.

Igitur, etsi non e Roma neque in Ferraria, ex Venetiis tamen, que me nunc tenent, responsum accipias meum, quod si bene se habeat, iudicio tuo relinquetur. Nam in hisce rebus tibi cedere non modo non pudet, verum etiam glorie datur, tantum habere preceptorem. Erat autem interragotionis tue tenor ille.

| Die V^{to} Aprilis 1463 nocte sequenti hora 2 minuto 25to horologii, dum quedam stella mihi ignota esset in linea meridiana, Ferrarie, cuius latitudo est gradus 44 minuta 45 secunda 4, longitudo vero ab occidente habitato gradus 32, accepi ipsius altitudinem ab orizonte, et ipsam inveni gr. 39 mi^{ta} 16: quero autem locum ipsius stelle in zodiaco tam per longitudinem quam per latitudinem ab ecliptica, nec non arcum diurnum ipsius, seu moram ipsius supra terram. 17(7)[b]

Respondendo sic procedo. Datus est mihi quintus dies Aprilis anni 1463[i] currentis cum ceteris ad hanc rem necessariis, ad cuius meridiem invenio motum Solis verum $0 \cdot \overline{24} \cdot 10' \cdot 8''$, declinationem eius septemtrionalem gradus 9 minuta 25 fere. Utor enim declinatione maxima Solis usitata $\overline{23} \cdot 33' \cdot 30''$, unde et propter latitudinem notam cocludo dimidium argumentum diei huius super diem equalem esse gradibus quidem equinoctialibus $\overline{9} \cdot 28'$, in tempore autem minuta 38 unius hore equalis. Tempus igitur semidiurnum est hore 6 minute 38. Cumque instans considerationis tue fuerit horis duabus minutis 25 horologii peractis, videlicet ab occasu, additis eis ad tempus semidiurnum colliguntur hore 9 minuta 3, et hoc tempore a meridie computato fuit consideratio tua. Est autem motus Solis verus in tanto tempore minuta 22 secunda 1, quare ad tempus considerationis verus motus Solis est $0 \cdot \overline{24} \cdot 32' \cdot 9''$. Ex loco itaque Solis et distantia eius a meridiano cognitis medium celum constat punctus videlicet et terminans gradus 6 et minuta 41 de Virgine. Stella igitur tua mediabat celum cum $\overline{6} \cdot 41'$ Virginis. Subtraho deinde $\overline{39} \cdot 16'$ altitudinis stelle meridiane ab altitudine equinoctialis, quam oportet esse propter tuam ypothesim $\overline{45} \cdot 14' \cdot 56''$; manet $\overline{5} \cdot 58' \cdot 56''$, et tanta est huius stelle declinatio meridionalis. Habito igitur principio mediatoris celi et declinatione huius stelle, videor esse perductus ad hoc problema: Dato puncto, in quo stella quevis celum mediat, declinatione quoque eius perspecta locum eius verum in ecliptica latitudinemque ab eadem et cetera perspicere. Quod quidem et pluribus quam talibus viis solvendi sit potestas, inpresentiarum tamen vestigiis Ptolemei clarissimi adherebo, per figuram sectoris videlicet, quicquid vincto opus est, enitendo.

| Revera hic primum apparet interrogati tui profunda subtilitas. Nam quocumque pacto figuram aptaverim, quatuor dumtaxat quantitates note occurrant. Oportet autem frequenter, quemadmodum perfectissime novisti, 18(8)[a]

quinque earum notas haberi, si sextam suscitari voluerimus cognitam. Sed hoc non obstante auxilio venit mihi conclusio quedam PTOLEMEI in capitulo 12° dictionis prime, cuius hec est intentio. Si arcus quidam in duos secetur, fueritque proportio sinus unius arcus ad sinum alterius sectionum rogata, reliquumque partialis arcus datus, totus quoque arcus et inde ambe sectiones inde nascentur.[1]) Mallem profecto tibi ostendere figurationem et numeros, quos hac in re notatos habui, quam multa tamquam somnia litteris intimare. Ut igitur ad metam provehamur, ne longis ambagibus detinearis, ex datis numeris, quos supra rememoravi, et conclusis meis dico stellam quidem esse in gradibus 12 minutis 25 Virginis, latitudinem autem habere meredionalem g̃ 13 m̃ 59. Tandem quoque arcum diurnum ipsius g̃ 168 m̃ 4 reperio.

Videor itaque interrogato tuo satis respondisse. Nunc reliquum est, ut id examines. Examinabis autem multo facilius, quam ego responderim, quod si differentiam a vero offenderis in minuto uno aut duobus, sciet sagacitas tua, multitudine numerorum sese multiplicantium atque dividentium id accidere debuisse. Nam in divisionibus rarissime tollitur totus dividendus, unde et multiplicationes, si que fiunt per numeros quotientes, deficere aut abundare necesse est; sed et in arcubus per sinum et e converso reperiendis nonnumquam a vero receditur. Hec et alia non dubito in excusationem meam, si opus fuerit, accomodabis. Vellem brevius dixisse, si res ipsa sineret. Si quid igitur superfluum te offenderit, pro modestia tua equo animo laturum te supplico. Hoc postremum unum oro, ut quam citius poteris, litteras tuas desideratissimas ad me mittas ea cum lege, ut fama virtutum tuarum me comparabis predicatorem, atque ut materia ad me scribendi habeas propono tibi cum omni reverentia quedam problemata atque interrogata, ad que digneris aliquid respondere. Nihil autem eorum ab interrogatu tuo alienum est; omnia enim de stellis finis et earum passionibus sonant. Postea vero quam videbo litteras tuas, de aliis rebus novis atque predictis, quas fortasse vidisse olim iuvabit, disseremus.

18(8)[b] | 1. Est quedam stella in medietate zodiaci descendentis, videlicet qui est inter caput Cancri per Libram et caput Capricorni, cuius declinatio septemtrionalis est g̃r 35 mi[ta] 17, latitudo autem septemtrionalis g̃r 20 minuta 49: quero locum eius verum in ecliptica, et cum quo puncto eius celum

---

1) REGIOMONTAN dürfte die Übersetzung des GHERARDO CREMONESE benutzt haben. In der Ausgabe *Venetiis* PETER LICHTENSTEIN *1515* steht der betreffende Satz auf Blatt 10[a], l. 6—13. In der HEIBERG'schen Ausgabe steht er S. 73, 11 u. ff. Freilich kannte REGIOMONTAN auch das griechische Original, das PEURBACH und er ja auf Anregung BESSARIONS übersetzen sollten.

mediet. Suppono autem declinationem Solis maximam g̃ 23 mi^{ta} 30, quemadmodum nostro tempore per instrumenta deprehenditur.

2. Est quedam stella in g̃ 9 minutis 15 Leonis solita mediare celum cum g̃ 20 mi^{tis} 37 Virginis: quero, quanta sit eius latitudo et quanta declinatio. Facile.[1])

3. Dum irem Venetias hoc anno 1463 in loco, cuius latitudo g̃ 34 mi^{ta} 19, longitudo vero ab occidente habitato g̃ 33 mi^{ta} 48, notavi quandam stellam fixam in nocte, que sequitur diem 17^{m} Iulii, que quidem oriebatur hora tertia minutis 25 noctis, mediabat autem celum hora 7ma minuto 38: quero locum eius in ecliptica, punctum mediationis celi, item declinationem eius et latitudinem.

4. Dum essem in loco, cuius latitudo ignota mihi erat, die 13° Iulii hora tertia noctis, vidi quandam stellam, cuius altitudo ab orizonte erat 39 g̃r, distabat autem a meridiano versus orientem per spatium duarum horarum, itemque ab eodem meridiano per 37 g̃r circuli orizontis, quos vocant gradus azimuth: quero locum huius stelle et latitudinem regionis etc.

5. In Venetiis, quarum latitudinem pono nunc g̃r 45, longitudinem autem ab occidente g̃ 31 mi^{ta} 45, hora tertia mi^{to} 38° noctis, que sequitur diem nonum augusti de anno 1463°, notavi quandam stellam fixam, cuius declinationem septemtrionalem alias deprehendi g̃r 13 mi^{ta} 25, altitudinem autem eius supra orizontem in hac consideratione inveni g̃ 50 et mi^{ta} 19, et erat stella in parte orientali hemispherii: quero locum eius in ecliptica et punctum mediationis celi cum latitudine eius.[2])

Hec pro nunc sufficiant. Habeo enim multa alia de eisdem passionibus stellarum fixarum, que, si velis, posthac transmittam, ne prime littere mee fastidium tibi pariant. Studeo namque quam minimum tibi molestus esse, maxime autem morem gerere atque laudi tue, que plurima habetur, locum dare. Hoc faxis, iterum atque iterum obsecro, tempestivas ad me scribe litteras, sic enim nuncio non parum conplacemur. Domino Magistro Petro Bono[3]) commendatus humiliter esse velim. Vale feliciter mei memor.

Ex Sancto Georgio in Venetiis, die XXVII Iulii anno LXIIj°

Tuus in omnibus

Joannes Germanus, ℞^{mi} dñi

Cardinalis Niceni Legati familiaris.

---

1) Diese Bemerkung dürfte wohl in dem wirklich abgesendeten Briefe nicht gestanden haben.

2) In dem Konzepte ist diese Aufgabe nachträglich hinzugefügt und von Bianchini in der später abgedruckten Antwort nicht erwähnt, so dass sie bei der Reinschrift des Briefes wahrscheinlich unterdrückt wurde.

3) Gemeint ist Pietro Buono Avogario, der zu jener Zeit ebenfalls in Ferrara lebte. Vgl. Riccardi, *Bibl. Math. Italiana* I, 61—62.

Es findet sich vollständig durchgerechnet das Beispiel, welches Bianchini an Regiomontan sandte. Diese Rechnungen theile ich hier vollständig mit.

19 (9)[a], col. 1.

| Ioannes de Blanchinis querit:

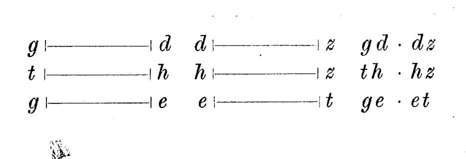
Die quinto Aprilis 1463 nocte sequenti hora 2 minutis 25 horologii, dum quedam stella mihi ignota esset in linea meridiana Ferrarie, cuius latitudo est $\overline{44} \cdot 42' \cdot 4''$, longitudo vero ab occidente habitato gradus 32, accepi ipsius altitudinem ab orizonte, et ipsam inveni $\overline{39} \cdot 16'$: quero autem locum ipsius stelle in zodiaco tam per longitudinem quam per latitudinem ab ecliptica, nec non arcum diurnum ipsius seu moram ipsius supra terram.

$\overline{31} \cdot 30'$	longitudo Vienne
$32 \cdot 0$	longitudo Ferrarie
$0 \cdot 30$	differentia longitudinum
$\overline{19} \cdot 1' \cdot 14''$	
$29 \cdot 31 \cdot 19$	
$28 \cdot 42 \cdot 29$	
$4 \cdot 55 \cdot 42$	
$22 \cdot 10 \cdot 44$	media stella
$\overline{0} \cdot 37' \cdot 7''$	
$4 \cdot 38$	
$5 \cdot 44$	
$2 \cdot 16$	
$0 \cdot 49 \cdot 45$	aux stelle
$21 \cdot 20 \cdot 59$	ortus stelle
$\overline{1} \cdot 59' \cdot 41''$	
$1 \cdot 58 \cdot 52$	
$0 \cdot 49$	
$20 \cdot 52$	
17	pars proportionalis[1])
$1 \cdot 59 \cdot 24$	Ascensio stelle *a*
$0 \cdot 22 \cdot 10 \cdot 44$	
$0 \cdot 24 \cdot 10 \cdot 8$	verus motus stelle ad 5m Aprilis

1) D. i. der 60. Theil von 20′52″.

$\overline{9} \cdot 21' \cdot 20''$
$9 \cdot 43 \cdot 28$
$22 \cdot 8$
$10 \cdot$
$3 \cdot 41$ pars proportionalis *a*.[1])
$9 \cdot 25 \cdot 1$ declinatio stelle septemtrionalis.

$\overline{44} \cdot 45' \cdot 4''$	latitudo regionis *dz*;	42242	sinus *dz*,	} [2]) col. 2.
$45 \cdot 14 \cdot 56$	complementum latitud. *dg*;	42610	sinus *dg*,	
$9 \cdot 25 \cdot 1$	declinatio stelle septemtr. *th*;	9817	sinus *th*,	
$80 \cdot 34 \cdot 59$	complem. declinat. *hz*;	59191	sinus *hz* (Fig. 1).	



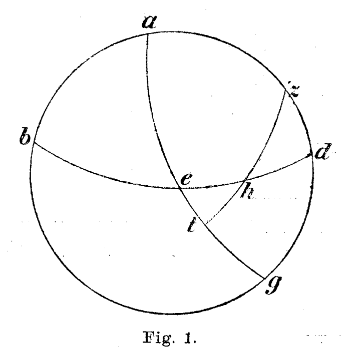


Fig. 1.

```
   42242              11
    9817             139
  295694            37191
   42242           311742        | 9
  337936          5629249        | 7
 380178          414669714       | 3
 414689714       426100000       | 2
                  426111
                   4266
                    42
```

```
                       5
                     2467
                    33922
                   1484878       | 9
   9732            5192989       | 8
      60000       132211245      | 6      col. 3.
 583920000        583920000      | 5
                  59191111
                   591999
                    5911
                     59
```

1) Der 60. Theil von $22' 8'' \times 10$. 2) Es ist hier jedesmal $\frac{12 \cdot 4}{60} = 1$ gesetzt.

9865 sinus arcus *et*; $\overline{9} \cdot 28'$[1]) arcus *et*, et est dimidium augmentum diei huius ad diem equalem.

$6^{ho} \cdot 38^{ma}$ tempus semidiurnum.
2 · 25
9 · 3 tempus considerationis, ut proponit a meridie computandus.
0 · $\overline{0}$ · 2′ · 26″ motus stelle in hora.
9 · 3 ·
18 · 54
3 · 6
1
22 · 1 motus stelle verus in horis distantie a meridie.
0 · 24 · 10 · 8
22 · 1
0 · 24 · 32 · 9 verus motus stelle hora considerationis.

col. 4. | 112 · 12
113 · 8
30 Pars proportionalis *a*.
112 · 42 Ascensio recta stelle.
9 · 3
15 ·
135 · 45
248 · 27 Ascensio recta medii celi.
$\overline{247}$ · 48′
248 · 27
248 · 45
6 · 41 ♍ medium celi

Stella igitur mediabat celum cum $\overline{6}$ · 41′ Virginis.
$\overline{45}$ · 14′ · 56″
39 · 16 ·
5 · 58 · 56 delinatio huius stelle, et est meridionalis
9 · 21 · 20
8 · 59 · 3
22 · 17
41 ·
13 · 40
1 · 22
14 pars proportionalis *s*.
15 · 16
9 · 6 · 4 declinatio puncti ecliptice, cum que stella ipsa celum mediat.

1) Nach Regiomontan's Tafel ist sie 9°28′ = 9868.

| Sit ah medietas equinoctialis, bd medietas ecliptice, h polus mundi meridionalis, z polus ecliptice, o stella habens declinationem meridionalem oh (Fig. 2). 19 (9)[b], col. 1.

$hz \cdot za$ $\quad$ $az \cdot zh$

$ho \cdot ol$ $\quad$ conversim $\quad$ $lo \cdot oh$

$lk \cdot ka$ $\quad$ $ak \cdot (kl) \cdot x$.

$ak \cdot kl$
$az \cdot zh$
$oh \cdot lo$

Sit ak ad x ut az ad zh; igitur ak ad kl componitur ex duabus, scilicet ak ad x, hoc est az ad zh, et x ad kl, hoc est oh ad lo.

Neuter autem arcuum ak et kl notus est, omnes tamen alii quatuor noti sunt. Multiplicabo igitur sinum az in sinum dh, et proveniat p; porro zh in lo, et proveniat s. Constat p ad s proportionem esse | sicut col. 2. sinus ak ad sinum kl, cumque residuus arcus al sit notus, erit consequenter kl notus, et ideo totus arcus ak. Prolixa erit operatio.

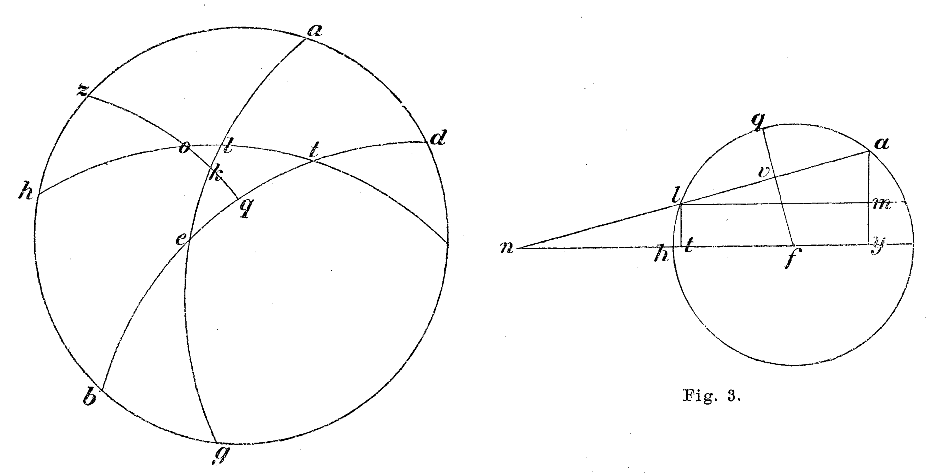


Fig. 2. Fig. 3.

$\overline{23} \cdot 33' \cdot 30''$ arcus hz; 23981 sinus hz,
66 · 26 · 30 arcus az; 54999 sinus az,
5 · 58 · 56 arcus ol; 6253 sinus ol,
84 · 1 · 4 arcus ho; 59673 sinus ho.

```
     59673
     54999                       23981
    537057                        6253
   537057                        71943
  537057                       119905
 238692                        47962
298365                       143886
3281955327 terminus antecedens   149953193 terminus consequens.
 149953193
3132002134 differentia terminorum, et est linea am (Fig. 3).
```

$\overline{248} \cdot 27'$
180 ·
68 · 27 Arcus *al*

col. 2.

| 34 · 13 · 30 arcus *aq*

33746 sinus *aq*
33746
67492 corda *al*.

3132002134 · 149953193
67492 /

149953193
67492
299906386
1349578737
599812772
1049672351
899719158
10120640901956

1
41 17
19524 4781
7283725932 | 3
1834234619132 | 2
1012064090195 6 | 3
3132002134444 | 1
31320021333
313200211
312002

3231 linea *ln*
33746
36947 linea *vn*

$\overline{34} \cdot 13' \cdot 30''$
55 · 46 · 30 complementum arcus *qa*
49610 linea *vf*.

col. 4.

36977
36977
258839
258839
332793
221862
110931
1367298529 quadratum *vn*,
2461152100
3828450629 quadratum *fn*.

| 49610
49610
496100
29766
44649
19844
2461152100 quadratum *vf*.

1	
36	
2678	
38817	6
11126395	1
227818763	8
3828450629	7
1 2 2 6 4	4
1 2 3 7	
1 2 3	
1 2	

| 61874 linea *fn*.

20 (10)[a] col. 1.

$$\frac{61874 \cdot 36977}{60000}$$

36977
60000
2218620000

1	
3 3	
4 4	
548 9	
34335	3
572941	5
36243738	8
484554812	5
2218620000	7
618744444	
6187777	
61888	
611	
6	

35857 sinus arcus *kg*[1]; $\overline{36} \cdot 42'$ arcus *kg*,
34 · 13
2 · 29 arcus *kl*,
68 · 27
70 · 56 arcus *ak*,
19 · 4 arcus *ek*,
17 · 35 arcus *eg*.
30 · 0
12 · 25.

Igitur stella est in $\overline{12} \cdot 25'$ Virginis.

1) In Regiomontan's Tafel ist sin 36°42′ = 35858.

Nunc pro latitudine stelle, scilicet arcu *oq* (Fig. 4).

col. 2.

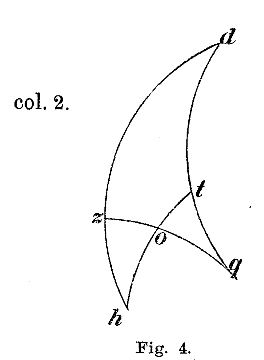


Fig. 4.

hd · dz		*zd · dh*
ht · to	conversim	*ot · th*
oq · qz		*zq · (qo)*

| 54999 sinus *dh*

$\overline{9} \cdot 6' \cdot 4''$
5 · 58 · 56

15 · 5 · 0 arcus *ot*; 15613 sinus *ot*
9 · 6 · 4

80 · 53 · 56 complentum arcus *ht*; 59245 sinus *th*
60000 sinus *zq*

54999	3	
15613	4	
164997	262	
54999	573	
329994	16893	1
274995	2526355	4
54999 [1])	23948137	4
21 3	36624373	9
85869 | 9387	858699387	4
14311	592455555	
14312	5924444	
	59222	
	599	
	5	

14494 sinus arcus *oq*; $\overline{13} \cdot 59'$ arcus *oq* [2])

Hic arcus est latitudo stelle meridionalis quesita.

Examinabo.

col. 3.

ha · az	| totus *ha · az*
hl · (lo),	*ok · kz*
ok · kz	totus *hl · (lo)*

Igitur *kz* ad *ok* ut *az* ad *lo*.

1) Hier hat Regiomontan erst durch den *Sinus totus* statt durch sin *th* dividiert, die falsche Division aber zu tilgen vergessen. Die Art der Division durch 60000 ist in ihrer Art sehr bemerkenswerth. Da der Rest grösser als die Hälfte des Divisors ist, so wurde die letzte Ziffer des Quotienten um eine Einheit vergrössert.

2) 14494 ist vielmehr nach Regiomontan's Tafel der Sinus von 13° 57', dagegen sin 13° 59' = 14498.

19 · 4′ arcus *ek*
7 · 28 · 34
7 · 51 · 25
22 · 51

4
1 · 28
a
3
1 · 31

7 · 30 · 5 arcus *kq*
13 · 59

6 · 29 arcus *ok*; 6775 sinus *ok*
90 ·
7 · 30

82 · 30 arcus *kz*; 59487 sinus *kz*
66 · 26 · 30 arcus *az*; 54999 sinus *az*

59487 · 54999
6775 /

54999
6775
274995
384993
384993
329994
372618225

7
2
231
792
38991
36144
679864
18236864
372618225
59487777
594888
5944
59

6
2
5
3

6253 sinus declinationis stelle. Satis est.

| Nunc pro arcu diurno stelle huius (Fig. 5). col. 4.

42610 sinus *ab*,
ab · *bz* 42242 sinus *bz*,
th · *tz* 6253 sinus *th*,
ae · (et) 59637 sinus *tz*,
60000 sinus *ae*.

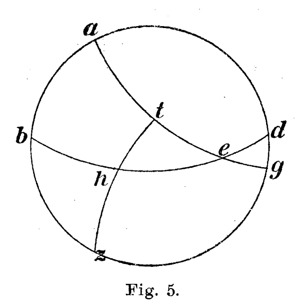


Fig. 5.

```
                    342
     6253           467
    42242           685
    -----         42334
    12506        184145    6
   25012        2257834    1  1)
  12506       264139226    9
 12506        426100000    8
25012            426111
---------          4266
264139226            42
```

```
                      7
                      8
                    159
                   1477
                  29998
  6198           316726    6
     60000       498837    2
---------      17322414    3
371940000     371940006    2
               59673333
                 596777
                   5966
                     59
```

20(10)[b] col. 1. | 6233 sinus arcus *et*; $\overline{5}$ · 58′ arcus *et*[2])

84 · 2′.

84 · 2

168 · 4 arcus diurnus stelle.

Die Antwort Bianchini's auf diesen Brief ist ebenfalls vorhanden. Sie hat v. Murr nur auszugsweise abdrucken lassen, und er hat die Orthographie Bianchini's sehr verändert. Letzterer liebt es, die einfachen Consonanten zu verdoppeln. So schreibt er z. B. *cellum* für *celum*, *subtilli* für *subtili* u. dgl. Ich lasse auch diesen Brief hier folgen, drucke dann die Antwort Regiomontan's ab und füge am Ende die Rechnungen des letzteren hinzu, welche sich auf diese beiden Briefe beziehen.

---

1) Hier ist die Vergrösserung der letzten Ziffer um eine Einheit unterblieben, während sie in der nachfolgenden Division wieder geschehen ist.

2) Nach Regiomontan's Tafel ist sin $5^0 58' = 6237$.

II.

Giovanni Bianchini an Regiomontan.

| $\widetilde{Y + S}$ Xpus Maria
1463, die 21 Novembris.[1])

Blatt 11(1)[a]

Hiis diebus ellapsis apportate mihi fuerunt litere vestre, quas certe non parum gratissimas habui tam ex vestra subtilli et vera terminatione interrogatorio meo, quam, que per ipsas comprehendo, ad noticiam ℞[mi] in xp̃o patris et amici communis nostri D. Cardinalis Niceni, cui certe ex corde desidero commendatum esse, tam ex sua profundissima sciencia, cuius fama per totum orbem vollat, quamque ex sua benignissima humanitate et erga me benevollentia, dum ab Illustri olim D. meo dño Leonello missus fuissem anno Iubillei ad Dominationem suam pro facto monetarum, factaque certa congegratione civium et ex animata canna, voluitque me ad prandium cum Dominatione sua esse. Ex quo semper me ℞me Dominationi sue obligatum esse reputo, cui me et mea supplico, quod inter numerum servitorum suorum me poni faciat et in memoria habeat.

Examinavi dilligens responsiones vestras et conclusiones interrogatorii mei, quas scienter et recte terminastis. Vidi etiam quatuor observationes per vos, ut dicitis, factas de alliquibus stellis fixis in diversis locis et temporibus, quibus brevi interllogo quam potero, ipsas terminabo. Et quia a | magistro Cristophoro Briscensi nostro pluribus mensibus ellapsis habui, quod nobis accomodauit tabullas meas[2]), puto vos forte habere copiam vobiscum, quod mihi valde gratum esset, quia summopere desidero, illas ad manus peritorum, ut vos estis, perveniant. Et ideo, ut vos in praticha operationis tabullarum mearum secundum doctrinam canonum operationes meas comprehendatis, conclusionesque meas per tabullas approbando describam, manifestum est, quod, si per latitudinem stellę declinatio invenitur, etiam per operationem conversam per declinationem latitududo(!) invenietur: Sapienti paucha sufficiunt.

11(1)[b]

Et si responsiones meas ad literas vestras in longum deductę sunt, veniam quesso. Nam de mense iunii causa evitandi dubium pestis huc cum tota famillia mea ad possessiones meas applicavi(!) ubi ex mandato Illu-

---

1) Diese Notiz ist von Regiomontan's Hand.

2) Die hier erwähnten Tafeln sind handschriftliche, da die erste Ausgabe derselben erst 1495 (nicht, wie bei Riccardi verdruckt ist, 1459) erschienen ist. Der Titel ist: Tabularum Ioannis | blanchini canones. Am Ende: Impreſſū itaqꝫ Solertia ꝛ cura nō | mediocri Symōis biuilaque papiē|ſis āno 1495 die 10 Iunii. Venetiis. 344 Blatt 4° ohne Numeration mit den Signaturen A—C, a—z, ꝛ, ɔ, ♃, A—O.

strissimi D. mei Ducis data est mihi cura totius istius pollicini, ipsum totis viribus a contagione pestis conservando. Ubi per me posti sunt custodes in locis opportunis, ut alliqui venientes a locis suspectis huc non applicent, nec aliqui in polliceno huius habitantes ad loca suspecta acce- 12(2)[a] dant absque licentia, condonando et puniendo | deliquentes, ex quibus non parum extraticii incurit. Sed ultra hoc, quasi omnes de famillia mea ac etiam spectabilis D. ANNIBALLIS DE GONZAGA, gener meus, passi sunt febribus sicis, multi convicini passi sunt. Et consors mea a tribus mensibus citra et ad de presenti a quartana retinetur, et ego quidem, ab aliquibus diebus citra et de presenti a febribus passus sum. Spero tamen ab ipsa in brevi liberari. Et similliter fillia mea, uxor D. ANIBALLIS, a febre, a qua patitur, liberabitur, dato quod a gravissimo periculło evassa sit. Spero tamen, domino concedente cum securitate, alias et sepe nobiscum confere. Nec vobis molestum erit, dubia vestra mihi patefacere, nam non tantum utille, sed necessarium est, stelle fixe verificare, et me ad tallem prathicam in loco isto personaliter cognosco negligentem.

Feci propter hoc instrumentum demonstrans altitudinem stellę per g̃ · m̃ · 2̃, cuius puto vidistis compositionem et operationem in canonibus tabullarum mearum de primo mobilli, cum quo operari potest in stellis. Sed ego in hoc parum excercere possum.

Videbitis autem decissiones meas ad quessita vestra et approbationes, 12(2)[b] quas subiunxi | ex canonibus et tabullis meis de primo mobilli extractis[1]) et operationes tabullarum magistrallium per me compositarum, et si non vidistis, videbitis in quanta brevitate reducitur calchullus, et non dubitetis, quod omnia demonstravi in libro florum almagesti.[2]) Reduxi enim denominationes sinuum ad numeros discretos propter abbreviationem et facillitatem calchulandi. Si vero illud non habetis illic, scilicet Tabullas meas de primo mobilli, sunt alliqui, qui Venetiis illę habent, et specialiter Egregius Magister ALLEXANDER BOROMEI, artium et medicine Doctor, quem non dubito ad requisitionem vestram seu ℞mi D. Cardinallis et Legatis (!) libentissime accomodabit. Et libentissime audirem, quid vobis videtur pro illis; et quid ex ipsis videtur corrigendum, vobis doctissimo, assentiam.

Et prosequendo ad decissionem quessitorum vestrorum in sequentibus accedam.

Primum quessitum est: Quedam stella fixa in medietate zodiaci de- Fol. 21, facie 1.[3]) scendentis, declinatio semptemtrionalis est g̃r 35 m̃ 17, latitudo autem

1) Diese Rechnungen sind jetzt nicht mehr vorhanden.

2) Dieses Werk BIANCHINI's ist Manuskript geblieben und wahrscheinlich völlig verloren gegangen.

3) Diese und die folgenden Randbemerkungen beweisen, da sie von REGIO-

septemtrionalis g̃r 20 m̃ 49: queritur locus eius verus, et cum quo puncto cellum mediat, supponendo declinationem maximam | g̃ 23 m̃ 30 · 2̃ 30, 13(3)[a] sicut ipsum multotiens cum instrumento alias in diversis temporibus consideravi dilligenter.

Respondendo autem dico, stellam ipsam fuisse in g̃ 17 m̃ 37 Leonis, mediavitque cellum cum g̃ 25 · 28 Leonis, quibus correspondent g̃ 147 m̃ 45 assensionum, id est de gradibus equinoctialis.

Secundum quessitum est: Quedam stella in g̃ 9 m̃ 15 Leonis solita mediare cellum cum g̃ 20 m̃ 37 Virginis: queritur, quanta sit eius declinacio et latitudo. Fol. 22, 2a facie.

Dico ipsam esse cum declinatione g̃ 69 m̃ 35, et latitudine g̃ 57 m̃ 25 equinoctialis.

Tertium quessitum est: Observatum est in loco, cuius latitudo est g̃ 43 m̃ 19, longitudo autem ab occidente habitato g̃ 33 m̃ 48 quedam stella fixa in nocte sequentis diei 12 Iulii 1463, que quidem orta est hora 3 m̃ 25 noctis, mediavitque cellum hora 7 m̃ 38: queritur locus eius, punctus mediacionis celli, latitudo quoque, declinatio et arcus diurnus.

Dico stellam ipsam fuisse per longitudinem in g̃ 9 m̃ 39 Piscium, et ortam esse in regione ipsa cum g̃ 18 m̃ 17 Piscium, quibus correspondent g̃ 349 m^a 5 ascensionum, et archus ipsius diurnus fuisse g̃ 126 m̃ 30, cuius medietas est g̃r 63 m̃ 15. Et omnia ista patent per problema(!) vestra alioque inventione veri loci stelle habito loco mediationis celli per figuras sectoris, ut peroptime scitis, inventus est verus locus g̃ 9 m^a 30 Piscium, ut supra. | Hoc facto per locum verum et latitudinem regionis in- 13(3)[b] venta est declinatio stelle g̃ 25 m̃ 4 in partibus etiam meridionali(!).

Per locum autem verum et declinationem appl modo inventi sunt g̃ 18 m̃ 7 Piscium, cum stella mediari cellum, atque per declinationem et latitudinem regionis probatur archum diurnum fuisse g̃ 126 m̃ 30 meridionales.

Ultimum per gradus eclipticos medii celli et archum diurnum ipsius in regione proposita et archum diurnum stelle cum sua latitudine septemtrionali inventum probatum, ascensiones stelle cum sua latitudine fuisse in orizontis g̃ 15 m̃ 50 cum g̃ 28 m̃ 28 Arietis.

Quartum quessitum est: In regione latitudinis 45, longitudinis g̃ 31 m̃ 45, de qua longitudine primo est curandum, quia horis presuponit longitudinem videlicet horis 3 m^{is} 38 noctis, que sequebatur diem 9 Augusti

---

MONTAN selbst herrühren, dass die Foliierung an der obern Seite der Blätter von 11—82 von ihm selbst herrührt, dass er also die Zusammenheftung der Briefe vorgenommen hat.

1463, visa est stella fixa, cuius declinatio septemtrionalis inventa est g̃ 13 m̃ 25, altitudo eius supra orizontem in hac consideratione inventa est g̃ 50 m̃ 19: queritur locus eius verus, punctus mediationis celli et latitudo.

Primo per declinationem datam et latitudinem regionis inventa est horam, qua stella ellevata fuit ab orizonte g̃ 50 m̃ 19, fuisse hora 5 m̃ 3 post ortum ipsius, presupponendo, fuisse, cum qua applicuisset ad lineam meridianam, et hoc presupponendum est. Et quia hoc fuit post ocassum Sollis hora 3 m̃ 38, sequitur fuisse hora 1 m̃ 25 stellam ipsam ortam 14 (4)[a] esse circa ocassum Sollis, que capiunt | de motu equinoctialis g̃ 21 m̃ 15. Sollis autem locus tunc fuit in g̃ 25 Leonis cui desscensiones in regione, quo respondent g̃ 340 m̃ 56. A quibus demtis g̃ 21 m̃ 15, sequitur stellam ortam fuisse cum g̃ 319 m̃ 41 equinoctialis.

Hoc facto per declinationem stelle et latitudinem regionis invenitur, medietatem archus diurni stelle fuisse in regione g̃ 103 m̃ 48, et per consequens differentiam medietatis archus diurni stelle ab equalli fuit g̃ 13 m̃ 48. Qui additi cum asscensionibus, cum quibus stella oritur, que ut supra fuerant g̃ 319 m̃ 41, et hoc, quia archus stelle excedit equalle. Fuerunt ergo ascensiones stelle correspondentes in medio celli g̃ 333 m̃ 29, quibus correspondent de ecliptica g̃ 1 m̃ 26 Piscium cum stella in medio celli.

Hoc facto per figuram sectoris cum adiutorio precedentium, ut novistis, invenivi (!) verum locum stelle fuisse in g̃ 10 m̃ 38 Piscium.

Ultimo cum loco vero et declinatione stelle inventa est latitudo g̃ 22 m̃ 44 in parte meridionali. Per locum autem mediationis celli, videlicet g̃ 1 m̃ 26 Piscium, et archum diurnum ipsius in regione equiparatum cum archu diurno stelle verificabitur locus eius verus g̃ 10 m̃ 38 Piscium.

Et ut videre et examinare possitis facillitatem et brevitatem calculandi cum tabullis et canonibus meis de primo mobilli, mitto vobis seriatim et ordinatim presentis calchullum his scriptis inclussum, per quem apparebantur omnes mee conclussiones et responssiones quesitorum vestrorum, manu mea propria scriptum.[1])

Et si male scriptus est, quod malus scriptor sum et peior pronunciator excussatum me habeatis rogo, quia nunquam preceptorem habui, nec verssatus sum in scollis, sed converssatio mea fuit cum illustribus Dominis Ducibus meis de Domo Estenssis, et adhuc est. Et quicquid sum, semper sum paratus ad mandata ℞mi in xp̃o patris et domini, Domini communis

1) Wie schon oben bemerkt ist, fehlen diese Rechnungen im jetzigen Manuskripte.

nostri Cardinallis Niceni et Legati etcetere, ac etiam ad mandata vestra prumtus ꝛcet Vale.

Ex Fossanova Sancti Gilii, Die XXI° Novembris 1463.

Io. Blanchinis.

| Consideratio in villa Fossanove Sancti Gilii, Ferrariensi districtu. Die 4 Augusti 1463 Sole existente in g̃r 19 m̃ 48 Leonis circa meridiem accepi ipsius altitudinem, quam inveni g̃ 33 m̃ 49: quero oram post ortum ipsius, amplitudinem sui ortus, que est distantia per orizontem ab ortu vero, nec non tunc distantiam umbre ipsius per circulum orizontis usque ad contactum meridiani cum orizonte. 15 (5)[a] Fol. 22, facie 1ª

In quesito vestro secundo et responsione mea inventa est quedam stella in g̃ 9 m̃ 15 Leonis cum latitudine g̃ 57 m̃ 2 septemtrionalis: quero, si per alium calculum declinatio ipsius nota est g̃ 19 m̃ 35, deinde altitudinem ipsius ab orizonte hora 3 m[is] 25 post ipsius separationem a linea meridiana.

Tento, ut me tentetis.

Quero duos numeros proportionales ut 5 ad 8, quorum ad invicem productus equatur aggregationi ipsorum. Fol. 23, prima facie

Item quero de 10 facere duas partes, ex quibus maiorem per minorem divisam deinde minorem per maiorem et divisam, numeros autem cotientes simul iunctos eorum summa sit 25, et hoc gratia colationis. Fol. 23, facie 1ª.

III.

Regiomontan an Giovanni Bianchini.

| Maria. 35 (26)[a]

Io. Germanus ad Ioannem de Blanchinis.

Ingentes vobis habeo gratias, prudentissime atque doctissime vir, qui litteras meas ita humaniter suscepistis, ac si grande aliquid sive novi sive utile advexerint, quorum profecto neutrum in eis apparuit. Novi enim nihil attulerunt, cum questiones meas vobis propositas iam dudum tanquam usitatas valde habueritis, neque quicquam utilitatis. Quid enim profuit, more meo vestre respondisse interrogationi, cum longe facilius eam decidere liceat per tabulas vestras, quas de primo mobili contexuistis, quas equidem Rome Magister Christoforus mihi comodavit? Utinam ego copiam earum fecissem! Eas summopere et laudandas censeo et omnibus studiosis publicandas, quod breviter atque facillime, quidquid de primo mobili queritur, expediant. Non licuit autem hactenus earum exemplum comparare conditione mea moderna id agente, nam voluntas mea ex imperio Domini mei

℞mi pendere debet, cui serviendum est. Quo fit, ut minus libito studiis adherere possim, libros quoque quoslibet copiare. Curabo tamen, si possibile fuerit, eas vestras tabulas videre saltem nunc Venetiis, nisi mgr ALEXANDER[1]) ab humanitatis officio alienus sit, in eis me plurimum oblectabo et dignitatem earum domino meo ℞mo, si vacat, hilariter predicabo. Qui etsi antehac tam visu quam fama dominationem vestram cognoverit, pars tamen magna dignitati vestre accrevit, ubi virtutes vestras, ita ut equum erat, IOANNES vester GERMANUS dinumerare conatus est. Pergite igitur, ut cepistis, vicicissim pro vestra mansuetudine discipulum vestrum amplecti, qui summopere studebit, vobis morem gerere, cuius demum iocos, nisi me animus fallit, haud egre feretis, si integritatem animi sui perspectam habueritis, et si quandoque tentare vos videar, ridere quidem licebit ineptias meas. Ex fiducia autem, quam ergo dominationem vestram gero, huiuscemodi manare estimandum est. Hanc enim mihi assumpsi licentiam ex scriptis vestris, ubi inter bina interrogata vestra: „Tento", dicitis, „ut tentetis." Vocare poteritis tentationem pro vestra auctoritate, ego autem
35 (26)b fiducie nominum huic dabo postulationi. Sed ne equo diutius detineamus | ad cepta nostra exercitia veniendum est. Quod tardius, quam sperabam, litteris meis responderitis, etsi molestum valde mihi fuerit mei ex parte, qui tam diu litteras vestras desideratissimas accipere non debuerim, longe tamen molestius, imo intollerabile visum fuisset, si more vestre causam sensissem. Vehementer enim me conturbasset mala vestra valetudo atque morbus, qui et patrem familias et totum insuper domum oppressit, cuius sevitia, ut quam citissime extinguatur, deum oro suppliciter et spero id propediem affore, quo crebrioribus invicem litteris relevari possumus. Respondistis igitur tandem et optime et benissime, misistisque exempla numerorum, quos in ea re habuistis necessarios, boni et docti preceptoris officio fretus. Exemplis enim facile doctrinam quampiam consequi datur, pro quibus, quantas possum, habeo gratias. Stelle, de qua in primo quesito locum verum in ecliptica reddidistis in termino graduum 17 et minutorum 37 Leonis, ego tabule sinus auxilio (nam aliam apud ne tabulam habeo nullam) inveni gradus 17 minuta 34. Differentia trium minutorum parvi ponenda, nam operanti mihi non semper totus dividendus tollebatur, quandoque etiam multiplicans aut maior aut minor equo, sicut in his fieri solet, acceptus est. Supposui tamen in eodem quesito maximam Solis declinationem g̃ 23 mita 30, que declinatione maxima communiter usitata minor fere est tribus minutis. Transeat illud. In quesito quarto digne notastis, subiici oportuisse, stellam nondum meridianum attigisse aut ipsum

1) Der oben erwähnte ALEXANDER BORROMEI.

transivisse, nam due stelle, quibus sunt equales declinationes, equaliter utrique a meridiano pro eodem temporis instanti distare possunt, non tamen eundem in ecliptica locum habentes. Dum igitur et egregie solvistis universa, et quidem faciliter, per tabulas vestras, ego autem quicquid nunc Venetiis numerabo, non nisi per tabulam sinus consequi potero.[1] Illud tamen non sit impedimento, quin ad me scribatis, quotquot et quecumque voletis interrogatoria. Si enim satis respondebo, scietis me labore ingenti id efficere, si minus digne, excusabitis me inermem. | 36 (27)[a]

Quod si ea, quam sub manibus habeo, tabula absoluta esset, facile omnia, que ad primum mobile referuntur, et alia multa possent expediri absque numerorum multiplicatione et divisione, absque sinuum per arcus et vice versa extractione. De qua quidem tabula, si veritatem mediocriter etiam auxero, nimis gloriari videbor, cum res admodum nova et hactenus infecta sit. Quicquid per eam investigare libebit, duobus tamen nnmeris introitualibus agebimus, quorum alterum in latere transversali, alterum in descendenti tabule immittimus, et in angulo communi reperiemus quesitum. Duos huic tabule accomodabo libellos, quorum primus quidem fundamenta tabule et operationum eius firmabit, secundus vero, quanam lege quilibet omnino novus artis discipulus per eam operare expedite possit.[2] Decrevi autem ad Dominationem Vestram nunc mittere utilitates quasdam huius tabule more geometrarum per propositiones sive proposita distinctas, ut iudicium vestrum hac in re, quale sit, persentiam. Reliqua vero huiusmodi operis videbitis, ubi nomine domini mei ℞mi universis philosophie cultoribus divulgabuntur. Proposita ipsa utilitatum sive fructuum seriatim colligens in postrema membrana. Posteaquam ad interrogata mea sufficientissime

1) Wie aus den Rechnungen hervorgeht, war diese Tafel für den Radius 60000 berechnet.

2) Diese *Tabula primi mobilis* war also Anfang 1464 noch nicht vollendet. Später werden wir sehen, dass sie 1471 schon dem Könige Mathias Corvinus überreicht war. Sie erschien zusammen mit den *Tabulae eclypsium* G. Peurbach's im Jahre 1515 durch Tannstetter herausgegeben bei Lucás Alantsee in Wien. Regiomontan spricht in der obigen Notiz von *zwei* Schriften, welche er ihr gewidmet habe. Auch die zweite hat sich erhalten: *Fundamenta operationum, quae fiunt per tabulam generalem. Neuburgi ad Danubium* 1557. Herausgeber war Andreas Schoner. Da mir die *Tabula* selbst nicht zugänglich war, erlaube ich mir aus der „Geschichte der Trigonometrie“ v. Braunmühl's die sie betreffende Stelle hier einzurücken.

„Um die Einrichtung der Tafel kennen zu lernen, wollen wir uns an die Relation $\sin a = \sin c \cdot \sin A$ halten. Die Winkel c wachsen von Grad zu Grad unter der Überschrift: *„numeri transversales“*, die oben auf je einer Folioseite steht, so dass die Tafel 90 Seiten umfasst. Desgleichen wachsen die A gradweise und stehen unter *„Numeri laterales“* in drei parallelen Spalten auf jeder Seite;

respondistis, questiones quatuor remittere dignati estis, quibus si bene respondero, ipse iudicabitis, qui talium rerum plenam habetis peritiam. Erat autem scriptum vestrum super prima questione huius tenoris.

Consideratio in villa Fossenove Sancti Gillii, Ferrariensi districtu. Die quarta Augusti 1463° Sole existente in g̃ 19 mi[tis] 48 Leonis ante meridiem accepi ipsius altitudinem, quam inveni g̃ 33 mi[ta] 49: quero horam post ortum eius; amplitudinem sui ortus, que est distantia per orizontem ab ortu vero, nec non tunc distantiam umbre ipsius per circulum orizontis usque ad contactum meridiani cum orizonte.

Hic, tametsi latitudinem loci considerationis non adnotaveritis, tamen, cum a Ferraria parumper distet, accepi altitudinem poli urbis Ferrariensis, quam alias dedistis g̃ 44 mi[ta] 45 et 2[a] 4, cum qua et declinatione Solis graduum 14 minutorum 57 inveni ex figura sectoris divisa differentiam arcus semidiurni diversi et semidiurni equalis g̃ 15 m̃ 21, unde arcum 36 (27)[b] semidiurnum oportuit esse | g̃r 105 m̃ 21. Deinde ex altitudine Solis considerata, quemadmodum res ipsa postulabat, concludo distantiam Solis a meridiano g̃ 56 m̃ 53 antemeridianam quidem. Hanc dempsi ex arcu semidiurno supra memorato, et relinquebantur g̃ 48 m̃ 28, et tantus erat arcus paralleli Solis centro eius et orizonte interceptus, tantusque computabatur arcus equatoris ascendens in tempore, quod fluxit ab ortu Solis ad instans considerationis, cui respondent more suo hore 3 equales m[a] 13 fere. Quo autem pacto ex altitudine Solis data cum ceteris cognitu necessariis distantiam eius a meridie invenerim, aperire non est consilium, ne nimium vobis concedat fastidium. Unum tamen ex sex modis diversis omnino eli-

---

der Winkel a findet sich dann nebenan in Graden, Minuten und Sekunden ausgerechnet. Die Tafel wird dadurch wesentlich verwendbarer, dass Regiomontan die zur Interpolation nötigen Differenzen beigesetzt hat. Unter jeder Arealzahl steht nämlich der Unterschied derselben von der nächst höheren mit *„differentia descendens“* oder *„subiectiva“* bezeichnet, während in einer Spalte neben den Arealzahlen unter *„differentia lateralis“* die Unterschiede der zu einem bestimmten c und A gehörigen Arealzahlen, die dem nächsthöheren c und demselben A entsprechen, angeführt sind. So hat z. B. der zu $c = 64^0$ und $A = 55^0$ gehörige Teil der Tafel nebenstehende Gestalt.

Transver 64 sales.

Lat.	Arcus Areales descendens			Diff. lateralis.
g.	g.	m.	s.	m. sec.
55	47	24 45	46 29	32 · 25
56	48	10 44	15 58	32 · 16

Will man nun z. B. zu $c = 64^0 37'$ und $A = 55^0 43'$ den entsprechenden Wert von a berechnen, so sucht man unter 64 *(Transversales)* und 55 *(Laterales)* das zugehörige a *(areales)* $47^0 24' 46''$ auf. Da die Differentia descendens $45' 29''$ dem Wachstum des Winkels A um 1^0 entspricht, so ist sie für $43' (45 \cdot \frac{29}{60} \cdot 43) : 60 = 32' 36''$. Ebenso erhält man mittelst der Diff. lat. für $31' 25''$ den Zuwachs $19' \cdot 22''$, so dass sich schliesslich $a = 48^0 16' 44''$ ergiebt.“

gere libuit, quorum nonnullos in epitomate almagesti[1]) explanatos dedi in fine secundi, reliquos autem modos in problematibus reperire licebit, unde petere licebit, postquam codex ille tredecim tractatuum iussu domini mei publicabitur. Quem vobis quidem placiturum, nisi me animus fallit, plerisque autem aliis usu venturum arbitror. Amplitudinem ortus Solis in die considerationis vestre invenio g̃ 21 m̃ 18, et erat ipsa septemtrionalis. Et arcus orizontis inter circulum altitudinis Solis et meridianum comprehensus, quem videmini querere tertio, erat g̃ 76 m̃ 54, et est complementum arcus, quem arabico nomine vocant azimuth. Hac ex secundo problematum almagesti colligere decrevi, ubi demonstratum dedi sinum rectum distantie Solis a summitate capitum ad sinum rectum distantie Solis a meridie se habere sicut sinum complementi declinationis eius ad sinum arcus, quem vestra quesivit dominatio. Ad hec autem problemata scribenda me nuper stimulastis, quando primo vestro quesito respondendum erat. Duos iam ferme huius operis absolvi libros pedetenim reliquos undenos expediturus. Instituti autem nihil eorum, que in epitomate tradita sint, in huiusmodi problematibus repetere. Nam quo problemata intelligantur, epitomatis precognitio necessaria est. Sed quo ruit calamus? Dabitis, spero, veniam, si paulo prolixior fuerim, et quidem non sine vestra gloria. Hec enim, que dixi, opera iuditio vestro offerenda censui, quo plus autoritatis nanciscantur. De his satis. |

Hec ex capite 2[i] epitomatis.

37 (28)[a]

Amplius littere vestre interrogatorie habent illud:

In quesito vestro secundo et responsione mea inventa est quedam stella in g̃ 9 mi[tis] 15 Leonis cum latitudine graduum 57 minutorum 2 septemtrionali: quero si per alium calculum declinatio ipsius vere est g̃ 69 mi[ta] 35, deinde altitudinem ipsius ab orizonte hora tertia mi[to] 25 post ipsius separationem a linea meridiana.

Hec sunt verba dominationis vestre. Revera (parcatis) nescio, utrum ex suppositis meis, videlicet vero loco in ecliptica et puncto mediationis celi, invenire iubetis declinationem eius, an potius ex loco eius in ecliptica cum latitudine. Nam neque satis intelligere possum, quonam modo vos ex suppositis meis declinationem stelle inveniatis. Sed exercitii gratia ad utrumque respondere conabor si prius figuram huic rei oportunam descripsero. Sit ergo (Fig. 6) colurus solstitiorum $abgd$, sub quo medietas equatoris aeg et medietas ecliptice descendens bed, ita quod b caput Cancri, e initium Libre et d Capricorni existant, sic enim figuram aptare locus stelle, qui

1) Gemeint ist: Ioannis de Monte Regio et Georgii Peurbachii *Epitome in Cl. Ptolemaei magnam compositionem. Venetiis 1496*. Zur Zeit des Briefes natürlich ebenfalls nur handschriftlich vorhanden.

est in hac medietate ecliptice, monet; polus mundi borealis sit z, polus ecliptice h, stella sit in o puncto, per quem ad duos polos predictos incedant arcus circulorum magnorum zl et hok, ipsi quidem equatori in punctis l et k, ecliptice autem in punctis m et n incidentes. Constat itaque n esse locum verum stelle in ecliptica, et m punctum, cum quo celum mediat, qui duo puncta sunt data in quesito meo, quoniam arcus, quos terminant, dati sunt. Vos autem respondendo et optime solvendo dubium accipitis arcum equatoris, qui inter caput Arietis et punctum k clauditur, eum vocatis radicem et subtrahitis ex ascensione recta respondente arcui ecliptice ad punctum m tirato, quicquid ascensio inter initium Arietis et punctum l comprehenditur, et relinquitur vobis arcus lk. Huius arcus lk sinu utimur in operatione. Nunc dico, sive duo puncta m et n dentur, sive alter eorum tantum, verbi gratia n, cum latitudine stelle, que est arcus ne, per aliam viam reperire posse declinationem stelle in o existentis, et non modo per unam, sed plures, quarum due nunc incidunt meditatione, 37 (28)[b] in quibus | neque arcus lk, neque kn necessarius est. Nam sit primo datus punctus n, locus scilicet verus stelle in ecliptica, cum latitudine no, et velimus invenire declinationem stelle, arcum scilicet lo, sic agendum est. Cum e sit polus coluri $abgd$, ut ex primo Theodosii de spheris[1]) constat, descendat ex eo per punctum o quadrans eox. Quo facto, licet per secundum triangulorum syllogismum[2]) cudere possem, tamen figura sectoris, in qua vos estis exercitatissimus, utar. Eos autem, quos de triangulis conscripsi libellos, propediem videbit dominatio vestra. Iam enim apud me non sunt, sed ex Roma brevi afferantur. Id opus amplexu vestro haud indignum videbitur, nam et ipsum expectat limaturam vestram egregiam. Sed redeo

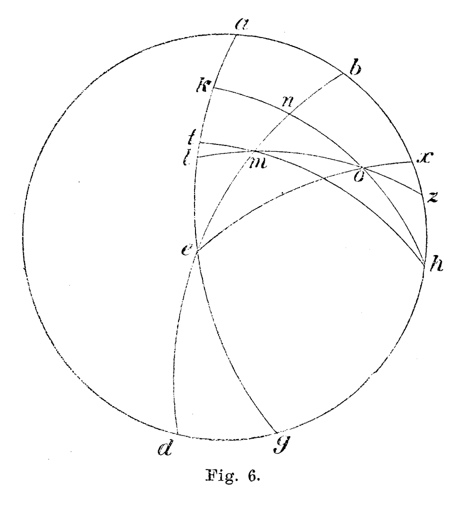


Fig. 6.

---

1) Es giebt zwei Übersetzungen dieses Werkes von Plato von Tivoli und von Gherardo Cremonese. Welche von ihnen Regiomontan bentzte, ist natürlich nicht zu entscheiden.

2) Da die sphärischen Dreiecke erst im 4. Buche behandelt werden, so dürfte bei Abfassung dieses Briefes nur Buch 2 und 4, das erste als Buch 1, das zweite als zweites gezählt, ausgearbeitet gewesen sein. Buch 1 und 3 der endgültigen Arbeit sind also erst später hinzugefügt worden.

ad ceptum. In figura sectoris, cuius caput est *b* punctus, pedes autem *e* et *h*, et venter *o* punctus, scilicet sectionis coniunctim argumentandi proportio *eb* ad *bn* componitur ex duabus proportionibus, quarum altera est proportio *ex* ad *xo*, altera *oh* ad *hn* (de sinibus non arcubus dico). Quinque autem horum arcuum sunt noti: *eb* quadrans, *bn* distantia veri loci stelle a principio Cancri, *oh* complementum latitudinis, *hn* quadrans et *ex* quadrans. Unde et arcus *ox* notus habebitur, cuius sinum habeo 20675, ipsum vero arcum $\overline{20} \cdot 8'$. Item eadem figura manente et eodem argumentationis genere arcus *bx* cognitus erit, si proportionem sinus *hb* ad sinum *bx* compositam ex duabus aliis, ut assolet, intellexerimus. Arcum autem *bx* invenio g̃ 63 m̃ 20, unde arcus *hx* relinquetur g̃ 26 m̃ 40, ex quo demo arcam *zh* equalem maxime Solis declinationi, ut residuus maneat arcus *zx* g̃r 3 m̃ 6. Hinc arcus *ax* venit g̃r 86 m̃ 54. Iam ad aliam sectoris figuram me transfero, cuius vertex est punctus *a*, pedes autem *e* et *z*, punctus sectionis *o*. Erit quoque proportio *za* ad *ax* composita ex duabus, scilicet ex proportione *zl* ad *lo* et ex *oe* ad *ex*. (De sinibus horum loquor.) Quinque autem noti sunt. Est enim arcus *oe* notus propter arcum *ox* superius cognitum, quare et arcus *ol* non ignorabitur, scilicet declinatio stelle, quam sic numerando elicui g̃ 69 m̃ 38; differimus in tribus unitatibus. Sed transeant. Est et alius modus, quam nunc missum facio. Quod si intentio questionis vestre fuerit, ex duobus punctis *m* et *n* datis per alium modum invenire declinationem *lo*, respondeo, id iterum duobus aliis modis fieri posse, et quidem hec omnia per tabulam sinus tantummodo absque suffragio aliarum quarumcumque. Dico autem de modis iam in memoria existentibus, quos nunc preterire fuit consilium, ne libido vobis respondendi vertatur | in molestiam. Ab initio enim huius rei tanta 38 (29)[a] verba non rebar me facturum. Sed quid hoc est? Dum procedit calamus alium effudo modum predicta solvendi. Sic tres alios a modo vestro, qui per ascensiones vadit, reperire licuit. Credite mihi, non recito somnia. Nihil enim horum preteribo, ubi ad octavum librum problematum ventum fuerit, quin imo omnia acuratissime conscribam, quo tandem effecto eiusce rei iudex eritis obtatissimus.

Deinde querebatur altitudo huius stelle, distantiam a meridiano habentis in tempore quidem horas tres m̃ 25. Hec stella in orizonte vestro non oritur neque occidit, sed habet duas altitudines meridianas inequales. In qualibet ergo revolutione primi mobilis quatuor habet a meridiano tantas distantias, quantam vos posuistis unam. Accepi autem distantiam a superiore parte meridiani, nam non difficilius reddidissem altitudinem suam, que debetur tante distantie a parte inferiori ipsius meridiani, et altitudinem stelle quesitam inveni g̃ 54 m̃ 34. De hoc iam satis.

Ad tertium, quo dicitis: Quero duos numeros proportionales ut 5 ad 8, quorum ad invicem productum equetur aggregationi ipsorum. Hoc est aliud genus questionum. Profecto, nisi molestum viderem, tantis litteris una dumtaxat vice respondere, duos producerem modos, quibus huic interrogato satisfacerem, sed neutrum eorum fortasse dominatio vestra expectat. Quare per alium tertium respondebo modum, quo demum sciatis, artem rei et census (vocant arabice algebram) mihi esse familiarem. Pono primum 1 rem, unde ex ypothesi vestra secundus erit $1\frac{3}{5}$ rei. Duco alterum in alterum, producuntur $1\frac{3}{5}$ census. Item coniungo eos, resultant $2\frac{3}{5}$ 𝓇. Habeo igitur census equales rebus, quare secundum precepta artis agendo invenio minorem numerum, quos queritis, $1\frac{5}{8}$, maiorem autem $2\frac{3}{5}$.

Queritis quarto de 10 facere duas partes, quarum maiorem per minorem dividendo, et item minorem per maiorem, numeros quotiens colligendo resultant 25. Respondeo ponendo primum 1 𝓇, et secundam, quemadmodum res postulat, 10 ῑg 1 𝓇 etc. Primum invenio 5 minus radice de $21\frac{8}{27}$, secundus autem et maior est 5 et radix quadrata de $21\frac{8}{27}$. Habebam enim censum et numerum equalem rebus. Igitur secunda pars est binomium quartum, prima autem recisum eius. Potui autem et hoc solvere duabus 38 (29)[b] aliis viis, | sed nunc eam elegi, quam vobis arbitror familiarissimam, per artem videlicet rei et census, quod querebatur, absolvendo.

Si itaque vestris interrogatis sufficienter respondi, facile iudicabitis, qui omnium huiuscemodi rerum abundantissimam habetis peritiam. Opinione etenim mea satisfactum est. Potuit tamen error quisquam numerandi intercidere, ut solet fieri. Talem, si offenderitis, pro mansuetudine vestra tolerandum velim. Nihil enim eorum, que numerando scrutabar, repetivi. Nunc vestrum est officium, ut litteras alias ad me mittatis, quas equidem eo hilarior suscipiam, quo tempestivius advolabunt. Pollicebar superius propositiones secundi libri ad tabulam meam pertinentes seriatim perstringere, quod nunc persolvam ex ordine.

1. Generalem tabule usum in primis explanare. Usus tabule est intrare cum duobus numeris, ut supra tetigi. In angulo enim communi reperitur quesitum. Verum huiusmodi introitus pro nonnullis quesitis non est unicus, sicut neque unica operatio sufficit per sinus procedendo. Hoc tamen advertendum, quod quilibet huiusmodi introitus tantum facit, quantum alias una multiplicatio sinus per sinum et divisio producti per certum sinum, sed et neque sinum arcuare, neque arcum sinuare oportet, imo prorsus ab operatione sinuum excusat hec tabula. Satis nunc.

2. Cuiuslibet puncti ecliptice ab equatore declinantis declinationem invenire. Intra cum distantia puncti dati a sectione equatoris et ecliptice

viciniori et cum maxima declinatione. Reperies enim in angulo communi declinationem quesitam etc.

3. Proposita declinatione Solis quantalibet cui puncto ecliptice, aut quibus punctis respondeat, explicare.

4. Latitudinem Lune investigare.

5. Cuiuslibet arcus ecliptice ab equatore sumentis initium ascensionem in sphera recta invenire.

6. Ex ascensione recta et altera sectionum ecliptice et equatoris initium sumente arcum ecliptice sibi debitum indagare.

7. Amplitudinem ortus unicuiusque puncti ecliptice ab equatore declinantis computare.

8. Ex amplitudine ortus supposita punctum ecliptice, cui ipsa respondet, deprehendere.

9. In omni regione arcum diurnum puncti ecliptice, quodcumque etiam dederis, numerare.

10. Idem aliter concludere. | 39 (30)[a]

11. Cuiuslibet arcus ecliptice a sectione incipientis ascensionem obliquam in qualibet regione dimetiri.

12. In omni regione ex data ascensione obliqua ab altera sectionum initium sumente arcum ecliptice sibi debitum invenire.

13. Altitudinem Solis supra orizontem existentis in omni regione omnique hora perpendere.

14. Dum Sol in signis septemtrionalibus fuerit, altitudinem eius in circulo orientis perscrutari. Quis sit circulus orientis ille, in secundo problematum diffinitum est.

15. Arcum azimuth Solis aut alterius stelle dimetiri.

16. Angulum ex concidentia ecliptice et meridiani apud quodlibet punctum ecliptice provenientem comprehendere.

17. Angulum ex concursu ecliptice et orizontis orientalis procreatum pronuntiare.

18. Quantitatem anguli ex ecliptica et circulo altitudinis producti exequire.

19. Idem aliter comprehendere.

20. Quod due precedentes promiserunt, alio tramite perscrutari.

21. Gradum ascendentem vel punctum orientis in omni regione et omni hora per hanc tabulam elaborare.

22. Si quis ascendentem in regione qualibet habuerit, quo pacto medium celum investiget, manuducere.

23. In omni regione altitudinem Solis supra orizontem existentis quacumque hora data aliter quam superius dinumerare.

24. Arcum orizontis, quem secat circulus horarius ex eo, deprehendere. Quis sit arcus, quem significet, alibi lucubrabitur.

25. Arcum circuli orientis, quem horarius quilibet ex eo secat circulus, mensurare.

26. Puncta flexionis tenebrarum in eclipsibus determinare.

27. Cognito loco vero stelle fixe cum eius latitudine declinationem suam ab equatore sciscitare.

28. Punctum ecliptice, cum quo stella quelibet celum mediat, determinare.

29. Quod precedens docuit, alio tramite percontari.

30. Declinationem stelle fixe cuiuscumque altitudinis investigare.

31. Punctum, quocum stella quelibet celum mediat, aliis quam supra mediis inquirere.

32. Ex data stelle declinatione punctoque ecliptice, cum quo ipsa celum mediat, latitudinem eius atque verum locum in ecliptica diffinire.

33. Arcum diurnum stelle dimetiri.

34. Punctum ecliptice, quocum stella quelibet aut oritur aut occidit, 39 (30)[a] diffinire. |

35. Per altitudinem stelle cuiuscumque et azimuth atque medium celi declinationem eius stelle et punctum, cum quo celum mediat, indeque latitudinem et verum locum eius in ecliptica subtiliter indagare.

36. Arcum apparitionis aut occultationis stelle perscrutari.

37. Equationem octave sphere secundum Alfonsi fundamenta numerare.

38. Equationem octave sphere secundum imaginationem Tebith computare.

39. Equationem Solis colligere.

40. Equationem argumenti Lune dinumerare.

Sed quo ruit calamus ille molestus et audax? Forsitan omnia astronomorum quesita ad hanc unicam tabulam appellet? Dico ego, bonam partem huiusmodi quesitorum per hanc repertum iri tabulam, si prius concentricam astronomiam totam fundaverimus. Quid illud? Diversitates motuum planetarum per concentricos salvare pulcrum erit. Iam Soli et Lune viam dedimus, de reliquis autem quedam initialia iacta sunt, quibus completis equationes omnium planetarum per hanc tabulam numerare licebet. De hac re nihil amplius in presentiarum, ne legendi scripta mea magis patramini fastidium, quam ego scribendo voluptatem habeam. Si quid harum rerum audentius equo dixisse videor, posteris litteris rationes meas luculentius (sic puto) accipitis. Mallem tamen voce quam calamo hisce de rebus disserere. Facilius enim multo et expeditius foret. Dum id fieri nequit, littere voci officia sumant, que, quicquid afferent, vestro iudicio

limandum erit. Institui ire Mediolanum pro certo negotio. Nunc reliqui nihil scribendi est sententia, verum operiar litteras vestras dulcissimas atque, ut materies ad me scribendi detur, questiones mittere decrevi subscriptas.

1. Est quedam stella latitudine carens in $\overline{10} \cdot 25'$ Tauri, et alia item in $\overline{27} \cdot 29'$ Tauri absque latitudine, tercia autem latitudinem habens septemtrionalem distat a prima per $\overline{6} \cdot 18'$ circuli magni per earum centra transeuntis; a secundo autem distat per gradus 20 m̃ 47: quero verum locum huius tertie stelle in ecliptica et eius latitudinem.

2. Sunt due stelle fixe ab ecliptica versus septemtrionem elongate, quarum unius latitudo est $\overline{9}\,' 26'$, alterius vero $\overline{35} \cdot 53'$, distantia autem inter corpora stellarum est $\overline{8} \cdot 45'$: quero quantum distent loca sua vera in ecliptica.

∻ 3. Est circulus diametrum habens 60 pedum. Huic inscriptum est quadrangulum, cuius quatuor latera proportionem habent, quas illi numeri | 4 · 7 · 13 · 17: quero, quanta sit area huius quadranguli. 40 (29)[a]

4. Sphera quedam habet diametrum 100 pedum, cui inscripta est pyramis basim habens trilateram. Huius pyramidis sex latera sunt in proportionibus horum 6 numerorum: 3 · 5 · 8 · 11 · 13 · 16: quero, quanta sit corpulentia huius pyramidis.

5. Sunt duo numeri, quorum differentia est radix quadrata de 5 (aut sic, quorum alter in alium ductus reddit radicem de 250)[1]), quadrati autem dictorum numerorum se multiplicantes, videlicet alter alterum, producunt 250: quero, qui sint illi duo.

6. Quidam mercator cum 100 ducatis in primo anno lucratur aliquid; deinde in secundo anno cum capitali et lucro primi lucratur propotionaliter ut in primo, et in tertio anno iterum proportionaliter cum capitali et duobus lucris duorum annorum precedentium. Quo facto in universo, videlicet ex capitali et tribus lucris, colligit 265 ducatos: quero, quantum in primo anno lucratus sit.

7. Tres socii ponunt communiter 70 ducatos et lucrantur cum eis 20 ducatos, quorum primo cedunt pro capitali et lucro 15 ducati, secundo 25, tertio autem 50, et stat pecunia capitalis primi tribus mensibus, secundi autem quinque, et tertii 6 mensibus: quero, quanta sit summa capitalis primi socii.

8. Quero numerum, qui si dividatur per 17, manent in residuo 15, eo autem diviso per 13, manent 11 residua, et ipso diviso per 10 manent tria residua: quero, quis sit numerus ille. 1103.

1) Die Klammer gehört eigentlich hinter den nächsten Satz, vor das Kolon, aber sie steht in der Handschrift an der hier gegebenen Stelle.

Die zu diesen beiden Briefen gehörigen Rechnungen des Regiomontanischen Manuskriptes sind folgende:

21 (11)[a], col. 1.

| Primum interrogatum meum.

Stella existens in medietate celi descendentis, habens latitudinem septemtrionalem $\overline{20} \cdot 49'$, declinationem item borealem $\overline{35} \cdot 17'$: queritur locus eius, arcus etc. Supponitur maxima declinatio Solis $\overline{23} \cdot 30'$.

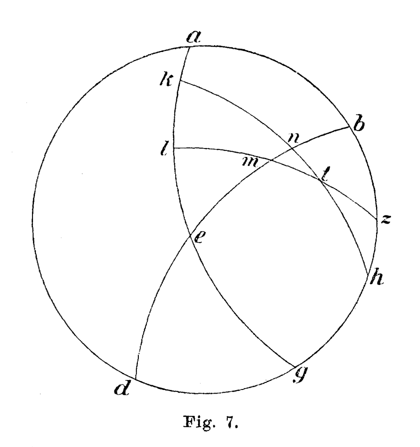


Fig. 7.

Ecce occurrit triangulus tzh trium notorum laterum (Fig. 7).

In figura secunda (Fig. 8) sit t polus circuli qy, erunt quoque duo arcus hx et zq noti, quoniam complementa arcuum tz et th notorum, quare proportio sinus zy ad sinum hy nota, cumque differentia arcuum sit nota, scilicet arcus hz, reliqua constabunt, si figuram tertiam (Fig. 9) respexeris.[1])

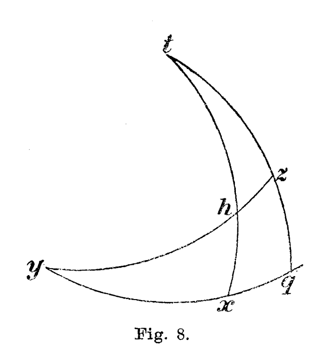


Fig. 8.

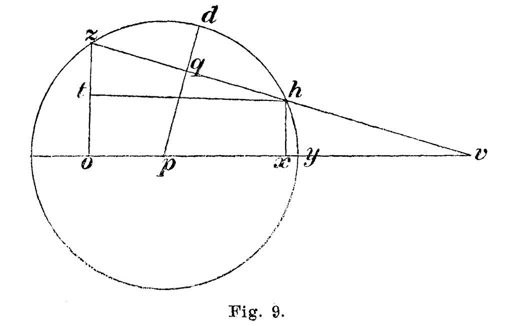


Fig. 9.

1) Regiomontan benutzt hier die im IV. Buche seiner Trigonometrie gelehrte, auch von Nasîr Eddîn gebrauchte Methode zur Bestimmung des Winkels aus den drei Seiten, wie sie v. Braunmühl S. 69 seiner „Vorlesungen über Gesch. der Trigon." in unserer Bezeichnungsweise dargelegt hat. An der betreffenden Stelle des Buches IV (Prop. XXXIV), der letzten des Buches, giebt Regiomontan kein durchgerechnetes Beispiel, es dürfte deshalb das hier folgende auch deshalb interessant sein, weil jede Rechnung wirklich ohne jede Auslassung durchgeführt ist. Die Aufgabe und ihre Lösung ist aber ein weiterer Beweis dafür, dass das IV. Buch der Trigonometrie schon 1463 vollendet vorlag.

23 · 30′ arcus *hz*
35 · 17
54 · 43 arcus *tz*; 48978 sinus *tz*.
20 · 49
69 · 11 arcus *th*; 56083 sinus *th*.
34657 sinus *tl*, sive *zo*.
21323 sinus *tm*, sive *hx*.

11 · 45′ medietas arcus *hz*; 12219 sinus arcus *dh*.
12219
24438 corda *zh*.

34657
21323
13334 linea *zt*.

| 13344 · 21323 col. 2.
24438 /

col. 3.

Multiplicatio	Divisio	Quotiens
	11	
24438	62	
21323	3177	
73314	123718	3
48876	2328752	9
73314	521091474	0 [1]
24438	133444444	5
48876	1334444	0
521091474	13333	
	133	
	1	

| 39051 linea *hv*.[2] col. 4.
12219
51270 linea *qv*.

11 · 45′ arcus *dh*.
78 · 15 complementum *dh*. 58743 linea *pq*.

---

1) Hier ist wieder die letzte Ziffer um eins vermehrt worden.

2) Bei dieser Division hat sich Regiomontan zuerst dreimal verrechnet. Zunächst findet er 389 als die drei ersten Ziffern, dann 38301 als Quotient, beginnt dann nochmals mit 38, um dann endlich das richtige Ergebnis zu erhalten. Es erübrigt wohl die drei unrichtigen Rechnungen ebenfalls hier mitzutheilen.

21 (11)[b], col. 1.

| 51270
51270
3588900
10254
5127
25635
2628612900 quadratum *qv*;
3450740049
6079352949 quadratum *qv*.

58743
58743
176229
234972
411201
469944
293715
3450740049 quadratum *pq*.

1
16343
451992
1195746
6079352949
1 4 4 8 4
1 5 5 9
1 5 5
1 5
1

| 7 7 9[1]) 7 0

77970 linea *pv*.

col. 2.

| 77970 · 58743
60000

58743
60000
3524580000

132
1555
26934
4552581
74873642
3524580000|0
77977777
779999
7777
77

| 4 5 2 0 4

45204 linea *pq*, ut *pv* est 60000.

$\overline{48}$ · 53′ angulus *pvq*.
41 · 7 angulus *vpq*.
11 · 45
29 · 22 arcus *hy*.
23 · 30
52 · 32 arcus *zy*.

1) Auch hier hat sich Regiomontan zweimal verrechnet und erst der dritte Anlauf giebt den richtigen Werth der Wurzel.

60 · 38 complementum arcus hy; 52290 sinus complementi hy.
37 · 8 complementum zy; 36220 sinus complementi zy.

56083 · 52290
60000 /

	114	
	23268	
	746791	
	35283312	5
52290	683255384	5
60000	3137400000	9
3137400000	560833333	4
	5608888	2
	56000	
	566	
	5	

| 55942 sinus complementi xy; $\overline{68} \cdot 49'$ complementum xy.[1]) col. 3.

48978 · 36220
60000 /

	1	
	64	
	345	
	16716	
	28171	
26220	522941	4
60000	2144677	4
2173200000	55748864	3
	2173200000	7
	489788888	0
	4897777	
	48999	
	488	
	4	

44371 sinus complementi qy; $\overline{47} \cdot 41'$ complementum qy.[2])

$\overline{68} \cdot 49'$
47 · 41
21 · 8 arcus qx, est etiam quantitas anguli htz.

21632 sinus anguli htz.
23925 sinus arcus hz.

---

1) Nach der Sinustafel Regiomontan's ist sin 68° 49′ = 55946.

2) Nach der Tafel ist sin 47° 41′ = 44366, man sieht aus Allem, dass es auf Genauigkeit nicht ankommt.

23925 · 21632
48978 /

col. 4.

Multiplicatio	Divisio	Quotiens
48978	12	
21632	431	
97954	194	
146934	2763	
293868	16815	4
48978	12249732	4
97956	23361843 1	2
1059492096	1059492096	8
	239255555	3
	2392222	
	23999	
	233	
	2	

44283 sinus anguli *thz*[1]); $\overline{47} \cdot 34'$ angulus *thz*.

Et tanta est distantia stelle a capite Cancri; est igitur in $\overline{17} \cdot 34'$ Leonis. BLANCHINUS habet $\overline{17} \cdot 37'$, verum ipse usus et declinatione maxima $\overline{23} \cdot 33' \cdot 30''$, quam in tabulis suis supponit.

22 (12)[a]

| Interrogata D. Ioannis Blanchini.

Consideratio in villa Fosse nove Sancti Gillii in Ferrariensi districtu. Die 4[ta] Augusti 1463, Sole existente in $\overline{19} \cdot 48'$ Leonis ante meridiem accepi altitudinem eius, quam inveni $\overline{33} \cdot 49'$: quero horam post ortum ipsius, amplitudinem sui ortus, nec non distantiam umbre ipsius per circulum orizontis inter circulum altitudinis Solis et meridianum.

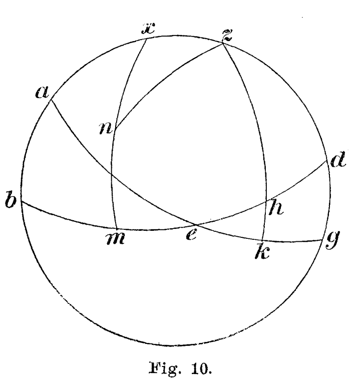


Fig. 10.

Quoniam in alio quesito dedit latitudinem Ferrarie $\overline{44} \cdot 45' \cdot 4''$, utor eadem latitudine nunc $\overline{44} \cdot 45'$; de secundis enim curare non utendo (Fig. 10).

$\overline{14} \cdot 57'$ declinatio Solis septemtrionalis

44 · 45 arcus *zd*;	42241 sinus *zd*;	secundus,
45 · 15 arcus *dg*;	42611 sinus *dg*;	primus,
14 · 57 arcus *hk*;	15479 sinus *hk*;	tertius,
75 · 3 arcus *hz*;	57969 sinus *hz*;	quartus,
	60000 (sinus totus);	quintus.

1) Hier hätte die letzte Ziffer um 1 erhöht werden müssen. In REGIOMONTAN's Tafel ist der betreffende Sinus auch = 44284.

```
                              12
   42241                     235
   15479                    13972
  ------                   129256      1
  380169                  2468675      5
  295687                237733195      3
 168964               | 653848439      4      col. 2.
211205                  426111111      4
42241                     4261111
---------                   42666
653848439                     422
                                4

                               36
                              258
                              722
                             4883
                           155973      1
15345                     5114944      5
    60000                 9626726      8
---------               341515882      8
920700000               920700000      2
                        579699999
                          5796666
                            57999
                              577
                                5
```

15883 sinus ek; $\overline{15} \cdot 21'$ arcus ek.

```
 90
--------
105 · 21
```
arcus semidiurnus.

| Respice secundam figuram (Fig. 11). col. 3.

```
    60000 · 42241
    15479/
  42241
  15479
  ------
  380169                542
 295687               65384|8439
168964                10897
211205
42241
---------
653848439
```

10897 linea kl, et est sinus altitudinis Solis distantis a meridie per 6 horas equales.

Fig. 11.

$\overline{33} \cdot 49'$ altitudo Solis considerata.

33392 sinus huius altitudinis, et est linea *op*
10897
22495 linea *oq*; $\overline{14} \cdot 57'$ arcus *dh*
45 · 15
60 · 12 altitudo Solis meridiana

col. 4. | 52066 sinus huius altitudinis
10897
41169 linea *zt*

41169 · 60000
22495 /

22495
60000
1349700000

1
12
28
49
57
38855
43267
24951
3461394
116932784
1349700000
411699999
4116666
41111
411
4

3
2
7
8
4

32784 sinus complementi distantie Solis a meridie,

$\overline{33} \cdot 7'$ complementum distantie a meridie.[1])
56 · 53 distantia a meridie.
105 · 21
56 · 53
48 · 28 arcus equinoctialis, per quem ascendit in tempore ab ortu Solis.
3^{ha} 13ma 52^{2a} tempus, quod percurrit ab ortu Solis.

22 (12)[b], col. 1. | Pro amplitudine ortus.

42611 · 60000
15479 /

1) Nach der Tafel ist sin $33^0 7' = 32781$.

	2 3	
	3 6	
	44372	
	3554135	2
15479	7389246	1
60000	186529315	7
928740000	928740000	9
	426111111	5
	4261111	
	42666	
	422	
	4	

21796 sinus arcus eh[1]; $\overline{21} \cdot 18'$ arcus eh, amplitudo scilicet ortus septemtrionalis.

Nunc pro arcu orizontis inter circulum altitudinis et meridiani.

$\overline{33} \cdot 49'$ altitudo Solis

$56 \cdot 11$ arcus xn, et est complementum altitudinis Solis.

49849 sinus xn.

$\overline{56} \cdot 53'$ distantia Solis a meridie, et est quantitas anguli nzx

50254 sinus huius distantie

57969 sinus nz.

49849 · 50254

57969 /

	14	
	45	
	1538	
57969	2796	
50254	5927	
231876	13984	5
289845	2291281	8
115938	12833639	4
289845	461722555	3
2913174126	2913174126	9
	298499999	
	4984444	
	49888	
	499	
	4	

col. 2.

58440 sinus anguli nxz.[2]

Cum autem hic sinus duos habeat arcus sive angulos, videndum primo

1) Hier ist wieder die Erhöhung um eine Einheit eingetreten. 2) Desgleichen

est, an angulus *nxz* sit minor recto aut maior eo, quod quidem docebit altitudo Solis in circulo orientis.

42241 · 15479
60000 /

	2	
	239	
	34623	
	56866	
	184287	2
15479	4367398	1
60000	184929124	9
928740000	928740000	8
	422411111	6
	4224444	
	42222	
	422	
	2	

21896 sinus altitudinis Solis in circulo orientis

$\overline{21}$ · 30′ altitudo Solis in circulo orientis.[1])

col. 3. | Cum autem altitudo Solis considerata excedat hanc, constat Solem iam transcire circulum orientis.

$\overline{76}$ · 54′ arcus *bm* quesitus.[2])

Hec de primo quesito.

Secundum interrogatum (Blanchini).

Quedam stella in $\overline{9}$ · 15′ Leonis, cuius latitudo septemtrionalis $\overline{57}$ · 2′: quero, si per alium calculum declinatio ipsius vere est $\overline{69}$ · 35′; deinde altitudinem eius ab orizonte hora 3 minuto 25 post ipsius separationem a linea meridiana.

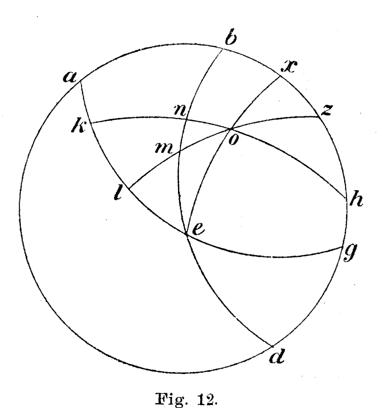


Fig. 12.

Ipse usus est modo PTOLEMEI, quamvis per tabulas suas primi mobilis computaverit. Igitur alium modum, quem querit, attentabo (Fig. 12).

Sit *aeg* medietas equatoris, cuius polus *z*, et *bcd* dimidia ecliptica, cuius polus *h*. Ponatur autem stella in medietate zodiaci descendenti, habens locum,

1) Nach seiner Sinustafel ist sin 21° 30′ = 21990.
2) Hier ist der Sinus = 58439.

qui sit o. Ex puncto o ad colurum descendat perpendicularis ox aut eox et habebis per figuram sectoris:

39 · 15′ angulus ohx; 37962 sinus anguli ohx
57 · 2
32 · 58 arcus oh; | 32649 sinus arcus oh col. 4.

60000 · 37962
32649 /

37962
32649
341658
151848
227772
75924
113886
1239421338

3
123942|1338
20657

20657 sinus ox; 20 · 8′ arcus ox[1])
69 · 52 complementum arcus ox
56334 sinus huius complementi; 57 · 2 complementum arcus oh
50339 sinus huius complementi; et est sinus arcus on.

56334 · 50339
60000 /

50339
60000
3020340000

4
25
37
1837
46488
575422
23363734
555858664
3020340000
563344444
5634333
56333
566
5

| 5 3 6 1 4

53615 sinus complementi arcus hx; 63 · 20′ complementum arcus hx[2])
26 · 40 arcus hx
| 23 · 34 23 (14)[a], col. 1.
3 · 6 arcus zx
86 · 54 complementum arcus zx.

59912 sinus huius complementi zx.

1) In der Tafel ist sin 20°8′ = 20652.
2) In der Tafel ist sin 63°20′ = 53618, die letzte Ziffer um eins erhöht.

60000 · 59912
56334 /

59912
56334
239648
179736
179736
359472
299560
13 2
337508|2608
56251

56251 sinus complementi arcus *oz*; est autem et sinus declinationis quesite $\overline{69} \cdot 38'$ declinatio huius stelle[1]), sed ipse habet $\overline{69} \cdot 35'$.

Nunc pro altitudine huius stelle supra orizontem.

Accipe secundam figuram primi quesiti.

60000 · 42241
56251 /

56251
42241
56251
225004
112502
112502
225004
53 3
237609|8491
39601

39602 linea *kl*, et est sinus altitudinis stelle in circulo orientis.

$\overline{45} \cdot 15'$
69 · 38
114 · 53
col. 2. | 180 ·
65 · 7 altitudo eius meridiana maxima. Hec enim stella non oritur, neque occidit.

1) In der Tafel ist sin $69^0 38' = 56249$.

54430 sinus huius altitudinis meridiane
39602
14828 linea *zt*.
45 ·
6 · 15′
51 · 15 distantia stelle a meridie
38 · 45 complementum huius distantie
37555 sinus huius complementi.

60000 · 14828
37555 /
14828
37555
74140
74140
74140
103796
44484
14
55686|5540
9281

9281 linea *oq*
39602
48883 sinus altitudinis stelle; 54 · 34′ altitudo stelle quesita.[1])

| Accipe autem distantiam eius stelle a meridiano in sinistriori parte· Bonum fuisset etiam describere specialiter figuram, cum stella illa bis supra terram ad meridianum perveniat. Sed de hoc satis. col. 3.

Tertium quesitum.

Quero duos numeros in proportione 5 ad 8, quorum multiplicatio equalis sit aggregationi eorum.[2])

1) In der Tafel ist sin $54^0 34' = 48887$.

2) Das ist in moderner Bezeichnung:

Die erste Zahl sei x, dann verhält sich $5:8 = x:y$, also $y = \frac{8}{5}x$. Die beiden Zahlen sind also x und $\frac{8}{5}x$, folglich

$$\frac{8}{5}x^2 = \frac{13}{5}x, \quad \text{also}$$

$$x = \frac{13}{5} : \frac{8}{5} = \frac{13}{8} \qquad y = \frac{13}{8} \cdot \frac{8}{5} = \frac{104}{40} = \frac{13}{5}$$

Probe:

$$x + y = \frac{13}{8} + \frac{13}{5} = \frac{65 + 104}{40} = \frac{169}{40}; \qquad x \cdot y = \frac{13}{8} \cdot \frac{13}{5} = \frac{169}{40}.$$

Sit primus 1 ℭ.

$$1\ ℭ \diagup^{5\cdot 8} \qquad 1\ ℭ\ \frac{8}{5}\ ℭ$$

$$\frac{8}{5}\ \text{ce} - \frac{13}{5}\ ℭ$$

$$\frac{13}{5} \quad \frac{8}{5} \qquad \frac{13}{8}$$ valor unius rei.

$$\frac{13}{8}\cdot\frac{8}{5}$$ (Der Punkt steht im Originale.)

$$\frac{104}{40}$$ valet $$\frac{13}{5}$$

Primus $\frac{13}{8}$, secundus $\frac{13}{5}$

Proba.

$$\begin{array}{ccc} 65 & & 39 \\ 104 & & 13 \\ \hline 169 & & 169 \\ \hline 40 & & 40 \end{array}$$ bene stat.

col. 4. | **Quartum interrogatum.**

Divisi 10 in duos, quorum maiorem per minorem divisi, item minorem per maiorem. Numeros quotiens coniunxi, et fuit summa 25: quero, que sint partes.[1])

---

1) In moderner Bezeichnung:

$$10$$

$$\frac{x}{10-x}, \qquad \frac{10-x}{x}$$

$$\begin{array}{l} 100-10x \\ x^2-10x \\ x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{2x^2+100-20x}{10x-x^2}=25$$

$$250x-25x^2=2x^2+100-20x$$

$$270x=27x^2+100.$$

Durch 27 dividiert:

$$10x=x^2+\frac{100}{27}$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 27\cdot 25 \\ & \overline{135} \\ 25-\frac{100}{27} & 54 \\ & \overline{675} \\ & 100 \\ & \overline{575} \\ 575:27=21\frac{8}{27} & \overline{27} \end{array}$$ davon die Wurzel

Eingehef'. Zettel (13)[a].

| 10

1 𝓇 / 10 ıg̅ 1 𝓇   10 ıg̅ 1 𝓇 / 1 𝓇

100 ıg̅ 10 𝓇
1 cē ıg̅ 10 𝓇
1 cē

2 cē et 100 ıg̅ 20 𝓇 / 10 𝓇 ıg̅ 1 cē — 25

250 𝓇 ıg̅ 25 cē — 2 cē et 100 ıg̅ 20 𝓇
270 𝓇 — 27 cē et 100.

Omnia per censum

$$10\ 𝓇 — 1\ cē\ \text{et}\ \frac{100}{27}$$

5 | 27
25 ıg̅ $\frac{100}{27}$ | 25
| 135
| 54
| 675
1 | | 100
138 | $21\frac{8}{27}$ | 575
575 | | 27 huius radix
277
2

5 ıg̅ Radice de $21\frac{8}{27}$, ecce valor rei,

5 et Radix de $21\frac{8}{27}$ secunda pars.

25     $\frac{575}{27}$

$$5 - \sqrt{21\frac{8}{27}} = x,$$

$$5 + \sqrt{21\frac{8}{27}} = 10 - x.$$

$$5^2 = 25 \qquad \sqrt{21\frac{8}{27}}^2 = \frac{575}{27}, \quad \text{Differenz} = \frac{100}{27},$$

also ist der zweite Theil das vierte Binomium (Euklid's), und der erste Theil das vierte Recisum.

Regiomontan hat sich bei dieser Gleichung zuerst vielfach verrechnet. Er sagt selbst von sich „*precipitasti te*“, hat dann aber auf einem eingehefteten Zettel nochmals klar, deutlich und fehlerfrei das geschrieben, was ich habe drucken lassen.

$$\begin{array}{r} 675 \\ 575 \\ \hline 100 \\ \hline 27 \end{array} \text{ differentia qudratorum.}$$

Igitur secunda pars est binomium quartum, et prima pars recisum eius.

23 (14)[b], col. 2.

| **Aliter.**

Necesse est, quod duo numeri quotientes in se multiplicati unus in alterum producant unitatem.

Sit *ab* 10, *df* unitas; divisa *db* per *ad* exeat *de*. Fit ergo proportio *bd* ad *da* sicut *de* ad *df*, et coniunctim sicut *ba* ad *ad* ita *ed* et unitas ad unitatem. Quare quod fit ex unitate in 10, scilicet 10, equatur ei, quod fit ex *ed* et unitate in *ad*. Divide igitur 10 per *ed* et unitatem, scilicet per numerum quotiens cum unitate, et exibit *ad* (Fig. 13).

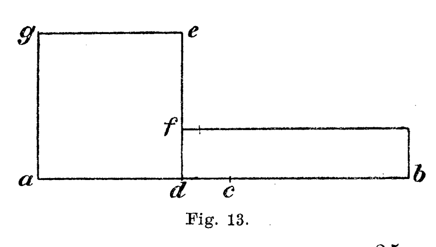


Fig. 13.

$$\frac{25}{2} \text{ in se; } \begin{array}{r} 25 \\ 25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline \frac{625}{4} \end{array}; \text{ ab hoc subtraho 1.}$$

$$\frac{621}{4}, \text{ huius radix est } de.$$

$\frac{25}{2}$ $\overline{\text{ıg}}$ ℞ de $\frac{621}{4}$ primus quotiens; $\frac{25}{2}$ et ℞ de $\frac{621}{4}$ secundus quotiens.

$$\frac{10}{\frac{27}{2}\ \overline{\text{ıg}}\ ℞ \text{ de } \frac{621}{4}} \text{ prima pars;}$$

$$\frac{10}{\frac{27}{2} \text{ et } ℞ \text{ de } \frac{621}{4}} \text{ secunda pars.}^{1)}$$

1) Regiomontan setzt $\frac{x}{10-x} = y$ und hat also die Gleichung $y + \frac{1}{y} = 25$, also $y^2 + 1 = 25y$, woraus $y = \frac{25}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{25}{2}\right)^2 - 1}$, also

$$y = \frac{25}{2} \pm \sqrt{\frac{621}{4}} \text{ folgt.}$$

Es folgen jetzt die Antwort Bianchini's auf den zweiten Brief Regiomontan's und die Antwort des letzteren auf jenen Brief. Ihnen lasse ich wieder die auf sie bezüglichen Rechnungen Regiomontan's folgen.

IV.

Bianchini an Regiomontan.

| Ex Ferraria 1464, die 5. februari. 41 (33)[a]

Responsiones ad quesita vestra sunt hec.

Primum quesitum est: Stella in g̃ 10 m̃ 25 Tauri latitudine carens, et alia in g̃ 27 m̃ 29 Tauri absque latitudine, tertia autem latitudinem habens septemtrionalem distat a prima per g̃ 6 m̃ 18, a secunda autem g̃ 20 m̃ 47: queritur verus locus et latitudo huius tertie stelle.

Hec propositio non videtur per demonstrationem terminari posse, nisi declaretur alterum duorum, latitudo scilicet huius tertie stelle aut locus ipsius in ecliptica, dato quod per 12^{am} et 13^{am} secundi[1]) inveniatur perpendicularis, sed in hoc non valet questio.

Secundum quesitum: Due stelle fixe ab ecliptica versus septemtrionem elongate, quarum latitudo unius est g̃ 9 m̃ 26, alterius vero g̃ 35 m̃ 53, et distantia inter corpora stellarum est g̃ 9 m̃ 45: queritur, quantum distent loca sua in ecliptica.

Propositio hec male posita videtur et impossibilis terminari. Nam si ab eodem puncto ecliptice per latitudinem declinantur, manifestum est, quod distantia inter corpora ipsarum erit g̃ 26 m̃ 27. Si vero adversis punctis ecliptice declinantur, necessario linea protracta a centro ad centrum prope ultimam sui curvatio longior erit quam g̃ 26 m̃ 27. Sed prius brevior ponitur, quod est impossibile, ergo videtur male posita.

⁜[2]) Tertium quesitum. Est circulus diametrum habens 60 pedum. Huic inscriptum est quadrangulum, cuius quatuor latera proportiones

---

Es ist also der erste Quotient $=\frac{25}{2}-\sqrt{\frac{621}{4}}$, der zweite $=25+\sqrt{\frac{621}{4}}$. Die Rechnung ist aber so weiter geführt: Es ist $\frac{x}{10-x}=\frac{25}{2}-\sqrt{\frac{621}{4}}$, und daraus $x=\frac{10}{\frac{27}{2}-\sqrt{\frac{621}{4}}}$ und ebenso $\frac{10-x}{x}=\frac{25}{2}+\sqrt{\frac{621}{4}}$, also $10-x=\frac{10}{\frac{27}{2}+\sqrt{\frac{621}{4}}}$. Dass diese beiden Werthe in umgekehrter Reihenfolge die in der ersten Lösung gegebenen sind, ist leicht zu beweisen.

1) Das ist der Geometrie des Euklides.

2) Dieses Zeichen hat Regiomontan zugesetzt. Man sehe dasselbe Zeichen oben in dem Briefe Regiomontan's neben Aufgabe 3.

habent, quantam illi numeri 4 · 7 · 13 · 17: queritur, quanta sit area huius quadranguli.

Si vero hec propositio presupponit latera quadranguli supra circumferentiam circuli, facilis erit hec conclusio per regulam ARCHIMEDIS aut ARSEMIDIS[1]) allegati per PTHOLOMEUM, sed si quadrangulum presupponitis ex lineis rectis, ut sint corde suposite arcubus, michi videtur impossibile pro libito linearum quatuor cordas suppositas quatuor arcubus includentibus superficiem proportionem inter se habentes pro libito compositoris, nec puto possibile esse, dare quatuor angulis contentis a quatuor rectis lineis 41(33)b ex diversis | proportionibus includentibus superficiem, et invenire commune centrum equidistantem illis quatuor angulis. Non est proportio inter cordam et cordam, qualis est inter circulum et circulum, nec est proportio numeralis inter costam et diametrum, prout 7ma decimi[2]) demonstrat.

Minime etiam videtur possibile, includere in spera piramidem sex diversorum laterum pro libito proportionalium, prout in quarto quesito dicitur. Nihilminus, si super hoc viderem demonstrationem, aquiescerem et libenter audirem solum de quadrangulo conclusionem, solumodo quantitas cordarum suppositarum toti circulo, que sint in proportione ut 5 · 7 · 9 · 12.

Quintum quesitum: Sunt duo numeri, quorum differentia est radix de 5, et quadratum (!) dictorum numerorum si multiplicantur alter in alterum, producentur 250: queritur, que sint illi numeri.

Manifestum est, quod productum numeri quadrati per numerum quadratum semper et omnino erit numerus quadratus. Sed 250 non est numerus quadratus: ergo impossibile est, quod productus duorum numerorum quadratorum constituat 250, igitur etca.

Sextum: Quidam mercator cum 100 ducatis in primo anno lucratus est aliquid; deinde in secundo anno cum capitali, id est cum 100 ducatis, et lucro primi anni lucratus est, proportionaliter ut in primo; tertio anno item cum capitali et duobus lucris annorum preteritorum proportionaliter lucratus est. Quo computato in universo ex capitali et tribus lucris coligit ducatos 265: queritur, quantum in primo anno lucratus sit.

Si hoc fecerimus per regulam argebre, proveniet, quod res, census et 42(34)a cubus equantur numero, et concluderetur quod 100 ducati cum lucro | primi anni secum lucrati sint radix cubica de 2650000 detractis ab ipsa radice 100. Sed multa similia per regulam argebre difficillime concluderentur, tamen in libro florum hec demonstravi et dedi regulam universalem ad omnem proportionem.[3])

1) Die korrumpierte Form des Namens ARCHIMEDES.

2) Geometriae EUCLIDIS.

3) Die Lösung ist richtig. Sie zeigt, dass man die Zinseszinsaufgaben da-

Septimo: Sint tres socii, qui communiter posuerunt 70 ducatos et lucrati sunt cum eis ducatos 20, quorum primo cedunt pro capitali et lucro ducati 15, secundo autem ducati 25, tertio etiam pro capitali et lucro ducati 50, et stat capitalis primi tribus mensibus, secundi autem quinque mensibus, et tertii stat 6 mensibus: queritur, quanta sit summa capitalis primi socii.

Hec propositio, prout ponitur, a me non intelligitur. Si enim 3 socii communiter posuerunt 70, videtur quilibet posuisse tertiam partem videlicet $23\frac{1}{3}$, et si primo cederunt ducati 15, ut ponitur, videtur perdidisse de capitali, et non lucratus esset. Deinde dicitur, quod pecunia capitalis primi stetit mensibus tribus, sequitur, quod alii socii, qui remanserunt, traficati sunt cum minori summa capitali quam ducatis 70, videlicet cum ducatis 55; similiter finitis 5 mensibus, quibus secundus socius extravit ducatos 25, tertius cum minori summa etiam traficatus est. Considerandum ergo est, quod cum minori capitali minus lucrum sequitur. Non intelligo opinionem quesiti, si melius non declaretur.

Octavo et ultimo queritur numerus, qui si dividitur per 17, remanent in residuo 15, eo diviso per 15 manent 11 in residuo, et ipsum divisum per 10, manent 3.

Huic quesito multe responsiones dari possent cum diversis numeris, qui propositionem concluderent, ut 1103, 3313 et alii multi. Sed in hoc non curo laborem expendere, in aliis numeris invenire.[1] | 42(34)[b]

Et ut videre possit reverentia vestra, familiariter et domestice vobiscum loquor, et hoc, quia volo vos mecum similiter faciatis.

Prosequendo enim colationis gratia quero decisionem infra scriptorum dubiorum, videlicet:

1. Tres stelle sunt, ex quibus duo super eodem gradu ecliptice dicuntur esse, sed per latitudinem ab ipsa declinant versus septemtrionem, prima scilicet per g̃ 3 m̃ 25, secunda vero per g̃ 28 m̃ 48. Tertia autem stella ipsas sequens per longitudinem secundum successionem signorum videlicet in g̃ 6 m̃ 15 Geminorum cum latitudine g̃ 12 m̃ 9 septemtrionali, cuius distantia a prima stella per arcum orbis magni a centro ad centrum est g̃ 26 m̃ 40: queritur distantia ipsius a secunda stella atque loca prime et secunde stelle in ecliptica.

2. Ego divisi 100 per certum numerum, deinde divisi 100 per eundem

---

mals schon richtig zu behandeln verstand. Der *Liber florum Almagesti,* wie der volle Titel des Werkes von Bianchini hiess, ist nicht auf uns gekommen, wenn er sich nicht in irgend einer italienischen Bibliothek wiederfinden sollte.

1) Bianchini kennt also die allgemeine Lösung nicht, die in dem Antwortschreiben Regiomontan vollständig giebt.

divisorem sibi addito 8, et numeros cotientes prime et secunde divisionis aggregavi, et fuerunt in summa 40: queritur quantitas primi divisoris.

3. Quidam accessit ad campsorem cum 10 florenis, et ipsos cambiavit in grossos Venetorum, pro quibus accepit certos grossos. De qua summa extrassit 60 grossos et ipsos recambiavit in florenos ad eandemmet rationem, sicut primo fecerat. Hoc facto reperit, se habere communiter grossos et florenos 80: queritur precium florenorum ad grossos.

4. Quidam mercator in primo anno cum 100 ducatis lucratus est certum quid, prout in sexto quesito vestro dicitur, et sic procedit de anno in annum cum capitali et lucro lucrari in simili proportione sicut in primo. In fine autem sex annorum in universo inter capitale et sex lucris habuit ducatos 900: queritur proportio lucri primi anni.

5. Die 6° octobris prossime preteriti 1463 in hac regione vobis nota

43 (35)[a] visa est stella de orizonte orientali distans per arcum orizontis a contactu | meridiani g̃ 60 m̃ 30, et hoc per horas 3 minuta 36 equales ante ortum Solis: queritur locus ipsius verus in ecliptica et latitudo ab ipsa.

6. Duo circuli sunt. Primus videlicet habens diametrum 60 pedum, secundus vero habens diametrum 68 pedum. Qui secundus circulus supraponitur primo, diametrus supra diametrum, occupando de diametro primi 50 pedes: queritur quanta de superficie seu de area primi occupabitur.

7. Construxi tabulam de cordis et arcubus particularibus, et per doctrinam Ptholomei per viam mediationis, duplationis, copulationis et residui ex istis nullo modo perveniri potest ad inveniendum cordam unius gradus, nec in eternum perveniri potest. Dico autem, quod, si dividerimus angulum in tres partes equales, habebimus cognitionem corde uninus gradus et particulariter de omnibus aliis gradibus pro libito: quero igitur divisionem anguli continentis de circulo g̃ 60, qui arcus notus est, et cordam ipsius esse medietati diametri equalem. Sed tertia pars erit corda 20 graduum, quando possibilis est.

8. Tres socii sunt, et quilibet pro se habet denarios in marsupio. Duo vero primi absque tertio habent denarios 30, duo autem secundi absque primo habent denarios 42, et duo alii absque secundo habent denarios 54: queritur, quot denarios quilibet de per se habeat.

Et hoc volo sufficiant. Quantum ad regulas argebre, de quibus comprehendo, vos doctissimum esse, ego quidem in iuventute, dum operationem mercantium operarem, aliquantulum in hoc me delectavi, sed hoc in me venia facta sit. Nescio autem, quo facto hoc astrologica scientia magnopere delectatus sim, et inter meas occupationes, quas ex erario illustrissimorum dominorum meorum habui, causam adamandi et animum reficiendi per intervalla temporis spatium ad astrologie calculum me dedi et transtuli et

totis viribus conatus sum, ipsum reducere ad brevitatem et ad facilitatem calculandi, ex quibus aliquas tabulas construxi, in quibus calculus facilis seriose invenitur, in me | suscipiendo fere omne onus et difficultatem cal- 43 (35)[b] culandi, prout videre potueritis tam de motibus planetarum, quam de primo mobili et de eclipsibus. Vidi etiam certas rubricas per vos michi transmissas tabularum vestrarum, que mihi magnopere placuerunt, quia bene posite et necessarie sunt, et modos operandi tabulas ipsas intellexi, quia dicitis in angulo communi omnia reperire, ex quibus tantum comprehendo, multas tabulas necessario esse constructas. Et quia multa necessaria quesita occurrunt, ex quibus etiam oportet alias habere tabulas, puta, vidi tabulas vetustas pro inveniendo latitudines planetarum, in quibus intratur cum centro et cum argumento medio planetarum, et in angulo communi inveniuntur latitudines planetarum. Tamen primo oportet, habere tabulas inveniendi medii motus, auges, centra, et argumenta etc., et quilibet planeta de per se oportet habere tabulam. Sed inventio pulcherrima est: ego quidem construxi tabulam pro multiplicando et dividendo, in quibus multiplicanda de 10 minutis in 10 minuta, in angulo communi invenitur productus, in dividendi etiam, invento in parte superiori numerum divisorem et descendendo numerum dividendum, ipsius directo ad sinistrum inveniatur numerus cotiens, que operatio illis, quibus laboriosius est multiplicare et dividere, facilis redditur.[1]) Non dico de capitulis tabularum mearum, quas vidistis grosso modo compositas, tamen fideliter composui et cotidie alias illis adiungo, quia exercitium illum valde mihi delectabilem occupationibus meis remedium optimum invenio.

In decisione quesiti vestri alias per me facta, quando dixi, stellam, que presuposita erat in g̃ 9 m̃ 15 Leonis mediare celum cum g̃ 20 m̃ 37 Virginis, dixi ipsam declinare ab ecliptica per latitudinem septemtrionalem g̃ 57 m̃ 2, et ab equinoctiali per declinationem g̃ 69 m̃ 38. Si autem dixi g̃ 69 m̃ 35, fuit error calami. Sed hec non curo. Quesivi autem a vobis, si per alium calculum | declinatio ipsa inveniebatur difformis ab 44 (36)[a] ista. Vos autem interlisistis, si per alium calculum perscruptari possetis declinationem ipsam, et subtiliter per tres figure sectoris demonstrationes notabiliter et bene ipsam conclusionem verificando decidistis eandem esse declinationem, et si intentionem quesiti mei exprimere non valui, modestie vestre patientiam queso, nam scio, quod per plures et quasi infinitas de-

---

1) Eine solche Tafel hat noch am Ende des XVI. Jahrhunderts Christoph Rothmann aus Bernburg berechnet. Sie findet sich im Msp. mathem. 4⁰ 29 zu Kassel. Rothmann legt dort überhaupt eine Lanze für die Sexagesimalrechnung ein, bedient sich aber bei seinen trigonometrischen Rechnungen durchaus nur der nach Decimalrechnung gefertigten Tafeln.

monstrationes veritas elucescit, et specialiter per demonstrationes, que per figuram sectoris demonstrantur. Nam in tractatu, quem de floribus almagesti construxi, concluse sunt 150 diverse proportiones, ex quibus una ex duabus alliis componitur. Non dico de figura infrascripta per vos magistraliter lineata cum linea a centro coluri per centrum stelle protracta (Fig. 14), et concludendo dicitis, quod proportio *eb* ad *bn* componitur ex proportionibus *ex* ad *xo* et *oh* ad *hn*: dico etiam, quod proportio *ex* ad *xo* componitur ex proportionibus *hn* ad *oh* et *eb* ad *bn*. Item proportio *oh* ad *hn* componitur ex proportionibus *bn* ad *be* et *ex* ad *xo*, et similiter multe alie dari possunt. Et super hoc construxi tabulam seriosam precedentibus primo demonstrationibus. Dico etiam per lineam paralleliter protractam a centro coluri, per quam causatur triangulum *ea* et *ex*, scilicet *eax* dato puncto *o* distantiam a centro *e*, invenietur arcus *ok*, qui est declinatio scilicet Io. Blanchini. Item arcus *no*, qui est latitudo ab ecliptica. Item arcus *al*, que est declinatio vera etc., que non dubito in tractatu vestro de triangulis demonstrata per vos doctissimum sint.

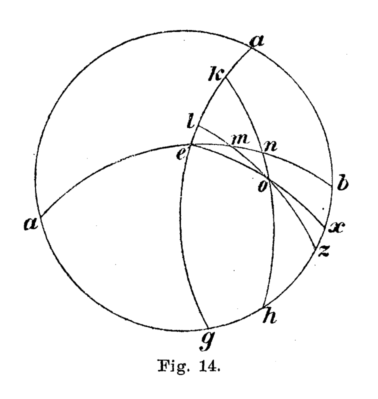


Fig. 14.

Cupio autem cum aviditate illum habere, quia in hac positione de tri- 44(36)[b] angulis non me tractavi | multum, dico in triangulis spericis, nisi quantum mihi visum est ad demonstrandam distantiam stellarum adinveniendam, et quia non dubito, tractatum ipsum e manibus vestris compilatum seriosum et copiosum esse. Valde ipsum gratum haberem solvendo scriptori mercedem. Regratior enim vobis de oblatione michi de ipso facta, quando in manu habebitis, et ego me offero, domino concedente, per quantum vires ingenioli mei se extendebunt, ipsum nomine vestro predicare et super ipsum ad vestri gloriam aliquid commentum fabricare.

Ad quesitum autem meum non bene expressum revertendum dico, quod, ut vobis notum est, invenire declinationem veram stelle ab equinoctiali maximum et quasi unicum fundamentum est in omnibus calculis astrologie, et ipso deficiente omne edificium super ipsum constructum in ruinam cadet. Vidi, per aliquos auctores doctrinam dari ad inveniendum declinationem stelarum habentium latitudinem, quorum doctrina est, accipere latitudinem stelle atque declinationem gradus ecliptice, in quo videtur stella esse, et si ambo sunt in eadem parte, septemtrionali scilicet aut meridionali, ipsas copulare, si vero una fuerit meridionalis, altera vero septemtrionalis, demere minorem a maiori, et quod post copulationem aut subtractionem perveniat,

elongationem stelle ab equinoctiali nominant, cuius dicunt accipiendum esse sinum. Nam prima fronte doctrina ipsa videtur falsa, quare arcus latitudinis et arcus declinationis quilibet procedit a suo polo, et sunt duo diversi arcus se secantes supra centrum stelle, nec ex ipsis solam sinus aut cordam accipi potest. Dicunt etiam, dictum sinum multiplicari debere per sinum aut cordam residui maxime declinationis, et productum dividere per sinum residui sciti complementi declinationis ecliptice, et hoc modo dicunt, declinationem veram stelle cum sua latitudine invenire. | Certe nescio hanc demonstrationem lineare, nec invenio ALBATEGNI ipsam demonstrasse, sed narrando regulam ipsam ultro concludit. Miror etiam de IOANNE ANGLICANO[1]) peritissimo et docto, qui in suo commento supra tabulas Toletanas per ARZACHELEM constructas hoc affirmat absque demonstratione, et propter hoc declarari a vobis volebam, si per aliquam demonstrationem hoc verificabatur, quia declinationes per hunc canonem invente notabiliter diferunt a declinationibus per tabulas per me constructas, et dico, quod omnes calculi actenus super hoc fundamentum facti male concludunt. Et hoc demonstravi in libro florum, atque narravi in tractatu de primo mobili, ubi dedi regulam ad hoc inveniendum et faciliter cum tabulis per me compositis, videlicet in tabula rubricata *„Tabula declinationis per arcum latitudinis secundum Io. BLANCHINUM"*, prout est linea *kn* secta per arcum transientem per utrosque polos zodiaci, et per *„Tabulam radicum"* etiam secundum me, in qua inveniantur ascensiones, ut arcus *ak*, cum quibus ad multas proportiones notabiliter et optime concluditur. Puta data est stella in g̃ 9 m̃ 15 Leonis cum latitudine g̃ 57 m̃ 2, et quero declinationem ipsius. Primo invenio declinationem ipsam in Tabula secundum IOANNEM BLANCHINUM, quam invenio g̃ 18 m̃ 39 2̃ 30, quos subtraho de 90, restant g̃ 71 m̃ 20 2̃ 30, cum quibus in tabula magistrali prima invenio numerum corrispondentem 9675, quos ex parte scribo. Postmodum copulabo latitudinem cum supra scripta declinatione, quia sunt in eodem arcu et in eadem parte, eruntque in summa g̃ 75 m̃ 41 2̃ 30, quorum sinus per tabulas invenio in numeris 50138, quos multiplico per numerum supra salvatum, et producuntur secundum doctrinam canonum 56249 fere, ex quibus per tabulam sinus invenio arcum g̃ 19 m̃ 38, et hec est vera declinatio stelle. |

45(37)[a]

45(37)[b]

Quia preteritis diebus continue moram traxi Zure, ut alias vobis dixi, nec habui nuntium vobis transmittendi responsiones ad quesita vestra, namque ex mandato Illustrissimi D. mei die 2° instantis mensis huc ad offi-

1) Es ist das JOHANNES ASHENTON, der um 1348 ein Buch beendete mit dem Titel: *Summa astronomica sive iudicialis de accidentibus mundi* gewöhnlich *Summa Anglicana* genannt.

cium meum veni, et presenti hora per veniam prefati Ill[mi] D. mei raptim literas istas egregio viro TASSINO destinavi, ut vobis fideliter reddat, correptionibus vestris omnia subiacebunt.

Ex Ferraria, die V[to] februarii 1464 hora 3[a] noctis.

Totus vester IOANNES DE BLANCHINIS.

46(38)[b] [a] ist leer.

| Venerabili et doctissimo Viro
dm̃o IOAÑI GERMANO R̸[mi]
dñi dño legati ꝛc[n].

V.

Regiomontan an Giovanni Bianchini.

47(39)[a]

| IOANNES GERMANUS ad IOANNEM DE BLANCHINIS Ferrariensem.

Accepi undecima mensis huius Februarii litteras vestras expectatissimas, doctissime vir, que non parum ceptam inter nos consuetudinem atque amicitiam adauxere et vobis mirum in modum obsquentem me reddidere, non modo quod meis respondeant litteris, verum etiam, quod doctiorem me in dies reddant et res occultas investigandi calcar adiiciant. Immortales igitur Dominationi vestre gratias habeo, que non cessat, IOANNEM suum familiariter adoriri. Dabitis, spero, veniam, si responsionum sive decisionum vestrarum ad interrogata mea ex ordine meminero. Non equidem, ita me deus amet, animo superbiandi aut reprehendendi istic faxo, sed, ut veritas ipsa relucescat, conabor pro viribus circa singula aliquantisper immorari.

In primo quesito posui stellam unam in $\overline{10} \cdot 25'$ Tauri sine latitudine, item aliam in $\overline{27} \cdot 29'$ Tauri absque latitudine, tertiam vero habentem latitudinem septemtrionalem et distantem a prima per $\overline{6} \cdot 18'$, a secunda autem per $\overline{20} \cdot 47'$. Respondistis, si daretur alterum duorum, videlicet aut latitudo tertie stelle ab ecliptica, aut locus eius in ecliptica, reliquum quoque notum fieret. Verum illud dixistis et soluere-mus hoc per figuram sectoris aut per scientiam triangulorum spheralium faciliter. Quod ut lucidius accipiatur (Fig. 15), sit portio excliptice xq, prima stella sit in h puncto ecliptice, secunda

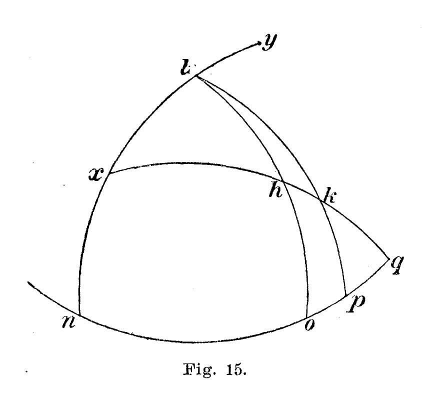


Fig. 15.

in k puncto eiusdem, tertia autem sit in l extra eclipticam, ita ut arcus lh sit $\overline{6} \cdot 18'$, arcus vero lk $\overline{20} \cdot 47'$. Super puncto l facto polo describo

circulum magnum in sphera, cuius arcus *nq* conincidat ecliptice in puncto *q*; polus ecliptice sit *y*, per quem et polum circuli *nq*, qui est punctus *l*, incedat circulus maior in sphera *yln* secans eclipticam in *x* et circumferentiam circuli supra *l* descripti in *n*, duoque arcus *lh* et *lk* continuantur, donec occurrant arcui *nq* in punctis *o* et *p*. Manifestum erit, unumquemque trium arcuum *ln*, *lo* et *lp* esse quartam circumferentie circuli maioris in sphera, itemque duo arcus *xq* et *qn* erunt quadrantes. Hec ex primo et secundo THEODOSII de spheris aut ex primo GEBRI HISPALENSIS[1]) clara trahuntur. |

Est autem arcus *xl* latitudo stelle tertie, qui si supponeretur notus, 47 (39)[b] arcus quoque *xn* innotesceret. Cum autem proportio *ln* ad *nx* erit composita ex proportione *lo* ad *oh* et ex proportione *hy* ad *qx* (de sinibus intelligo), quinque autem horum sinuum noti sunt, arcus enim *ho* notus erit propter arcum *lh* datum, quare et arcus *hq* notus erit et residuus de quarta arcus *xh*. Cumque punctus *h* sit datus in ecliptica, erit et *x* cognitus, videlicet locus verus stelle *l*. Idem fieret si uteremur figura *lnqk*, concluderetur enim arcus *kx* cognitus, et inde punctus *x*. Si autem locus eius in ecliptisa esset datus, propter punctum *h* etiam datum cognosceretur arcus *xh*, et inde arcus *hq* residuus de quarta. Fieret, ut antea, proportio *ln* ad *nx* composita ex duabus proportionibus, scilicet *lo* ad *ho* et *hq* ad *qx* (de sinibus loquor). Omnibus autem notis preter arcum *nx* ipse quoque notus eliceretur, et hinc residuus de quarta *xl*, scilicet latitudo stelle. Quo autem pacto procederetur per scientiam triangulorum spheralium, si alterum duorum predictorum datum esset, silentio nunc pretereundum censeo, cum ad vos nondum venerint libelli mei triangulorum. Ubi enim eos videbitis amplior conversationis nostre dabitur materies. Sed cum neutrum duorum dictorum sit datum, videndum est, quonam modo ad quesitum perducamur. Triangulus *lhk* tria latera habet cognita, et nihil aliud cognitum est. Quod si unus angulorum eius quicumque esset notus, reliqui quoque innotescerent, et inde arcus *lx*, quemadmodum in tertio triangulorum demonstratum videbitis deo volente, notus redderetur cum arcu *xh*.[2]) Cumque ypothesis dederit punctum *h*, fieret et punctus *x* inventus, scilicet locus stelle *l* in ecliptica. Sed neque aliquis angulorum trianguli *lhk* notus supponitur. Quod igitur restat? In tertio triangulorum ex tribus lateribus trianguli spheralis cognitis tres angulos eius dimetiri doctum est,

1) Hier also hat REGIOMONTAN seine Bekanntschaft mit dem Werke GEBER's deutlich ausgesprochen.

2) Daraus geht hervor, dass das III. Buch der Trigonometrie REGIOMONTAN's erst ein späterer Zusatz ist, und das jetzige IV. Buch hier als drittes bezeichnet wird.

unde et reliqua, que commemorata sunt, nota fieri necesse est. Cum autem hisce mediis uti iam non liceat, aliam viam aggrediar. Respicite figuram $lokq$, ubi proportio lo ad oh componitur ex duabus, scilicet proportione lp ad pk et kq ad qh (sinus appello); proportio item lo ad oh componitur ex duabus, scilicet proportione lo ad kp et proportione kp ad oh 47 (39)[c] (in sinibus semper versor), arcus autem lo equalis est arcui lp, quare | proportio lo ad oh componitur ex proportione lp ad pk et proportione pk ad oh. Ablata utrobique communi proportione lp ad pk manebit proportio pk ad oh sicut kq ad qh. Uterque autem arcuum pk et oh notus est propter sua complementa lk et lh per ypothesim data, quare proportio sinus arcus hq ad sinum arcus qk est data. Horum quoque arcuum differentiam notam subiecit ypothesis, arcum videlicet hk propter duo loca stellarum h et k data. Unde per unam conclusionem Ptolemei in capitulo 12° prime dictionis uterque arcuum hq et kq notus occurrat. Iam ad figuram $lnqh$ revertendum. Proportio ln ad nx ex duabus constat, proportione lo ad oh et proportione hq ad qx (de sinibus dico). Omnia autem, ut brevior sim, nota sunt preter arcum nx, unde et propter argumentationem memoratam ipse non ignorabitur. Hinc arcus xl notus erit, qui est latitudo stelle ab ecliptica. Locum autem verum stelle l in ecliptica ex dictis facile est percontari. Oportet autem stellam l esse in $\overline{7} \cdot 25'$ Tauri cum latitudine septemtrionali $\overline{5} \cdot 31'$. Meminit autem dominatio vestra 12ᵉ et 13ᵉ propositione 2ⁱ Euclidis, ex quibus perpendiculares in triangulis planis rectilineis queruntur. Ego autem dictis propositionibus non utor, nam nihil loci habent in hoc meo proposito. Hec de primo.

In secundo supponebantur due stelle habentes latitudines septemtrionales, una quidem $\overline{9} \cdot 26'$, alia vero $\overline{35} \cdot 53'$, et distantia inter centra stellarum erat $\overline{8} \cdot 45'$ etc. Vestrum responsum est, hanc positionem esse inpossibilem, et confiteor, me ex proposito ita supposuisse, ut intelligam, si apud vos esset Menelaus de sphericis figuris, in cuius tertio libro quinta propositio iam diu me suspensum tenuit. Quotquot reperio exemplaria, omnia in hac parte imminuta sunt. Alii vocant Mileum, ne nomen aliud vos persuadeat, alium esse librum, quam vos putatis, sed Menelaus vere dicitur, in cuius primo demonstratum est, quod cuiuslibet trianguli ex arcubus circulorum magnorum in sphera contentis duo quelibet latera tertio 48 (40)[a] reliquo sunt longiora; penultima autem primi aut alie, que | de figuris planis rectilineis demonstrata sunt, conclusiones, proposito non serviunt. Impossibilitatem sic colligo: Sit arcus ecliptice de (Fig. 16), polus eius g, stella prima sit in a. Demitto a polo ecliptice per punctum a quadrantem gz. Aut igitur stella secunda est in quadrante gz aut extra eum. Si in eo sit b, erit arcus zb g̃ 35 m̃ 53. Sed arcus za est $\overline{9} \cdot 26'$, quare

arcus ab erit g̃ 26 m̃ 27. Sed ex ypothesi oportet eum esse $\overline{8}\cdot 45'$, quod est impossibile. Si autem stella b fuerit extra quadrantem gz, ducatur a polo ecliptice alius quadrans per ipsam, qui sit gh, producto arcu ab erit itaque arcus gb $\overline{54}\cdot 7'$, arcus ga $\overline{80}\cdot 34'$ et arcus ab $\overline{8}\cdot 45'$. Duo ergo latera gb et ab trianguli spheralis abg coniuncta minora sint tertio, quod est impossibile. Si ergo ponetur arcus ab g̃ 32 m̃ 29 bene stabit possibile. Sed nolo, quod Dominatio vestra fatigetur querendo arcum zh, seu distantiam stellarum secundum longitudinem zodiaci. Labor enim multus est et iam planus ex eis, que super primo quesito commemorata sunt.

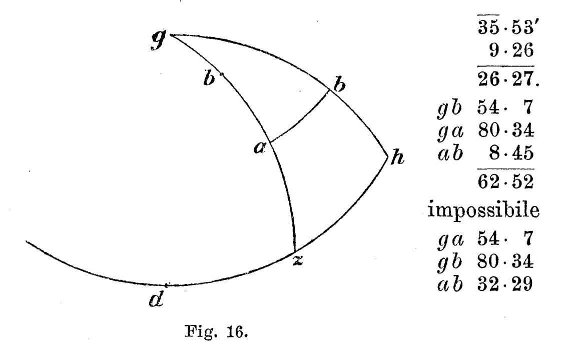


Fig. 16.

In tertio quesito ponebatur circulus habens diametrum 60 pedum, cui inscriptum intelligebatur quadrangulum latera quatuor habens in proportionibus horum numerorum 4 · 7 · 13 · 17 ·, et querebatur area huius quadranguli. Quadrangulum illud intelligebam rectilineum, nam si essent latera eius curva et super circumferentiam circuli dati, non diceretur quadrangulum, cum circumferentia circuli nullum admittet angulum. Revera hoc quesitum est satis arduum, quam ob rem paulo altius ordiendum arbitror, quo facilius expediri possit. Premitto autem has conclusiones. | 48 (40)[b]

1. O m n i s   q u a d r a n g u l i   p l a n i   r e c t i l i n e i   q u e l i b e t   t r i a   l a t e r a   s i m u l   s u m p t a   q u a r t o   r e l i q u o   s u n t   l o n g i o r a (Fig. 17).

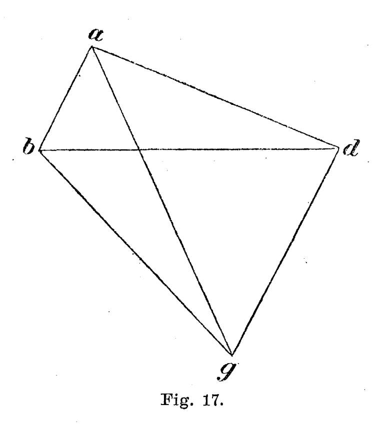


Fig. 17.

Sit tale quadrangulum $abgd$, cuius due diametri ag et bd. Dico, quod initio de eo verificetur presens conclusio. Sunt enim trianguli abg duo latera ab et bg per 20^{am} primi Euclidis longiora latere ag, itemque ga et ad latera trianguli gad simul sumpta longiora ipso latere eiusdem gd, tria igitur latera gb et ba et ad longe maiora sunt latere gd. Non aliter de reliquis omnibus lateribus predicabitur. | 49 (41)[a]

2. E x   o m n i b u s   q u a t u o r   l i n e i s   r e c t i s ,   q u a r u m   q u e l i b e t   t r e s   s i m u l   i u n c t e   q u a r t a   s u n t   l o n g i o r e s ,   p o s s i b i l e   e s t   f i e r i   q u a d r a n g u l u m   c i r c u l o   i n s c r i p t i b i l e (Fig. 18).

Sint quatuor huiusmodi linee *a*, *b*, *c*, *d*, quarum minima sit *a*, quam constituo diametrum circuli *ehg*. Palam, quod circulo *ehg* non possunt inscribi quatuor ille proposite linee conterminaliter, cum summa earum non sit minor diametro circuli *abg*. Sed et nemini dubium est, quin aliquis sit circulus ita magnus, quod si tres propositarum linearum aut eis equales posuerimus in eo tanquam cordas conterminales, et deinde quartam, remaneat arcus aliquis absque corda. Volo dicere, quod secundus terminus quarte linee et primus prime non conincidunt. Duos ergo constat esse circulos, quorum alteri quatuor date linee non possunt immitti conterminales propter nimiam eius circuli parvitatem, alteri vero non possunt hoc pacto inscribi propter nimiam eius magnitudinem. Necesse est igitur, cum sint infiniti circuli medii inter eos, ad aliquem pervenire, cui dicte quatuor linee possint inscribi. Hec certa sunt et intellectum faciunt quietum, quare ad alia me transfero.

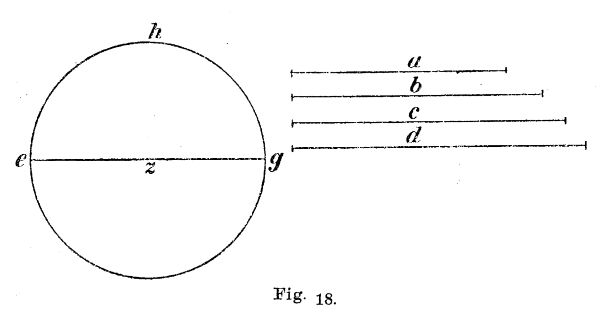


Fig. 18.

3. Non est necesse, omne quadrangulum rectilineum circulo esse inscriptibile (Fig. 19).

Sit enim circulus *abgd*, in quo ordinentur quatuor corde *ab*, *bg*, *gd* et *da*, ut libet sibi conterminales, quadrangulum *abgd* concludentes. Signeturque punctus *h* extra circulum in linea *gb* continuata, ducta linea *ah*. Dico, quod impossibile sit, quadrangulum *abgd* inscribi circulo. Si enim possibile est, esto per adversarium, ducaturque diameter *ag* communis ambobus quadrangulis. Duo itaque anguli *ahg* et *adg* ex confessione adversarii et 28ta tertii Euclidis duobus rectis angulis sunt equales. Sed et duo anguli *abg* et *adg* ex ypothesi et eadem 28ta tertii Euclidis duobus rectis equipollent: duo igitur anguli *ahg* et *adg* equabuntur duobus *abg* et *adg*. Ablatoque utrobique angulo *adg* relinqueretur angulus *abg* equalis

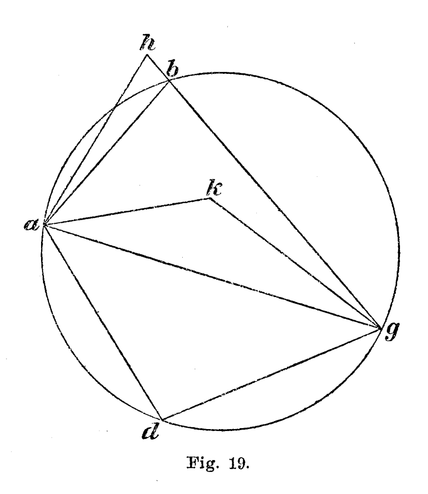


Fig. 19.

angulo *ahg*, extrinsecus intrinseco, quod est impossibile et contra 16^{am} primi elementorum. Ad | idem inconveniens redigeretur adversarius, si dixerit, quadrangulum *akgd* inscriptibile circulo. Posito *k* puncto in triangulo *abg* aut in altero laterum eius. Non est ergo necesse, omne quadrangulum rectilineum inscriptibile esse circulo, quod erat demonstrandum. 49 (41)[b]

4. Omne quadrangulum rectilineum, cuius duo anguli sibi oppositi duobus equantur rectis, circulo est inscriptibile.

Quadranguli *abgd* rectilinei (Fig. 20) duo anguli *abg* et *adg* duos rectus valeant: dico ipsum inscriptum iri circulo. Ducta enim diametro quadranguli *ag* per 5^{am} quarti elementorum Euclidis licet, triangulo *agd* circumscribere circulum. Fiat igitur, et sit circulus huiusmodi *agd*, cuius circumferentia si transibit punctum *b*, habebitur intentum. Si non, ponatur *ab* indefinita ex parte *b*, quam necessario secabit circumferentia circuli *agd* aut supra *b* aut infra. Si supra, esto in puncto *h*, ductaque linea recta *hg* erit quadrangulum *ahgd* in circulo, unde ex 21° tertii elementorum duo anguli *d* et *h* duobus rectis equivalebunt. Sed et duo anguli *adg* et *abg* per ypothesim duos valent rectos, per communem ergo scientiam relinquetur angulus *abg* equalis angulo *ahg*, extrinsecus intrinseco, quod est impossibile 16^{a} primi ratiocinante. Idem et eodem modo inconveniens redundabit, si circumferentiam circuli *agd* quis dixerit secare lineam *ab* infra punctum *b*.

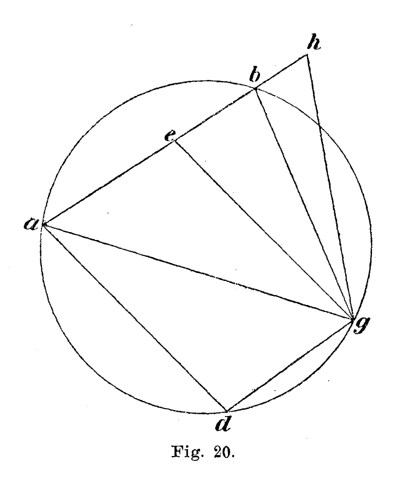


Fig. 20.

5. Proposito quadrangulo rectilineo, sitne inscriptibile circulo an non, explorare.

Utrique duorum angulorum quadranguli sibi oppositorum equalem constituens super puncto unius linee per 23^{am} primi elementorum, inde quoque, sintne equales duobus rectis an non, facile docebitur. Si igitur equales fuerint duobus rectis, quadrangulum ipsum circulo erit inscriptibile per primam partem 13^{e}. Si vero inequales, nullus circulus unquam ipsum circumscribet.

6. Quadrangulo, cuius duo invicem oppositi anguli duobus rectis equipollent, circulum circumscribere.

Sit tale quadrangulum *abgd*, cuius duo anguli *b* et *d* duobus rectis equivalent. Volumus circumscribere circulum. Ducta diametro *ag* ex processu antepremisse consequemur intentum.

7. Si in quadrangulo rectilineo, quod circulo inscribitur, due eius diametri producantur se secantes, erit proportio unius partis ad reliquam eiusdem diametri partem, sicut eius, quod sub duobus lateribus quadranguli huic parti 0(42)[a] allateralibus | continetur, ad id quod sub reliquis duobus lateribus, alteri videlicet parti allateralibus continetur rectangulum (Fig. 21).

In figura clarebit facilius. Quadrangulo *abgd* circumscriptus sit circulus *abgd*, sintque due eius diametri *bd* et *ag* secantes se in puncto *h*: dico quod proportio linee *bh* ad lineam *hd* est ut proportio eius, quod continetur sub duobus lateribus *ab* et *bg* ad id, quod continetur sub duobus *ad* et *dg*, cuius demonstrationi incumbendum est. Aut enim duo anguli *bag* et *gad* equales sunt aut non. Si fuerint equales, erunt et due corde *bg* et *gd* per 25^am^ et 28^am^ tertii equales. Per tertiam autem sexti proportio *ah* ad *hd* sicut *ba* ad *ad*, et talis etiam est proportio eius, quod sub *gb* et *ba*, ad id, quod sub *ad* et *dg* prima sexti arguente propter duas cordas *bg* et *dg* equales. Si vero alter dictorum angulorum altero maior sit, verbi gratia angulus *gad* maior angulo *bag*, fiat angulus *ead* equalis angulo *bag* ductis cordis *be* et *de* itemque *ae* secante cordam *bd* in *k*. Unde constabit, cordam *ed* equalem esse corde *bg*, item cordam *be* equalem ipsi *gd*. Erit enim angulus *bae* equalis angulo *gad*, angulo *gae* facto communi. Cum itaque angulus *ead* equalis positus angulo *bag*, duoque anguli *abd* et *aed* equales, quia in unum arcum *ad* cadant, erunt 32^a^ primi adiuvante duo trianguli *abh* et *aed* equianguli, quare per quartam sexti proportio *bh* ad *ah* sicut *ed*, et ideo *bg* ad *ad*. Similiter probabimus duos triangulos *ahd* et *abe* esse equiangulos, et ideo proportionem *ah* ad *hd* esse sicut *ab* ad *be* sive ad *gd*. Sed proportio *ah* ad *hd* componitur ex duabus proportionibus, scilicet proportione linee *bh* ad *ha* et proportione *ha* ad *hd*, quarum prima quidem est ut *bg* ad *ad*, secunda vero ut *ab* ad *gd*, ex quibus per 14^am^ sexti componitur etiam proportio eius, quod sub *ab* et *bg*, ad id, quod sub *ad* et *dg*, quare proportio *bh* ad *hd* est ut eius, quod sub *ab* et *bg* ad id, quod continetur sub *ad* et *dg*, et hoc erat concludendum.

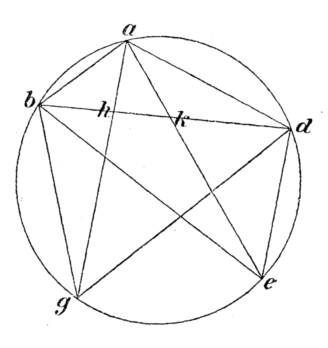


Fig. 21.

8. Datis quatuor lateribus quadranguli circulo inscripti proportio diametrorum eius inter se cognita veniet.

Resumpta priori figuratione sint date quatuor linee ab, bg, gd et ad: dico, quod proportio bd diametri ad ad nota erit. Erat enim ex precedenti bh ad hd sicut eius, quod sub ab et bg, noti propter ypothesin, ad id, quod sub ad et dg, notum similiter. Sic | proportio bh ad hd nota 50 (42)[b] redditur, et ideo coniunctim proportio bd ad hd non erit ignota. Similiter per omnia probatur proportionem ag diametri ad gh fieri cognitam. Est autem gh ad hd data, quoniam sicut bh ad ah per 34^{tam} tertii et 15^{am} sexti, proportio igitur diametri ag ad portionem hd data fiet. Duorum itaque diametrorum bd et ag utraque ad lineam bh proportionem habet datam, unde necesario earum inter se proportio nota veniet, quod expectabatur lucubrandum. Nonnullos autem probationum locos allegare neglexi, cum nihil ambigui habeant, et in primo triangulorum unicuique plana occurrant.[1])

9. Si, quod sub duabus lineis proportionem notam habentibus continetur, rectangulum datum fuerit, utraque earum nota proclamabitur (Fig. 22).

Sint due recte hb et bg, quarum proportio nota, quadrangulum $bhge$ rectangulum et notum continentes: dico, quod utraque earum data invenietur. Prolongetur enim gb directe, donec ba fiat equalis ipsi bh, supra qua constituatur quadratum $dabh$. Erit itaque per primam sexti proportio ab

---

1) Der Gang seines Beweises, dass das Verhältnis der Diagonalen gegeben sei, ist folgender: Nach Satz 7 verhält sich

$$bh : hd = ab \cdot bg : ad \cdot dg \quad \text{und}$$
$$ah : hg = ab \cdot ad : dg \cdot bg,$$

also auch

$$(bh + hd) : hd = (ab \cdot bg + ad \cdot dg) : ad \cdot dg = bd : hd$$
$$(ah + hg) : hg = (ab \cdot ad + dg \cdot bg) : dg \cdot bg = ag : hg$$

Es ist aber wegen Ähnlichkeit der betreffenden Dreiecke

$$bh : ah = gh : hd$$

und daher auch

$$(ab \cdot bg + ad \cdot dg) bh : ad \cdot dg \cdot ah = bd : hg$$

und da auch

$$dg \cdot bg : (ab \cdot ad + dg \cdot bg) = gh : ag$$

ist, so folgt endlich

$$bd : ag = (ab \cdot bg + ad \cdot dg) bh \cdot dg \cdot bg : (ab \cdot ad + dg \cdot bg) ad \cdot dg \cdot ah.$$

Dass $bh \cdot dg \cdot bg = ad \cdot dg \cdot ah$ ist, giebt Regiomontan nicht an, es folgt aber sofort aus der Ähnlichkeit der Dreiecke $ahd \sim bhg$. Der Beweis ist soweit gegeben, dass Bianchini mit Leichtigkeit die obigen Schlüsse durchführen konnte. Da aber nach dem Ptolemäus'schen Satze das Produkt der Diagonalen ebenfalls bekannt ist, so schliesst Regiomontan in Satz 9 u. 10 daraus, dass die Diagonalen einzeln bekannt sind.

ad *bg* sicut quadrati *db* ad parallelogrammum *hg*. Proportio autem *ab* ad *bg* est ut *hb* ad *bg* nota per hypothesim, unde proportio *db* quadrati ad spatium *hg* rectangulum nota elicietur. Est autem *hg* notum ex hypothesi, quare et quadratum *db* non ignorabitur. Hinc costa sua *bh* non latebit, cuius cum proportionem ad lineam *bg* subiecerit ypothesis, necessario et linea *bg* nota prosiliet.

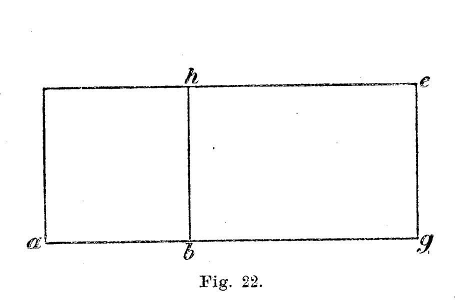


Fig. 22.

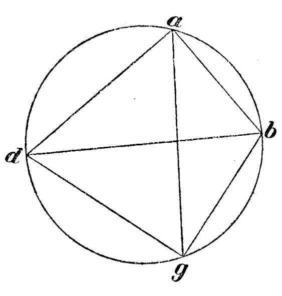


Fig. 23.

10. Quadranguli circulo inscripti quatuor latera nota habentis diametros quoque cognitum iri (Fig. 23).

Sit tale quadrangulum *abgd*, cuius due diametri sint *ag* et *bd*, latera autem quatuor eius data: dico, quod et diametri patefient. Erit enim per 8^{am} huius proportio diametrorum nota, quod autem sub diametris continetur, equum est his, que sub binis lateribus sibi oppositis continentur simul sumptis. Que autem sub binis lateribus continentur, nota sunt propter latera ipsa nota, unde et per precedentem utraque eorum cognita reddetur.

11. Datis quatuor lateribus huiusmodi quadranguli diametrum circuli sibi circumscripti invenere (Fig. 24).

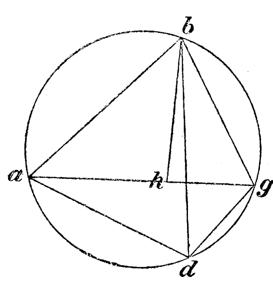
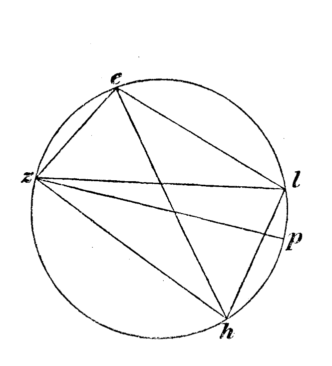


Fig. 24.

Repetita figura precedenti due linee *ab* et *bg* note habebuntur per ypothesim, ex precedenti autem et *ag* nota declarabitur. Triangulus ergo *abg* circulo circumscriptus diametrum ipsius circuli notam suscitabit, quod erat absolvendum. Plures autem cum sint modi ex tribus lateribus trianguli rectilinei notis diametrum circuli se circumscribentis invenire, eum eligo, qui ceteris est facilior et brevior apparet. A puncto *b* ad lineam *ag* demitto perpendicularem *bh*, quam | 51(43)[a] notam habebo propter latera trianguli *abg* cognita. Est autem proportio *bh* perpendicularis ad latus *ab* sicut lateris *bg* ad diametrum circuli *abgd*, cumque tres harum linearum sint note, diameter circuli non igno-

rabitur. Hunc autem modum diametri circuli inveniendi alibi demonstratum tradidi.[1])

12. Sed ne diutius equo detineamini, ad hoc quesitum respondere licet hoc pacto (Fig. 25).



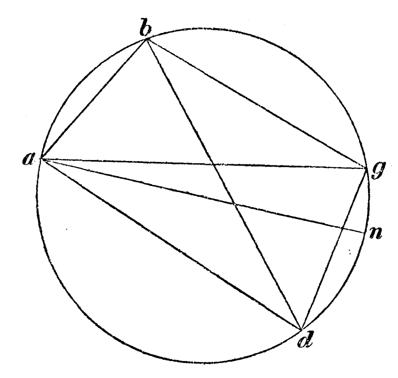


Fig. 25.

Cum sint date proportiones quatuor linearum, que claudere debent quadrangulum, pono pro libito lineam *ze* quotlibet pedum, et reliquas lineas *el*, *lh* et *hz* secundum proportiones datas et ut sit brevius, sit linea *ze* 4 pedum, linea *el* 7, linea *lk* 13 et linea *kz* 17 pedum. Possibile autem est per 2^{am} huius esse circulum, cui conterminaliter inscribantur hec quatuor linee, cum tres eorum quelibet quarta reliqua sunt longiores. Sit ergo circulus ille *zelk*, cuius diameter *zp* nota erit respectu linee *ze* per precedentem. Erit autem et area quadranguli *zelp* nota, quoniam ex 10^a huius diameter quadranguli *zl* nota habebitur. Sic uterque triangulorum *zel*, *zhl* tria habebit cognita latera, unde et utriusque area nota reddetur. Hinc quoque totius quadranguli area innotescit. Si igitur diameter *zp* circuli *zelh* esset 60 pedum, satis iam responsio pateret. Et si non fuerit 60 pedum ponatur linea *an* 60 pedum et fiat diameter circuli *abgd*, cui circulo inscribatur quadrangulum simile quadrangulo *zelh*, cuius rei dispositionem, cum et possibilis et facilis sit, pretereo. Quadrangulum tule sit *abgd*, ad cuius aream se habet area quadranguli *zelh* sicut quadratum diametri *zp* ad quadratum diametri *an*. Cumque tres harum quantitatum sint note, quarta quoque innotescet, quod erat absolvendum. Quod autem aree quadrangulorum similium et quadrata diametrorum circulorum, quibus quadrangula inscripta sunt, eandem habeant proportionem, nemini docto ignotum est. De hoc iam satis. Quo autem pacto numeris illud

---

1) *De triangulis* lib. II prop. XXIIII. Santbech'sche Ausgabe p. 49.

expediendum sit, ex commemoratis facile addiscetur, sed labor ingens et
51 (43)[b] diuturnus. |

Ad quartum respondetis, minime esse possibile includere in sphera pyramidem sex diversorum laterum pro libito proportionalium etc. Verum et bene respondetis, Sed infinite possunt dari huiusmodi pyramides sphere inscriptibiles. Quod ut apertius fieret, multa premittenda essent, sed pau-
3 · 5 · 8 · 10 · 11 · 13 cula nunc commemorabo. Intelligo spheram, cui inscripta est huiusmodi pyramis, si possibile est, vocaboque spheram primam et pyramidem primam (Fig. 26). Deinde pono lineam ab ut unum ex illis sex numeris 3·5·8·10·11·13, verbi gratia 10 pedes, et lineam ag 8 pedes, lineam gb 3 pedum, ponoque triangulum abg basim pyramidis secunde hoc pacto. Per 26^am undecimi apud punctum g constituo angulum solidum equalem angulo solido prime pyramidis, qui est apud latera basis prime pyramidis proportionalia duobus lateribus ag et gb trianguli abg. Oportet enim triangulum abg equiangulum esse basi prime pyramidis. Ductaque linea gk surgente a superficie trianguli abg sumatur ex ea gd pedum 11; a puncto quoque d sublimi demittantur ad terminos linee ab due linee recte da et db. Iam confectam habemus pyramidem sex notorum laterum, eritque omnino similis prime pyramidi, licet fortasse non equalis eidem. Huic pyramidi secunde intelligatur sphera circumscribi, quam vocabo spheram secundam. Omni enim pyramidi basim habente triangularem sphera circumscriptibilis est. Hec autem omnia alibi demonstrata dedi. Si itaque ex notis lateribus pyramidis secunde inveniemus diametrum sphere se circumscribentis, quemadmodum possibile est et demonstratum, plana erunt omnia. Nam cubus circumscribens spheram secundam ad cubum, qui circumscribit spheram primam, est ut corpulentia pyramidis secunde ad corpulentiam pyramidis prime. Hec tenent propter similitudinem cuborum et pyramidum et habitudinem eorum ad spheram secundum inscriptionem et circumscriptionem. In his non moror. Si enim satis lucubrari deberem,

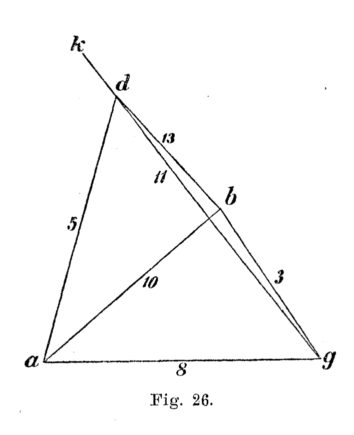


Fig. 26.

52 (44)[a] nimium prolixus evaderem; sed recta sunt omnia. | Modum autem metiendi corpulentiam pyramidis sex latera cognita habentis iam alibi conscripsi. Sic due cubi noti essent et corpulentia pyramidis secunde, unde et corpulentia pyramidis prime cognoscetur, essetque responsum satis ad hanc interrogationem. Sed profecto non facile est explorare, an ex sex lineis habentibus proportiones ut sex numeri dati sit constructibilis pyramis trilatera

propter variam combinationem huiusmodi linearum possibilem fieri, propter multas quoque passiones pyramidi trilatere convenientes. Sit enim huius explanandi gratia pyramis, cuius basis trilatera *hkl* et vertex *n*, quam claudant quatuor trianguli plani rectilinei et sex linee recte, que habebit quatuor angulos solidos ex novem superficialibus angulis resultantes. Cum itaque hec pyramis ex triangulis planis rectilineis consurgat, de quibus demonstratum est in vigesima primi, cuiuslibet eorum quelibet duo latera simul sumpta tertio reliquo esse longiora, item cuiuslibet anguli solidi ex tribus superficialibus angulis rectilineis contenti duos quoslibet superficiales simul sumptos maiores esse tertio, omnes autem tres coniuncti minores quatuor rectis, hoc ex vigesima et vigesimaprima undecimi, oportuit igitur in pyramide *abgd* superius signata angulum *agd* et angulum *dgb* simul iunctos maiores esse angulo *agb*, itemque tres angulos superficiales in puncto *g* confluentes minores esse quatuor rectis. Hec omnia pensanda sunt, priusquam ad corpulentiam inveniendam descendatur. Modum autem inveniendi corpulentiam huiusmodi et inveniendi diametrum sphere circumscribentis ipsam pyramidem et cetera his rebus necessaria nunc preterire statui, ne fastidium pariam. De hoc nunc satis, nam, si ad plenum absolvere hoc quesitum vellem, duo quinterni vix sufficerent.

Velletis insuper scire quantitates quatuor cordarum conterminalium in circulo, quarum proportiones sunt ut hi numeri 5 · 7 · 9 · 12. Si ponetis diametrum circuli notam, ex supra dictis sufficienter trahetur modus operandi, quamquam laboriosissimus.

| In *quinto* quesivi duos numeros, quorum differentia esset radix quadrata de 5 etc. Quesivi duos numeros huiusmodi non in unitatibus, scilicet in actu tantum, sed in potentia etiam, si opus fuerit, quemadmodum vos respondistis ad sextum interrogatum, lucrum primi anni fuisse radicem cubicam de 2650000. Demptis ab ipsa radice 100. Hic enim in veritate non est numerus vulgaris. Ita etiam in questione mea satis erit determinare, quorum numerorum radices sint, quales queruntur. Huiusmodi enim numeris utuntur computatores algebre. 52 (44)[b]

In *septimo* subieci, tres socios communiter posuisse 70 ducatos, et lucratos fuisse etc., non dixi eos equaliter posuisse, sed simul et communiter, in principio anni verbi gratia posuisse 70 ducatos ita, quod unus quisque posuerit partem suam. Sed completis tribus mensibus primus recepit de capitale suum cum lucro suo trium mensium, et invenit 15 ducatos. Sed duo capitalia duorum reliquorum steterunt amplius per duos menses ita, quod ambo in toto steterint per quinque menses. Quibus expletis secundus recepit capitale suum cum lucro, et collegit 25 ducatos. Amplius capitale tertii stetit per unum mensem ita, quod in toto stetit

per 6 menses, quibus expletis tertius invenit capitale cum suo lucro 40 ducatorum: queritur etc.

17 | 170
13 | 13
10 | 510
| 17
| 2210

In *octavo* bene reddidistis numerum quesitum minimum 1103, secundum autem 3313. Satis est, nam infiniti sunt tales, quorum minimus est 1103. Huic si addiderimus numerum numeratum ab ipsis tribus divisoribus, scilicet 17, 13 et 10, habebitur secundus, item eodem addito resultat tertius etc[a]. [1])

Hec de quesitis meis, ad que licet sufficientissime responderitis, libuit tamen circa ea paulisper immorari, quo sententiam meam planius acceperitis. Nunc ad interrogata vestra respondebo, quam paucissimis potero.

Primum erat illud: Tres sunt stelle, ex quibus due super eodem gradu ecliptice dicuntur esse, sed per latitudinem ab ipsa declinantes versus septemtrionem, prima scilicet per g̃ 3 m̃ 25, secunda vero per g̃ 28 m̃ 48, tertia autem stella ipsas predictas sequens secundum successionem signorum in g̃ 6 m̃ 15 Geminorum cum latitudine septemtrionali g̃ 12 m̃ 9, cuius distantia a prima stella per arcum orbis magni a centro ad centrum est g̃ 26 m̃ 40: queritur distantia ipsius | a secunda stella locaque prime et secunde in ecliptica (Fig. 27).

53(45)[a]

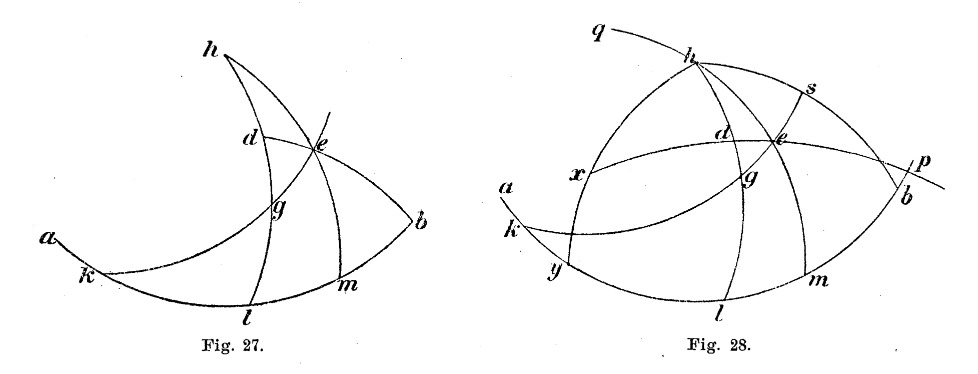


Fig. 27. Fig. 28.

Respondendo pono eclipticam ab, cuius polus septemtrionalis sit h, sintque due stelle prime g et d in quadrante hl, punctus autem m sit finis 6 graduum et 15 minutorum de Geminis, demissoque quadrante hm signetur in eo tertia stella per notam e, productis duobus arcubus circulorum magnorum eg et ed. Ex notis itaque arcubus gl, dl, em et eg, itemque

1) Hieraus in Verbindung mit der Randglosse ist klar, dass Regiomontan die vollständige Lösung dieses Problemes besass, wie denn zu seiner Lebenszeit dergleichen Aufgaben vielfach umliefen. In der vierten Abhandlung dieses Heftes wird man die Art der Lösung, welche das 16. Jahrhundert kannte, auseinandergesetzt finden.

puncto *m* dato queritur arcus *ed* cum puncto *l*. Quod ut fiat, continuetur arcus *eg*, donec occurret ecliptice in puncto *k*. Iam perducti sumus ad eam viam, qua superius in primo quesito meo utebar. Erit enim proportio *hm* ad *me* composita ex duabus proportionibus, scilicet arcus *hl* ad *lg* et ex proportione *gk* ad *ke* (de sinibus loquor). Unde concluditur proportionem sinus arcus *ek* ad sinum arcus *kg* esse tanquam proportionem sinus *em* ad sinum *gl*, cumque arcus *eg* datus sit, qui est differentia duorum arcuum *ek* et *kg*, erit per superius commemorata uterque eorum cognitus. Quod si per polum circuli *ke*, qui sit *q*, et polum ecliptice *h* circulum magnum produxerimus (Fig. 28), qui secet arcum *ke* satis prolongatum in puncto *s*, ipsam autem eclipticam in puncto *b*, erit unusquisque arcuum *hb*, *ks* et *kb* quarta circumferentie magne, fietque proportio *kb* ad *bl* composita ex duabus proportionibus, proportione sclilicet *ks* ad *sg* et proportione *gh* ad *hl* (sinus intelligo non arcus). Cum autem omnia sint nota preter arcum *bl*, est enim *sg* notus propter *kg* superius notum, similiter *gh* cognoscitur propter latitudinem *lg* notam ex ypotesi, quare et arcus *bl* non ignorabitur. Similiter per omnia invenietur arcus *bm*, si figura sectoris utemur *hbke*. Differentia igitur duorum arcuum *bl* et *bm* nota prosiliet, scilicet arcus *lm*, cumque punctus *m* sit notus, exit et *l* notus, locus videlicet primarum duarum stellarum, qui querebatur. Arcum autem *ed* metiemur, si prius eum extendimus ad partem puncti *e*, donec conincidat ecliptice in puncto *p*, ad partem autem puncti *d*, donec occurret circulo magno per polum ecliptice *h* et polum circuli *de*, qui sit *t*, transeunti, quod fiat in puncto *x*. Hic autem circulus per polos dictos incedens secet eclipticam in puncto *y*, eritque uterque arcuum *px* et *py* quarta circumferentie. Hec figuratio tenebit, dum arcus *dp* minor quadrante fuerit, nam si aliter eveniet, circulus per *t* et *h* polos transiens aut conincideret circulo *hl* aut secaret arcum *dp*. Sed argumentatio | parum variaretur. Redeamus igitur ad figurationem prescriptam, ubi proportio *hd* ad *dl* componitur ex duabus, proportione scilicet *he* ad *em* et proportione *mp* ad *pl*. Si ergo subtraxerimus proportionem *he* ad *em* ex proportione *hd* ad *dl*, que ambe note sunt propter terminos suos notos, relinquetur proportio *mp* ad *pl* cognita (de sinibus loquor). Cumque superius inventus sit arcus *lm*, qui est differentia duorum arcuum *pl* et *pm*, erit ex modo supradicto uterque eorum cognitus. Hinc et arcus *lg* innotescet. Est autem proportio *py* ad *yl* composita ex duabus, scilicet ex proportione *px* ad *xd* et proportione *dh* ad *hl*. Omnia autem nota sunt preter *xd*; est enim *hd* arcus notus propter latitudinem secunde stelle *dl* cognitam, unde et arcus *xd* invenietur cognitus. Similiter per omnia numeretur arcus *xe* ex figura *hype*. Demptoque arcu *xd* ex arcu *xe* relinquetur arcus *ed*, qui querebatur. Quod si

53 (45)[b]

figuratio aliter accideret, processus huiusmodi ad intentum paucis rebus mutatis nos traducet. Habeo insuper alios modos respondendi et breviores per scientiam triangulorum spheralium, quibus non libuit uti, donec videbitis libellos meos triangulorum. Usus autem sum figura sectoris, in qua profundissimam habetis intelligentiam, quatenus assumpte mea omnia confitemini. Oportuit autem ex vestra ypothesi duas primas stellas esse in gradibus 10 minutis 48 Tauri, tertiam autem stellam habere distantiam a secunda g̃ 28 m̃ 58, que querebantur.

Secundum quesitum. Divisi 100 per certum numerum. Deinde divisi 100 per eundem divisorem additis 8. Summa autem ex numeris quotiens resultabat 40: queritur quantitas primi divisoris.

Primus divisor fuit radix quadrata de $22\frac{1}{4}$ dempto ex ipsa radice $1\frac{1}{2}$, unde etiam secundus divisor fuit radix de $22\frac{1}{4}$ additis $6\frac{1}{2}$.

Tertium. Quidam accessit ad campsorem cum 10 florenis et ipsos campsit in grossos Venetorum, accipiendo scilicet pro eis certam summam grossorum. Ex qua summa dempserit 60 grossos, et ipsos recampsit in florenos secundum idem cambium ut prius. Quo facto reperit, se habere ex grossis et florenis coniunctis 80: queritur valor unius floreni ad grossos.

Unus florenus valuit radicem quadratam de $48\frac{1}{4}$ additis $6\frac{1}{2}$.

Quartum. Quidam mercator cum 100 ducatis in primo anno lucratus est certum quid, sicque procedit de anno in annum etc.; in fine autem sex annorum in universo ex primo capitali et omnibus lucris colligit 900 ducatos: queritur lucrum primi anni.

Hoc quesitum, licet simile sit interrogato meo ab inicio, tamen in fine redigit me ad scopulum maximum. Invenio enim rem, censum, cubum, censum de censu, cubum de censo et cubum de cubo equari numero. | Difficile igitur profecto videtur absolvere hoc quesitum. Si enim dixero lucrum primi anni fuisse radicem cubicam radicis cubice de 9000000000000 demptis ab hac radice 100, opus sine ratione certa faciam.[1]) Nunquam etiam de omnibus combinationibus numerorum algebre artem traditam invenio, ut si quis dixerit: 5 census de censu, tres cubos et 8 census equare 260 rebus et 50, quanta sit ipsa res, nondum habeo compertum. Ita in similibus et multis aliis combinationibus.

54(46)[a]

Hoc dico dominationi vestre, me reperisse nunc Venetiis Diofantem, arithmeticum grecum nondum in latinum traductum. Hic in prohemio

1) Nach italienischem Sprachgebrauche ist hier *radix cubica radicis cubicae* nicht die 9., sondern die 6. Wurzel. Die Lösung Regiomontan's ist völlig richtig. Die von ihm beispielsweise angeführte Gleichung würde in unserer Bezeichnung heissen $5x^4 + 3x^3 + 8x^2 = 260x + 50$. Die Wurzel liegt zwischen 3 und 4.

diffiniendo terminos huius artis ascendit ad cubum cubi. Primum enim vocat numerum, quem nostri vocant rem, secundum vocat potentiam, ubi nos dicunt censum, deinde cubum, deinde potentiam potentie, vocant nostri censum de censu, iterum cubum de censu et tandem cubum cubi. Nescio tamen, si omnes combinationes horum prosecutus fuerit; non enim reperiuntur nisi 6 eius libri, qui nunc apud me sunt, in prohemio autem pollicetur se scripturum tredecim. Si liber hic, qui revera pulcerrimus est et difficillimus, integer inveniretur, curarem eum latinum facere; ad hoc enim sufficerent mihi littere grece, quas in domo domini mei Reverendissimi didici. Curate et vos, obsecro, si apud vestros usque inveniri possit liber ille integer. Sunt enim in urbe vestra nonnulli grecarum litterarum periti, quibus solent inter ceteros sue facultatis libros huiusmodi occurrere. Interea tamen, si suadebitis, sex dictos libros traducere in latinum excipiam, quatenus latinitas hoc novo et pretiosissimo munere non careat.

Quesitum quintum. Die sexta octobris anni preteriti 1463^{ti} in hac regione visa est stella in orizonte orientali distans per arcum orizontis a contactu meridiani g̃ 60 et m̃ 30, et hoc per horas 3 minuta 36 equales ante ortum Solis: queritur locus ipsius verus in ecliptica et latitudo eius.

Quoniam due sunt contactus meridiani et orizontis, problema erit biceps. Sive ergo contactum meridionalem assumpserimus sive septemtrionalem, non mutabitur forma syllogismi. Ponatur ergo distitior a contactu meridionali, ideoque et propter ypothesim habuisse declinationem ab equatore meridianam. Ut breviter dicam et sine figuratione, quoniam vulgaris est, invenio arcum semidiurnum Solis g̃ 81 m̃ 34, et ideo Solem oportuit distare a meridiano per g̃ 135 m̃ 34 circumferentie paralleli sui. Sed ascensio recta Solis fuit g̃ 289 m̃ 51. | Posui enim Solem in g̃ 21 m̃ 31 **54 (46)**[a] Libre, quare ascensio recta medii celi fuit g̃ 154 m̃ 17; arcum autem semidiurnum stelle elicio g̃ 68 m̃ 17, unde ascensionem rectam respondentem puncto ecliptice, cum quo stella ipsa celum mediat, oportuit esse g̃ 242 m̃ 34. Punctus autem ecliptice huiusmodi erat finis 28^{i} minuti de primo gradu Virginis, cum quo videlicet stella celum mediare solet. Declinationem autem stelle meridianam prius inveni g̃ 20 m̃ 28. Ex puncto autem mediatoris celi et declinatione stelle planum est invenire locum eius verum in ecliptica cum latitudine sua. Hoc etiam in alio responso meo accepistis, quare nunc pretereundum censebam.

Sextum quesitum. Duo sunt circuli, quorum primus habet diametrum 60 pedum, secundus vero 68, qui secundus ponitur supra primum ita, quod diametro unius supra diametrum alterius constituta occupantur 50 pedes ex diametro primi circuli: queritur, quantum de superficie eius occupetur.

Simile est in 6[ta] almaiesti capitulo 7°, nisi quod in hoc supposito corda communis duobus circulis predictis non secat distantiam centrorum, quemadmodum in figura Ptolemei videtur, sed cadit extra triangulum, quem claudunt duo diametri circulorum cum distantia centrorum suorum. Invenio autem post multam numerationem superficiem occupatam ex primo circulo pedum superficialium 1808 minutorum 30 et secundorum 7 fere. Fregi enim pedem in 60 minuta et minutum in 60 secunda, ut facilior esset et planior computatio fractionum. Usus sum proportione circumferentie ad diametrum 1554 ad 497. Hoc enim' est minor tripla sesquiseptima, maior autem tripla superpartiente decem septuagesimas primas. Non tamen hec est vera proportio, sed veritati propinqua satis.[1])

Iubetur *septima* angulum, qui est tertia pars duorum rectorum, dividi in tres equales. Sunt certi modi id faciendi, quorum unum adduco (Fig. 29).

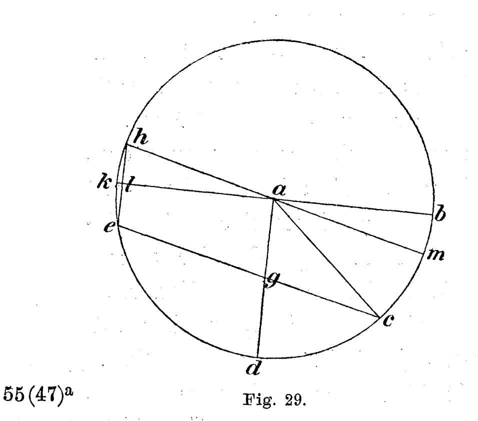


Fig. 29.

Sit angulus *bac*, qualis supponitur, duabus lineis *ab* et *ac* contentus, super cuius vertice *a* facto centro describo circulum *bcde* secundum quantitatem *ab*, in cuius circumferentia reperietur punctus *c*. Prolongo semidiametrum *ba*, donec futura diameter concurrat circumferentie circuli in *k*, supra quam ex centro *a* egrediatur orthogonalis *ad* semidiameter circuli. Intelligo deinde lineam rectam quandam terminari ad punctum *c* | indefinite quantitatis ex parte sinistra. Hanc lineam intelligo moveri circa punctum *c* immotum secando semidiametrum *ad* tamdiu, quod partio linee mote inter semidiametrum *ad* et circumferentiam circuli versus sinistram intercepta sit equalis semidiametro circuli *ad*. Sit ergo in hoc situ *ge* portio huiusmodi equalis ipsi *ad*, aut per modum Alhacen in quinto perspective sue, ubi punctum reflexionis in speculis sphericis determinare docet, a puncto *c* dato in circumferentia ducatur in circulo *bcde* corda *eg*, cuius pars inter *ad* positione datam et circumferentiam circuli intercepta sit equalis semidiametro *ad*. Quo facto ex puncto *e* oriatur corda *eh* secans diametrum circuli *bk* orthogonaliter in puncto *l*, ductaque diametro circuli per *h* punctum, que sit *hm*, ipsa dividet angulum *bac* in duos partiales *bam* et *mac*, quorum alter, scilicet *bam*, alterius medietas

55 (47)[a]

---

1) Wie Regiomontan auf diese falsche Annahme gekommen ist, sehe man später in seinen Rechnungen.

est. Si ergo supra punctum *a* linee *am* constituerimus angulum equalem angulo *bam*, habebimus totum angulum *bac* divisum in tres equales. Sed redeo ad probationem huius. Cum uterque angulorum *ela* et *dal* sit rectus, similiter due linee *eh* et *ag* equedistantes, quarum summitatibus adiecte sunt due linee equales *ah* et *ge*, et uterque duorum angulorum *hag* et *egd* obtusus est, necessario due linee *ha* et *eg* sibi equedistabunt. Item arcus *eh* divisus erit per medietatem in *k*, et erit arcus *hk* equalis arcui *bm*, arcus vero *he* equalis arcui *mc* propter equidistantiam linearum *hm* et *ec*, quare angulus *cam* duplus erit angulo *mab*. Cetera facile concluduntur. Sed revera ex hoc nondum elicitur corda 20 graduum, nisi sciatur linea *ag*, quam secat *ce* ex semidiametro *ad*. Ipsa enim erit corda 40 graduum, que equalis est corde *eh*. Hinc corda 20 graduum cognoscitur, et tandem corda unius gradus cum reliquis adiutoriis. De hoc nunc satis.[1])

Octavum. Sunt tres socii, quorum quilibet per se habet denarios in marsubio. Primus et secundus habent 30; secundus et tertius habent 42; tertius autem et primus habent 54: queritur, quantum quilibet habuerit.

Multis modis hoc solvitur. Primus habuit 21, secundus 9, tertius 33.

Hec ad quesita vestra respondere breviter libuit. Quod autem dicitis, vobis placuisse problemata tabule mee, gratum habeo, et postquam completa erit, e vestigio dominationi vestre offeram. Tabula est unica, extensa secundum latus transversale ab uno gradu usque ad 90, et in latere descendente similiter ab uno gradu usque ad 90, ut videbitis. | 55 (47)[b]

Grandem ingeritis mihi libidinem videndi flores almagesti, quos compilastis, et alia opera vestra; utinam ea mihi esset conditio, ut ore potius quam calamo affari possem. Nihil quippe in mundo est, unde maior mihi iocunditas nasceretur. Quod autem pronunciatis, erroneum esse modum inveniendi declinationem stelle fixe per latitudinem, si quam habet, et declinationem veri loci eius in ecliptica, quemadmodum nonnulli operari solebant, et Albategni ipse precipit, bene philosophamini. Nisi enim stella ipsa fuerit in principio Cancri aut Capricorni, nunquam latitudo stelle et declinatio veri loci eius in ecliptica sunt in una circuli circumferentia, sed semper angulariter concurrunt, unde alterum alteri non licebit addere, ut unus arcus resultet, nec alterum ex altero demi. Non turbet nos sententia hoc pacto fieri iubentium, qui, etsi aliarum rerum doctissimi sint, in hoc

---

1) Diese Konstruktion ist genau diejenige, welche sich in der Ratdolt'schen Ausgabe des Euklides von 1482 findet. Da sie aber in den Handschriften der Campano'schen Übersetzung oder Bearbeitung fehlt, so ist es nicht nothwendig, dass Regiomontan dieselbe aus einer solchen kennen gelernt hat, wie Cantor in seinen Vorlesungen annahm. In dem Euklid-Manuskripte Regiomontan's in Nürnberg ist sie ebenfalls nicht enthalten.

tamen a veritate recedunt. Amor veritatis non cedat fame populari. Nemo demum nisi insanus viam certam sibi cognitam negligit, et viam per nebulas quasdam sibi monstratam amplectitur.

Iam more meo alia vobis mitto quesita, que mihi inciderunt respondenti interrogatis vestris.

1. Consideravit quidam altitudinem stelle unius g̃ 8 m̃ 36; deinde post parvum temporis notavit iterum altitudinem eius, quam invenit g̃ 13 m̃ 17; item tertio altitudinem eius invenit g̃ 25 m̃ 7. Duo autem arcus orizontis intercepti inter tres circulos altitudinum erant tanti: primus scilicet remotior a meridiano erat g̃ 10 m̃ 15, secundus vero g̃ 16 m̃ 43. Quero declinationem huius stelle fixe latitudinemque regionis, ubi facta est consideratio, itemque distantiam stelle a meridiano secundum gradus orizontis in prima consideratione.

2. In qnadam regione, dum in medio celi supra terram erant g̃ 7 m̃ 18 Geminorum, Sol distabat a meridiano versus orientem per g̃ 25 m̃ 13 de circumferentia orizontis. Angulus autem orientalis septemtrionalis, quem continebat circulus altitudinis Solis cum ecliptica, erat g̃ 125 m̃ 27. Quero locum Solis, altitudinem eius et distantiam eius a meridiano secundum equatorem, item latitudinem regionis, ubi facta est consideratio.

3. Stella quedam mediat celum cum 25 gradibus minutis 17 Leonis hoc pacto situata, quod arcus inter polum ecliptice septemtrionalem et stellam cum arcu inter polum mundi septemtrionalem et stellam coniunctim sunt equales semicircumferentie circuli magni. Quero | [56(48)a] quanta sit declinatio huius stelle, quantaque latitudo, et in quo loco ecliptice sit secundum veritatem.

4. In quadam regione, dum in medio celi est 26[us] gradus Tauri completus, oritur quedam stella fixa in ecliptica existens, cuius distantia a contactu meridiani et orizontis meridionali est g̃ 129 m̃ 39: quero locum verum stelle, declinationem eius et latitudinem regionis.

5. Est quedam stella in principio Arietis latitudinem habens septemtrionalem; arcus autem paralleli eius interceptus inter stellam ipsam et eclipticam secundum successionem signorum procedendo est g̃ 75 m̃ 53: quero, quanta sit latitudo huius stelle.

6. Arcus ecliptice a principio Tauri sumens initium et citra principium Cancri terminatus equalis est ascensioni sue recte: quero, quantus sit arcus ille, et suppono pro voluntate maximam Solis declinationem 25 graduum.

7. Supposita item declinatione maxima g̃ 25 est arcus quidam ecliptice, qui coniunctus ascensioni sue recte facit summam g̃ 65 m̃ 16: quero, quantus sit ipse arcus ecliptice et quanta sua ascensio recta.

8. Item supposita maxima declinatione Solis 23 graduum exercitii

gratia, quero, quantus sit arcus ecliptice ab Ariete incipiens et citra Taurum terminatus, arcus inquam, cuius ad suam ascensionem rectam differentia maxima est possibilis.

9. Supposita declinatione Solis maxima g̃ 23 m̃ 28 est arcus ecliptice a principio Arietis incipiens et citra Taurum terminatus, qui quidem excedit ascensionem suam rectam in g̃ 2 m̃ 13: quero, quantus sit ille arcus ecliptice.

10. In eclipsi lunari futura hoc anno in aprili quero, quantum in principio eclipsis distet punctus contactus Lune et umbre ab altera duorum punctorum circumferentie Lune, supremo scilicet vel infimo, per que transit circulus altitudinis Lune in ipso eclipsis principio.

11. Item paulo post principium eclipsis, dum exlipsantur ex diametro Lune quatuor digiti et 37 minuta, quero, quanta sit portio spherica corporis lunaris immersa umbre. Et ut facilius fiat, pono umbram in loco transitus Lune sphericam, licet in veritate sit conoidalis. Semidiametrum autem huiusmodi sphere umbrose admitto eam, que ex tabulis trahitur.

12. In eadem eclipsi, dum eclipsantur 5 digiti superficiales, quero, quot digiti lineares eclipsantur. Digitum superficialem optime scitis esse duodenam partem superficiei vel circuli lunaris vel solaris, imaginando utrumque tanquam circulum.

13. In fine eiusdem eclipsis, imaginando circulum magnum transire per centra Lune et umbre, qui secabit circumferentiam orizontis veri in duobus punctis, quero distantiam alterius eorum punctorum a contactu meridiani et orizontis. Hic enim est punctus, ad quem vergit flexus tenebrarum in fine elipsis.

14. Duo simul considerant principium eclipsis lunaris, quorum uterque in loco suo notat altitudinem unius et eiusdem stelle fixe. Primus quidem reperit altitudinem eius g̃ 27 m̃ 13; secundus vero altitudinem eiusdem stelle g̃ 31 m̃ 29. Primus reperit distantiam huius stelle a meridiano suo g̃ 33 m̃ 14 secundum gradus orizontis; secundus autem distantiam huiusmodi a meridiano reperit g̃ 46 m̃ 23. Duo autem loca, ubi fiunt considerationes, distant a se 658 miliaribus, quorum 28800 sunt in toto ambitu terre: Quero altitudinem poli in utroque locorum, item declinationem huius stelle fixe considerate, et quantum duo ipsa loca considerationum differant secundum longitudinem ab occidente habitato.

15. Stella quedam fixa habens latitudinem septemtrionalem mediat celum cum g̃ 15 m̃ 26 Leonis, secundum veritatem autem est in 12 gradibus et 9 minutis Leonis. Arcus autem declinationis et arcus latitudinis in centro stelle concurrentes continent angulum 135 graduum et 20 minutorum: quero, quanta sit latitudo stelle huius, et quanta declinatio. Suppono declinationem maximam g̃ 26.

16. Item stella quedam mediat celum cum g̃ 7 m̃ 25 Virginis habens latitudinem septemtrionalem, cuius declinatio coniuncta latitudini sue facit summam g̃ 126 m̃ 17: quero locum huius stelle et latitudinem cum declinatione.

Fig. 30.

17. In triangulo abc (Fig. 30), cuius latus ab habet 18 pedes, ac pedes 25 et bc 29, produxi ex puncto a ad basim lineam ad hoc pacto, ut quadratum bd cum eo, quod fit ex da in ab, sit equale quadrato ab: quero quanta sit linea bd. Si dabitis lineam bd, dabo cordam unius gradus.[1])

240
114 · 87 · 39
97 · 56 · 3

18. Divisi 240 in tres numeros, quorum primum multiplicavi per 97, secundum per 56 et tertium per 3, productaque omnia collegi, et resultavit summa 16047: quero, quanti sint tres numeri partiales. Non admitto fractiones in hoc opere.[2])

19. Sint tres numeri quadrati inequales de medietate arithmetica, videlicet, quorum differentie sint equales, eorum autem radices quadrati | 57(49)[a] simul iuncte faciunt 214: quero, qui sint hi. Non admitto autem fractiones numerorum.[3])

20. Divisi 100 in duos inequales ita, quod radix quadrata minoris ducta in radicem cubicam maioris producat 25: Quero, qui sint huiusmodi numeri partiales. Admitto fractiones, admitto etiam numeros surdos, ut ita dicam, qualis est radix de 5.[4])

21. Tres numeri quadrati inequales coniuncti faciunt quadratum 4624, radices autem ipsorum coniuncte faciunt 116: quero, qui sint. Non admitto fractiones.[5])

22. In circulo sunt tres corde sibi conterminales, quarum una est 98347, proportio autem reliquarum duarum inter se est ut 5 ad 9. Quero, quanta sit utraque earum. Pono autem diametrum circuli 120000 perticas latum.

23. Item tres sunt corde conterminales, quarum una est 85639 par-

---

1) Vergl. hierzu Cantor, Vorlesungen II², S. 284.

2) Die Randglosse giebt die Lösung. Wie man sie fand, lehrt die 4. Abhandlung dieses Heftes. Die Gleichungen sind:

$$x + y + z = 240$$
$$97x + 56y + 3z = 16047.$$

3) Die Gleichungen sind:

$$x + y + z = 214; \quad x^2 - y^2 = y^2 - z^2.$$

4) D. h. $\sqrt{50 - x} \cdot \sqrt[3]{50 + x} = 25$.

5) $x^2 + y^2 + z^2 = 4624 = 68^2$

$$x + y + z = 116.$$

tium, differentia autem reliquarum duarum est 2579: quero, quanta sit utraque earum.

Sed nescio, quorsum evadit calamus, quem nisi restrinxero, carta deficiet. Alterum ex altero incidit, totque occurrunt pulcra problemata, ut incertus sim, que proponam, neque ab initio rebar, me tanta scripturum, presertim, ne tumultuose littere mee nimis equo obtunderent. Detis, obsecro, veniam calamo audaci et temerario. Ioanni enim scribenti veniam dari non opus est, cum et modestiorem videri sese velit, et omnibus in rebus libidini vestre obsequentissimum.

Multa (credite mihi) et iterum multa apud me habeo, que iudicio vestro submissa iri velim, si vacaret, que partim inventa sunt certissime, partim vero ancipiti pendunt et animum vehementer stimulant ad sui investigationem. Nam ut a suprema stellato orbe sermoni dem initium, qui hucusque materiam nostre suggessit conversationi, non possum non admirari socordiam astronomorum vulgarium nostre tempestatis, qui veluti mulieres credule, quicquid in libris sive tabularum sive canonum suorum offendunt, tanquam divinum quodpiam et immutabile acceptant; credunt scriptoribus et veritatem negligunt. Quid enim dicam de qualitate motus huius octave sphere, quam Ptolemeus noster clarissimus conclusit moveri in centum annis per unum gradum, Albategni vero post eum 743 annis in 66 annis fere per unum gradum. Declinationem maximam Solis hic reperit g̃ 23 m̃ 51 2̃ 20; ille vero g̃ 23 m̃ 35. Post eos Tebith | declinationem invenit maximam g̃ 23 m̃ 33 fere. Novitate igitur huius rei perculsus cogitare cepit, unde huiusmodi mutatio nasceretur, post multasque conclusiones, cum vidit eclipticam octave sphere variam habere inclinationem ad equatorem, conclusit, ut multa pretermittam, octavam spheram moveri non super polis fixis, sed motu quodam vario, quem vocant trepidationis motum etc. Hanc imaginationem acceptavit etiam Arzachel, compositor tabularum Toletanarum, et plerisque modernis hodie magis placet, quam ea qualitas motus octave sphere, que ex modo operandi per tabulas Alfonsinas traditur. Ego vero, utra earum veritati propinquior sit, non satis comperio. Scio tamen, utramque earum (pace melius iudicantium dixerim) esse mendacem. Si enim positioni Tebith creditur, oportuit declinationem Solis maximam tempore Ptolemei fuisse g̃ 23 m̃ 41; ipse autem invenit eam g̃ 23 m̃ 51 fere. Errasset ergo in minutis 10, et ideo in acceptione distantie intra duos tropicos errasset in 20 minutis, quod non est verisimile tantum virum tam sensibiliter deceptum esse. Nam si sic, fuisset etiam deceptus in introitu Solis in Cancrum et inde excentricitatem Solis et cetera erronea concludisset. Item tempore nostro oporteret declinationem Solis maximam esse g̃ 24 m̃ 2. Nos autem (preceptor meus et ego) in-

57 (49)[b]

strumentis reperimus eam g̃ 23 m̃ 28 fere. M. Paulum Florentinum[1]) et D. Baptistam de Albertis[2]) sepe audivi dicentes, se diligenter observasse et non reperisse maiorem g̃ 23 m̃ 30, que res etiam tabulas nostras, videlicet tabulam declinationis et ceteras, que supra eum fundantur, innovare persuadet. Argumentationes autem harum rerum alias, deo volente, videbitis certissimas. Quod si positione Alfonsine fidem habuerimus, cuius tabulis sive primis sive resolutis omnes moderni nostri utuntur, intelligite, que sequi oporteat. Primo enim ante omnia, maximam Solis declinationem tempore Albetegni oportuit fuisse g̃ 23 m̃ 45, quam tamen ipse diligens observator deprehendit g̃ 23 m̃ 35: error 10 minutorum, qui profecto sensibilis est. Tempore autem nostro declinatio Solis maxima esset g̃ 22 m̃ 47, quam instrumenta nostra prebent g̃ 23 m̃ 28: differentia 41 minutorum, error intollerabilis. Hoc fortasse non terreret quempiam, si solus ego rem hanc instrumento comperire tentassem, sed assunt viri doctissimi et fide digni Georgius[3]) bene memorie dominus preceptor meus, magister Paulus et D. Baptista supra memorati. Deinde concludo certissimis ratio- 58(50)[a] nibus distantiam augis Solis a capite Arietis octave sphere tempore | Ptolemei fuisse g̃ 43 m̃ 35. Hanc distantiam invariabilem esse oportet, si verum est, quod motus augis Solis motum octave sphere insequitur. Sed eam distantiam in tabulis Alfonsinis habent g̃ 71 m̃ 25. Est autem differentia inter hos numeros g̃ 27 m̃ 50, unde nonnumquam in numeratione argumenti Solis erraremus in g̃ 27 m̃ 50, quibus apud augem excentrici respondet fere unus gradus de equatione Solis. Et ideo in computatione motus Solis veri erraretur in gradu uno fere, quod, quantum sit inconveniens in iudiciis dandis, in eclipsibus et ceteris rebus, nemo ignorare debet. Preterea Sole existente in principio Arietis ecliptice fixe secundum computationem distabit ab equatore versus septemtrionem in gradibus fere 6. Quomodo igitur situm Solis in equatore computare poterimus? Sed de his hactenus.

Descendo ad spheras inferiores, Saturnum tamen et Iovem preterire libet, quod celi sui non tam inveterati sint (ut more quorundam loquar) quam Martis. Visus est Mars in celo, et computo differre per duos gradus per relationem ad stellas fixas et alias considerationes, nonnumquam differentia huiusmodi unius gradus et dimidii cernitur et quandoque multo minor. Quidam autem, imputantes hunc errorem radicibus mediorum mo-

---

1) Das ist Paolo dal Pozzo Toscanelli, geb. 1397, gest. 1482. Vergl. Boncompagni, *Bullettino* VII, 117.

2) Das ist der berühmte Baumeister Leon Battista Alberti 1404—1472, geb. zu Venedig, lebte er in Florenz. Vergl. Riccardi, Bibl. mathem. Italiana I, 17.

3) Natürlich Peurbach.

tuum, preter rationem defecerunt. Nam si in radicibus huiusmodi mediorum motuum tantummodo error esset, oporteret differentiam, que est inter locum computatum et locum verum, unicam invenire, quod non comperitur. Unde necessario estimandum est, eccentricitatem eius aut semidiametrum epicicli non prorsus recte inventas esse. Fieri tamen interea potest, ut revolutiones mediorum motuum aliquid erroris in tempore notabili immittant, sed et radices mediorum motuum etiam errorem ipsum augere, non potest negari. Longum tempus fluxit a PTOLEMEO ad hunc diem, in quo medio tametsi ALBATEGNI et ceteri motus luminarium emendatiores reddiderint, reliquos tamen quinque erraticos intactos fere dimisere. Item si eccentricitas Martis est, quanta supponitur ab omnibus, et semidiameter epicicli similiter, sequitur arcum visualem maximam Martis ad arcum eius visualem minimam esse ut 52 ad unum fere. Credo ego, nemini unquam Martem tantum apparuisse aeris serenitate una et ceteris rebus eodem modo se habentibus. In Sole denique quomodo poterit esse certitudo computationis, si aliam declinationem eius maximam in tabulis scribimus, et aliam in celo instrumentis deprehendimus? Quod computi eclipsium mentiuntur, et in tempore durationis et quantitate partis eclipsate, itemque in principiis et finibus eclipsium, ideoque in veris applicationibus aut visibilibus, aut utrique luminarium imputabitur, aut Lune potissimum. Venerem denique | in celo tardiorem vidi, quam numeratio predixerat in tabulis, quartis unius gradus fere. Mendacium etiam in latitudinibus eius numerandis vitare est admodum difficile. Item stantibus fundamentis eccentricorum et epiciclorum oportet Veneris superficiem apud sensum quandoque apparere ut unum, alias autem ut 45, que res nemini aspicienti unquam innotuit. Item diameter eius visualis erit nonnunquam minuta 12 secunda 30, due scilicet quinte de diametro visuali Lune, quod quidem in celo nequaquam comprehenditur. Quid dicam de Mercurio, quem sepenumero apparere oportet in orizontibus nostris, si verum redderet tabula apparitionum et occultationum, que inter ceteras modernorum tabulas reperitur. Mercurius autem vel nunquam vel rarissime nobis apparet. Verum hoc inde procedit, quod tabula predicta non servit orizontibus nostris. Est enim composita a PTOLEMEO in 10° capitulo 13^{e} dictionis ad medium quarti climatis, quo vehementius inscitia eorum admiranda venit, qui eam tabulis suis interserverunt tanquam omnibus climatibus usuventuram. In Luna postremo tanta, tamque crebra redundat differentia, ut et populares hoc divinum astrorum studium mordaci dente lacerare occipiant. Notavi equidem in anno 1461° eclipsim, que fuit in decembri, cuius finis in celo precedebat finem computatum per horam integram. Et ut finis ille in celo certior haberetur, accepi altitudines duarum stellarum Alhaioth et Aldebaran in

58 (50)[b]

fine ipsius eclipsis, quatenus altera alteri testimonio esset. Alias etiam consideravi eclipses in tempore et quantitate partis eclipsate differentes multum a numeratione, de quibus alias latius dicendi locus erit. Quod si Luna habeat eccentrum et epiciclum, quemadmodum conclamatum est, oportebit, Lunam in certo situ quadruplo fere maiorem apparere quam in alio, rebus ceteris eodem modo se habentibus. De his iam satis.

Talibus rebus sepenumero vexor et deflere cogor segnitiem et frigiditatem nostre etatis. Profecto materia copiosa est volentibus hodie philosophari. Habemus ante oculos vestigia maiorum nostrorum, quo fit, ut cautius incedere possimus, modo ingenium huic rei accomodemus. Si ea mihi esset conditio, ut prope dominationem vestram vitam agere liceret, sperarem mille in huius modi rebus et solatia et fructus emoliri. Verum dominus meus Reverendissimus iturus est in Greciam in causa religionis christiane, ego autem ex dispositione sua in Italia remanebo. Vadant illi destructum Turcos, ego auxilio vestro et ceterorum amicorum celos reparare conabor. Pacem illi efficiant in rebus terrenis, nos curabimus rubiginem 59(51)[a] celestium orbium abstergere eosque ad semitas regias redigere, | ceteris in quiete pulsis timoribus vita concedetur transigenda nobis ocium philosophantium gloriam parimet perpetuo duraturam, quod adeo facilius atque abundantius ambobus nobis eveniet, quo IOANNEM vestrum obsequentem humanius, ut soletis, amplectemini. Dum per ocium poteritis litteris meis reddere vices, virtus vestra hortabitur. Nunc valete feliciter et me, ut cepistis, amare non desinatis.

Totus Vester IOANNES GERMANUS.

Ne autem fastidium pariant multiplicationes et divisiones numerorum per numeros, sive etiam radicum extractiones, satis erit, circa unumquodque quesitum modum operandi perstringere. Quis enim nisi rudis omnino operationes numerorum ignorat? Ut igitur labor vobis minuatur, hoc pacto deinceps alterum alteri respondere licebit. Ubi tamen absque numerorum usu responderi non poterit, utemur pro libito numeris, ut res ipsa postulat.

Zu diesen beiden Briefen, mit denen der uns erhaltene Briefwechsel REGIOMONTAN'S mit BIANCHINI schliesst, gehören folgende ausführliche Rechnungen REGIOMONTAN'S.

24(16)[a], col. 1.

| **Quesitum meum.**

Est stella in $\overset{g}{g}$ 10 $\overset{m}{m}$ 25 Tauri latitudine carens, et alia in $\overset{g}{g}$ 27 $\overset{m}{m}$ 29 Tauri absque latitudine, tertia autem latitudinem habens septemtrionalem distat a prima per $\overset{g}{g}$ 6 $\overset{m}{m}$ 18, a secunda

autem per $\ddot{g}$ 20 $\ddot{m}$ 47: queritur locus verus huius stelle cum latitudine.

Sit portio equatoris *bg* (Fig. 31), portio ecliptice *bm*, *b* principium Arietis, *h* prima stella, *k* secunda, *l* tertia extra eclipticam versus septemtrionem, arcus *hl* $\overline{6} \cdot 18'$, arcus *lk* $\overline{20} \cdot 47'$, queritur locus stelle in *l* collocati. Habes in figura 1ª triangulum *hkl* trium notorum laterum, unde concludas cetera. Sed quo res expeditior habeatur, absumo triangulum *hkl* confusionis tollende gratia.[1])

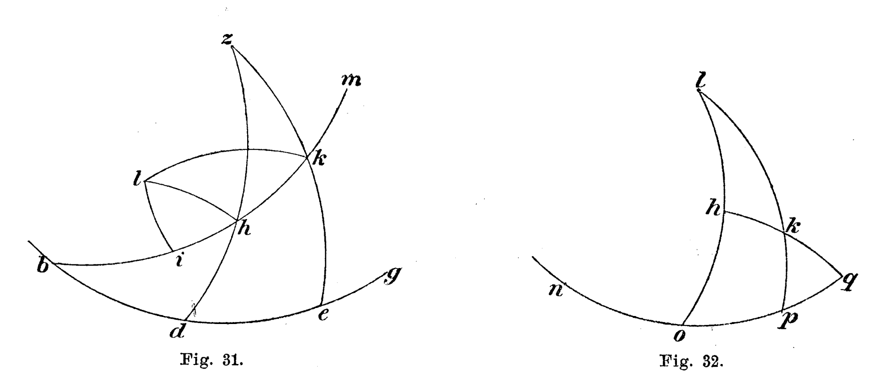


Fig. 31. Fig. 32.

Supra polo *l* describatur circulus magnus in sphera (Fig. 32), cuius portio sit *nq*. Huic concurrat arcus *hk* prolongatus in puncto *q*.

$\overline{27} \cdot 29'$
10 · 25
17 · 4 arcus *hk*,
6 · 18 arcus *hl*,
20 · 17 arcus *lk*.
83 · 42 arcus *ho*; 59638 sinus arcus *ho*,
69 · 13 arcus *kp*; 56096 sinus arcus *kp*.

Est autem proportio sinus *ho* ad sinum *kp* sicut sinus *hq* ad sinum *kq* (Fig. 33).

$\overline{17} \cdot 4'$
8 · 32 arcus *hy*; 8903 sinus *hy*.
8903
17806 corda *hk*.
59638
56096
3542 linea *hv*.

1) Auch diese Aufgabe löst er, wie oben, nach Buch IV seiner Trigonometrie.

Est autem hv ad vs sicut hk ad kx.

3542 · 56096
17806 /

col. 2.

| 56096
17806
336576
448768
392672
56096
998845376

2112
357481
998845376
354222222
3544444
35555
333

| 2
8
2
0
0
0

282000 linea kx.

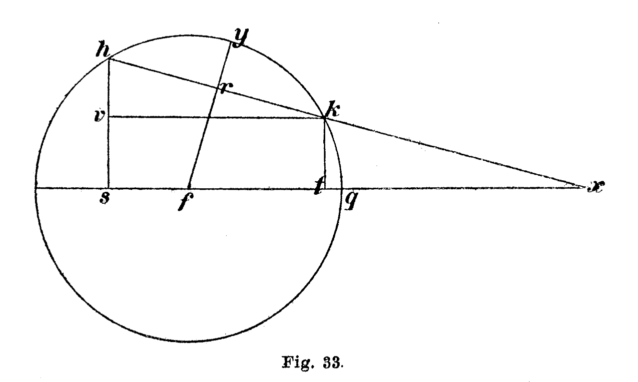


Fig. 33.

$\overline{8} \cdot 32'$
$8 \cdot 28$ complementum arcus hy; 59336 linea fr

282000
8903
290903 linea rx

col. 3.

| 59336
59336
356016
178008
178008
534024
296680
3520760896 quadratum fr;

290903
290903
872709
2618127
2618127
581806
84624555409 quadratum rx.
3520760896
88145316305 quadratum fx.

```
          45
        11666
      1 577436
     141279548
    42569772241    | 2
  | 88145316305    | 9
     4 8 2 6 8     | 6
      5 9 3 7      | 8
       5 9 3       | 9
        5 9        | 2
         5
```

col. 4.

296893 linea fx.

296893 · 59336
60000 /

```
                          1
                         116
                        1422
                       29193
                       372318
59336                 1139139      | 1
      60000           29433623     | 1
-----------          591237337     | 9
3560160000         | 3560160000    | 9
                   | 2968933333    | 1
                      29689999
                       296888
                        2966
                         29
```

21 (16)[b], col. 1.

11991 linea fr, ut fx est 60000, et est sinus arcus anguli fxr.

$\overline{11}$ · 32′ angulus fxr[1])

78 · 28 angulus rfx, et tantus numeratur arcus yq

8 · 32

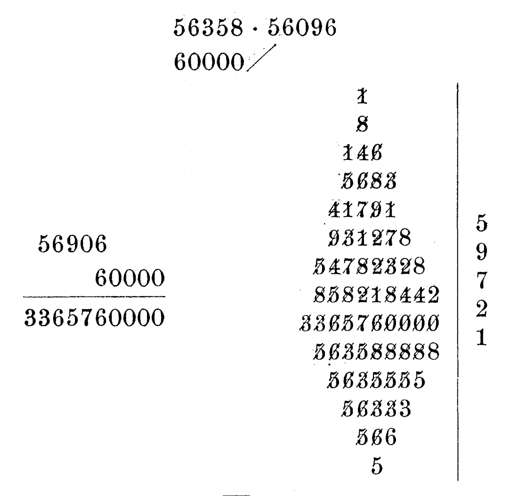
87 · 0 arcus hq

69 · 56 arcus kq; 56358 sinus kq.

Sinus kq ad sinum kp sicut sinus totus ad sinum anguli kqp.

---

1) 11991 ist in der Tafel eher der Sinus von 11°31′; denn sin 11°32′ ist nach ihr = 11996, dagegen sin 11°31′ = 11992.

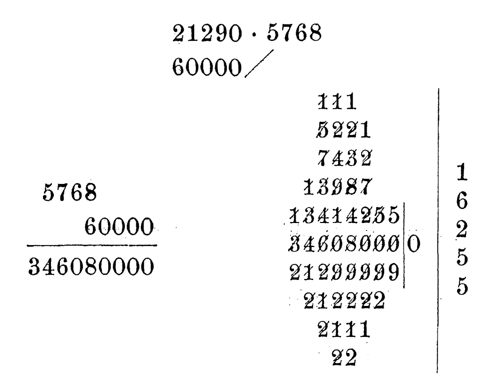


col. 2. | 59721 sinus anguli kqp; $\overline{84} \cdot 28'$ angulus kqp

5 · 31 complementum anguli kqp

5768 sinus huius complementi.

Sinus complementi arcus kp ad sinum complementi anguli kqp sicut sinus totus ad sinum anguli pkq.



16256 sinus anguli pkq sive lkh; $\overline{15} \cdot 43'$ angulus lkh.[1])

Nunc redeo ad primam figurationem, in qua demitto ex puncto l perpendicularem arcum li ad eclipticam.

Sinus totus ad sinum anguli lkh sive lki sicut sinus arcus lk ad sinum arcus li.

1) In der Tafel ist sin $15^0 43' = 16253$

60000 · 16256
21290 /

16256
21290

1463040
32512
16256
32512

441
34699 | 0240
5768

| 5768 sinus arcus *li*; $\overline{5}$ · 31′ arcus *li*, et est latitudo septemtrionalis col. 3. stelle quesita.

84 · 29 complementum arcus *li*

59722 sinus huius complementi

$\overline{15}$ · 43′ angulus *lkh*

74 · 17 complementum anguli *lkh*

57757 sinus huius complementi.

Sinus complementi arcus *li* ad sinum complementi anguli *lki* sicut sinus arcus *lk* ad sinum arcus *ki*.

59722 · 57757
21290 /

21290
57757

149030
10645
14903
14903
10645

1229646530

13
51
6662
1132747
3574579
45255972
1229646530
597222222
5972222
59777
599
5

| 2 0 5 8 9

20590 sinus arcus *ki*; $\overline{20}$ · 4′ arcus *ki* [1])

17 · 4 arcus *kh*

3 · 0 arcus *hi*

| 40 · 25 arcus *bh* col. 4.

37 · 25 arcus *bi*.

1) In der Tafel ist sin 20°5′ = 20587.

Igitur stelle tertie locus erit in 7 gradibus minutis 25 Tauri. Ipsa quoque latitudinem septemtrionalem habebit graduum 5 minutorum 31.

Probatio huius. In triangulo *lih* rectangulo duo latera *li* et *ih* cognite sunt, quero tertium *lh*, scilicet distantiam duarum stellarum *h* et *l*, que si eveniet, quantum nunc supposuimus, procul dubio bene actum est. Est autem proportio sinus totius ad sinum complementi arcus *hi* sicut sinus complementi arcus *li* ad sinum complementi arcus *lh*.

$\overline{3} \cdot 0'$ arcus *hi*

87 · 0 complementum arcus *hi*; 59918 sinus huius complementi.

60000 · 59918
59722 /

59918
59722
———
119836
119836
419426
539262
299590
———
22
~~35~~7~~84~~2 | 2796
59640 |

59640 sinus complementi *lh*; $\overline{83} \cdot 43'$ complementum arcus *lh*
6 · 17 arcus *lh*.

Hic supponebatur gradus 6 minuta 18, differentia in uno minuto, quam ingessit condicio numeratoris. Nam sicut non utitur sinibus integris sive precisis omnino, ita dividendus numerus non semper tollitur totus etc.

25(17)[a], col. 1.

| **Interrogata Domini Ioannis de Blanchinis.**

Tres sunt stelle, quarum due in eodem loco ecliptice dicuntur esse, prima tamen earum habet latitudinem septemtrionalem g̃ 3 m̃ 25; secunda latitudinem habet g̃ 28 m̃ 48. Tertia autem stella dictas sequens secundum successionem signorum est in g̃ 6 m̃ 15 Geminorum cum latitudine septemtrionali g̃ 12 m̃ 9; habet autem hec tertia distantiam a prima secundum arcum circuli magni per centra transeuntis g̃ 26 m̃ 40. Queritur distantia ipsius a secunda stella atque locus prime et secunde stellarum in ecliptica.

Respondeo (Fig. 34).

Arcus *dh* ecliptice; *a* prima stella, *b* secunda, *g* tertia stella; *z* polus

ecliptice; *ag* arcus continuatus occurrat ecliptice in *d* puncto; *n* centrum circuli, semidiameter *nm* orthogonaliter secat cordam *ag*. In prima figura arcus *bs* perpendiculariter descendit ad arcum *zg*. Hinc collige syllogismum.

col. 2.

| $\overline{3}$ · 25′ arcus *ae*;
28 · 48 arcus *be*;
12 · 9 arcus *gh*.

Primo video possibilitatem suppositi hoc est, an quelibet duo latera trianguli *zag* coniuncti longiora sint tertio reliquo.

$\overline{86}$ · 35′ arcus *za*;
77 · 51 arcus *zg*;
26 · 40 arcus *ag*.

Bene stat.

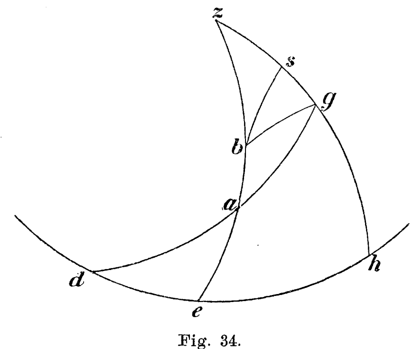


Fig. 34.

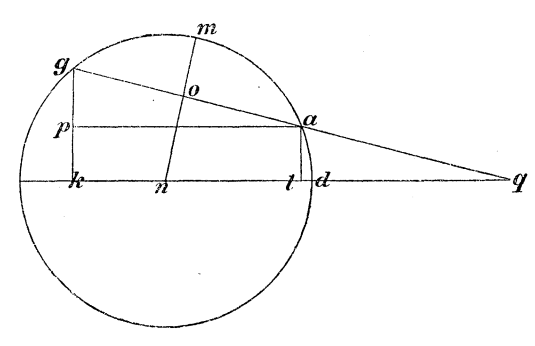


Fig. 35.

12628 sinus *gh* (Fig. 35)
3576 sinus *ae*
13 · 20′ dimidius *ag*; 13837 sinus arcus *am*,
27674 corda arcus *ag*

12628
3576
9052 linea *gp*, ut *al* est 3576

9052 · 3576
27674 /

col. 3.

Multiplicatio	Divisio	Quotiens
| 27674	57	
3576	2238	
166044	3959	1
193718	44746	0
138370	98962224	9
83022	90522222	3
98962224	905555	2
	9000	
	99	

10933 linea *aq* ut *ag* est 27674.
13837
24770 linea *qo*

$\overline{13} \cdot 20'$

76 · 40 complementum arcus *am*; 58383 sinus huius complementi, et est linea *no*

col. 4.

| 24770
24770
1733900
17339
9908
4954
613552900 quadratum *qo*;

58383
58383
175149
467064
175149
467064
291915
3408574689 quadratum *no*,
613552900
4022127589 quadratum *qn*.

11213
15554
4637611 | 6
4022127598 | 3
1 2 6 8 4 | 4
1 2 6 8 | 2
1 2 6 | 0
1 2
1

63420 linea *qn*.

63420 · 58383
60000

58383
60000
3502980000

239
2341
141537 | 5
362948 | 5
35189642 | 2
3502980000 | 0 | 3
63422222 | 4
634444
6333
66

25 (17)[b], col. 1.

55235 linea *no*, ut *qn* est 60000, | et est sinus anguli *oqn*,

$\overline{67}$ · 1′ angulus *oqn* [1]), ut quatuor recti sunt 360,
22 · 59 angulus *qno*, et tantus habetur arcus *dm*.
13 · 20

36 · 19 arcus *dg*,
9 · 39 arcus *da*,
3 · 25 arcus *ae*.
86 · 35′ complementum arcus *ae*; 59893 sinus huius complementi
9 · 39 arcus *da*
80 · 21 complementum arcus *da*; 58151 sinus huius complementi.

Sinus complementi *ae* ad sinum complementi *ad* sicut sinus totus ad sinum complementi *de*.

59893 · 59151
60000 /

	3	
	4	
	3	
	44	
	89 3	
	154999	5
59151	2621479	9
60000	15347571	2
3549060000	1594513452	5
	3549060000	6
	598933333	
	5989999	
	59888	
	599	
	5	

59257 sinus complementi arcus *de*; $\overline{80}$ · 58′ complementum *de* [2]),
9 · 2 arcus *de*,
| 12 · 9 arcus *gh* col. 2.
77 · 51 complementum arcus *gh*.
58696 sinus huius complementi.
36 · 19 arcus *dg*.
53 · 41 complementum arcus *dg*.
48345 sinus huius complementi.

Sinus complementi *gh* ad sinum complementi *gd* sicut sinus totus ad sinum complementi *dh*.

---

1) In der Tafel ist sin 67° 1′ = 55237.
2) In der Tafel ist sin 80° 58′ = 59256.

58656 · 48345
60000 /

	14	
	356 4	
	61938	
	273146	
	325518	4
48345	1546131	9
60000	586466688	4
2900700000	2900700000	5
	586566666	2
	5865555	
	58666	
	588	
	5	

49453 sinus complementi *hd*; $\overline{55}$ · 31′ complementum arcus *hd*[1]),
34 · 29 arcus *hd*,
9 · 2 arcus *de*
25 · 27 arcus *eh*, et tantus est angulus *bzg*

66 · 15
25 · 27
40 · 48 arcus a principio Arietis ad locum duarum primarum stellarum. Sunt igitur in $\overline{10}$ · 48′ Tauri.

col. 3. | Tandem pro arcu *bg* inveniendo.

$\overline{28}$ · 48′ arcus *be*
61 · 12 arcus *zb*; 52578 sinus arcus *zb*
25 · 27 angulus *bzg*; 25783 sinus anguli *bzg* sive *bzs*.

Sinus totus ad sinum anguli *bzs* sicut sinus arcus *zb* ad sinum arcus *bs*.

60000 · 25783
52578 /

52578
25783
157734
420624
368046
262890
105156

13 23
1355 61 | 8574
22593

1) In der Tafel ist sin 58° 31′ = 49457.

22594 sinus arcus *bs*; $\overline{22} \cdot 7'$ arcus *bs*.[1])

$\overline{22} \cdot 7'$ arcus *bs*.

67 · 53 complementum arcus *bs*; 55585 sinus huius complementi

28 · 48 arcus *be* sive complementum arcus *zb*; 28905 sinus huius complementi.

Sinus complementi *bs* ad sinum complementi *bz* sicut sinus totus ad sinum complementi *zs*.

55585 · 28905
60000 /

28905
60000
———
1734300000

11128
66769
289955 | 3
| 1734300000 | 1
5558555555 | 2
5588888 | 0
55555 | 0
555
5

col. 4.

31201 sinus complementi *zs*[2]); $\overline{31} \cdot 20'$ complementum *zs*.

58 · 40 arcus *zs*
12 · 9 arcus *gh*
———
77 · 51 arcus *zg*.
58 · 40
———
19 · 11 arcus *sg*
70 · 49 complementum arcus *sg*.

56668 sinus huius complementi

Sinus totus ad sinum complementi *sg* sicut sinus complementi *bs* ad sinum complementi *bg*.

60000 · 56668
55585 /

56668
55585
———
283340
453344
283340
283340
283340
———
12541 |
314989 | 0780
52498 |

1) Nach der Tafel ist sin 22° 7′ = 22589.

2) Weshalb hier die letzte Ziffer erhöht ist, ist nicht einzusehen.

52498 sinus complementi bg; $\overline{61} \cdot 2'$ complementum arcus bg[1]),
$28 \cdot 58$ arcus bg.

26 (18)[a], col. 1. | Tertia igitur stella habet distantiam a secunda $\overline{28} \cdot 58'$.
Hec de primo.

Secundum.

Divisi 100 per certum numerum, deinde divisi 100 per eundem numerum additis 8, et summa exeuntium fuit 40. Queritur quantitas primi divisoris.[2])

$$\frac{100}{1\ \text{℞}} \qquad \frac{100}{1\ \text{℞ et } 8}$$

$$\begin{array}{l} 100\ \text{℞ et } 800 \\ 100\ \text{℞} \\ \hline \dfrac{200\ \text{℞ et } 800}{1\ \text{c℞ et } 8\ \text{℞}} \text{ — } 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 40\ \text{c℞ et } 320\ \text{℞ — } 200\ \text{℞ et } 800 \\ 40\ \text{c℞ et } 120\ \text{℞ — } 800 \\ 1\ \text{c℞ et } 3\ \text{℞ — } 20 \end{array}$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{9}{4} \text{ addo numerum } 20\frac{9}{4} \text{ — } \frac{89}{4}$$

Radix quadrata de $\frac{89}{4}$ minus $\frac{3}{2}$ — 1 ℞

Primus ergo divisor fuit ℞ de $22\frac{1}{4}$ $\overline{\text{ıg}}$ $1\frac{1}{2}$.

---

1) sin $61^0 2'$ ist in der Tafel = 52494.

2) In moderner Bezeichnung ist die Rechnung folgende:

$$\frac{100}{x} \qquad \frac{100}{x+8}$$

$$\begin{array}{l} 100x + 800 \\ 100x \\ \hline \dfrac{200x + 800}{x^2 + 8x} = 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 40x^2 + 320x = 200x + 800 \\ 40x^2 + 120x = 800 \\ x^2 + 3x = 20 \end{array}$$

$$\frac{3}{2} \Big| \frac{9}{4} \text{ hierzu das von } x \text{ freie Glied, } 20\frac{9}{4} = \frac{89}{4}$$

$\sqrt{\frac{89}{4}} - \frac{3}{2} = x$, also war der erste Divisor $\sqrt{22\frac{1}{4}} - 1\frac{1}{2}$.

Tertium.

Quidam accessit ad campsorem cum 10 florenis et ipsos campsit in grossos. Ex summa autem grossorum accepit 60 grossos, quos in priori cambio mutavit in florenos. Quo facto reperit se habere ex grossis et florenis 80: queritur, quot grossi valuerint florenum.[1])

Flor.	grss
1	1 ꝝ
10	10 ꝝ
	10 ꝝ ꝰ 60
1 ꝝ · 1	10 ꝝ ꝰ 60
10 ꝝ ꝰ 60 /	1 ꝝ

1) Diese Rechnung lautet in unserer Bezeichnung:

1 Fl	x gr.
10 Fl	$10x$ gr.
	$10x - 60$ gr.

$$x : 1 = 10x - 60 : y. \qquad y = \frac{10x - 60}{x}.$$

Man addiert also $10x - 60$ und $\frac{10x - 60}{x}$

$$\frac{10x - 60}{1} + \frac{10x - 60}{x}.$$

$$\begin{array}{l} 10x^2 - 60x \\ \quad 10x - 60 \\ \hline 10x^2 + 10x - (60x + 60) \end{array}$$

$$\frac{10x^2 - (50x + 60)}{x} = \frac{80}{1}$$

$$80x = 10x^2 - (50x + 60)$$

$$130x + 60 = 10x^2$$

$$13x + 6 = x^2$$

$\frac{13}{2}$ aufs Quadrat

$$\begin{array}{r} 13 \\ 13 \\ \hline 39 \\ 13 \\ \hline 169 \end{array}$$

$\frac{169}{4}$, hierzu $6 = \frac{193}{4}$

$$\sqrt{\frac{193}{4}} + 6\frac{1}{2} = x.$$

Aus allen diesen Rechnungen ist klar, dass Regiomontan ein Gleichheitszeichen (einen längern horizontalen Strich) besass. Es ist wahrscheinlich, dass in obiger Art die Rechnungen damals überhaupt praktisch angeordnet wurden.

Colligo igitur 10 𝓇 $\overline{\text{ig}}$ 60 cum $\dfrac{10\ 𝓇\ \overline{\text{ig}}\ 60}{1\ 𝓇}$

col. 2.

| $\dfrac{10\ 𝓇\ \overline{\text{ig}}\ 60}{1}$ $\dfrac{10\ 𝓇\ \overline{\text{ig}}\ 60}{1\ 𝓇}$

10 c𝓁 $\overline{\text{ig}}$ 60 𝓇
10 𝓇 $\overline{\text{ig}}$ 60

10 c𝓁 et 10 𝓇 $\overline{\text{ig}}$ 60 𝓇 et 60

$\dfrac{10\ c𝓁\ \overline{\text{ig}}\ 50\ 𝓇 \text{ et } 60}{1\ 𝓇}$ — $\dfrac{80}{1}$

80 𝓇 — 10 c𝓁 $\overline{\text{ig}}$ 50 𝓇 et 60
130 𝓇 et 60 — 10 c𝓁
13 𝓇 et 6 — 1 c𝓁

$\dfrac{13}{2}$ in se 13
13
39
13
$\dfrac{169}{4}$, huic addo 6 — $\dfrac{193}{4}$

Radix quadrata de $\dfrac{193}{4}$ et $6\dfrac{1}{2}$ — 1 𝓇.

26(18)[b], col. 1.

| Quartum quesitum.

Quidam cum 100 ducatis in primo anno lucratur aliquid; deinde in secundo anno cum capitali et lucro primi anni lucratur proportionaliter, et ita continue usque 6 annos; in fine autem sex annorum colligit summam ex capitali primo et omnibus lucris 900 ducatorum: queritur lucrum primum.

100 · 1 𝓇
1 𝓇 ⁄ $\dfrac{1\ c𝓁}{100}$

Habebis in 6 annis rem, censum, cubum, censum de censu, censum de cubo et cubum de cubo equales numero. Labyrinthus maximus.[1])

Quintum.

Die sexta octobris proximi preteriti anni 1463 in Ferraria, ut ita dicam, visa est stella in orizonte orientali distare per

1) Es ist hieraus klar, weshalb wir oben (S. 256) die *radix cubica radicis cubicae* nicht gleich $\sqrt[9]{\ }$ sondern $=\sqrt[6]{\ }$ gesetzt haben.

ortum orizontis a contactu meridiani per g 60 m 30, et hoc per horas 3 equales minuta 36 ante ortum Solis. Queritur locus ipsius verus in ecliptica et latitudo eius.

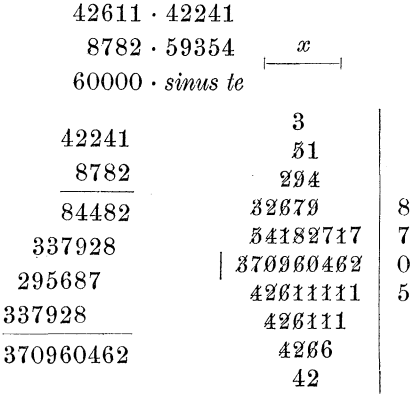
| $\overline{21}$ · 31′ verus locus Solis ad meridiem sexti diei octobris. col. 2.

$\overline{8}$ · 14′ · 5″
8 · 36 · 49
22 · 44
31 ·
11 · 22
8 · 25 · 27 declinatio Solis meridionalis.

Pro arcu semidiurno (Fig. 36).

$\overline{44}$ · 45′	latitudo loci considerationis;	42241	sinus zb,
45 · 15	arcus ab;	42611	sinus ab,
8 · 25	arcus th;	8782	sinus th,
81 · 35	arcus hz;	59354	sinus hz.

Composita:



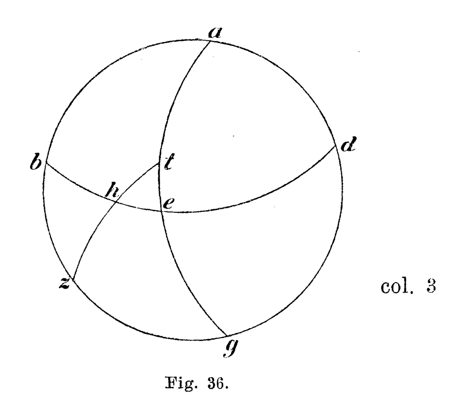
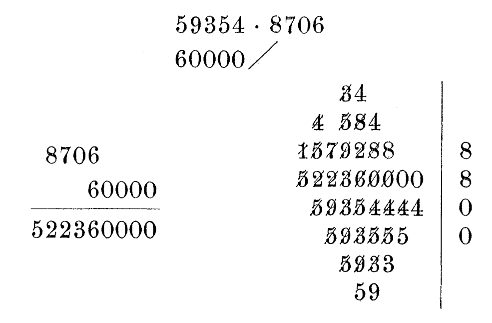


Fig. 36.

col. 3

8706 linea x.



8801 sinus arcus *te*; $\overline{8} \cdot 26'$ arcus *te* [1]),
81 · 34 arcus *at* semidiurnus.

3 ha 36 mi[ta]

45
9
54 · 0
81 · 34
135 · 34 distantia Solis a meridie, a medio celi in Solem computando.
289 · 51 ascensio recta Solis
135 · 34
154 · 17 ascensio recta medii celi hora considerationis.

col. 4. | Nunc pro arcu semidiurno stelle. Quoniam autem meridianus occurrit orizonti in duobus punctis, potuit interrogator ab utroque punctorum sectionis arcum suum computare. Sed ego limito me, tanquam stella habeat declinationem meridianam, et arcus orizontis computatus sit a puncto *b*.

$\overline{60} \cdot 30'$ arcus *bh*
29 · 30 arcus *he*; 29545 sinus *he*.

Concluditur autem, proportionem sinus totius ad sinum arcus *ab* esse tanquam sinus arcus *eh* ad sinum *th* declinationis stelle.

60000 · 42611
29545 /

42611
29545
213055
170444
213055
383499
85222

412
125894|1995
20982

20982 sinus *th*; $\overline{20} \cdot 28'$ arcus *th* [2]), et est declinatio stelle in *h* orientis.
69 · 32 complementum arcus *th*,
56213 sinus huius complementi
60 · 30 complementum *eh*,
52221 sinus huius complementi.

1) Nach der Tafel ist sin 8° 26′ = 8800.
2) In der Tafel ist sin 20° 28′ = 20980.

| Sinus complementi *th* ad sinum complementi *he* sicut sinus totus ad sinum complementi *te*. 27 (19)[a], col. 1.

56213 · 52221
60000 /

	5	
	6	
	11	
	1535	
	2156	
	23997	5
52221	4654559	5
60000	37166862	7
3133260000	622715913	3
	3133260000	9
	562133333	
	5621111	
	52222	
	566	
	5	

55739 sinus complementi *te*; $\overline{68}$ · 17′ complementum *te*[1]),
21 · 43 arcus *et*.
68 · 17 arcus semidiurnus stelle, et est arcus *at*
154 · 17
88 · 17 ascensio recta puncti ecliptice, cum quo stella nostra celum mediat.
0 · 28 Virginis, huic respondet ascensio recta.

Igitur stella mediat celum in 28 minutis primi gradus Virginis, et habet declinationem meridianam $\overline{20}$ · 28′. Ex his autem constabit verus locus eius in ecliptica cum latitudine sua. In simili enim re alias responsum est.

| Sextum interrogatum. col. 2.

Duo sunt circuli, primus habens diametrum 60 pedum, secundus vero 68, qui secundus circulus supraponitur primo, diametro quidem super diametro, occupando de diametro primi 50 pedes: queritur, quantum de superficie seu area primi occupabitur (Fig. 37).

Primus circulus sit *abgd* supra centrum *e*, secundus *agh* super centro *z*, quorum due diametri sint in linea recta *bh*, circumferentie autem eorum

1) In der Tafel ist sin 68°17′ = 55741.

secent se in duobus punctis *a* et *g*. Ducatur corda eis communis *ag* secans necessario diametros orthogonaliter in puncto *k* etc[a].

60 linea *bd*; 30 linea *ed*;
50 linea *dl*; 34 linea *zl*;
64 aggregatum diametrorum.
50
14 linea *ez*, distantia scilicet centrorum.

34
34
136
102
col. 3. 1156 quadratum linee *za*;

30
30
900 quadratum *ea*;

14
14
56
14
| 196 quadratum *ez*

900
196
1096,

cum itaque quadratum *za* sit maius duabus quadratis linearum *ae* et *ez*, erit angulus *aez* obtusus, et ideo perpendicularis *ak* cadet extra triangulum *aez*.

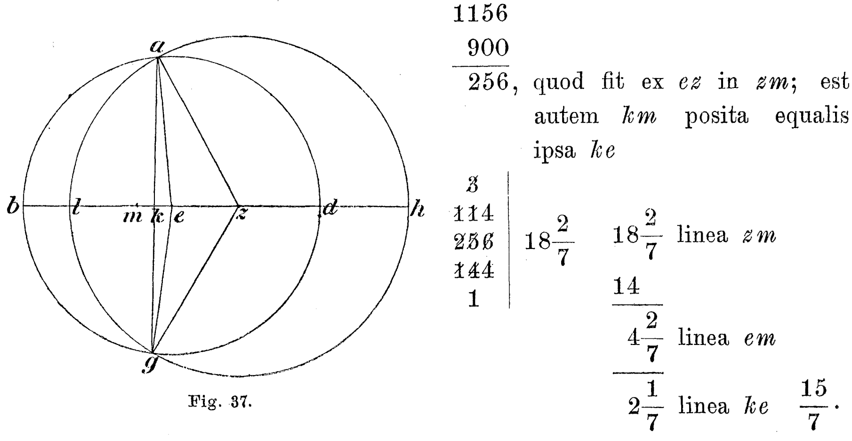


Fig. 37.

1156
900
256, quod fit ex *ez* in *zm*; est autem *km* posita equalis ipsa *ke*

3
114
256
144
1 | $18\frac{2}{7}$

$18\frac{2}{7}$ linea *zm*
14
$4\frac{2}{7}$ linea *em*
$2\frac{1}{7}$ linea *ke* $\frac{15}{7}$.

col. 4. | 15
15
75
15
$\frac{225}{49}$ quadratum linee *ke*;

49
900
44100
225
$\frac{43875000000}{49000000}$ quadratum linee *ak*.

25 1371 225146 13666873 294842441 43875000000 4 0 8 8 2 4 1 8 9 4 1 8 4 1 4	2 0 9 4 6 3		49000000 1 4	7 0 0 0

209464 Radix quadrata numeratoris
7000 radix quadrata denominatoris

$\frac{209464}{7000}$ fere linea *ak*.

Nunc quero angulum *aeb*

$| \ 30 \cdot \frac{209464}{7000}$

60000 ⁄

209464
60000

$\frac{12567840000}{7000}$, hic dividendus est per 30.

$\frac{12567840000}{210000}$, tanta est linea *ak*, ut *ea* est 60000.

1 1112 27948 1256784 211111 2222	5 9 8 4 6

59846 linea *ak*, ut *ea* est sinus totus 60000

$\overline{85} \cdot 54'$ arcus *ab*, ut tota circumferentia circuli *abgd* est 360.

$3\frac{1}{7} \cdot 3\frac{10}{71}$

$\frac{22}{7} \cdot \frac{221}{71}$ [1])

142 1547
142

$\frac{1562}{497} \cdot \frac{1547}{497}$

27 (19)[b], col. 1.

1) Hier hat Regiomontan $3 \cdot 71 = 211$ statt 213 gesetzt, wodurch die falsche Behauptung entstanden ist, es sei π näherungsweise $= \frac{1554}{497}$.

Dum igitur semidiameter circuli est 497, semicircumferentia eius est minor 1562 et maior 1547.

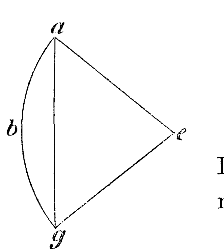


Fig. 38.

$$\begin{array}{r} 1562 \\ \underline{1547} \\ 15 \\ \underline{1547} \\ 1554. \end{array}$$

Dum ergo semidiameter est 497, circumferentia rationabiliter fere est 1554.

col. 2.

| 497 · 1554
30 /

$$\begin{array}{r} 1554 \\ \underline{30} \\ 46620 \end{array}$$

3
4
69
182
12599
46620
4977
49

$93\frac{57}{71}$ [1]) pedes, semicircumferentia circuli *abgd*.

$$\begin{array}{r} 93 \\ \underline{30} \\ 2790 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 71 \\ \underline{30} \\ 2130 \end{array}$$

2
44
621
2130
577
5

37

$$\begin{array}{r} 2130 \\ \underline{37} \\ 2167\frac{21}{57} \end{array}$$ area circuli *abgd* [2])

$180 \cdot \overline{89} \cdot 54'$

$2167\frac{21}{57}$ /

Ut fiat facilius, reduco primum et secundum ad minuta.

10800′ primus,
5154′ secundus,

$$\begin{array}{r} 2167 \\ \underline{57} \\ 15169 \\ 10835/ \\ \underline{/21} \\ \frac{123540}{57} \end{array}$$ tertius.

1) Im Manuskripte steht $\frac{71}{57}$.

2) Es müsste heissen $\begin{array}{r} 2790 \\ \underline{37} \\ 2827\frac{21}{57} \end{array}$, also ist auch das Folgende unrichtig.

col. 3.

```
| 123540
   5154
 494160
 61770
12354
61770
636725160
   57
```

hic dividendus est per 10800

```
 10800
    57
 75600
540
615600
```

denominator.

```
      1
     29
    261
   3854
  211777          1
 636725160|0      0
 66560000         3
  615666          4
   6155
     61
```

$1034\frac{541}{1710}$ sector *abge* (Fig. 38)

$\frac{209464}{7000}$ linea *ak*; $2\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2}$ linea *ke*

```
 209464
      5
1047320
```

1047320 numerator; 14000 denominator.

$\frac{1047320}{14000}$ area trianguli *eag*

```
     1
     2
   361
| 1047320     74 pedes superficiales.
  140000
   1400
```

col. 4.

$74\frac{283}{350}$ area trianguli *eag*.

```
1034
  74
 960
```

$959\frac{67}{350}$ et $\frac{541}{1710}$ portio *abg*, et sunt pedes superficiales quadrati.

```
2167
 959
————
1208
```

$1207\frac{238}{350}$ [1]) $1206\frac{21}{57}$ et $\frac{238}{350}$ et $\frac{1169}{1710}$ portio *adg*.

Nunc pro portione *alg*.

$34 \cdot \frac{209464}{7000}$

60000 ⁄

```
209464
     60000
——————————
12567840000
```

$\frac{12567840000}{7000}$, hic dividendus est per 34.

```
  37
 7000
——————
259000
```

[2]) $\frac{12567840000}{259000}$ linea *ak*, ut *za* est 60000.

28 (20)[a], col. 1.

```
      1 11      |
      2 23      | 4
     26162      | 8
   4235264      | 5
 | 12567840     | 2
   2599999      | 4
     25555      |
       222      |
```

48524 linea *ak*, ut *za* est 60000.

$\overline{53} \cdot 58'$ arcus *al* [3]), ut tota circumferentia circuli *algh* est 360. Habet autem se quadratum semidiametri circuli ad aream circuli, sicut sector circuli ad semicircumferentiam eius.

497 · 1554
1156 ⁄

```
  34
  34
————
 136
102
————
1156
```

1156 quadratum semidiametri *za*.

```
   1554
   1156
———————
   9324
  7770
 1554
1554
———————
1796424
```

```
      22      |
    1766      |
   36129      | 3
  525256      | 6
 1796424      | 1
  497777      | 4
    4999      |
      44      |
```

1) Muss hier und im Folgenden $\frac{283}{350}$ heissen.

2) Hier hat Regiomontan statt mit 34, mit 37 multipliciert.

3) Nach der Tafel ist sin $53^{0}58' = 48520$.

| $3614\frac{38}{71}$ area circuli *algh*. col. 2.

$180 \cdot \overline{53} \cdot 58'$

$3614\frac{38}{71}$

3614
71
3614
25298
38
$\frac{256632}{71}$ tertius.

10800′ primus,
3238 secundus,

256632
3238
2053056
769896
513264
769896
$\frac{830974416}{71}$ hic dividendus est per 10800

10800
71
10800
756
766800 denominator

5
273
385
64192
830974416
766800000
7668000
76688
766

1 0 8 3 pedes.

$1083\frac{11042}{15975}$ area sectoris *algz*.

14
$2\frac{1}{7}$
$16\frac{1}{7} \cdot \frac{113}{7}$ linea *zk*,

| $\frac{209464}{7000}$ linea *ak*. col. 3.

```
   209464
      113
   ------
   628392
  209464
 209464
 --------
 23669432 numerator;   49000 denominator.
```

```
 412
 7842
 23669432  | 4
 4900000   | 8 pedes        483 2432/49000 area trianguli zag
  49000    | 3
   490     |
```

$1083\frac{11042}{15975}$

483

$599\frac{46568}{49000}$ et $\frac{11042}{15975}$ area portionis *alg*

1805 pedes integri superficiales cum $\frac{21}{57}$ et $\frac{283}{350}$ [1]) et $\frac{1169}{1710}$ et $\frac{46568}{49000}$ et $\frac{11042}{15975}$ unius pedis, tanta igitur est area superficiei, quam occupat secundus circulus de primo. Et hoc de sexto interrogato sufficiat, nam fractiones ad unum denominatorem convertere magis laboriosum est quam subtile.

col. 4. | Redeo ad sextum. Quia rusticum videtur, pronuntiare tot et tam varias fractiones cum pedibus integris, reducam eas ad minutias phisicas, constituendo pedem unum 60 minuta etc.

```
        126              18
 21     1260      22',   360   6";  22' 6" prima fractio,
 57  ·  577              57
        5
```

28(20)[b], col. 1.

```
          21
          45             13
 | 283    16980          10800
   350 ·  3500    48',   3500   31";  48'31" secunda fractio,
          35             35
```

```
          1
          3273           9
 1169  ·  70140   41',   1800   1";  41' 1" tertia fractio,
 1710     17100          1710
          171
```

1) Hier ist der obige Schreibfehler wieder berichtigt.

```
          6
 46568   341         |           158  |
 ----- · 279408|0    | 57′,     6480  | 1″;  57′ 1″ quarta fractio,
 49000   49000       |          4900  |
          490        |
```

```
                     |            5   |
          75         |          164   |
          35         |         1532   |
 11042   226745      |        23434   |
 ----- · 662520      | 41′,   452700  | 28″; | 41′28″ quinta fractio     col. 2.
 15975   159755      |        159755  |
          1597       |          1597  |
                                       ----------------------------
                                        3 pedes 30′ 7″
                                     1805
                                     ----------------
                                     1808   ·   30 · 7
```

Igitur area superficiei occupata ex primo circulo est pedes 1808 minuta 30 secunda 7 fere.

28(20)[a], col. 4.

| Septimum.

Querit angulum datum dividi in tres equales.

Hec in quantitatibus continuis efficietur, in numeris autem quo pacto absolvatur, non est inventum.

Octavum.

Tres socii sunt, et quilibet per se habet denarios in marsupio. Duo primi absque tertio habent ducatos 30; duo etiam secundi absque primo habent ducatos 42; sed duo alii absque secundo habent 54: queritur, quot quilibet per se habeat.[1])

1 𝔵, 39 $\overline{\text{ıg}}$ 1 𝔵, 54 $\overline{\text{ıg}}$ 1 𝔵

84 $\overline{\text{ıg}}$ 2 𝔵 — 42

42 — 2 𝔵

21 — 1 𝔵

Primus 21, secundus 9, tertius 33.

---

1) In modernen Zeichen:

Hat der Erste x, so hat der Zweite $30 - x$, und wegen der dritten Bedingung der Dritte $54 - x$. Also der Zweite und Dritte zusammen

$$84 - 2x = 42$$
$$42 = 2x$$
$$21 = x.$$

Also hat der Erste 21, der Zweite 9, der Dritte 33.

Wie schon gesagt, ist damit der Briefwechsel mit Giovanni Bianchini, soweit er uns erhalten ist, zu Ende, und ebenfalls die auf ihn bezüglichen Rechnungen des Regiomontan-Manuskriptes. Dasselbe enthält jedoch noch zwei weitere Briefe Regiomontan's an Jacob von Speier und die Antwort des letztern auf das erste dieser Schreiben. Endlich findet sich aus späterer Zeit noch ein längerer Brief Regiomontan's an Christian Roder, Prof. der Mathematik zu Erfurt, angeheftet. Eine Antwort auf denselben ist nicht erhalten. Ich lasse jetzt wieder die drei Briefe der Correspondenz mit Jacobus Spirensis und die darauf bezüglichen Rechnungen der Nürnberger Handschrift folgen. Endlich wird der Brief an Roder den Schluss bilden.

VI.

Regiomontan an Jacob von Speier.

Ioannes Germanus ad Iacobum de Spira, astronomum dñi Federici Comitis Urbinatum.

Multa me hortantur, doctissime Vir, ac vehementer instigant ad familiaritatem inter nos conflandam et amicitie perennis felicia constituere primordia. Patriam enim in primis habemus communem, Alamanniam: lares paternos haud nimium distantes, que res unica, presertim peregrinis nobis, animos colligare sufficiet. Servimus demum principibus sibi amicissimis, inter quos quanta et quam vera alternaque exstat observantia, minime te latere arbitror. Cui quero plus favet divus ille Bessarion, dominus meus Reverendissimus, quam Umbrorum principibus Federico et Octaviano? Quos inter mortales maiora quispiam benivolentie reperiet indicia? Dominis igitur tantopere sese colentibus equum videtur, ut et servitores in unum nos consentiamus. Accedit preterea, quod potissimi facio momenti, studiorum similitudo, radix videlicet omnis amicitie. Mihi equidem doctrinas 59(51)[b] quadruviales | mediocriter forsitan advenisse putabit quispiam, tibi autem egregie perspectas esse facile persuadetur. Non enim satis dici potest, quanta et quam digna testimonia in tuam prestantiam confluant, presertim in astronomicis et arithmeticis, quibus adeo vigilanter incubuisti, ut dives stipendium a principe tuo suscipere merueris. Quod profecto haud mediocriter eruditionis tue habetur indicium, si quidem paucos hac nostra tempestate huiuscemodi studiis deditos veneratur vulgus: paucissimis autem ex hisce doctrinis questum fieri comperimus. Tuam denique excellentiam Babtista de Albertis[1]), vir optimus, sepenumero mihi predicavit, Petrus

1) Es ist das der berühmte Baumeister und Mathematiker Leone Battista

Antonini[1]) quoque, homo ille primanus domini mei ℞mi, crebrum super ea re affert testimonium, cui quantum et credam et debeam, non facile dixerim, quod ad notitiam tuam capessendam me induxerit. Petrus insuper de Castellodurante[2]), ille tuus socius, qui non cessat, urbanitatem et virtutes tuas declamare, nuperrime miros quosdam effectus tuos commemorans in tuum amorem me prorsus coniecit. Sed quod alienis monitoribus tantopere credo? Vidi equidem hisce oculis quasdam nativitatum figuras tuo calculo erectas, in quibus ardorem tuum ac summam in nostris studiis vigilantiam aperte demonstrabas. Tanta enim libido certitudinis consequende te invasit, ut ad tertia usque numerationem tuam extenderis. Eas nativitatum figuras advexit mihi dominus Ioannes Babtista, nam antehac duas, non quidem meo calculo, sed Conradini mei erectas, priusquam percussione mea examinarentur, ipse acceperat. Placuere mihi supra modum tanta solertie tue vestigia et veritatis inquisitio. Nunc igitur, ne pluribus equo obtundaris, cedo queso votis meis; fac, littere mee efficaces apud te inveniantur; Ioannem Germanum gregi amicorum tuorum adnumerare velis. Quod lingua non potest, intervallo corporum prohibente, calamus supplex impetret. Nolim expectes, | usque ad cenam voceris meam, quatenus de amicitia in conviviis, ut assolet, ineunda tecum disseratur: frigescerent enim prius epule, quam Romam ex Urbino venires. Si muneribus forsitan primicias consuetudinis nostre firmandas arbitraberis, munera non deerunt, nisi maiorum exempla parvi facias. Archimedem Dositheo problemata geometrica misisse liquet, Eratosthenem Ptolemeo regi duplationem cubi tamquam grande quoddam munus prestitisse, Eutocius Ascalonita commemorat. Talia erunt dona nostra philosophica, quidem non popularia. Ceterum si convivio gaudeas, fasianos, perdices calamo nostro non ex cella epularie depromemus. Vegetes demum vini haud longe aberunt. Ubi autem epularum sacietas nos reperit, cytharedum atque tibicinem, ut ad choros ducendos modulentur, extemplo accersemus. Quod si tandem deambulare (ut iubent medici) parumper libeat, sive Solis claritudinem contemplari, sive iacula emittere, facultas nobis dabitur. Hec est, Iacobe optime, cena nostra, in qua posthac crebrius letabimur. Ad huiuscemodi cenam vicissim me invites velim. Sed quousque in hoc convivio morabor? Dabis, spero, veniam nimium iocanti mihi, ad id enim dies presentes Dionisii te hortabuntur. Ceteri epularum luxurie hoc tempore carnisprivii corpus affligunt suum, nos vero philosophico certamine animos nostros exercebimus. Sat

60(52)[a]

Alberti. Von ihm ist bei seinen Lebzeiten nichts veröffentlicht. Erst 1843—1849 ist aus den Manuskripten manches der Vergessenheit entrissen worden.

1) Völlig unbekannt.

2) *Castellodurante* im Kirchenstaat gelegen.

iocorum iniecisse videor, ad serium deinceps hora iubet descendere. Vide igitur hec problemata varia, et quidnam circa ea sentias, quatenus tuis me litteris reddito certiorem.

1. Reperi in libro quodam vetusto interrogationem cuiusdam factam de filio suo, cuius figura habebat gradus 16 minuta 37 Tauri in ascendente, cuspis autem quinte domus, scilicet filiorum, erat in 7 g̃ et 18mi[tis] Vir- 60(52)[b] ginis. Relique | autem domus non erat notate. Volendo autem figuram talem complere, oportuit habere latitudinem regionis, ubi facta est interrogatio. Quero igitur, quanta fuerit latitudo eius regionis, deinde que fuerint initia reliquorum domorum.

2. Roma habet longitudinem ab occidente habitato g̃ 35 m̃ 25, et latitudinem ab equatore g̃ 42, Erfordia vero longitudinem habet g̃ 27 et latitudinem g̃ 51. Quero, possitne his duabus civitatibus idem esse ascendens pro eodem instanti, et si videbitur possibile, quid sit illud ascendens. Atsi plura esse possint, que sint illa. Cum autem dixeram, possitne esse idem ascendens pro eodem instanti etc., ne contradictione implicite videar incidisse (nihil enim in instanti ascendere perhibetur), aliter et brevius quero, possitne idem punctus ecliptice pro eodem instanti esse in orizonte Romanorum et simul in orizonte Erfordensium? Et si possibile visum fuerit, quis sit ille. Quod si duo talia fuerint puncta, que sint illa.

3. Stella quedam fixa habens secundum longitudinem g̃ 13 m̃ 25 Geminorum, latitudinem autem septemtrionalem g̃ 8, in quedam regione occidit cum gradibus 23 minutis 14 Geminorum: quero latitudinem huius regionis.

(3[a].) In regione habente latitudinem 45 graduum et 24 mi[torum] natus quidam habuit in medio celi supra terram 14[m] gradum Aquarii completum, Solem autem in principio Arietis, et Martem in fine quinti decimi gradus Tauri absque latitudine: quero, quanta sit directio Solis ad Martem. Voco autem directionem arcum equatoris, qui cum arcu ecliptice inter duos significatores comprehenso pertransit circulum magnum, in quo iacet significator dirigendus. Volo dicere circulum magnum per centrum Solis duoque puncta sectionum orizontis et meridiani incedentem. Non enim latet te, quod dirigere quempiam significatorem directione saltem directa non est aliud, nisi movere spheram donec ad situm similem ei, in quo significator ipse dirigendus, constituebatar, quemadmodum trahitur ex verbis Ptolemei in tertio quadripartiti capitulo undecimo, ubi dixit: „Nec contingit etiam, ut respectu horum duorum (scilicet orizontis et meridiani) sit una eius positio, nisi cum fuerit prope loca, que sunt supra semicirculum ex circulis per locum communem circuli medii celi et circuli orizontis transeuntibus“ etc[a]. Super quibus verbis Hali com-

mentator: „Oportet“, inquit, „nos petere | in toto hileg medietatem circuli in quo moratur supra terram, et quod accipiamus atazir secundum ascensiones medietatis huius circuli“ etc[a]. Unde ARCHIDIACONUS in tractatu directionem docens officio sphere solide directiones significatorum numerare, semicirculum ipsi instrumento adaptare iubet in duabus intersectionibus meridiani et orizontis. Sive igitur feceris directionem per utrumlibet modorum PTOLEMEI, sive per modum ALCHABICII, qui a secundo modo PTOLEMEI non est alienus, sive per tabulas directionum (omnes enim ex eodem ferme manant fonte), non habebis directiones rationi philosophice respondentes, que secundum semicirculos predictos eliciuntur. Item in eadem nativitate quesituri particulares conditiones patris iubemur, constituere locum Solis pro ascendente, si nativitas diurna fuerit, et insuper totam patris figuram elicere, quod haudquaquam absolvemus, nisi circulum, in quo iacet Sol ipse, tanquam orizontem obliquum constituerimus, circulum, inquam, per duas intersectiones meridiani et orizontis incedentem. Ita enim HALI super capitulo quinto tertii quadripartiti monet. Quero itaque ex prescripta nativitate diurna filii primogeniti initium octave domus in figura patris, cui ascendentem tribuimus locum Solis. Sed de his latius disserendum, ubi litteris meis responderis.

61 (53)[a]

4. In anno currente, quando Sol in principio Arietis secundum calculum usitatum constituetur, quero, quantus sit arcus ecliptice inter locum eius verum et circulum equatoris comprehensus, quantaque sit ipsius Solis ab equinoctiali declinatio.

Quid rides, IACOBE humanissime? An mirum tibi videtur subiectum huius interrogationis? Tranquille, velim, legas scripta IOANNIS tui, qui, nisi fundamenta tabularum ALFONSI fluctuent, demonstrabit, posthac Solem distare ab ipso equatore gradibus sex fere in revolutione anni mundi hoc nostro tempore.

5. Pono Saturnum in gradibus 10 minutis 15 Arietis, Iovem in gradibus 23 minutis 38 Leonis, Martem vero in g̃ 17 m̃ 25 Virginis secundum cursus videlicet medios. Quero, an unquam coniungentur, et si ita, post quantum tempus ab instanti situum predictorum precise conveniunt, aut quando proximo fuerint coniuncti. Motum autem Saturni medium in die suppono minutorum duorum, | et secundi unius, Iovis minutorum 4 secundorum 59, Martis vero minutorum 31 secundorum 27.

61 (53)[b]

6. Divisi numerum quendam per 23, et facta divisione relinquebantur 12; item divisi eundem per 17, manseruntque in residuo 7; deinde iterum eundem divisi per 10, et relictae fuerunt 3: quero, quis fuerit numerus ille divisus.[1])

1) Das ist das Restproblem oder die Regula *Ta ien* der Chinesen. Eine ähnliche Aufgabe hat BIANCHINI gelöst, vergl. S. 237.

7. Invenias quatuor numeros quadratos, qui simul iuncti, quadratum conficiant numerum. Quatuor autem cubicos invenire, qui congregati cubicum numerum efficiant, non postulo; id enim difficilius multo existit.

Hec fuerunt tanquam colloquia, ut moris est, ante cenam; iam autem fasiani et perdices offerentur, sed famem fortasse tuam non explebunt.

8. Emi 240 aves denariis 16047. Erant autem aves ipse trium specierum, fasiani videlicet, perdices et columbe. Fasianus quilibet emebatur 97 denariis, perdix queque 56 denariis et columba tribus denariis: quero, quot de unoquoque genere aves fuerint.[1])

9. Quidam emit 15 ducatis aliquot brachia panni; deinde proportionaliter aliquot ducatis emit 27 brachia panni. Numerus autem ducatorum, quos exposuit, cum numero brachiorum emptorum simul efficiebant 100: quero, quot ducatos exposuerit, quotque brachia panni emerit.

Nunc ad musicam.

10. Invenias tres numeros quadratos in medietate armonica colligatos, ita videlicet, ut maximus ad minimum eam habeat proportionem, quam habet differentia maximi et medii ad differentiam medii et minimi.

11. Cordam quandam longitudinis quinque pedum divisi in tres partes, quarum prima ad secundam sonuit semitonium minus, tertia autem ad ipsam secundam sonuit duos tonos cum semitonio maiore: quero, quanta fuerit unaqueque trium cordarum partialium.

(11[a].) Est canna quedam sive fistula columnalis, cuius longitudo 12 pedum, latitudo autem, scilicet diameter orificii, habet unum palmum. Facturus sum aliam fistulam, que ad predictam sonabit consonantiam diapente vocatam, cuius fistule longitudo vigecupla sit latitudine sue: quero, quanta erit longitudo illius secunde fistule, et quanta latitudo. Pedem autem ex quatuor palmis geometricis constare supponatur.

62(54)[a] **12.** Trianguli cuiusdam area 70 pedes superficiales complectitur, | cuius tria latera sunt in proportionibus horum numerorum 5 · 8 · 12: quero quantitatem diametri circuli sibi inscriptibilis.

(12[a].) In principio eclipsis lunaris future hoc anno quero, quantum distabit punctus contactus Lune et umbre secundum visum a supremo puncto limbi lunaris. Supremum autem punctum limbi lunaris accipe eum punctum in limbo ipso, qui polo orizontis est vicinissimus.

(12[b].) Item Luna conum umbrosum ingressa dum ex diametro eius visuali quinque digiti lineales eclipsabuntur, quero, quanta erit portio

---

1) In Gleichungsform umgesetzt:

$$x + y + z = 240$$
$$97x + 56y + 3z = 16047.$$

lunaris corporis umbre immersa respectu totius corporis Lune, atque, ut expeditius id fiat, umbram in loco transitus Lune, tanquam sphericam subicio. Semidiametrum tamen eius eam, que ex tabulis colligitur, admittam.

13. Sole habente altitudinem 35 graduum vertex iridis supra orizontem elevabatur gradibus 7. Pes autem eius iridis a loco aspicientis distabat passibus ducentis: quero, quanta fuerit portio iridis respectu totius circonferentie.

(**13**[a].) Lumen Solis altitudinem habentis g̃ 37 incidit per quandam fenestram circularem ad pavimentum quoddam equedistans orizonti; erat autem fenestra in superficie ad orizontem erecta. Diameter fenestre 5 pedes complectebatur, centrum autem eius a pavimento distabat 28 pedibus: quero, quanta fuerit superficies pavimenti illuminata.

14. Divisi lineam ab quinque pedum (Fig. 39) in c puncto secundum proportionem habentem medium et duo extrema, maiori parte existente ac, fecique lineam ipsam carastonem [1]) (dico libram inequalium brachiorum), cuius suspensorium ex c puncto divisionis, ex punctis autem a et b suspendi duo corpora regularia, icocedron videlicet ex puncto b, duodecedron autem ex puncto a, ita ut eque ponderarent, volo dicere, ut linea ab equedistaret orizonti: quero proportionem duarum spherarum ipsis corporibus dictis circumscriptibilium.

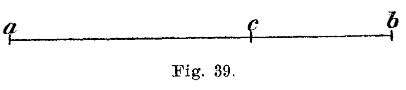


Fig. 39.

15. Est vas quoddam habens formam coni truncati, cuius fundum habet diametrum sex pedum, orificium autem habet diametrum 10 pedum, latus vero 9 pedes complectitur. Huic vasi inmitto vinum aliquantum hoc pacto, ut inclinato vase superficies vini ex una quidem parte occurrat circumferentie fundi non secando eam, ex alia autem parte, scilicet propinquissima orificio vasis, distet ab ipso orificio duobus pedibus: quero, que sit proportio huius vini respectu totius corpulentie, quam vas ipsum comprehendere solet | (Fig. 40). 62(54)[b]

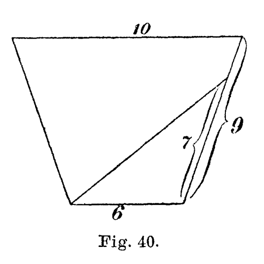


Fig. 40.

(**15**[a].) Resumpto hoc vase commodavi cuidam 20 talia vasa vini. Tempore autem fluente vas illud sive igne sive quapiam negligentia perditur. Ille alius volens mihi restituere mutuatum non habet simile vas, sed alium quoddam concavum concavitate spherica, equales sunt parapsides,

---

1) Regiomontan dürfte also den *liber carastonis* des Thabit ben Corrah gekannt haben.

cuius margo quidem habet diametrum 5 pedum, profunditas autem duos pedes complectitur: quero, quot vasa talia mihi reddenda sint. Profunditatem autem huius secundi vasis voco lineam a centro marginis perpendiculariter erectam et ad superficiem concavam vasis terminatam.

(15[b].) Vas quoddam columnale plenum vini habet longitudinem 26 palmorum, latitudinem autem 8 palmorum. Emittitur vinum aliquantum ita, ut residuum habeat profunditatem 3 palmorum et 4 quintarum unius palmi: quero, quot urne restant in vase. Urnam autem suppono vasculum quoddam columnale, cuius longitudo habeat 3 palmos et $\frac{2}{3}$ unius palmi, latitudo vero 1 palmum et $\frac{5}{6}$ unius palmi. Qui autem virgam visoriam ad portiones vasorum inveniendas effecerit, haud mediocre commodum modernis afferet mensoribus.

(15[c].) Sunt tres bombarde, quarum prima habet diametrum orificii sui 3 palmorum, secunda vero et tertia habent diametros orificiorum suorum coniunctim sumptas 8 palmorum. Tres autem lapides spherici, quos iaciunt bombarde ipse, sunt continue proportionabiles habentes simul 200 libras in pondere. Quero, quot libras unaqueque bombardarum proiiciat.

16. Proiecturus lapidem ex bombarda ad certum locum ascendi arcem, et cum quadrante magno per fenestram quandam perspexi terminum ad quem, abscinditque filum quadrantis 25 gradus de limbo quadrantis. Deinde aliquantum descendi in arce et ex alia fenestra perspexi terminum eundem filo perpendiculi 18 gradus absumente. Distantia autem duarum fenestrarum, unde perspexi terminum predictum, 7 passus complectebatur. Quero, quot passibus distiterat locus perspectus ab altera duarum fenestrarum arcis memorate.

Sed quo ruit calamus? Nimium forsitan fatigaberis, vir optime, legendo tantas litteras. Finem igitur statuendo epistole hoc unum obsecro, 63 (55)[a] ut quamprimum apud me sint littere tue docture, quid | de rebus illis sentias. Hac enim lege mutua inter nos fiduciam et conflabimus et in dies augebimus, neque absque multo fructu, nisi me fallit opinio, id futurum esse arbitror. Nam, si quid digni apud me fuerit, tibi commune fiat, si vero nihil appareat, quod tibi adiicere possim, id lucro tibi erit, excellere videlicet hominem studiis mathematicis omnibus apprime affectum. Postremo oratum te velim, ut magnifico et generoso Domino Octaviano servitorem suum Ioannem commendes quam devotissime, qui profecto litteras nunc accepisset meas, nisi indignum me putassem, cuius ineptiis tantus princeps obtunderetur. Magnificientie igitur sue obsequentissimum me offerat oratio tua. Vale. Ex Roma, die 15 februarii anno 1465°.

VII.

| Jacob von Speier an Regiomontan. 64 (56)[a]

Epistolam tuam accepi, vir doctissime, que ad me iocos, grata munera et tuam erga me singularem benevolentiam attulit. Laudo et doctrinam et tuam dicendi elegantiam, quam nuper mihi manifestasti. Quod autem me cupias et diligas, recte quidem facis, cum a me summopere ameris, quod ita nos facere plurime cause persuadent. Nam, ut ipse scribis, principibus, patria, studio atque moribus convenimus. Et si antea humanitate et doctrina tua amori in te meo addi non potuisset, tamen hiis tuis litteris cumulus accessit non parvus. Itaque tibi gratias ago, meque totum tibi trado. Vocasti preterea me ad cenam phasianis, avibus et vinis mirifice ornatam. Pro tanto beneficio quid tibi retribuam, nescio, qui montium cacumina et aridas arenas incolem. Careo enim istis delicatis cibis, quibus tu vesceris. Hic celum et astra non in se tantum perspecta, sed eorum effectus considero. Huc, si licuerit, ad convivium aliquando accedes, nam per te fructus boni aderunt. Hiis enim doctrinis, quas petis, hic prorsus caremus, ex quo scito, nec mea problemata proponi posse, nec tua dissolvi. Sed ut amicitie causa aliquid scribam, reliquiis quibusdam tecum agam. Sed prius, velim, scias, me illud unum admirare solere, quod me post cenam animi gratia ad Solis splendorem ducturum aiebas, ut phisici dicunt. Ipsi enim post medicinas confortantia adducunt, tu vero, pace tua dixerim, ordine perverso post maximam cenam bellum indicis, deinde infers. Nobis ergo amicissimis certare | non licet, sed tamen inter nos ante cenam, amice, 60(56)[b] colloquemur.

Dedisti figuram interrogationis tue, que 16 graduum et 17 minutum in ascendente habebat, et in cuspide filiorum 18 minutum septimi gradus Virginis, et cuspides ceteras cum latitudine regionis petisti.

Accipe ergo pro singulis cuspidibus: In ascendente gradum 16 minutum 37 Thauri; in loco substantie g̃ 12 m̃ 32 2̃ 31 Geminorum; in loco fratrum g̃ 7 m̃ 18 2̃ 20 Cancri; in angulo terre gradum 2 m̃ 51 2̃ 49 Leonis; in cuspide filiorum gradum 6 minutum 18 Virginis, in cuspide infirmitatum gradum 12 m̃ 7 Libre. Et hec in regione, in qua polus supra circulum emisperii flectitur gradibus 30 m̃ 14 2̃ 45 fere.

Preterea eundem punctum ecliptice duobus orizontibus pro eodem instanti inesse nego. Punctum vero ecliptice motum ab orizonte Romanorum ad orizontem Erfordie in spatio 33 minutorum et 40 secundorum hore quendam arcum describere affirmo, duobus dico punctis orizontibus infixis terminatum, que puncta ad idem instans semper diversa intelligo.

Stellam fixam, quam in 24 gradu Geminorum occidere ymaginatus es,

post principium sexti climatis fieri existimo. Hoc autem a me diligentius
65(57)[a] non exponitur propter librorum penuriam, ut dixi superius. |

Solem vero, quemadmodum contra communem observationem equinoctii ab equatore 6 gradibus distantem te demonstraturum dicis. Quando in me risum vaticinatus es, non adhuc intelligo, et ne diebus abstinentie in risum te adducam.

Solem et ipsius umbram cum puncto contactus circumferentie Lune, distantiam quoque puncti limbi Lune cenith propinquissimo nunc non determino, unum efficaces rationes tuas magnopere desidero, presertim cum fuerint experientia confirmate, quam pro iudice habebimus.

Honus de trium superiorum coniunctione, quod dedisti, accepi. Erunt itaque hec tres linee a sitibus per te ordinati propius coadunande post annos 1709 menses 2 dies 24 horas 15 $\overset{\text{m}}{\text{m}}$ 54 $\overset{\text{''}}{2}$ 36 $\overset{\text{'''}}{3}$ 24 $\overset{\text{''''}}{4}$ 14 et $\overset{\text{'''''}}{5}$ 6 in 26 gradu signi Geminorum, et hec colligenda ea minima, que ex casu tuo crescere valebunt. Annum tamen Persicum habeas, et mensem pro diebus 30 nota.

Quatuor etiam numeros quadratos a me queris constituentes unum quadratum. Ubi 1 · 4 · 16 · 100 coniunctim capias, et 121 ex 11 quadratum habebis. Vel melius 4 · 16 · 49 · 100 aggrega et 169 reperies.

Pannum, quo cenam nostram ornari voluisti, mensuravi, et proportione bona 64 brachia cum $\frac{2}{7}$ reperi, cuius pretium 35 ducatorum et $\frac{5}{7}$ unius recte duxi.

Velatas aviculas, quas pro cena mihi obtulisti, 114 fasiani valde
65(57)[b] pingues inveni, perdices 87, columbas 39. |

Preterea vas vini nimis effusum, quod mittis, placere non potuit, maxime nobis sepe conviventibus, et vasa adeo vacua non bene vina conservant. Extraxi autem ex vase columpnali tua urnas $19\frac{53713}{73205}$ unius.

Habes a me satis, vir optime, et dabis veniam, si post cenam paulisper acquiescam. Interim Lucianum tibi adducam, quem hinc abesse scito. Ille enim superficierum ac distantiarum mensurationibus, conicorumque corporum ponderabilium variis proportionibus caput suum tota die obtundit. Ego autem, ut tibi auscultem et morem geram, refectionem, quam voluisti, ad te mitto, non Dionysii, sed tamquam quadragesime fercula existimanda. Hanc ne despicias, rogo, sed, quid de ea senseas, me certiorem faciendum curabis.

Katholica fides nostra Iesum Christum dominum nostrum non solum deum, sed et verum hominem universis credendum instituit, qui quidem, ut verus propheta sub humanitatis habitu, per coniunctionem superiorum astrorum lege a remotis gentibus cognitus est, per coniunctionem dico magnam ipsius nativitatem proxime precedentem, ut docet Albumasar et

pericia omnium sapientum. Quero demonstrationem anni, quo nasci debebat virtute coniunctionis predicte, annum quoque, quo mundo sua doctrina primum apparere naturaliter potuit, et lex, quam dedit, quomodo causis astronomicis ipsis gentibus suasibilis sit et aliorum legibus preferenda.

Dominum Iehsum Christum natum dominica decembris 24 hora 11 | 66(58)[a] minuto 20 post meridiem astronomice et katholice sane tenemus: quero constellationem specificam influentem Domino Iehsu tam acerbam mortem, nec non speciem ipsius mortis, cum et ipse elementis ceterumque causis corpore subici voluerit tamquam alter homo possibilis.

Scribitur a divo Dyonisio, qui Areopagita dictus est, in epistola, quam ad Pollicarpum, discipulum beati Pauli dederat, tempore cuiusdam eclipsis Solis miraculose facto in passione domini Iehsu Christi ipsum tunc equasse Lunam, quam per calculum suum eodem tempore in signo sibi opposito reperit; ipsam quoque Lunam hora passionis et eclipsis ab angulo plenitudinis cecidisse dicit gradibus 4 m̃ 26 2̃ 28. Quamvis Lunam Solem eclipsare vere viderint, tamen ipsam nocte sequanti loco debito restitutam recitat. Ecclesia etiam Christum passum circa oppositionem luminarium singulis annis commemorat et in anno etatis sue 34° mortuum fuisse describit. Quero, quotta dies erat mensis sacre passionis sue, et que dies septimane esse potuit, Iovisne an Veneris vel sabbati, salvo loco Lune a beato Dyonisio invento et salvis nominibus dierum quibus quottidie utimur.

Anno currente 1425 facta est superiorum coniunctio mutate triplicitatis. Quero tempus precisum coniunctionis vere atque ipsius significatum. Si hiis, quia stellis promissus est, sit natus, an si ipsum adhuc expectamus. Dic tempus, sub qua lege apparebit, et si miraculorum patratione extolletur, locum insuper nativitatis sue. Hec omnia demonstrative indicabis.

Quoniam subtilis et excellens arithmetica es, tibi aliquid amplius laboris imponere non verebor. Quero tempus vere coniunctionis trium superiorum per consuetudinem tabularum ad meridianum urbis. Volo dicere, quando proxime coniungentur.

Hec sunt, que ad te scribere volui. Que si maxima aut parva, nec te digna videbuntur, michi ignoscas rogo, et amor, quo maxime coniuncti sumus, abs te veniam postulabit. Quod me scripturum persuades, quodque idem te facturum dicas, mirum in modum placet. Ex tuis autem scriptis scio, me non parvum fructum capturum. Ex meis vero quid hauseris? Benivolentia certe undique scaturiet, alium fructum, quem pollicear, nescio. Te magnifico domino Octaviano diligentissime commendavi, nec illum a tuis litteris alienum facies. Amat enim doctos et tui consimiles. Ꝝmo

domino tuo tamquam devotissimum servulum me humilime comendabis. Vale, meque, ut facis, ame. Ex Urbino 6ª Aprilis 1465.

66(58)^b leer. 67(59)^a leer.

Tibi deditissimus

IACOBUS SPIRENSIS. |

67(59)^b | Spectato ac doctissimo viro
Dn̄o IOANNI GERMANO Astronomo
peritissimo amico precipuo.

Rome [1])

VIII.

Regiomontan an Jacob von Speier.

68(60)^a | 1465: Respondisti nuper, vir optime, litteris meis non minus docte quam eleganter, votique mei me compotem reddidisti. Quamquam enim multitudine nimia problematum te aggressus sum, perinde ac si eruditionem meam ostentare voluerim, non tamen alio ferebar nisi ad benivolentiam tuam capessendam, quatenus amicitia inita alter alteri volupe esset assiduis conversationibus intercedentibus. Hec erat meta, cuius attingende gratia cursum institui meum, quam pro sententia nactus sum. Quod autem tot generibus problematum te incitaverim, inde evenit, ut certior fierem, quibusnam studiis potissimum exercearis. Igitur ex litteris tuis astrorum studio te oblectari perdidici, non tamen motus eorum, figuras, magnitudines, distantias et cetera huiusmodi, verum etiam, et id quidem ardentissime, influxus eorum ac effectus in elementis et elementatis contemplando, quo rectius mihi videtur, non tanta posthac rerum varietate ludere, sed protinus ad hoc unum divinum studium duntaxat animos nostros apellere. Nemo enim nisi doctissimus atque libris multivariis stipatissimus tantis | 68(60)^b et tam diversis rebus abunde respondebit. Iam, ne prolixo defatigeris apparatu, ad exercitia nostra veniendum censeo, neque egre laturum te arbitror, si prius problemata, quibus respondisti, parumper retractavero: ita tua mihi persuadet facilitas.

Primum problema habebat gradus 16 minuta 37 in ascendente, cuspis autem quinte domus erat in 7 gradibus et 18 minutis Virginis, id est, quemadmodum tu accepisti, in cuspide quinte domus erant gradus 6 et minuta 18 completi Virginis. Dedisti loco substantie gradus 12 minuta 32 2̃ 31 Geminorum, Loco fratrum g̃ 7 m̃ 18 2̃ 50 Cancri. Altitudinem autem poli septemtrionalis g̃ 30 m̃ 14 2̃ 45 fere. Ego autem per figuram

1) Das giebt DE MURR als Überschrift des Briefes.

sectoris officio tabularum sinuum ac ascensionum rectarum, ut assolet, in loco substantie reperio g̃ 12 m̃ 35 Geminorum, in loco fratrum g̃ 7 m̃ 26 Cancri, in quarta domo g̃ 2 m̃ 48 Leonis, in sexta g̃ 12 m̃ 5 Libre. Altitudinem autem poli g̃ 27 m̃ 26. In minutis itaque, ne dixerim secundis, dissonamus. Si dicas, satis esse gradus veros attigisse, cui ergo ad secunda etiam numeranda processisti? Sed de hac re non est tutum disserere, nisi una essemus, ut alter alterius modum notare posset, quare missa istec faciamus.

Duobus demum orizontibus Rome et Erfordie eundem punctum inesse negas ecliptice pro eodem instanti propter diversas longitudines earum urbium gradibus 8 minutis 25 scilicet differentis. Si rationem secteris, nisi me fallit animus, confiteberis, non modo in memoratis duobus orizontibus pro eodem instanti idem punctum ecliptice repertum iri, verum etiam in omnibus aliis duobus aut quotlibet inter duos tropicos se secantibus, aut quorum poli sunt in eodem circulo magno circulum ecliptice ad rectos angulos secante, quemadmodum in secundo libro problematum Almaiesti aperte demonstravi. Verumtamen si dicte urbes sola differrent longitudine, procederet sententia tua. Ut autem definitius me intelligas, nuncio duas urbes predictas in omni revolutione primi mobilis bis communicare in ascendente et descendente. Nam punctus terminans g̃ 7 et mi^ta 49 fere Geminorum | pro eodem instanti in eodem orizonte existit, similiter finis 22 graduum et 11 minutorum Tauri. Si habes tabulas ascensionum obliquarum ad has duas latitudines factas, id experieris. Accipe enim ascensionem obliquam a puncto visuali numeratam ad g̃ 7 et m̃ 49 Geminorum, hoc quidem ad Romam. Hec ascensio obliqua erit equalis ascensioni recte medii celi ad Romam inchoando ascensiones rectas apud principium Capricorni. Cum autem meridiani dictarum urbium distent a se per g̃ 8 m̃ 25, et Roma ponatur orientalior Erfordia, subtrahe ab ascensione recta prefata g̃ 8 m̃ 25, et relinquetur ascensio recta medii celi ad Erfordiam, que quidem equalis est ascensione oblique ascendentis ibidem. Cetera patent.

69 (61)[a]

Recte deinceps ad tertium respondisti interrogatum, id videlicet, fieri post principium sexti climatis, quamvis non diffinias precise librorum penuria id intercipiente. Latitudo quidem regionis quesita est g̃ 45 m̃ 35 fere, inventio autem admodum difficilis. In ea tamen re absolvenda sola sinuum tabula mihi sufficit. Verum meminisse oportuit figure sectoris, neque ipsa prorsus satisfecit, quinimo ad librum triangulorum spheralium nondum editum confugere cogebar.

Inauditum tibi videtur, Solem oportere distare ab ipso equatore sex fere gradibus, dum in principio Arietis secundum computationem Alfonsinam putatur. Non est illud vulgare negotium, neque facile demonstrabitur nisi

habenti perfectam speculationem motus octave sphere. Hanc rem et alias plurimas conscribere propediem accipiam, quibus fallacia iudiciorum nostrorum plerumque imputari potest. Videmur profecto longe a maioribus nostris degenerare, qui, ubi priscorum scripta philosophorum perdidicere, suas quoque sententias ac observationes adiicere studuerunt, et quidem, vigilantissime, quatenus ars ipsa continuis augeretur additamentis. Nos autem contra neque libros in hac arte precipuos legimus, neque si celum numerationi respondeat, aliquando exploramus, verum instar mulierum cre-
69(61)^{b} dularium tabulis illis Alfonsinis et earum filiabus adheremus | tanquam divinis et numquam passuris detrimentum aliquid. Sed de his posterius.

Videbaris mihi movere risum, Iacobe optime, si circa problemata Solis ac umbre cum puncto contactus in eclipsi lunari aliquid anutiares, quasi ridicule fuerint res ille, quibus nimirum haudquaquam satisfacies, nisi prius Apollonium divinum de elementis conicis, Ptolemeum in sexto magne compositionis sue perspexeris. Neque id satis erit; primum enim Gebri Hispalensis vidisse oportebit aut tertium Menelai de sphericis, sive librum triangulorum spheralium nove traditionis.[1]

Dicis insuper, tres superiores coniunctum iri secundum medios cursus post annos Persicos 1709 menses 2 dies 24 horas 15 m̃ 54 2̃ 36 3^{a} 24 4̃ 14 5̃ 6 in 26. gradu Geminorum etc., computando tempus illud ab instanti posito. Tempus tuum valet annos ecclesie sive Romanorum 1708 dies 22 horas 15 minuta 54 cum ceteris fractionibus. Invenio igitur Saturnum in hoc tempore pervenisse ad gradus 27 mi^{ta} 50 2̃ 47 Arietis, Iovem vero ad g̃ 14 m̃ 6 2̃ 17 Virginis, Martem quoque ad gradus 27 m̃ 28 2^{a} 28 Scorpionis. Quomodo itaque coniuncti sunt in 26 gradu Geminorum?

Reddidisti preterea quatuor numeros quadratos, quales petebam. Difficulter tamen quispiam decem huiusmodi societates numerorum quadratorum inveniet, videlicet quadraginta quadratos diversos, quorum quaterni collecti quadratum efficient numerum, nisi artem id parandi calleat, quam ego petivi. Quis enim tam iners, qui longa discussione tales quatuor quadratos numeros forte non offenderet.

Sed parcum me suspicares, amice, dum 35 ducatis et $\frac{5}{7}$ unius me expendisse commemoras. Cum enim in prima emptione expendantur 15 ducati, oportebit secundum te, in secunda emptione expositos esse residuos, scilicet $20\frac{2}{7}$, quibus empta sunt 27 brachia. Unde et secundum regulam quatuor quantitatum proportionalium pro 15 ducatis habebuntur brachia $19\frac{137}{142}$,

---

1) Auch hier scheint Regiomontan auf das Verhältnis seiner Trigonometrie zu Geber anzuspielen.

eritque numerus ducatorum et brachiorum omnium $82\frac{249}{994}$, minor scilicet quam 100. Per artem autem rei et census, quem vocant algebram, brachia empta 15 ducatis inveniuntur 29 dempta radice quadrata | de 436, ducati autem, quibus emebantur 27 brachia fuerunt 29 et radix quadrata de 436, intelligendo radicem quadratam, ut moris est loqui in hac arte. Nam numerus ille 436 non est quadratus. 70(62)[a]

Numeros avium recte computasti. Vas autem conicum tantopere evacuatum tibi postea placebit, ubi vinum in eo contentum gustaberis. Non enim vulgare est, sed malvaticum. Laudandus demum esset pincerna, qui ex 17 urnis in veritate facere posset 19 et aliquid amplius. Equidem secundum rationem prismatum et portionum circuli non invenio nisi 17 urnas extractas et minutiam quandam exiguam.

Hec libuit circa prefatas interrogationes recensere, non, ita me deus amet, animo arrogandi, sed potius, ne more quorundam fecisse me putes, qui gravissima ceteris onera imponunt, ipsi autem neque ferre neque solvere possunt. Hinc etiam plane doceberis, quam libens in huiusmodi rebus exercear. Non possum autem LUCIANO tuo absenti non misereri, qui in superficierum ac distantiarum mensurationibus ceterisque rebus caput suum tota die obtundit. Dure videtur esse cervicis, cui tales res videntur difficiles, que potius anime consolationem afferunt et ad res secretissimas pandunt iter. Ubi ergo domum redierit, IOANNEM GERMANUM cognoscat; spero enim, ne cerebrum deinde conterat suum, medelis salubribus obvenire.

Nunc tuis interrogatis, vir optime, respondere iubeor. Id autem satis docte fieri prohibet penuria librorum et ab urbe remotio. Amenitas etiam loci nunc me tenet incolam, quo segnius id fiat, occasio est, in balneis Viterbiensium, et si nunquam laver, segetes tamen virides et prata ceteraque periocunda spectacula oculos plerumque aficiunt ac animum a speculationibus solitis dimovent.

Queris demonstrationem anni, quo nasci debuit salvator noster virtute coniunctionis magne adventum suum predicentis ac significantis, anni demum, quo doctrinam suam mundo primam apparere oportuit, et legis sue quo pacto causis astronomicis precognosci potuerit. Largius solito vocabulum demonstrationis | accipere videris, nam in arte iudiciorum nulle sunt proprie demonstrationes. Demonstrationem fortasse vocas cognitionem per experientias aut testimonia virorum sapientum habitam. Igitur non tam difficile est quam dispendiosum, ad hoc interrogatum respondere. Tempus enim huiuscemodi coniunctionis novicii etiam tabularum tractatores invenire sciunt, iudicium autem abunde consumabit, qui ALBUMAZAREM de coniunctionibus magnis vidit tractatu primo differentia secunda aut tertia, si recte memini. 70(62)[b]

Cuius etiam summas cum aliis collegit Ioannes Eschuide[1]) in summa Anglicana. Item Messahalah in epistola sua de coniunctionibus magnis. Sed luculentior omnibus est Antonius de Monte Ulmi[2]), qui in particula secunda sententiam Albumazaris secutus rem hanc egregie prosequitur. Que videlicet coniunctio magna triplicitatem mutans adventum prophete significet; de natura eius; de operatione; de tempore adventus et effectus eius; de signis corporis; de loco, unde egredietur; de adversaturis doctrine sue et ceteris. Has demum res retractat in particula quarta. Id eo firmius memini, quod in eo loco, quotquot vidi exemplaria, deficiunt. Si tractatus ille revolutionum apud te integer est, velim mihi communis fiat. Petrus denique Cameracensis[3]) in de legibus et sectis huic interrogato tuo satisfaciet. His contentus sis, queso, ne rem iam dudum, quoad potuit, elaboratum totiens transcribere oporteat.

Queris insuper, que causa tam acerbam mortem salvatori nostro adtribuit, quamvis gentilis et a religione christiana alienus videatur sermo ille. Hec res ex duabus radicibus pendere dinoscitur: ex coniunctione videlicet magna tantum prophetam significante, et ex nativitate eiusdem. Quoad primam, videlicet generalem radicem, supra memorata resumenda erunt, ad secundam autem radicem firmandam, scilicet nativitatem eius calculandam, dico, tabulas modernas haudquaquam sufficere. Nam si per eas locum Lune quesiverimus ad tempus dicte nativitatis, reperiemus eum differentem a loco, quem reddunt tabule Ptolemei in tribus gradibus et amplius. In Sole etiam diversitas apparebit, tametsi minor quam in Luna. Preterea declinatio Solis maxima tempore Ptolemei, atque idcirco tempore nativitatis Christi a declinatione Solis maxima in tabulis modernorum scripta in 20 ferme minutis differt, que res, | in ascensionibus obliquis ac aliis huiusmodi diversitatem ingerere potest. Cur autem Ptolemei in hac re meminerim, hinc est, quod ipse post Christum 140 annis tabulas suas construxit, ut ex primo capitulo tertii Almagesti trahitur, neque alius propinquior nativitate Christi motus astrorum consideravit. Non tamen idcirco stupendus est, quo pacto id evenire possit, ut in motibus corporum celestium tanta varietas et incertitudo occurrat. Fragilitate enim hominis per instrumenta motus astrorum observantis, non ex rei ipsius considerate

71(63)[a]

1) Es ist das der oben erwähnte Johannes Ashenton oder Johannes Anglicanus.

2) Wenn Riccardi diesen Antonio da Monte Olmi in die erste Hälfte des XVI. Jahrhunderts setzt, nach Santini, *Picenorum mathem. elogia* p. 55, so müssen beide irren, denn es geht hieraus unzweifelhaft hervor, dass er um das Jahr 1465 schon sein Buch *de iudiciis nativitatum* geschrieben haben muss, das 1540 bei Petrejus in Nürnberg gedruckt wurde.

3) Das ist Petrus de Alliaco, der Kardinal.

natura id accidit. Facto igitur fundamento huiusmodi, quod propter absentiam tabularum dictarum efficere nunc nequeo, nihil reliqui est, quod difficile putari possit, si prius quidem PTOLEMEUM in quadripartiti sui capitulo octavo, deinde vero alios de qualitate mortis nati disserentes consuluerimus.

Diem passionis salutifere dico fuisse feriam secundam. Anno enim 34° etatis salvatoris nostri equinoctium vernale fuerat vigesima secunda die Martii, oppositio autem vera luminarium eodem anno proxime secuta equinoctium fuit completis 10 diebus Aprilis horis 23 et minutis 21 fere, diebus non equatis, videlicet die undecima Aprilis currente, qui fuit feria secunda. Fuit enim *b* littera dominicalis. Hec quidem secundum tabulas modernas, nam per tabulas PTOLEMEI invenietur tempus illud minus adeo, quod ab ipso instanti oppositionis luminarium ad instans medietatis eclipsis Luna potuerit percurrere 4 gradus fere. Quod autem equinoctii consideratio huic serviat proposito, manifestum existit. Iudeis enim precipiebatur in exodo, ut quarta decima die mensis primi pasca celebraretur. Primus autem mensis habebatur, cuius plenilunium in ipso erat equinoctio aut statim post ipsum equinoctium.

Anno CHRISTI 1425° fuit coniunctio duorum ponderosorum completis diebus 30 horis 20 minutis 53 Augusti ad meridianum Viennensium. Locus verus planetarum terminavit gradus 12 minuta 31 secunda 11 Scorpionis. Hec tamen coniunctio non mutavit triplicitatem, quemadmodum proposuisti, sed fuit quarta ab ea, que triplicitatem innovavit, anno scilicet Christi 1365 currente diebus 29 horis 16 minutis 15 completis. Locus autem verus planetarum tunc fuit in gradibus 7 minutis 16 secundis 47 completis Scorpionis. Coniunctio, de qua querebas, cum non erit magna, non perhibetur significare adventum prophete. Si tamen talis esset, qualem proponebas, iudicii consumatio ex prememoratis scriptoribus haberetur. | 71 (63)[b]

Queris tandem tempus coniunctionis vere proxime trium superiorum secundum consuetudinem tabularum. Onus grave admodum meis imposuisti humeris, siquidem haud facile est investigare tempus medie coniunctionis eorum; plurimum enim interest, veluti nosti, inter hoc et illud. Credo, si quis ALFONSI tabulis aut aliis etiam resolutis usurus huiusmodi tempus numerare pergeret, aut fortuito quesitum numeret, aut etas sibi nequaquam sua sufficeret. Si quis tamen curiosus videri mallet quam prudens per tabulas IOANNIS BLANCHINI, quam brevius fieri posset, id exequeretur, querendo primo aliquas coniunctiones veras duorum ponderosorum in locis eorum veris ad tempora huiusmodi coniunctionum, sive cum elongationibus veris a Sole; deinde computando cursus Martis veros sive elongationes eius a Sole ad predicta tempora. Quod si aliquando conincidentiam locorum

verorum sive elongationum a Sole inveniret, metam attigisse videretur. Si vero non, alie posteriores coniunctiones vere duorum ponderosorum querenda essent, ut prius. Sed insanire potius quam astronomice exerceri videretur, quisquis tam incerto negotio animum appelleret.

Habes tandem, vir optime, quicquid impresentiarum tuis interrogatis reddere libuit, neque veniam apud te habitum iri me ambigo, si remisse nimium ac diminute responderim penuria librorum conditioneque loci id persuadentibus. Quis enim meminisse posset omnia preceptorum ad iudicia proferenda necessaria? Vidi neminem. Atqui iactis bonis fundamentis numerorum, nemo, ideoma saltem latinum callens, iudicium complere trepidabit. Nam si talem offendet constellationem, tale scriptum efferet iudicium, si aliam, aliud. Quo verius nihil videtur in astronomia quadruviali ingenium demonstrare, quam iudiciali. Hec enim non nisi magno et excellenti ingenio viris attingenda probetur, illam vero populares et rudes quique lacerare audent. Sed ne certamen novum ineamus, de his rebus modum sermonis statuo, longe enim comodius voce quam litteris definiuntur. Si quando conveniendi dabitur facultas, de his atque aliis plurimis opere precium disseremus. Interea tamen huc apud me crebro fac sint littere, ne amor fausto ceptus auspicio refrigescat. Materiam ad me scribendi tibi
72 (64)[a] non defuturum arbitror, ubi LUCIANUM | tuum reducem feceris. Et si novis problematibus lacessere permittes, accipe subscripta. Quod si solutio nonnunquam perdifficilis videatur, modum dumtaxat solvendi annotabis, non enim instar puerorum ad par vel impar pro fortuna ludentium, verum modo philosophantium doctrinas regulares amplectentium invicem exercebimur.

Quidam antiqui duodecim domos celi distinguebant per circulos magnos transeuntes per duas intersectiones meridiani et orizontis et per puncta dividentia equatorem in duodecim partes equales, quorum punctorum duo quidem sunt in meridiano et duo in orizonte. Ponatur igitur principium Leonis in orientali portione orizontis: quero initia domorum reliquarum in regione habente latitudinem graduum 26. Utrum autem modus ille domos distinguendi acceptandus sit an non, posterius diserendum censeo.

Cum sit possibile gradus signi ascendentis et gradus signi in medio celi existentis equales esse numero, utrum angulorum assimiliabis vero loco planete victoris in loco coniunctionis vel oppositionis proximo precedentis nativitatem. Verbi gratia sit finis sexti gradus Piscium in meridiano et finis sexti gradus Cancri in orizonte. Vellem quoque scire latitudinem regionis, in qua casus ille soleat evenire.

Venus ponatur percurrisse vero motu suo 2 gradus et minuta 25 Arietis habens latitudinem septemtrionalem g̃ 6 et m̃ 17: quero, in quo puncto ecliptice terminetur linea recta radiationis sue trigona. Volo dicere, ducendo

lineam rectam a loco vero Veneris secundum longitudinem et latitudinem ad eclipticam, que linea sit equalis lateri trianguli equilateri circumscripti ab ecliptica: quero quis punctus ecliptice terminat hanc lineam. Similiter possem proponere de aliis radiationibus. Quantum autem, nisi me fallit opinio, modus ille radiationum conferret, se in usum sumeretur, silentio nunc preteribimus.

Sed iam calamus arcendus est, ne tumultuariis litteris magis gaudere videatur, quam aliquid frugi proferre. Dabis ergo pro mansuetudine tua veniam, et domino Octaviano suum servitorem Ioannem commendabis. Vale feliciter. Apud Balneas Viterbienses, die (sic)

Tuus totus Io. Germanus.

Auf diese drei Briefe beziehen sich folgende Rechnungen des Nürnberger Manuskriptes.

| **Circa problemata missa Iacobo Spirensi, astronomo Comitis Urbini.** 28(20)[b], col. 3.

Primum problema supposuit in ascendente g̃ 16 m̃ 37, cuspidem autem quinte domus in g̃ 7 m̃ 18 Virginis. Queruntur cuspides reliquarum domorum cum latitudine regionis, ubi talis figura incidebat.

Cuspis undecime erat in $\overline{7} \cdot 18'$ Piscium
69 · 2 ascensio recta cuspidis undecime
134 · 8 ascensio recta ascendentis.
65 · 6 differentia dictarum ascensionum et illud est quadruplum hore inequalis diurne puncti orientalis ecliptice.

$\overline{32} \cdot 33'$
97 · 39 arcus semidiurnus ascensionis
134 · 8
36 · 29 ascensio recta medii celi,
$\overline{4} \cdot 9'$ Aquarii medium celum.
69 · 2
32 · 33
101 · 35 ascensio recta cuspidis duodecime
$\overline{12} \cdot 36'$ Arietis cuspis duodecime domus.

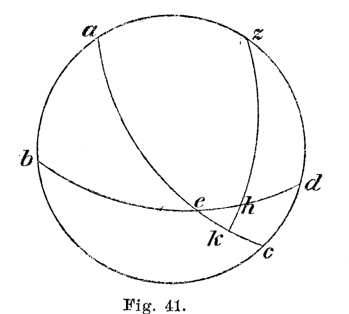


Fig. 41.

$\overline{7} \cdot 39'$ arcus *ek* (Fig. 41)
16 · 53 arcus *hk*, supponendo Solis declinationem maximam 23 · 33 · 30.

Coniuncta

ec · ck
ed · dk
hz · zk

col. 4.

| $\overline{7} \cdot 39'$

82 · 21 arcus *kc*; 59466 sinus *kc*;
16 · 53

73 · 7 arcus *hz*; 57414 sinus *hz*.

60000 · 59466
57414 /

```
     59466
     57414
    237864
    59466
   237864
  416262
 297330
 5
 341418|0924
  56903|
```

56903 sinus *hd*; $\overline{71} \cdot 31'$ arcus *hd* [1])
18 · 29 arcus *eh*; 19022 sinus *eh*
7987 sinus *ek*

19022 · 7987
57414 /

29 (21)[a], col. 1.

```
     57414              6
      7987              32
    401898            314826     2
   459312           72127474     4
  516726          | 458565618    1  2)
 401898            190222222     0
 458565618           1902222     7
                      19000
                       199
                        1
```

1) In der Tafel ist sin 71° 31′ = 56905.

2) Hier hatte sich Regiomontan zuerst verrechnet. Er erhielt 24106 als Quotient und 11286 als Rest.

24107 sinus zd; $\overline{23} \cdot 41'$ arcus zd [1]), et est elevatio poli septemtrionalis in regione, ubi supra memorata figura erecta fuit. IACOBUS autem reddidit $\overline{30} \cdot 14' \cdot 45''$.

29(21)[b], col. 2.

| Ad prosequendum problema primum missum IACOBO suppono altitudinem poli $\overline{23} \cdot 41'$, et quero arcum semidiurnum ad $\overline{16} \cdot 37'$ Tauri.

$\overline{16} \cdot 42' \cdot 25''$
15 · 59 · 45
17 · 20
37 ·
8 · 40
1 · 59
2 pars proportionalis a.
10 · 41
16 · 53 · 6 declinatio puncti ecliptice supra memorati

23 · 41 arcus zd;	24101	sinus arcus zd [2]);	secundus.
66 · 19 complementum zd;	54947	sinus dc;	primus.
83 · 6 · 54 arcus zh;	57414	sinus zh;	quartus.
	17426	sinus hk;	tertius.
	60000	sinus totus;	quintus.

Multiplicatio	Divisio	
	2	
	13	
24101	284	
17426	396	
144606	4281	
48202	9892	7
96404	323969	6
168707	4541122	4
24101	61655845	3
419984026	419984026	
	54947777	
	549444	
	5499	
	54	

1) In der Tafel ist sin 23°41′ = 24101.

2) An dieser spätern Stelle hat also REGIOMONTAN den Sinus aus seiner Tafel entnommen, und nicht den früher errechneten benutzt.

col. 3.

| 7643
60000
458580000

1
04
17
1 463
54174
132928
1668361
159712482
458580000
57414444
574111
5744
57

| 7987

7987 sinus *ek*; $\overline{7}\cdot 39'$	arcus *ek*
$97\cdot 39$	arcus semidiurnus quesitus.
$32\cdot 33$	duplum hore diurne ascendentis, scilicet $\overline{16}\cdot 37'$ Tauri.
$134\cdot 8$	ascensio reta ascendentis.
$27\cdot 27$	duplum hore nocturne
$161\cdot 35$	ascensio recta secunde domus
$189\cdot 2$	„ „ tertie domus
$216\cdot 29$	„ „ quarte domus
$32\cdot 33$	
$249\cdot 2$	„ „ quinte domus
$281\cdot 35$	„ „ sexte domus.

2ª: $\overline{13}\cdot 2'$ ♊; 3ª: $\overline{8}\cdot 18'$ ♋; 4ª: $\overline{4}\cdot 9'$ ♃; 5ª: $\overline{7}\cdot 18'$ ♍.

Sed Iacobus intellexit $\overset{g}{g}$ 16 $\overset{m}{m}$ 37 completa in ascendente, in cuspide autem domus filiorum accepit 6 gradus completos et 18 minuta. Fortasse hoc fecit diversitatem. Videbo igitur.

col. 4.

$\overline{68}\cdot 5'$	ascensio recta cuspidis undecime,
$134\cdot 8$	ascensio recta ascendentis.
$66\cdot 3$	differentia duarum ascensionum, et est quadruplum hore diurne ascendentis.
$33\cdot 1$	duplum hore diurne ascendentis,
$26\cdot 59$	duplum hore nocturne.
$134\cdot 8$	
$161\cdot 7$	ascensio recta secunde domus,
$188\cdot 6$	„ „ tertie domus,
$215\cdot 5$	„ „ quarte domus,
$33\cdot 1$	
$248\cdot 6$	„ „ quinte domus,
$281\cdot 6$	„ „ sexte domus.

2ª: $\overline{7}\cdot 21'$ ♊; 3ª: $\overline{7}\cdot 26'$ ♋; 4ª: $\overline{2}\cdot 48'$ ♃; 5ª: $\overline{6}\cdot 18'$ ♍; 6ª: $\overline{12}\cdot 5'$ ♎
Cuspides itaque domorum satis appropinquant veritati.

$\overline{66}\cdot\ 3'$
$33\cdot\ 1$
$\overline{99}\cdot\ 4$ arcus diurnus ascendentis.
$9\cdot\ 4$ arcus *ek*
$80\cdot 56$ arcus *kc*

60000 primus,
59250 secundus,
57414 tertius,

```
    57414
    59250
  -------
  2870700
  114828
 516726
287070
---------
  4531
340177|9500
 56696|
```

| 56696 sinus *hd*; $\overline{70}\cdot 54'$ arcus *hd* [1]);

30 (22)ª col. 1.

$19\cdot\ 6$ arcus *eh*; 19633 sinus *eh*; primus
17426 secundus
60000 tertius

```
                     5
                   1 34
                   31875
                   55926
      17426       362147  | 5
          60000   6312598 | 3
 -----------     594911455 | 2
 1045560000     1045560000 | 5
                  196333333 | 5
                  1963333
                   19666
                    199
                     1
```

53255 sinus *dc*; $\overline{62}\cdot 34'$ arcus *dc* [2]);
$27\cdot 26$ arcus *zd*, et est altitudo poli quesita.
Iacobus autem reddidit $\overline{30}\cdot 14'\cdot 45''$.

1) sin $70^0 54'$ ist $= 56697$ in Regiomontan's Tafeln.
2) Hier ist in der Tafel sin $62^0 34' = 53253$

29 (21)[a], noch col. 1.

| Problema quintum decimum supposuit vas columnale longitudinis 26 palmorum et latitudinis 8 palmorum. Emittatur unum denar., residuum habeat profunditatem 3 palmorum et $\frac{4}{5}$ unius, Urna supponitur habere longitudinem $3\frac{2}{3}$ palmorum, latitudinem vero $1\frac{5}{6}$ palmorum, queritur, quantum vini restat in vase.

8
8
16
26
96
32
416 prima totius vasis

col. 2.

$\frac{11}{6}$ ·   11 · 11 · 11 · 11 · 121 · 36 $\frac{121}{36}$ $\frac{11}{3}$ | 121 · 11 · 121 · 121 · 1331

$\frac{1331}{108}$ prisma urne unius.

$\frac{416}{1} \cdot \frac{1331}{108}$

416
108
3328
416
44928

1
4
15995
44928
13311
133 | 33

$33\frac{1005}{1331}$ urne, capacitas totius vasis.

Fig. 42.

Sit *de* latitudo vasis columnalis, et *eh* profunditas vini residui (Fig. 42).

4 · 60000
$\frac{1}{5}$ /

12000
4 | 3000

3000 linea *ah*, ut *ae* est 60000.

$\overline{2} \cdot 52'$ complementum arcus *be*[1])

87 · 8 arcus *be*; 59925 linea *bh*, ut *ae* est 60000, | 120000 linea *de* col. 3.

14400000000 quadratum circumscriptibile circulo *bec*

14400000000
14400000000
158400000000

1 1
1 2243 2
14264283264
158400000000
144444444444
11111111111

| 1 1 3 1 4 2 8 5 7 1 4

11314285714 area circuli prescripti.

Sed in mentem venit modus facilior per tabulam portionum circulorum.[2])

5405913441
5280419620
125493821 tertius
60 · 8.

125493821
8

44113 2
1003950568 | 8
16732509

5405913441
16732509
5422645950 portio *bec*

5657130000 area semicirculi
5422645950
234484050
17
1641388350
234484050
3986228850 dividendus.

1) sin 2°52′ ist in der Tafel = 3001.

2) Regiomontan muss also eine Tafel der Kreisabschnitte besessen haben.

$$\frac{3986228850}{5657130000},$$

igitur ex vase extracte sunt 17 urne et minutia parva quedam. IACOBUS reddidit 19 urnas et $\frac{5}{7}$ fere unius.

col. 4. | Circa problema aliud de coniunctione media trium superiorum etc[a].

```
   1709
    365
   ----
   8545
 10254
 5127
 ------
 623785
     60
     24
 ------
 623869 dies, quos dedit IACOBUS
```

```
 365
   4
 ----
 1460 · 1461
```

```
  134    |
 13122   |
 269442  | 4        427
 623869  | 2          4
 146111  | 7       ----
  1466   |         1708 anni equales.
   14    |
```

1708 anni. 0 menses. 22 dies. 15 hore. 54 m̃. 36 2̃. 24 3̃. 14 4̃. 6 5̃.

```
11 · 24 · 40′· 56″
 9 · 14 · 16 · 39
 3 ·  7 · 52 · 39
        44 · 13
         1 · 15
              5
 0 · 10 · 15
-----------------
 0 · 27 · 50 · 47 medius motus Saturni ad hoc tempus IACOBI
```

$4 \cdot \overline{2} \cdot 10' \cdot 14''$
$0 \cdot 13 \cdot 31 \cdot 10$
$8 \cdot 2 \cdot 53 \cdot 51$
$1 \cdot 49 \cdot 44$
$3 \cdot 7$
$4 \cdot 23 \cdot 38 \cdot 11$

$5 \cdot 14 \cdot 6 \cdot 17$ medius motus Iovis

| $8 \cdot \overline{15} \cdot 48' \cdot 12''$

29 (21)b, col. 1.

$2 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 4$
$3 \cdot 1 \cdot 19 \cdot 35$
$11 \cdot 31 \cdot 46$
$19 \cdot 39$
$1 \cdot 11$
$5 \cdot 17 \cdot 25 \cdot 1$

$7 \cdot 27 \cdot 28 \cdot 28$ medius motus Martis ad tempus Iacobi

Igitur in hoc tempore dato non coniunguntur, sed plurimum a se distabunt.

Circa nonum problema de panno et ducatis.

Quidam emit 15 ducatis aliquot brachia panni; deinde proportionaliter aliquot ducatis emit 27 brachia panni. Numerus autem ducatorum, quos exposuit, cum numero brachiorum emptorum simul efficiebant 100: quero, quot ducatos exposuerit, quotque brachia panni emerit.[1])

---

1) Der Gang der Rechnung ist in moderner Bezeichnung folgender:

Die für 15 Dukaten gekauften Ellen seien x, dann bleibt für die Zahl der Dukaten, welche 27 Ellen kosten, $100 - (15 + 27 + x)$ übrig, das ist

$$58 - x.$$

Nun muss sich verhalten $15 : x = (58 - x) : 27$, und es ergiebt sich die Gleichung

$$58x - x^2 = 405$$

$$58x = x^2 + 405.$$

Es ist $29^2 - 405 = 436$, also

$$x = 29 - \sqrt{436} \sim 8{,}1 .$$

Es ist also, wie Regiomontan andeutet, die wirkliche Ellenzahl 35,1 ungefähr das, was Jacobus Spirensis als Anzahl der Dukaten angiebt. Hätte Regiomontan den zweiten Werth von x benutzt, den er also wohl nicht kannte, nämlich $x = 49{,}9$, so hätte er 76,9 Ellen und 23,1 Dukaten erhalten.

ducati 1 ꝛ̶ 27 100
15 ╳ 15 42
0 27 brachia 42 58

58 ıg 1 ꝛ̶ 58 ıg 1 ꝛ̶

27
15
135
27
405

58 ꝛ̶ ıg 1 cꝭ — 405
58 ꝛ̶ — 1 cꝭ et 405
29.

29
29
216
58
841
405
436 ℞ de hoc.

29 ıg ℞ quadrata de 436 est valor rei

436 | 20
4 |

Valor ergo rei minor est quam 9 et maior quam 8. IACOBUS reddidit $64\frac{2}{7}$ brachia panni et ducatos $35\frac{5}{7}$. Si ex numero brachiorum fecisset ducatos, propius ad verum venisset.

30 (22)[b], col. 2.

| Iterum circa problema de ducatis et pannis.

IACOBUS reddidit 64 brachia et $\frac{2}{7}$ panni, ducatos autem $35\frac{5}{7}$

col. 3.

15 0 | $35\frac{2}{7}$
0 27 15
$20\frac{2}{7} \cdot 27.$

Igitur $20\frac{2}{7}$ ducatis empta sunt 27 · brachia.

$20\frac{2}{7} \cdot 27.$
15 ⁄

27
15
135
27
405 dividendus

$\frac{142}{7}$

$$\begin{array}{r|l} 13 & \\ 55 & \\ 1417 & 19 \text{ brachia} \\ 2835 & \\ 1422 & \\ 14 & \end{array}$$

Igitur 15 ducatis empta sunt $19\frac{137}{142}$ brachia

$$\begin{array}{r|cc} 19 & & \\ 27 & \frac{137}{142} \cdot \frac{2}{7} & \\ 20 & & \\ 15 & & \\ \hline 81 & & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 959 \\ \underline{284} \\ \underline{1243} \\ \underline{994} \\ 249 \end{array}$$

$82\frac{249}{994}$ brachia et ducati.

| Circa problema meum tertium. 30 (22)[a], col. 1.

Stella fixa supponitur habere $\overline{13} \cdot 25'$ Geminorum cum latitudine septemtrionali octo graduum, que stella in regione quadam occidit cum $\overline{23} \cdot 14'$ Geminorum: queritur latitudo regionis.

| Sit meridianus *abcd*, sub quo medietas orizontis occidentalis *bcd*, et (col. 2.) medietas ecliptice *aec*, ita quod punctus *e* sit in orizonte, scilicet finis graduum 23 et minutorum 14 de Geminis. Stella fixa sit in *h*; polus mundi borealis sit *z*, productoque arcu *zhk* usque ad eclipticam stella predicta solebit mediare celum in puncto *k*. Si itaque arcus *hk* notus esset cum arcu *ke* et angulo *ekh*, reliqua omnia paterent etc. (Fig. 43). Primo igitur inveniam punctum ecliptice, cum quo ipsa stella mediat celum.

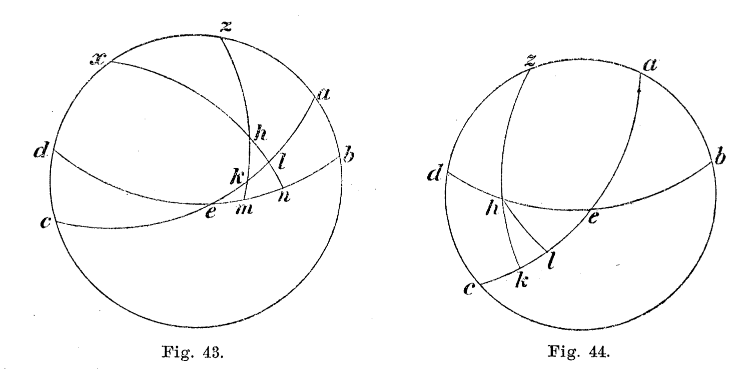


Fig. 43. Fig. 44.

Sit in secunda figura *abcd* (Fig. 44) colurus distinguens solstitia; *bed* medietas equatoris, et *aec* medietas ecliptice; *e* principium Arietis et *a*

principium Cancri; *z* polus mundi borealis, et *x* polus ecliptice borealis, stella memorata in puncto *h* etc.

$\overline{73}\cdot 25'$ arcus *ed*
74 · 43 arcus *en*
22 · 35 · 38
22 · 42 · 36
6 · 58
43
5 · 1
22 · 40 · 39 arcus *ln*
8
30 · 40 · 39 arcus *hn*; 30613 sinus *hn*; tertius,
59 · 19 · 21 complementum arcus *hn*; 55361 sinus arcus *xn*; primus,
23 · 33 · 30
col. 3. | 66 · 26 · 30 arcus *xd*; 54999 sinus *xd*; secundus.

55361 · 54999
30613 /

	4	
54999	5 6	
30613	1157	
164997	2273635	3
54999	134859975	6
329994	1683684387	4
164997	553611111	1
1683684387	5536666	2
	55333	
	555	
	5	

30412 sinus *hm*; $\overline{30}\cdot 27'$ arcus *hm*, et est declinatio stelle septemtrionalis. [1])
59 · 33 arcus *zh*; 51724 sinus *zh*; primus.
30 · 40 · 39
59 · 19 · 21 complementum arcus *hn*;
51603 sinus complementi *hn*; secundus
60000 tertius.

1) Dieser Sinus ist in der Tafel = 30407.

51724 · 51603
60000 /

5 3
139
648
434991
545343 | 5
1968868 | 9
5419648 24 | 8
3096180000 | 5
517244444 | 9
5172222
51777
511
5

51603
60000
———
3096180000

| 59860 sinus complementi *mn*; $\overline{86}$ · 5′ complementum *mn* col. 4.

3 · 55 arcus *mn*
74 · 43
———
70 · 48 arcus *em*.

$\overline{12}$ · 18′ Geminorum, cum quo mediat celum stella predicta.

$\overline{12}$ · 18′
13 · 25
———
1 · 7 arcus *kl* in prima figura
22 · 20 · 29
22 · 28 · 17
———
7 · 48
18 ·
———
2 · 6
14
———
2 · 20
———
22 · 22 · 49 arcus *km* in secunda figura
30 · 27
———
8 · 4 arcus *hk* in secunda figura sive etiam in prima.

8422 sinus *hk*, primus
8050 sinus *hl*, secundus
60000 tertius

8422 · 8050
60000/

8050	1	
60000	8	
483000000	24967	
	35129	
	592352	5
	114964	7
	62966422	3
	483000000	4
	84222222	9
	842222	
	8444	
	84	
	8	

57350 sinus anguli hkl in prima figura.[1])

30 (22)[b], col. 1. | 72 · 54′ angulus hkl in prima figura.
23 · 14
12 · 18
10 · 56 arcus ke in prima figura,
1 · 7
9 · 49 arcus le in prima figura,
80 · 11 complementum arcus le; 59121 sinus complementi le, secundus.
82 · 0 complementum hl in prima figura; 59416 sinus complementi hl, tertius.
60000 primus.

60000 · 59121
59416/

59416
59121
59416
118832
59416
534744
297080

3 3	
351273	3336
58545	

58546 sinus complementi arcus he in prima figura.[2])

1) Dieser Sinus ist in der Tafel = 57348.
2) Hier ist in der Tafel der Sinus = 58547.

$\overline{77}$ · 22′ complementum arcus *he*

12 · 38 arcus *he* in prima figura.

Pro angulo *ehk*.

13123 sinus arcus *he* in prima figura, primus

57350 sinus anguli *hkl* in prima figura, secundus

11380 sinus arcus *ke* in prima figura, tertius.

13123 · 57350

11380 /

	1	
	13	
	42	
57350	539	
11380	126469	
4588000	3981926	4
17205	12774237	9
5735	238826914	7
5735	652643000	3
652643000	131233333	2
	1312222	
	13111	
	133	
	1	

col. 2.

49733 sinus anguli *ehk* in prima figura.[1])

Iam pro arcu *zd*.

$\overline{30}$ · 27′

59 · 33 complementum dicte declinationis, et est arcus *hz*;

51724 sinus huius complementi.

60000 · 49733

51724 /

51724

49733

155172

155172

362068

465516

206896

1541	
257238	9692
42873	

42873 sinus arcus *zd* in prima figura.

$\overline{45}$ · 36′ arcus *zd* [2]), et est altitudo poli borealis quesita.

1) Nach seiner Tafel wäre der Winkel *ehk* = 58° 59′.

2) In Regiomontan's Tafel ist sin 45° 36′ = 42868.

Damit ist aus der Zeit des italienischen Aufenthaltes REGIOMONTAN'S der erhaltene Briefwechsel beendigt. Der Sammlung, welche jedenfalls von REGIOMONTAN selbst bewirkt ist, ist dann aber aus dem Jahre 1471 von Nürnberg aus geschrieben noch ein Brief an den Professor in Erfurt CHRISTIAN RODER eingeheftet, welchen wir zum Schlusse noch zum Abdrucke bringen.

IX.

Regiomontan an Christian Roder.

xp̃s

76 (68)[a] | IOANNES DE REGIOMONTE mgrõ CHRISTIANO, mathematicarum prestantissimo S. D. P.

Si miraris, vir egregie, inopinas hasce litteras ab homineque ignoto datas, que ad scribendum me impulerit causam paucis accipe. Nuper apud Dominum meum regem et proceres Hungarie mihi moranti, afferebatur predictionis quiddam ad annum superiorem ex Italia allate, in quibus tam crebram quam manifestam cernere erat discrepantiam, ut quasi ex composito autoris sibi invicem contradixisse viderentur, ab eventu autem rerum omnes pariter aberrantes. Illi vero principes subattoniti, quamvis antea miro quodam astronomici studii tenerentur amore, cum tamen universalem pene animadverterent fallaciam, dubitabundi rogare ceperunt pro suo quisque ingenio, undenam tantus tamque communis error profluat; culpandane sit ars ipsa, an potius professorum incuria, quid quod prisci astrologi, si creditur historicis, ad unguem semper futura pronunciasse perhibentur. Tales pene innumeras mihi questiunculas obiecerunt viri illi augusti ac astronomiam probe callentes. Ego autem ex improviso respondere coactus, postquam mores atque doctrinam astrologorum in Italia iam pridem mihi notorum exposui, huiuscemodi erroris causam codicibus inpixi vel minus bene traductis, vel indocte expositis, vel alio id genus vicio labefactis. Motus denique stellarum nostra tempestate observationibus non satis esse compertos, quod et exemplis plurimis confirmavi non modo propriis, verum etiam alienis, et iis quidem virorum nobilium. Hanc denique fallaciam non solum in quinque retrogradis, sed etiam in luminaribus ipsis animadverti defectu eorum aliter per calculum et aliter per inspectionem apparente, et ne fides recentioribus testimoniis negaretur, ALBATEGNIUM introduxi, qui utriusque lunaris defectus aliter in celo deprehendit, quam per numeros Ptolemaicos eliciebantur, quod et PTOLEMEO ipsi obtingit inspectiones suas ad numeros Hipparchicos conferenti. Hinc sequi oportere, quod neque revolutiones sive mundane sive genitales per tabulas nostras deprehendi

possint, nec stelle in domiciliis celi opportune sisti. Hoc presertim attento, quod nec domus ipse, quod apte ab universis distinguitur astronomis, quibus certe preteritis aut minus caute apertis iudicium omne astrologicum incertum fore. Hec atque alia multa succincte et per transitum quendam coram ipsis recensui, ut autem hanc nobilissimam ab iniuriis inperitorum vindicarem. Finis autem totius colloquii nostri eo tendebat, ut, nisi motus stellarum denuo investigarentur, vel saltem emendatius agnoscerentur, quemadmodum prisci fecere philosophi, Ptolemeusque ipse omnium princeps sepenumero id fieri subhortatur, non posse durare hanc artem, sed in dies laceratum iri, ac tandem preceps evanescere. Cumque insinuarem me iam dudum | resarciendi astronomie fundamenta quedam iactasse, sed hanc proviciam unico homini nimis duram et pene impossibilem esse, oportere quidem complurium observatorum adminiculo et frequenti siderum inspectione, hanc labem, quoad eius fieri potest, expurgari, illi contra iam non causam morbi, sed medelam queritantes sciscitabantur, ubinam talium studiosi rerum offendi possent. Respondi ego, plurimos quidem passim astronomie sciolos apparere, qui vero artem hanc ceterasque mathematicas eximie calleat, presertim in Germania, preter unum magistrum Christianum Erfordiensem extare neminem. Hoc pacto respondere me iussit officium. Multa equidem de tua excellentia cum ex aliis plerisque omnibus Erfordia venientibus, tum ex fratre Aquino[1]) volupe intellexi, neque defuit testimonium Ioannis Keller, conterranei mei, qui non modo doctrinam tuam, sed et mores et vite integritatem apprime laudare solitus est. Quare tuas virtutes coram proceribus recensenti mihi mox imperatum est, ut ope tua ad ceptum iam pridem negotium fruerer. Itaque, vir doctissime, sive famam tuam preclaram ampliare velis, sive exercitio mathematicarum primarum oblectari libeat, sive etiam discipulis tuis haud mediocre commodum exhibere, pande, queso, fores benivolentie tue atque humanitatis: novum et, nisi me fallit opinio, haud ingratum olim futurum amicum recipe Ioannem, qui multorum principum domestica familiaritate posthabita patrono contentus unico ad urbem Norembergam concessit, quo vicinior tibi factus tecum commodius ac tempestivius philosophari queat. Sinamus ceteros bellorum domare rabiem, nos autem more nostro militemus non quidem equestri, ut assolet, certamine, verum potius librorum assidua evolutione; arma nostra sunto non cestus, non pila, neque arietes aut balliste, sed radii Hipparchii atque Ptolemeici, quos iam ex ere calaminato spectabiles ingentes atque ad celi contemplationem accomodatissimos extruxi; armillis denique et aliis id

76 (68)[b]

1) Dieser Mann, auch Aquinas Dacus genannt, reiste um die Mitte des 15. Jahrhunderts in Deutschland und lehrte gegen Bezahlung die Algebra.

genus astronomicis machinis res agetur. Huic bello acerrimo te affore velim sive ducem optimum sive comilitonem. Expugnandi enim sunt errores veritatis, hostes, quibus non modo sideralis disciplina, verum etiam omnes prorsus mathematice squalent, ut illustratis olim tamen tam preclaris artibus libri novi atque emendatissimi et quod fieri potest incorruptibiles exoriebantur. Cuius quidem negotii arduissimi onus iam humeris incumbit meis. Conor equidem opere pretium omnia mathematicarum volumina a pressili | conscribere littera, ne mendosa deinceps exemplaria lectores quamvis acutissimos obtundant. Non enim ignoras, quod tenui vicio, et ut ita loquar, unius plerumque elementi transpositione longa et alias clara demonstratio interturbari soleat. Nulli profecto codices hoc scribendi munere magis egent quam mathematici, quippe qui ob penuriam nominum elementis singulariis ad res quasque significandas utuntur, atque idcirco corruptioni magne obnoxii redduntur. Quid de abacis dicam astronomicis? Ubi si character unicus vel pretereatur, vel transponatur, vel quomodolibet vicietur, totam labefacturi paginam necesse est. Longum est enarrare, qui per singulas mathematicas loci sint exscribrandi et nonnumquam radicitus evellendi. Adeo enim omnes oblitterate sunt et per secula multa falsis exposiunculis atque fallacibus interpretamentis obrute, ut ne vocabulum suum quidem satis tueri possint. Nempe a discendo, si originem respicimus Grecam, nuncupate quomodo ullam prebebunt disciplinam, si tot tantisque mendis opplete suspicionem pariant, nihil prorsus sibi veritatis inesse? Nolim nimis diem terere in astrologia predictionaria, quamvis ea ad te scribendarum occasionem dederit litterarum, que quam fluxa sit ac fragilis, quamque autores sui invicem discrepent, et, quod turpissimum est, multi sibi ipsis minime constant, propediem in publicum dabitur. Sed de quadruviali minus suspecta pudet profecto fateri, quam lacera sit et caduca. Nam, ut insigniores eius notas omittam, brevitatis gratia, hoc unum magis dolendum quam accipiendum censeo, quod hodie astronomi vulgo egregii vocitantur, qui calculos motuum celestium utcunque promere didicerunt, in tugurio non in celo astronomiam soliti, et siquidem absque errore id facerent, aliquanto tolerabilior esset eorum fastus. Sed illi creduli nimis Alfonsinium abacum quasi celo lapsum venerantur, cum tamen nusquam appareant rationes sue, cur pleraque immutaverit, quodque celo stellati duplicem motum per tabulas suas expresserit, quod solarem excentricitatem atque alia plura inverterent. Facile respondebit computator, quod observationibus astronomius innixus sit, ostendetur vel nullis vel perquam paucis inspectionibus usum esse, quinimo ex serie numerorum suorum atque exercitio plurima deducuntur inconvenientia, que non solum PTOLEMEO et ALBATEGNIO ac aliis vetustioribus, sed et hodiernis repugnant experimentis, et

77 (69)[a]

quidem manifeste adeo, ut vix absque pudore coram doctis recensere possint. Sepe equidem patrocinium huius viri contra nonnullos adversarios sumpsi, qui Persicas tabulas aut Toletanas | sive alias iamdiu explosas illustrare 77 (69)[b] et pro certioribus redintegrare conabantur. Ubi vero neque has neque illas satis roboratas esse animadverti, veritati potius studendum censui quam infirmis quibuslibet inventoribus allucinandum. Ceterum ille Alfonsine multas pepererunt filias matris utrique contagio laborantes, quas nescio, si compellare liceat sine malivolentia quorundam adeo tabulatoris primi auctoritas plerisque omnibus irrepsit. Hec, eximie vir, non per invidiam ita me deus amet, commemoro; non enim me fugit erratis quidem monitu Aristotelico veniam dari oportere, bene autem inventis multam habendam esse gratiam.[1]) Verum commiseratione quadam inductus paucula meditationum mearum initia aperire libuit, ut ope tua rectior olim numerandi formula astronomie studiosis tradatur. Quocirca, si quasdam stellarum inspectiones motuumque celestium observationes aut utriusque luminaris defectus aliquando litteris mandasti, fac, queso, mihi communes fiant. Illis enim ad meas collatis aliquid spero, quod emendandis supputationibus astronomicis conducat, elicietur. Quod si meas quoque vicissim cupis evestigio tibi impertiar, quas in studio Viennensi una cum preceptore meo conscripsi, quas Rome in domo domini Niceni Cardinalis, quasque Patavii ac demum in regno Hungarie et nuperrime in urbe Nurenberga feci et deinceps facturus sum. Eam enim mihi delegi domum perpetuum, tum propter commoditatem instrumentorum et maxime astronomicorum, quibus tote sideralis innitur disciplina, tum propter universalem conversationem facilius habendam cum studiosis viris ubicumque vitam degentibus, quod locus ille perinde quasi centrum Europe propter excursum mercatorum habeatur. Quod autem ex te nunc desidero, ab aliis quoque celi spectatoribus ac generalibus studiis omnibus, quantum fieri potest, exposcam, ut congestis variis ac certis observationibus numeri tabulares meliusculi reddantur. Quo facto, si deus aspirabit, planetarum ephemerides, vocant almanach, ad triginta vel plures annos charactere pressili pro amicis universis componam. Nam, etsi universe arti instaurande etatem nostram dubitemus suffecturam, conandum tamen est pro viribus, ut aliquid saltem veritati propinquius investigetur, ne vitam inerti silentio transegisse criminentur.

Habes iam, ut arbitror, cuius rei gratia ad te | litteras dederim, quamvis et alie compluscule scribendi occasiones non defuerint. Quid enim de astronomia ceterisque mediis scientiis mirum est, si nonnunquam claudicant, 78 (70)[a]

---

1) Auf dieselbe Stelle des Aristoteles bezieht sich Coppernicus in seinem Briefe an Wapowski gegen Werner.

cum binis singule pedibus altero quidem recto altero autem contorto gradiantur? Extremarum enim scientiarum altera plerumque incerti aliquid afferre solet. Nam ipse enim primarie mathematice purgamento haud mediocri egere videtur. Ita vorax etas omnia penitus attenuat, ut indubitabilis veritas, et cui primum certitudinis gradum peripateticorum antistes tribuit, ab opinionibus falsisque interpretamentis contaminentur. Et ut ex ipso quasi vestibulo geometrie quedam promantur libamenta, quid dices de principio, quod de recta quavis linea duabus incidente assumitur? Nonne illud longe obscurius et ab intellectu remotius est quam vigesima nona primi elementorum Euclidis conclusio, cuius gratia principium illud premittitur? Quem scrupulum et Campanus animadvertens hoc principium inter petitiones stolide collocavit, quamvis Graeci inter communes scientias ordinarint.[1]). Sed Arabes nonnulli a ministerio demonstrationis penitus reiecerunt hoc proloquium, aliter quidem equidistantes lineas diffiniendo. Pudet profecto recensere labores Campani, quibus frustra stabilire tentat principia quinti elementorum voluminis, quippe qui diuturno studio ac magno verborum involucro irretitus postremoque fessus atque desperabundus eadem semper recidiva laborat, idem scilicet per se ipsum diffiniendo. Nam quid tantem aliud pretendit diffinitio sexta secundum mentem eius, quam quod quantitates incontinue proportionales sunt, quarum prime et tertie equemultiplices itemque secunde et quarte equemultiplices, si conferantur, eodem ordine, quo submultiplices proponuntur, incontinue proportionales sunt? Illud enim significat similitudo additionis aut minuitionis vel equationis, quam ipse insinuat. Undecime autem diffinitionis expositio quam ridicula sit, facile quispiam intelliget, qui proportionalitates irrationalis denominationis penitus exortas duplicare, triplicare aut quantumlibet multiplicare didicit. Porro principium decimi voluminis quomodo constabit, si sesquitertia proportio infinities etiam coacervata sesquialteram neque superare potest, neque etiam attingere? Quod si proportiones minoris equalitatis non | sunt de eodem genere quantitatis, quomodo altera ex alteris componi poterit? Si autem a genere quantitatis omnes prorsus excludende sunt proportiones, nulla omnino erit proportionum proportio, et ideo fabulas narrabunt, quicumque septimi physicorum regulas de velocitate motuum traditas subtiliter exponere conantur. Omnis etiam ferme calculationum in Italia celebratarum corruet argutia. Nugari videbuntur postremo quicunque de proportionum proportionibus disserere quidpiam tentant. Audire velim, quis primam undecimi demonstret, postquam secundam cum tredecima

78 (70)b

1) Bekanntlich irrt hier Regiomontan, da im echten Euklid der fragliche Satz die fünfte Petition bildet.

primi, cuius succursu prima undecimi fulcire debet, lineas suas in eadem planicie supponat, tales autem consideratas lineas, que in figura prima sunt, in eodem plano non nisi per secundam constare potest. Sed quid in elementis illis puerilibus diem terimus, cum in abstrusiori geometria principes etiam artis sese falso reprehendere videantur. MENELAUS quidem THEODOSIUM emendaturus suo se gladio iugulat. NICOLAUS autem CUSENSIS cardinalis, geometra ridiculus, ARCHIMEDISque emulus, quantas ostendabundus nostra tempestate invexit nugas? Quippe qui plurimos quadrabilis circuli modos edidit frivolos penitus et non nisi LULLIANIS quibusdam suasiunculis initentes.[1])

Paucula hec de lapsu mathematicarum perstrinxisse satis est, postquam ab initio de huiuscemodi rebus scribere haudquaquam instituerim. Ubi autem pari voto reciprocam inter nos benivolentiam agitare cepimus, non pigebit meditationes meas altiores forsitan amico detegere. Quod si conversationis formula placet, qua in Italia usus sum ad IOANNEM BLANCHINUM, senem in numeris exercitatissimum, aliosque viros gravissimos, libenter tecum eo colloquii genere disseram. Mos erat alternis invicem problematum tentamentis oblectari, quando | veras audire et reddere voces negabatur. 79 (71)[a] Hunc itaque iucundum et reciprocum acuendi ingenii stimulum, e quo suscipiamus animo, et quando per otium poteris, de me quoque per argutias suas periculum facito. Sic enim, nisi me fallit opinio, in plerisque exculpemus abstrusis rebus. Ut autem supputationis tollatur fastidium, satis erit circa unumquodque problema breviusculam ratiocinandi seriem adnotasse. Non enim ad unguem cuncta exprimi poterunt, presertim ubi malignitas linearum irrationalium obstiterit.

Ab astronomicis igitur principium fiat.

a. Anno presenti 1465, quando Sol in capite Arietis reperiebatur, per calculum vulgatum queritur, quantus fuerit arcus eclipticae inter locum eius verum et circulum equinoctialem comprehensus, quantaque fuerit ipsius Solis ab equinoctiali declinatio. Quod rides, vir humane? An mirum aut impossibile tibi videtur subiectum problematis? Tranquille velim accipias monimenta IOANNIS tui, qui profecto ex fundamentis Alfonsinis deducet, Solem tunc ab Arietis initio distare sex ferme gradibus, atque ideo declinatione non penitus caruisse. Cum autem illud spectet ad iudicia annua, quomodo vitabit errorem astrologus, si caput anni, radicem predictionis sue, prorsus ignoraverit?[2])

---

1) Das bezieht sich sicherlich auf die Arbeiten des RAIMUNDUS LULLUS *de quadratura et triangulatura circuli*, welche ich in der Münchner Hof- und Staatsbibliothek aufgefunden habe.

2) Siehe dieselbe Aufgabe oben (S. 295) in dem Briefe an JACOB VON SPEIER mit ähnlicher Bemerkung.

b. Si octavus Piscium gradus fuerit in cardine regionis, octavus autem Cancri horoscopii dignitatem tenuerit in genitura hominis cuiuspiam, utrum horum angulorum assimiliabis loco planete sextum Tauri gradum possidentis, qui scilicet in coitu aut opposito luminarium proximo genituram precedente ceteros potestatum altitudine vicit? Vocant Arabici animodar. Quod si ab huiuscemodi rebus incertis atque inextricabilibus abhorres, fragilem penitus iudiciariam ratus astrologiam, dic, queso, latitudinem habitationis, ubi octavo Cancri gradu exorto octavus Piscium in meridiano reperiatur. Id enim astronomie quadruvialis opificium est. Suppono autem exercitii gratia maximam Solis declinationem 24 graduum.

c. Urbs Roma longitudinem habet ab occidente graduum 35 et latitudinem ab equinoctiali 42 graduum, Erfordia vero longitudinem 27 graduum latitudinemque 51 (hos quidem numeros exempli gratia sumo, sive recti sint sive ambigui): quero, possitne idem ecliptice punctus reperiri 79(71)[b] simul in utriusque urbis orizonte. Et si possibile est, quis | sit ille. Quod si duo talia puncta offendi possint, que sint ille. Soluto autem problemate haud dubium erit, duas habitationes, immo innumeras tam longitudine quam latitudine diversas in ascendente quopiam communicare. Que res quantopere in iudiciis perspicienda sit, facile quisque decernet.[1])

d. Stella quedam fixa secundum longitudinem quidem zodiaci obtinens gradus 13 minutas 15 Geminorum, latitudinem autem borealem 8 graduum in quadam habitatione occidit cum gradibus 23 Geminorum: queritur latitudo illius habitationis.

e. Si duarum stellarum latitudine carentium altera quidem in fine decimi gradus Tauri fuerit; altera autem in fine vigesimi quinti eiusdem signi, tercia vero distet a prima quidem undecim, a secunda autem 17 gradibus: queritur latitudo huius tertie stelle ab ecliptica locusque eius verus per longitudinem zodiaci.[2])

f. Arcus ecliptice 20 graduum de quarta vernali equalis est ascensione sue recte: quero, principium talis arcus quantum distet a capite Arietis. Suppono exercitii gratia maximam Solis obliquationem 24 graduum. De obliqua autem ascensione silendum censeo, quoniam, si talis quepiam ponatur equalis suo arcui ecliptice, profundiore opus erit inquisitione.

g. Pono Saturnum in gradibus 10 Arietis, Iovem in gradibus 23 Leonis, Martem vero in gradibus 17 Virginis per medios motus suos. Quero, an unquam coniungentur illi tres, et si ita, in quanto tempore ab instanti situum positorum convenient. Quod si non est possibile omnes tres simul iungi, queritur, quando minimis distabunt intervallis. Motus autem Saturni

1) Auch diese Aufgabe siehe oben S. 294.

2) Eine ähnliche Aufgabe siehe S. 219, No. 1.

medius in die supponatur esse due prime minute et una secunda, Iovis 4′59″, Martis vero 31′27″, quemadmodum in tabulis statuuntur. De vero autem earum conventu ne verbum quidem fecero, quoniam labor immensus est.[1])

De astronomicis hactenus. Nunc ad geometricos ludos descendamus.

h. In triangulo *abc*, cuius angulus *b* rectus est, ab *a* vertice ad basim *bc* demissa est recta *ad* hoc pacto, ut, quod sub duabus *da* et *ac* continetur rectangulum, una cum quadrato linee *dc* equale sit quadrato *ac*: quero, quanta sit *dc* linea. Suppono autem *ab* latus 24 pedum, *bc* septem et *ac* 25 (Fig. 45).[2])

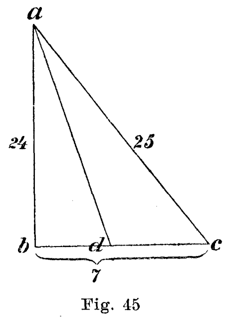


Fig. 45

i. Circulus quispiam diametrum habet 100 pedum, cui inscriptus est quadrangulus rectilineus habens latera in proportionibus horum numerorum 4 · 7 · 13 · 19: queritur, quanta sit area huius quadranguli. Item quero centrum gravitatis eiusdem | quadranguli. Voco autem centrum gravitatis cuiuspiam superficiei plane secundum ARCHIMEDEM illud punctum, ex quo suspensa superficies equedistat orizonti. De superficiebus enim naturalibus hec sunt accipienda, que ponderis capaces exstant.[3])

80(72)[a]

k. Duo circuli equales in eodem plano constitutie se secant, quorum utriusque diameter est 50 pedum, corda autem communis est 26 pedum: quero aream et angulum utriusque lunule. Item, quot huiuscemodi anguli lunares spatium repleant superficiale, si modo replere queant. Si enim non, queritur maxima multitudo talium angulorum a quatuor rectis deficientium.

l. Viginti quidam anguli lunares replent locum superficiale: quero, proportionem lunule ad ovalem, id est superficiem communem duobus circulis sese secantibus. Circulos autem ipsos pono equales.

m. Est quedam planicies ad orizontem et meridianam inclinata, cuius inclinatio ad orientem et septemtrionem vergit. Ad orizontem quidem inclinatio 40 gradus complectitur, ad meridianum autem 57: queritur longitudo umbre, quam proiicit scioterus sive gnomo aut stilus tripedalis ad planiciem ipsam perpendiculariter infixus, Sole habente altitudinem meridianam 60 graduum. Item quero angulum inclinationis huiuscemodi planiciei cum equinoctiali circulo, si qua est talis declinatio in regione, cuius latitudo est 51 graduum.

---

1) Siehe oben S. 295, No. 5.

2) In etwas anderer Form schon oben gegeben. Vergl. S. 262, No. 16.

3) Siehe oben S. 219, No. 3 und die Ausführung der Auflösung in dem Briefe an BIANCHINI vorn.

n. Habeo tres angulos rectilineos, quorum unus est 24 partium, qualium quatuor recti sunt 360, alius autem 35, et tertius 46. Ex iis constituo angulum solidum pyramidalem: quero proportionem anguli conici, qui dicto pyramidali angulo inscribi potest, ad angulum conicum eidem circumscriptibilem. Voco autem angulum conicum, qui superficie conica ambitur, que certe conica superficies nascitur, si linee recte alterum quidem terminum fixeris, alterum autem penes circuli circumferentiam rotaveris.

o. Sphera quedam habet diametrum sexaginta pedum, in quo duo circuli minores se secant, quarum alterius quidem diameter est 50, alterius vero 40 pedum, et sectio eorum communis 35: quero, quante sint recte linee ad binos corum polos desinentes. Item angulum inclinationis talium circulorum, si modo ad se invicem inclinati sunt.

p. Triangulus spheralis ex tribus circulorum magnorum arcubus constans latus unum habet 15, aliud 24, tertium vero 34 graduum; diameter autem sphere habet centum pedes. Quero aream huius trianguli spheralis. Item quero singulos eius angulos, item proportionem circuli convexi eum circumscribentis ad circulum convexum ei inscriptum. | Circulus autem convexus vocetur portio superficiei spherice, quam claudit circumferentia circuli plani.[1])

80(72)b

q. Queritur, quam proportionem habeat angulus icosedri ad angulum dodecedri.

r. Si aliquot anguli tetraedri replent locum corporalem, itemque aliquot anguli octoedri talem locum replent, queritur huius multitudinis angulorum ad illam proportio. Si vero neutri replent locum solidum, queritur utrobique maximus angulorum numerus minor octo rectis solidis spatium corporale opplentibus.

s. Trianguli cuiuspiam rectilinei area 70 pedes superficiales complectitur, cuius tria latera sunt in proportionibus horum numerorum 9 · 14 · 17: quero, quantum distent centra duorum circulorum, quorum alter quidem ipsi triangulo inscribitur, alter vero eidem circumscribitur.[2])

Si molestum non est, alia deinceps, utcumque incident, problemata subnectam.

t. Divisi lineam ab quinque pedum in c puncto secundum proportionem habentem medium et duo extrema, maiori parte facta ac, fecique lineam ipsam carastonem, dico stateram imparium brachiorum, cuius suspensorium ex c puncto divisionis. Ex punctis autem a et b suspendo duo corpora

1) Wohl die erste Aufgabe, welche den Inhalt eines sphärischen Dreiecks zu finden verlangt.

2) Sollte Regiomontan schon die Beziehung gekannt haben, dass diese Entfernung gleich $\sqrt{r(r-2\varrho)}$ ist?

regularia, icosedron videlicet ex puncto *b*, duodecedron autem ex puncto *a*, ita ut equiponderent, hoc est, linea *ab* equedistet orizonti. Quero proportionem duarum spherarum ipsis corporibus suspensis inscriptibilium.[1])

v. Triangulus *abc* tria latera habet cognita, *ab* quidem 15 pedum, *ac* autem undecim et *bc* 8; in cuius area punctus *d* accipiatur hac conditione, ut eo copulato tribus cuspidibus trianguli per tres lineas *da*, *db* et *dc*, duo anguli *adb* et *adc* fiant equales invicem, *da* vero linea 5 pedum longitudinem habeat: queritur longitudo utriusque linee *db* et *dc* (Fig. 46).

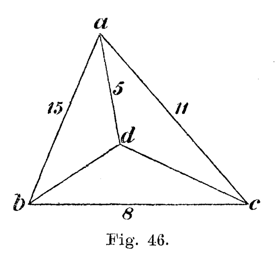


Fig. 46.

x. Sole habente altitudinem 35 graduum vertex iridis super orizontem elevatur gradibus septem, pes autem eius uterque ab oculo inspectoris distat passibus ducentis: queritur corda iridis et quanta sit ipsa portio respectu totius circumferentie.

y. Lumen Solis altitudinem habentis 37 graduum incidit per quandam fenestram circularem ad pavimentum quoddam equedistans orizonti. Est autem fenestra ipsa in pariete ad orizontem erecta, cuius quidem diameter sex pedes continet, centrum autem eius | a pavimento 28 pedibus extollitur. 81 (73)[a] Quero, quanta sit superficies pavimenti illuminata. Item ad quantum Solis altitudinem talis incidentia radiosa fiat perfecte circularis, si modo possibilis est ita evenire. Quo autem investigatio simplicior atque idcirco facilior fiat, Solem instar puncti accipiamus.[2])

z. Esto speculum concavum ex sphera habente diametrum decem pedum, ponaturque oculus et visibile in eadem diametro talis sphere, oculus quidem duobus distans pedibus a centro speculi, visibile autem tribus, quod quidem visibile ab oculo cernatur per radium reflexum: queritur, quantum punctus reflexionis distet ab utroque termino diametri, in qua oculus cum visibili constituatur.

α. Pertica quedam decempedalis perpendiculariter suspenditur, cuius pes ab orizonte quattuor extollitur pedibus: queritur punctus orizontis, a quo pertica ipsa cernitur quam longissima hoc est sub maximo angulo. Verum, cum infiniti sunt talia puncta circumferentiam circuli occupantes, queritur, quantum distet unumquodque eorum a pede suspense pertice.[3])

β. Triangulo rectilineo proposito maximum quadratum inscribere.[4])

---

1) Auch diese Aufgabe ist schon oben S. 297, No. 14 dagewesen.

2) Auch diese beiden Aufgaben stehen schon oben S. 297, No. 13 und 13[a].

3) Die wahrscheinliche Lösung Regiomontan's sehe man bei Cantor, *Vorlesungen* II², S. 283.

4) Diese Aufgabe fehlt bei de Murr.

γ. Invenias tres numeros quadratos de medietate arithmetica, quorum minima sit maior numero 20000.

δ. Invenies tres numeros de medietate armonica usitata, in qua scilicet proportio maximi termini ad minimum est sicut differentie maximi et medii ad differentiam medii et minimi. Minimus autem huius medietatis terminus sit maior hoc numero 500000.

ε. Invenias viginti numeros quadratos, qui omnes simul iuncti quadratum unum constituant. Minima autem eorum sit maior hoc numero 30000.

De cubis autem quotlibet unum cubum constituentibus nihil proponere decrevi propter immensum fere laborem in ea investigatione numerorum.[1])

ζ. Tres socii ponunt simul 80 ducatos cum quibus lucrantur 20 ducatos, quorum primus recepit pro capitali suo et lucro 24, secundus item pro capitali et lucro suo 33, tertius vero pro capitali et lucro 43. Pecunia primi socii stat tres menses, secundi quinque, tertii vero undecim menses. Queritur, quanta fuit pecunia capitalis uniuscuiusque sociorum.[2])

η. Cordam octupedalem divisi in tres partes, quarum prima ad secundam, id est mediam, sonat semitonium minus, tertia autem ad predictam mediam sonat duos tonos cum semitonio vero: queritur, quanta fuerit unaqueque trium chordarum partialium. Semitonium quidem verum in natura exstat, quamvis ratione numerorum exprimi nequeat.

ϑ. Est canna quedam sive fistula cylindrica, cuius longitudo 12 pedum, latitudo autem sive etiam profunditas tribus palmis constat. Facturus sum 81 (73)[b] aliam fistulam, que cum predicta consonantiam reddat | per quinque, qualem vocant diapente, cuius quidem fistule longitudo vigecupla sit latitudini sue: quero, quanta fiat longitudo illius secunde fistule, quantaque latitudo. Pedem constituo ex quatuor palmis geometricis, ne mensurarum alterna reductio lateat.[3])

ι. In statera sive bilance ponuntur duo pondera in proportione horum numerorum 35 et 32: quero quantitatem anguli acuti, quem continet perpendicularis sive alterum brachiorum cum ipso suspensorio.[4])

κ. Pertica quedam erea equidistantibus superficiebus atque rectangulis continetur, cuius longitudo latitudini sue atque profunditati trigecupla est. Pondus autem totius virge est 24 librarum. Libram autem suppono cubum

1) Aus dieser Bemerkung dürfte wohl zu folgern erlaubt sein, dass Regiomontan auch keine allgemeinen Regeln für seine Aufgaben über Quadratsummen, die wieder Quadrate geben, u. dgl. besessen hat.

2) Auch diese Aufgabe ist schon oben S. 219, No. 7 Bianchini gestellt worden.

3) Auch diese und die vorhergehende Aufgabe stehen schon oben S. 296, No. 11 und 11[a].

4) Im Gegensatze zu der *Carasto* genannten Waage ist die *Statera* genannte die gleicharmige.

ereum, cuius latus tribus constat digitis. Queritur longitudo totius pertice, item ex quo puncto suspendi debeat, ut pertica ipsa cum suspensorio tertiam anguli recti partem complectatur.

λ. Duo sunt pondera colligata atque secundum situm equipollentia (Fig. 47), quorum alterum quidem recte, alterum vero oblique descenderet, si a communi ligatura solverentur. Via autem obliqua secundi ponderis cum orizonte angulum continet viginti graduum, qualium unus rectus est nonaginta. Quero proportionem talium ponderum. Equipollentia autem voco pondera, que sese vicissim a descensu prohibent. Ut si *bc* recto vice orizontis intelligatur, *ab* autem ad centrum mundi vergat, et *ac* cum *bc* angulum viginti graduum contineat, *d* pondus minus per *ab*, et *e* pondus maius per *ac* decensum petat abiecto communi vinculo.[1])

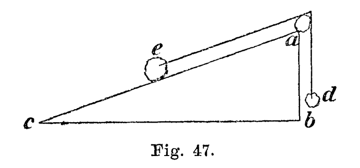


Fig. 47.

μ. Habeo speculum Archimedis annulare ex portione parabolica factum, cuius margo circularis maior quinque pedes continet, minor autem tres; profunditas vero speculi est bipedalis: quero locum ustionis itemque sagittam cum latere erecto. Voco autem profunditatem speculi partem axis, que inter centra duorum circulorum marginalium conducitur.

Sed iam ludendi finem facio. Ubi vero per litteras tuas, vir optime, certior fiam, quo in genere mathematicarum plus delecteris, tunc demum res serias aggrediamur. Plures quidem in arte algebrica questiunculas promerem, si te ex ea re voluptatis aliquid aucupaturum intelligerem. Hoc autem scire velim, habeasne in biblio|theca tua libris raris, ut audio, refertissima quicquam de equipollentia solidorum, unde ars illa subtilissima de re et censu ampliari possit! Sunt enim, qui se iactant ampliorem habere artem algebricam, quam in sex capitulis vulgatissimis traditur. Sed ipsi profecto ignorant, hanc artem ad cubos, census censuum atque ulteriores potentias extendi non posse, nisi prius geometria solidorum equipollentium edatur. Quemadmodum enim tria capitula composita superficierum equipollentiis innituntur, ita novum artis additamentum ex commutatione solidorum hauriatur necesse est. Hoc ideo commemini, ut labor meus ad id negocium assumptus in parte levetur. Facile enim erit inventis addere quidpiam.[2]) Et si hec geometria apud te non est, hoc solum munus ex- 82(74)[a]

1) Regiomontan scheint danach das Gesetz der schiefen Ebene gekannt zu haben.

2) Regiomontan hat sich also eingehend damit beschäftigt, eine Lösung der Gleichung dritten Grades zu finden, welche, geometrisch genommen, von der Zerlegung des Würfels auszugehen hat.

hibere poteris, ut inventarium bibliothecae illius ad me quam citius mittas, que plurimis abundat mathematicis codicibus, cuique, ut accepi, tu prefectus es.[1] Hoc enim firmum erit pignus future consuetudinis nostre, pro qua re et ego missurum me polliceor opera, si que apud me fuerunt tibi placitura. Presertim si appetes illud novum de primo mobili quod nuperrime patrono meo regi Pannoniarum dedicavi, cuius quidem fructum ad te mittam, quam primum litteras tuas suscepero.[2] Que si meis angustiores erunt, nihil refert, nam et ego ab initio litteram non codicillum ad te scribere destinavi; sed amoris impetus filum orationis longius produxit.

Ceterum si in studio vestro amplissimo alii sunt viri mathematicarum studiosi, fac, queso, mihi innotescant meamque in amicos beneficentiam experiantur. Suscita, queso, ingenia frigidiuscula, ut unanimi ac solerti inquisitione artes nostras dignissimas et propediem, nisi amplius suffulte fuerint, occubituras, quod fieri potest, erigamus. Mea quidem nihil refert in hoc negotio tam arduo tamque ampliter profuturo sive ministrum aut discipulum alius quispiam me substituat, sive hortatorem sectetur, modo reipublice litterarie aliquid commodi accedat. Et ne premia certationis desint, preter coronam quadruvialem, preter laudes uberrimas, quas coram primoribus viris impiger ego et sedulus preco decantare | solebo, munus etiam aureum, quam equidem exhibeo, decrevi. Cuicumque etenim sex certa, non dico que, prescriptorum problematum solventi pro singulis bona fide binos aureos hungaricos me daturum polliceor.

82(74)b

Vale feliciter (ex Nuremberga, die 4 Iulii anno Christi 1471).[3]

---

1) Es ist das die berühmte Amplonianische Bibliothek, welche zu jener Zeit schon im Besitze der Universität Erfurt sich befand. Ihr Bibliothekar war also damals, d. i. 1476, Christian Roder.

2) Da es durch diese Stelle, wie schon öfter hervorgehoben ist, nicht unwahrscheinlich wurde, dass schon 1471 die *Tabula primi mobilis* gedruckt vorgelegen, und, wenn Roder zustimmend geantwortet hätte, ihm ein Exemplar einer solchen Ausgabe zugekommen wäre, bat ich Herrn Professor Stange in Erfurt, den derzeitigen Vorsteher der Amploniana, nachzusehen, ob nicht ein Exemplar einer solchen Ausgabe sich etwa dort erhalten habe. Die freundlichst sofort angestellten Nachsuchungen haben auch hier leider ein negatives Ergebnis gehabt.

3) Bei de Murr steht das schon vor dem letzten Absatze, also nach *produxit* und vor *Ceterum si*.